

# EIN MODULARES VERFAHREN FÜR DIE NUMERISCHE AEROELASTISCHE ANALYSE VON LUFTFAHRZEUGEN

C. Braun, Lehr- und Forschungsgebiet für Mechanik, RWTH Aachen, 52062 Aachen, Deutschland

## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird der Stand der Arbeiten am numerischen aeroelastischen Verfahren *SOFIA* vorgestellt, welches am *CATS (Chair for Computational Analysis of Technical Systems)* der RWTH Aachen sukzessive weiter entwickelt wird. Kern des Verfahrens ist das Programmmodul *ACM*, welches einen modularen Aufbau von *SOFIA* aus unterschiedlichen Strömungs- und Strukturlösern im Sinne eines partitionierten Verfahrens erlaubt. Neben den Grundlagen der zugrunde liegenden räumlichen und zeitlichen Kopplungsverfahren werden Beispiele aus der Validierung und der Anwendung des Verfahrens gezeigt.

## 1 EINLEITUNG

Ein Nebeneffekt der Verwendung leichter, damit aber auch elastischer Tragstrukturen in der Luftfahrt ist, dass diese im Flug einer ausgeprägten Wechselwirkung mit der umströmenden Luft unterliegen. Insbesondere bei großen Transportflugzeugen führt dies zu erheblichen statischen Verformungen der Tragflügel mit einem weit reichenden Einfluss auf die aerodynamischen Eigenschaften und Flugleistungen. Darüber hinaus wird die Betriebssicherheit von Luftfahrzeugen gefährdet, wenn aus der Wechselwirkung zwischen der elastischen Struktur und der Strömung statische oder dynamische Instabilitäten resultieren. Solche Instabilitäten in Bereichen der vorgesehenen Flugumveloppe mit gegebenenfalls katastrophalen Folgen müssen schon in einer frühen Phase des Flugzeugentwurfs erkannt und ausgeschlossen werden können. Werden sie erst bei Windkanalversuchen oder Testflügen entdeckt, ist eine Korrektur der verursachenden Systemparameter meist nur noch mit großem Aufwand und oft zu Lasten der Wirtschaftlichkeit des Flugzeuges möglich. Dies zu vermeiden, indem frühzeitig und zuverlässig das aeroelastische Systemverhalten vorhergesagt wird, ist das Ziel der numerischen aeroelastischen Simulation [1].

Transsonische Fluggeschwindigkeiten stellen besondere Anforderungen an die numerischen Simulationsverfahren. Die Nähe zur Schallgeschwindigkeit führt nicht nur zur Entstehung von Verdichtungsstößen, deren Stärke und Position sehr stark von der Verformung der Struktur abhängen. Hohe Druckgradienten an Verdichtungsstößen begünstigen außerdem auch die Entstehung lokaler, in ihrer Ausdehnung schwankender Ablösegebiete am Stoßfuß, welche wiederum Einfluss auf die Lage und die Ausprägung der Stöße haben. Das mit diesen Phänomenen in Verbindung stehende, nichtlineare Strömungsverhalten hat einen erheblichen Einfluss auf die aeroelastischen Eigen-

schaften eines Flugzeugs. Die richtige Beschreibung dieser Effekte in der numerischen Simulation setzt die Modellierung der Aerodynamik mit Hilfe der Navier-Stokes-Gleichungen voraus.

Aufgrund der Verfügbarkeit weitentwickelter und validierter Verfahren für die Strömungs- und die Struktursimulation basieren eine Vielzahl derzeit entwickelter aeroelastischer Simulationsverfahren auf partitionierten Lösungsansätzen, in denen Einfeldverfahren geeignet gekoppelt werden [2–4]. Diese einer Mehrfeldzerlegung entsprechende Vorgehensweise erlaubt die Verwendung bereits existierender, für Strömungs- und Strukturprobleme sehr bewährter Modellierungs-, Diskretisierungs- und Lösungsmethoden. Die Lösung der strömungs- und strukturseitig entstehenden Gleichungssysteme erfolgt dabei durch die separaten Teilfeldlöser unter Einhaltung diskreter kinematischer und dynamischer Kopplungsrandbedingungen. Auf der Strömungsseite kommen häufig für instationäre Simulationen auf bewegten Rechnernetzen angepasste Finite-Volumen-(FV)-Methoden zum Einsatz. Die elastische Struktur wird vornehmlich mit Hilfe von Finite-Elemente-(FE)-Ansätzen modelliert.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Erweiterung des für die Analyse nichtlinearer, aeroelastischer Phänomene konzipierten, numerischen Verfahrens *SOFIA (Solid-Fluid-Interaction)* [5]. Zu diesem Zweck wurde das Programmmodul *ACM (Aeroelastic Coupling Module)* entwickelt, welches sowohl strukturierte als auch unstrukturierte, adaptive Lösungsverfahren für die Gasdynamik mit Strukturverfahren für unterschiedliche Modellkomplexitäten im Sinne eines partitionierten Ansatzes koppeln kann. Allgemein gehaltene Schnittstellen gewährleisten dabei die Austauschbarkeit der Teilfeldlöser bei geringem Programmieraufwand. Das Kopplungsmodul steuert während einer aeroelastischen Berechnung die zeitliche Synchronisation der Einzellöser und den Datenaustausch an der Mediengrenze unter Berücksichtigung der Bedin-

gungen der Gleichheit übertragener Kräfte und eines minimalen Energiefehlers. Das entwickelte Verfahren wurde anhand unterschiedlicher, dreidimensionaler Anwendungsfälle validiert und für die Analyse aeroelastischer Eigenschaften von elastischen Windkanalmodellen angewendet.

## 2 FLUID-STRUKTUR-KOPPLUNG

In partitionierten Verfahren werden existierende und bewährte Lösungsverfahren für das Strömungs- und das Strukturverhalten gekoppelt, um die numerische Simulation der Interaktion zwischen elastischen Festkörpern und das sie umgebende Fluid, z. B. in der Flugzeugaeroelastik, zu ermöglichen. Der zentrale Aspekt beim Aufbau partitionierter Verfahren liegt dabei in der Kopplung der Teilfeldlöser. Der dazu verwendete Kopplungsalgorithmus muss einen geeigneten Informationsaustausch zwischen den räumlich und zeitlich diskretisierten Teilsystemen gewährleisten. Grundsätzlich muss der gewählte Kopplungsalgorithmus zwei Aufgaben bewerkstelligen:

1. Transfer der Lasten und Verschiebungen (räumliche Kopplung)
2. Zeitliche Synchronisation der Teilfeldlöser (zeitliche Kopplung)

Die räumliche Kopplung erfordert Strategien zum Austausch von Last- und Verformungsinformationen an der Mediengrenze. Dieser Informationsaustausch wird dadurch erschwert, dass aufgrund unterschiedlicher Diskretisierungen die Netzknoten des Strömungs- und des Strukturgitters auf dem Kopplungsrand im Allgemeinen nicht aufeinander liegen. Darüber hinaus tritt bei der Verwendung vereinfachter Strukturmodellierungen häufig das Problem auf, dass die Oberfläche des Strukturnetzes nicht auf dem physikalischen Kopplungsrand liegt.

Neben dem räumlichen Datentransfer stellt sich in partitionierten Verfahren auch das Problem der zeitlichen Synchronisation der Teilfeldlöser. Es muss eine Abfolge definiert werden, in der die Löser aufgerufen werden, um eine Anzahl von Lösungsschritten durchzuführen und die neu berechneten Austauschgrößen für den Transfer zum anderen Löser bereit zu stellen.

Das wichtigste Kriterium bei der Entwicklung und Bewertung eines Kopplungsalgorithmus ist der Energietransfer zwischen den Teilfeldlösern, welcher von entscheidender Bedeutung für die Genauigkeit und die numerische Stabilität des partitionierten Verfahrens ist. In einem nicht geeignet formulierten Verfahren wird in jedem Lösungsschritt zu viel oder zu wenig mechanische Leistung an der Grenzfläche übertragen. Dadurch wird dem Gesamtsystem auf unphysikalische Weise Energie hinzugefügt oder entzogen. Im Hinblick auf aeroelastische Anwendungen kann so

eine künstliche Anfachung oder Dämpfung des in der Strömung schwingenden Körpers verursacht werden. Wird der Übertragungsfehler groß, kann man physikalische Phänomene im Fluid-Struktur-System und rein numerische Effekte nicht mehr unterscheiden.

Um einen exakten (konservativen) Transfer der Energie an der Mediengrenze zu erreichen, müssen die Methoden des räumlichen Datentransfers und der zeitlichen Synchronisation gemeinsam betrachtet und an die Verfahren zur räumlichen und zeitlichen Diskretisierung der Teilfelder angepasst werden [6]. Da dies gerade bei Verwendung existierender Programmkomponenten numerisch und programmtechnisch häufig sehr schwierig umzusetzen ist, wird in fast allen partitionierten Ansätzen auf eine exakte Erhaltung der Energie verzichtet. Vielmehr werden räumliche und zeitliche Transfermethoden getrennt untersucht und dabei eine möglichst genaue Approximation der geforderten Energieerhaltung angestrebt. Eine große Anzahl in der Literatur dokumentierter Untersuchungen bestätigt, dass mit dieser Vorgehensweise das Auftreten numerischer Instabilitäten bei problemangepassten Zeitschrittweiten verhindert werden kann und eine Reduktion der Ordnung des Gesamtverfahrens ausbleibt [7, 8].

Der Ansatz einer getrennten Betrachtung von Last-/Verformungstransfer und zeitlicher Synchronisation mit der Forderung einer guten Approximation eines konservativen Energietransfers wird auch bei dem in dieser Arbeit beschriebenen partitionierten Verfahren angewandt. Im Folgenden sollen nun nacheinander die dem Verfahren zugrunde liegenden Methoden zur räumlichen und zeitlichen Kopplung erläutert werden.

### 2.1 Verfahren der räumlichen Kopplung

Die Aufgabe von Methoden zur räumlichen Kopplung besteht in einer geeigneten Umwandlung der Flächenlasten auf der Strömungsseite in Knotenlasten auf der Strukturseite und umgekehrt der Übertragung der Verschiebungen bzw. Geschwindigkeiten vom Struktur- auf das Strömungsnetz am Kopplungsrand. Dabei besteht ein Problem in der üblicherweise unterschiedlichen räumlichen Diskretisierung der Teilfelder. Punkte des Oberflächennetzes der Strukturdiskretisierung fallen nur selten mit Punkten der Oberfläche des CFD-Netzes zusammen. Erschwerend kann hinzu kommen, dass bei Verwendung vereinfachter Strukturmodelle die Oberflächen der gekoppelten, diskreten Modelle nicht einmal in der gleichen räumlichen Fläche liegen. Ein Beispiel hierfür ist die Modellierung einer Tragflügelstruktur durch ein Balkenmodell oder die Beschränkung des Strukturmodells auf den mit Schalenelementen diskretisierten Flügelholm.

Bei der Übertragung von Lasten und Verschiebungen

zwischen den Teilfeldlösern erfordert die Sicherstellung des korrekten Austauschs mechanisch relevanter Größen mindestens die Einhaltung folgender notwendiger und globaler Bedingungen:

- Dynamische Äquivalenz der übertragenen Lasten:

$$(1) \quad \left( \sum \mathbf{F} \right)_F = \int_{\Gamma_{FS}} \boldsymbol{\sigma}_F \mathbf{n} \, dA \\ = \sum_j \mathbf{F}_j = \left( \sum \mathbf{F} \right)_S$$

$$(2) \quad \left( \sum \mathbf{M} \right)_F = \int_{\Gamma_{FS}} \mathbf{r} \wedge (\boldsymbol{\sigma}_F \mathbf{n}) \, dA \\ = \sum_j \mathbf{r}_j \wedge \mathbf{F}_j + \mathbf{M}_j \\ = \left( \sum \mathbf{M} \right)_S$$

- Gleichheit geleisteter virtueller Arbeit  $\delta W$ :

$$(3) \quad \delta W_F|_{\Gamma_{FS}} = \int_{\Gamma_{FS}} \delta \mathbf{u}_F (\boldsymbol{\sigma}_F \mathbf{n}) \, dA \\ = \sum_j \delta \mathbf{u}_{S,j} \mathbf{F}_j + \delta \varphi_{S,j} \mathbf{M}_j \\ = \delta W_S|_{\Gamma_{FS}}$$

$\mathbf{F}$  und  $\mathbf{M}$  stellen Kraft- bzw. Momentenvektoren dar. Die Indizes  $F$  und  $S$  markieren die Größen auf der Fluid- bzw. der Strukturseite auf dem Kopplungsrand  $\Gamma_{FS}$ . Der Index  $j$  läuft über die am Informationsaustausch zwischen Fluid und Struktur beteiligten Knoten des Strukturnetzes. Im Momentengleichgewicht Gl. (2) ist  $\mathbf{r}$  der Ortsvektor vom Momentenbezugspunkt zum betrachteten Kraftangriffspunkt. Das Integral bezeichnet eine numerische Quadratur auf der Strömungsseite des Kopplungsrandes  $\Gamma_{FS}$ .  $\delta \mathbf{u}_{S,j}$  und  $\delta \varphi_{S,j}$  kennzeichnen virtuelle Verschiebungen bzw. Verdrehungen der Strukturknoten, aus denen mittels des gewählten Transferalgorithmus die korrespondierenden Verschiebungen der CFD-Oberfläche  $\delta \mathbf{u}_F$  berechnet werden. Die Berücksichtigung von Einzelmomenten  $\mathbf{M}_j$  und rotatorischen Bewegungsfreiheitsgraden  $\varphi$  auf den rechten Seiten der Gleichungen (2) und (3) ermöglicht die Anwendbarkeit der Bedingungen auf Strukturmodelle, in denen die Knotenfreiheitsgrade Drehungen beinhalten.

Die Formulierung der Bedingungen Gl. (1)-(3) mit dem Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}_F$  auf der Strömungsseite und diskreten Knotenlasten auf der Strukturseite trägt dem Umstand Rechnung, dass die räumliche Kopplung eine Umwandlung von Drücken und Tangentialspannungen an den Fluidknoten in Einzellasten an den Strukturknoten bewerkstelligen muss. Der Erhalt der Kraft- und Momentensummen (Gl. (1) und Gl. (2)) muss von der kompletten Abfolge der dazu notwendigen Einzelschritte gewährleistet werden. Gleiches gilt für die Bedingung Gl. (3), die von einem Verfahren zum Last- und Verformungstransfer die Gleich-

heit geleisteter mechanischer Arbeiten bei jeder virtuellen Verformung der Struktur fordert. Durch diese sehr weit gefasste Forderung wird sichergestellt, dass eine konservative Übertragung der Arbeit für jede tatsächlich stattfindende Verschiebung erfüllt ist. Da in diese Bedingung die Kräfte und Verformungen gemeinsam eingehen, erfordert ihre Umsetzung eine Abstimmung der jeweiligen Transfermethoden.

Die Kopplungsbedingungen Gl. (1)-(3) stellen physikalisch notwendige Kriterien für einen sinnvollen Informationsaustausch zwischen den Teilfeldern dar. Zusätzlich sollte der Datentransfer immer lokal erfolgen, d. h. der Austausch von Kräften und Verformungen nur zwischen benachbarten Fluid- und Strukturknoten stattfinden. Gerade für Anwendungen auf Probleme der Aeroelastik bei transsonischen Anströmgeschwindigkeiten müssen jedoch noch weitreichendere Anforderungen an die Methode der räumlichen Kopplung gestellt werden. Der Grund dafür sind mögliche Unstetigkeiten in den Druckverteilungen, die von den an die Struktur übertragenen Lasten erfasst werden müssen. Zusätzlich besteht eine starke Abhängigkeit einer transsonischen Strömung von der Kontur und der Qualität der verformten Oberfläche. Daher sollten folgende, zusätzlichen Bedingungen erfüllt werden:

#### Lasttransfer:

- » Auch bei starken Unterschieden der Netzfeinheit auf Strömungs- und Strukturseite sollte gewährleistet sein, dass alle Oberflächenknoten auf beiden Seiten bei der Übertragung der aerodynamischen Lasten berücksichtigt werden.
- » Bei einem vereinfachten Strukturmodell, dessen Oberfläche nicht mit der CFD-Oberfläche zusammenfällt, muss die Übertragung der Lasten den Kraftfluss im Inneren der realen Struktur berücksichtigen (z. B. Rippen, die die aerodynamischen Lasten von der Flügelhaut auf den Flügelholm übertragen).

#### Verformungstransfer:

- » Starrkörperbewegungen der Struktur müssen korrekt auf die Kopplungsfläche des CFD-Netzes übertragen werden. Dies ist insbesondere für die aeroelastische Simulation freifliegender Körper wichtig.
- » Bei glatten Strukturverformungen darf die Übertragung nicht zu künstlichen Knicken und Sprüngen in der CFD-Oberfläche führen. Gefährdet sind vor allem Bereiche, in denen die Zuordnung zwischen Oberflächenknoten des Struktur- und des Strömungsnetzes nicht eindeutig ist.

- » Bei vereinfachten Strukturmodellen, deren Oberfläche nicht mit der CFD-Oberfläche zusammenfällt, muss der Datentransfer eine dem mechanischen Verhalten der realen Struktur entsprechende Übertragung der Verformungen gewährleisten.

Die dargestellten Zusammenhänge sind unabhängig davon gültig, welche Komplexität eines mit einem Strömungslöser zu koppelndes Strukturmodell aufweist. In der vorliegenden Arbeit soll jedoch nur die Modellierung von Flugzeugstrukturen mit Tragwerken aus Balkenelementen betrachtet werden (s. BILD 1).

Grundlage der in dieser Arbeit gewählten Methode zum Last- und Verformungstransfer ist die Übertragung von aerodynamischen Einzelkräften an CFD-Oberflächenknoten auf nächstliegende Strukturknoten und die Verwendung der Verschiebungsinformationen der nächstliegenden Strukturknoten zur Bestimmung der Verschiebung des CFD-Oberflächenknotens. Dazu müssen die vom Strömungslöser ermittelten Drücke und Tangentialspannungen auf der Körperoberfläche zunächst in konsistente Einzelkräfte an den Oberflächenknoten des CFD-Netzes umgerechnet werden. Unabhängig vom verwendeten Strukturmodell besteht dann die Aufgabe des Last- und Verformungstrfers in der Projektion einzelner Oberflächenpunkte auf das jeweils nächste Element der Strukturdiskretisierung. Die Formfunktionen der Strukturelemente werden dann für die Interpolation der Lasten und Verformungen verwendet.

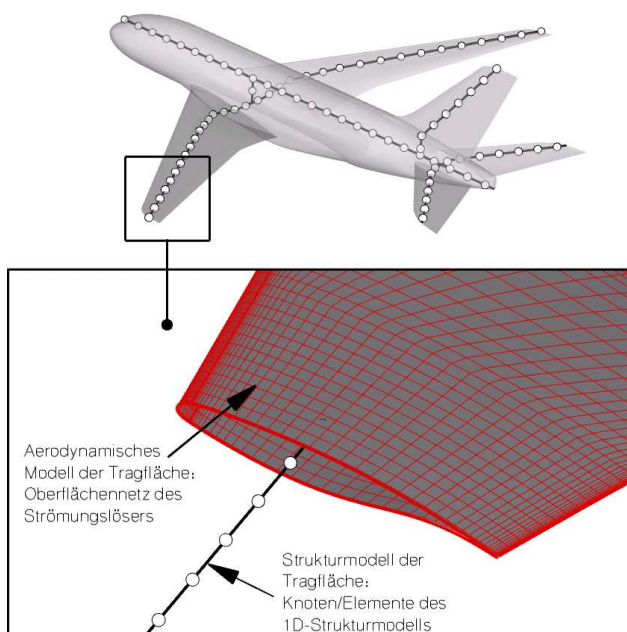


BILD 1: Numerische Modellierung einer Flugzeugstruktur mit Hilfe eines Tragwerks aus quasi-eindimensionalen Strukturelementen.

Dieser Ansatz garantiert die geforderte Lokalität des Datentransfers. Er bietet den Vorteil, dass für jeden CFD-Oberflächenknoten eine eigene Transfermatrix für Lasten und Verformungen direkt ermittelt werden kann. Die Lösung großer und eventuell schlecht konditionierter Gleichungssysteme zur Bestimmung globaler Transfermatrizen ist somit nicht erforderlich. Die individuelle Betrachtung einzelner Oberflächenpunkte bei der beschriebenen Vorgehensweise macht die Berücksichtigung einer Gitterlogik der CFD-Oberfläche beim Datentransfer unnötig und erlaubt eine klare Schnittstellendefinition zwischen Strömungs- und Strukturlöser. Damit wird die in dieser Arbeit angestrebte Modularität des aeroelastischen Gesamtverfahrens im Hinblick auf die Austauschbarkeit der Teilfeldlöser unterstützt.

### 2.1.1 Umwandlung aerodynamischer Flächenlasten in konsistente Kräfte an CFD-Oberflächenknoten

Der erste Schritt der Lastübertragung auf das Strukturmodell besteht bei der hier beschriebenen Methode in der Umrechnung der vom Strömungslöser bereitgestellten, aerodynamischen Flächenlasten in diskrete Kräfte  $\mathbf{F}_i$  an den CFD-Oberflächenknoten. Diese Umrechnung unterliegt dabei genau wie der gesamte Last- und Verformungstransfer der Bedingung, dass die Einzelkräfte bei einer Verschiebung der Oberfläche gleiche Arbeit leisten wie die Flächenlast und darüber hinaus hinsichtlich resultierender Kräfte und Momente äquivalent sind. Der in dieser Arbeit verwendete Ansatz wird in BILD 2 schematisch dargestellt.

In Anlehnung an eine lineare Rekonstruktion von Zustandsgrößen in Finite-Volumen Verfahren von räumlich zweiter Ordnung wird die Flächenlast  $q$  über einer CFD-Zellfläche auf dem Kopplungsrand mit Hilfe linearer FE-Formfunktionen  $h_i$  gemäß

$$(4) \quad q(r, s) = \sum_i h_i(r, s) q_i \quad -1 < r, s < 1$$

approximiert.  $q_i$  bezeichnet die aus lokalen Druck- und Reibungsbeiwerten ermittelten Spannungsvektoren an den  $i$  Knoten der betrachteten Zellfläche. Mit den gleichen Formfunktionen werden auch die Zellfläche und ihre räumliche Verschiebung  $u$ , interpoliert aus den Koordinaten  $x_i$  bzw. den Verschiebungen  $u_i$  der Knoten, über  $(r, s)$  parametrisiert.

Die Arbeit der aerodynamischen Flächenlast  $\delta W_{aero}$  bei einer virtuellen Verschiebung der betrachteten Zellfläche errechnet sich aus dem Oberflächenintegral des Skalarproduktes aus lokalem Spannungsvektor  $q$  und der Verschiebung  $\delta u$

$$(5) \quad \delta W_{aero} = \int_A q \delta u \, dA$$

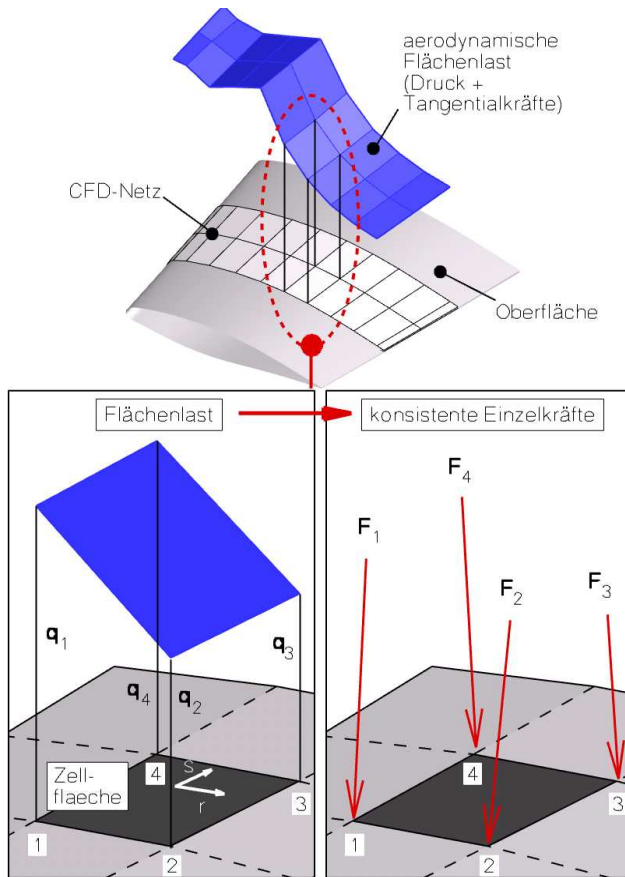


BILD 2: Umwandlung der aus Druck- und Tangentialspannungsanteilen resultierenden aerodynamischen Flächenlast in konsistente Kräfte  $F_i$  an den Knoten des CFD-Oberflächennetzes.

Aufgrund der zur Verfügung stehenden Parameterdarstellung der Zellfläche  $x = f(r, s)$  kann das Oberflächenintegral in ein Gebietsintegral über  $r$  und  $s$  überführt werden.

Die Forderung nach Gleichheit der geleisteten Arbeit der Flächenlast ( $\delta W_{aero}$ ) und der ermittelten Einzelkräfte ( $\delta W_F$ ) bei einer virtuellen Verschiebung  $\delta \mathbf{u}_i$  der Knoten führt zu einer Berechnungsvorschrift für die konsistenten Knotenkräfte  $\mathbf{F}_i$  gemäß

(6)

$$\mathbf{F}_i = \int_r \int_s h_i(r, s) \left[ \sum_j h_j(r, s) \mathbf{q}_j \right] \|\mathbf{t}_1 \wedge \mathbf{t}_2\| dr ds$$

wobei  $\mathbf{t}_1$  und  $\mathbf{t}_2$  die Tangentialvektoren an der Zellfläche darstellen.

Die konsistenten Knotenkräfte werden für alle Zellflächen einzeln berechnet und die jeweiligen Beiträge an den CFD-Oberflächenknoten aufsummiert. Damit stehen Einzelkräfte für die Projektion auf die Knoten der Strukturdiskretisierung zur Verfügung.

## 2.1.2 Last- und Verformungstransfer für Balkenmodelle

Die Modellierung einer Flugzeugstruktur mit Hilfe quasi-eindimensionaler Strukturidealisationen erlaubt die Berücksichtigung des elastischen Verhaltens in aeroelastischen Simulationen mit sehr geringem numerischen Aufwand. Zum Einsatz kommen solche Modelle mit geringer Komplexität vornehmlich dann, wenn nicht die Untersuchung lokaler Spannungseffekte im Mittelpunkt einer aeroelastischen Berechnung steht, sondern primäres Ziel die Erfassung der Rückwirkung der Strukturverformung auf die Aerodynamik ist.

Für die Formulierung eines geeigneten Last- und Verformungstransfers zur Kopplung eines dreidimensionalen Strömungslösers mit quasi-eindimensionalen Strukturmodellen müssen zwei Bereiche unterschieden werden.

Außerhalb von Lastumleitungszonen wird ein an das physikalische Kraftübertragungs- und Verformungsverhalten angepasster Transferalgorithmus formuliert, der in der unverformten Bezugsconfiguration zur Balkenachse senkrecht stehende materielle Querschnitte als starre Scheiben auffasst.

Innerhalb von Lastumleitungszonen, in denen die Verformungen klein und die Auswirkungen auf die Aerodynamik gering sind, ist die Forderung nach Glattheit der CFD-Oberfläche wichtiger als Argumente des tatsächlichen Kraftflusses in der Struktur. Da sich in diesen Bereichen das Balkenmodell verzweigt und eine eindeutige, physikalische Zuordnung von Oberflächenpunkten zu einer Balkenachse nicht möglich ist, wird ein Interpolationsalgorithmus zur Übertragung von Lasten und Verformungen angewendet, der einen Kompromiss zwischen tatsächlichem, inneren Kraftfluss in der Struktur und geometrischen Aspekten, wie z. B. der Glattheit und Stetigkeit der verformten CFD-Oberfläche, darstellt.

Im folgenden wird der Datentransfer für Balkentragwerke schrittweise dargestellt.

### Aufteilung in Strukturkomponenten

Um eine geometrisch sinnvolle Zuordnung der CFD-Oberflächenpunkte zu den Elementen des Strukturmodells zu gewährleisten, ist eine Aufteilung der aerodynamischen Oberfläche und des Balkenmodells in die strukturellen Komponenten des Flugzeugs notwendig. Wie in BILD 3 dargestellt ist, werden dazu zunächst alle CFD-Oberflächenpunkte mit einer dem Oberflächentyp (Flügel, Rumpf, Klappe usw.) entsprechenden Markierung versehen. Das Strukturmodell wird in Elementgruppen aufgeteilt, welche jeweils eine geradlinige Gruppierung von Strukturelementen umfassen. Die so definierten Elementgruppen werden einem Oberflächentyp zugeordnet, wobei mehrere Elementgruppen mit dem gleichen Oberflächentyp verbunden werden können. Teile der Struktur, die



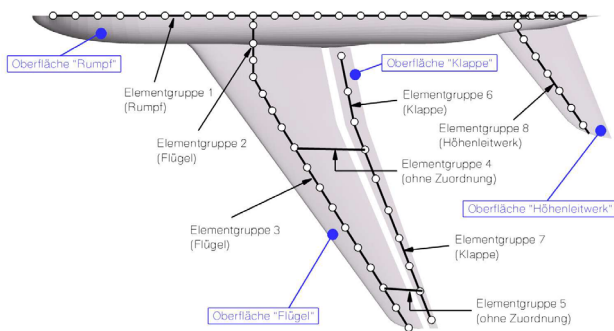


BILD 3: Aufteilung der CFD-Oberfläche und des Strukturmodells in die strukturellen Komponenten des Flugzeugs.

keinen mechanischen Kontakt zur aerodynamischen Oberfläche aufweisen, werden durch Verzicht auf eine Zuordnung explizit von der direkten Last- und Verformungsübertragung mit der Oberfläche ausgeschlossen.

### Projektion auf Balkenelemente

Grundlage eines physikalisch konsistenten Datentransfers für quasi-eindimensionale Strukturmodelle außerhalb von Lastumleitungszonen oder Verzweigungen des Balkenmodells ist die Modellvorstellung, dass Querschnitte, die im unverformten Ausgangszustand senkrecht zur lokalen Balkenachse stehen, sich während einer Strukturverformung wie starre Scheiben verhalten. Dieser Vorstellung folgend wird zunächst jeder Knoten der CFD-Oberfläche in der unverformten Bezugskonfiguration senkrecht auf die durch die finiten Elemente des Balkenmodells repräsentierte Balkenachse projiziert und die natürliche Elementkoordinate  $r_L$  des Lotpunktes bestimmt.

Der erste Schritt des Lasttransfers liegt nun in der Umrechnung der Oberflächenkraft  $\mathbf{F}$  in eine äquivalente Kraft-Momentengruppe ( $\mathbf{F}_L$ ,  $\mathbf{M}_L$ ) auf der Balkenachse. Die weitere Umwandlung dieser i. a. zwischen den FE-Knoten angreifenden Lasten in konsistente Lasten an den FE-Knoten gelingt unter Verwendung der Formfunktionen des Balkenelementes, was eine übliche Vorgehensweise im Rahmen von FE-Verfahren darstellt. Dazu werden die Formfunktionen für die natürliche Elementkoordinate  $r_L$  des Lotpunktes ausgewertet und zur Gewichtung der projizierten Lasten verwendet.

Nach erfolgter Strukturlösung wird die Verformung des Balkenmodells auf die CFD-Oberflächenknoten übertragen. Zunächst wird dazu die FE-Lösung mit Hilfe der Formfunktionen von den Elementknoten auf den Lotpunkt interpoliert. Entsprechend der Annahme starrer Querschnitte wird die Verschiebung des CFD-Oberflächenknotens mit Hilfe der am Lotpunkt ermittelten Verschiebung und Verdrehung berechnet. Der beschriebene Transfer der Lasten und Verformungen zwischen einem CFD-Oberflächenknoten

und den Knoten eines einzelnen Strukturelementes kann unter Verwendung einer Transfermatrix  $\bar{\mathbf{N}}_k^T$  zusammengefasst werden durch

$$(7) \quad \mathbf{P}_k^{ele} = \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{F} \quad ; \quad \mathbf{u} = \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{U}_k^{ele}$$

$\mathbf{P}_k^{ele}$  und  $\mathbf{U}_k^{ele}$  sind die Vektoren der Knotenlasten bzw. der Knotenverschiebungen des  $k$ -ten, einem Oberflächenknoten zugeordneten Elementes.  $\mathbf{F}$  und  $\mathbf{u}$  bezeichnen die am CFD-Knoten angreifende Last bzw. dessen Verschiebung.

### Interpolation bei Knicken/Verzweigungen des Balkenmodells

In Verzweigungsbereichen wird die Zuordnung eines Oberflächenknotens zu einem einzelnen Strukturelement, z. B. durch die Bedingung des kürzesten Abstandes, problematisch. Einerseits, weil damit der innere Kraftfluss in der realen Struktur nicht korrekt modelliert würde. Andererseits, weil es zu Sprüngen in der CFD-Oberfläche nach dem Verformungstransfer führen würde. Gerade bei einer transsonischen Anströmung eines Tragflügels haben jedoch schon leichte, unphysikalische Unebenheiten einen nicht akzeptablen Einfluss auf die Strömungslösung. Um in den Verzweigungsbereichen eine unphysikalische Projektion der aerodynamischen Last auf nur einen Lotpunkt zu verhindern und die Glattheit der Oberfläche nach dem Transfer der Verformungen sicher zu stellen, wird deshalb eine Interpolation der Einflüsse mehrerer Lotpunkte notwendig. Die Interpolationsfaktoren berücksichtigen sowohl die Zuordnung eines CFD-Oberflächenknotens zu einem Oberflächentyp als auch die Abstände zu den unterschiedlichen Lotpunkten. Durch Anwendung der Interpolation, welche aus Gründen der Einhaltung der Kopplungsbedingungen Gl. (1)-(3) sowohl bei der Verformungs- als auch bei der Lastprojektion berücksichtigt werden muss, ergeben sich gewichtete Transfermatrizen  $\mathbf{N}_k$ .

$$(8) \quad \mathbf{N}_k = w_{G,k} \cdot \bar{\mathbf{N}}_k$$

Details der Interpolation sind [5] zu entnehmen.

### Überlagerung der Transfermatrizen

Nach Überlagerung der einzelnen Transfermatrizen  $\mathbf{N}_k$  zu einer Gesamtmatrix  $\mathbf{N}$  ergibt sich der Last- und Verformungstransfer zwischen einem CFD-Oberflächenknoten und dem gesamten Strukturmodell zu

$$(9) \quad \mathbf{P}^{glob} = \mathbf{N}^T \mathbf{F} \quad ; \quad \mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{U}^{glob}$$

wobei  $\mathbf{P}^{glob}$  und  $\mathbf{U}^{glob}$  den globalen Last- bzw. Verschiebungsvektor des FE-Modells bezeichnen.

Die beschriebene Vorgehensweise wird auf jeden Oberflächenknoten einzeln angewandt und erfüllt dabei die Bedingungen eines konservativen Last- und Verformungstransfers (Gl. (1)-(3)). Die Ein-

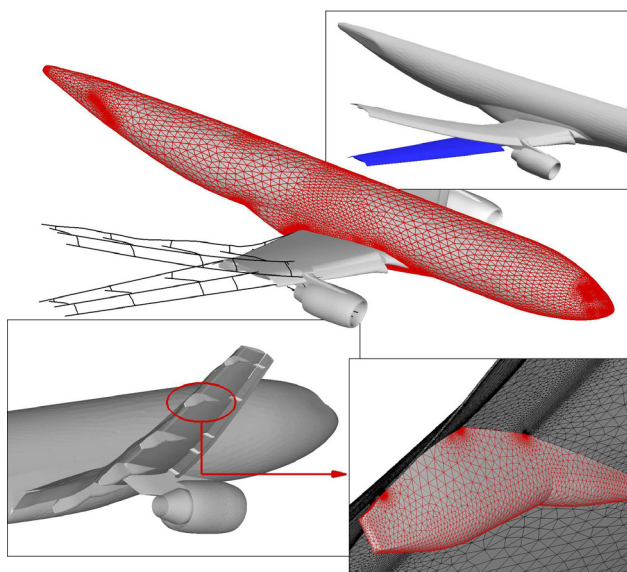


BILD 4: Verformungstransfer zwischen einem als Balkentragwerk aufgebauten Strukturmodell und der Oberfläche einer komplexen Flugzeugkonfiguration.

träge der Transfermatrix  $\mathbf{N}$  sind explizit und ohne die Lösung von Gleichungssystemen zu bestimmen. Durch die Verwendung der Gewichtungsfaktoren wird die geforderte Glattheit der verformten CFD-Oberfläche bei gleichzeitiger Einhaltung der Lokalität des Last- und Verformungstrfers auch bei komplexen Konfigurationen gewährleistet.

Ein Beispiel für die Anwendung der Methode auf eine vollständige Flugzeugkonfiguration zeigt BILD 4. Die dargestellte Oberfläche weist neben Vorflügeln, Hinterkantenklappen, Pylon und Triebwerk auch die aerodynamischen Verkleidungen der Verstellmechanik der Hochauftriebshilfen (*flap track fairings* und *slat track fairings*) auf. Die Anzahl und die Größenunterschiede der Oberflächendetails stellen eine Herausforderung an den Verformungstransfer dar. Im vorliegenden Beispiel wird die Oberfläche durch Dreiecke diskretisiert. Aufgrund des punktbasierten Ansatzes hat dies jedoch keinen Einfluss auf die Verwendung des hier vorgestellten Transferalgorithmus.

## 2.2 Verfahren der zeitlichen Kopplung

In partitionierten Verfahren werden die Teilfeldlöser abwechselnd aufgerufen, um nach der Übertragung der Austauschgrößen am Kopplungsrand eine bestimmte Anzahl von Lösungsschritten durchzuführen. An dieser Stelle soll nur ein kurzer Überblick über die möglichen und im ACM [5] implementierten Kopplungsschemata gegeben werden.

Die Abfolge der Löseraufrufe, d. h. die zeitliche Synchronisation der Einzelverfahren, hat einen entscheidenden Einfluss auf die Genauigkeit und Effizienz des

gekoppelten Verfahrens und hängt davon ab, welche Zeitintegrationsschemata in den Teilfeldlösern Verwendung finden. Häufig werden auf beiden Seiten implizite Schemata angewandt. Dann setzt eine konsistente Datenübertragung eine synchrone Lösung der Gleichungen auf Strömungs- und Strukturseite einschließlich der diskreten Kopplungsrandbedingungen voraus. Partitionierte Verfahren, die diese synchrone Lösung aller Gleichungen gewährleisten, werden als stark gekoppelt bezeichnet. Sie benötigen effiziente, iterative Lösungsalgorithmen für die gekoppelten Gleichungssysteme.

Die iterative, stark gekoppelte Lösung impliziert mehrfache Löseraufrufe innerhalb desselben physikalischen Zeitschritts. Für geometrisch komplexe Probleme mit einer großen Anzahl an Netzknoten führt dies oft zu inakzeptabel langen Rechenzeiten. Eine Möglichkeit besteht dann in der Verwendung loser Kopplungsalgorithmen, bei denen prinzipiell jeder Löser innerhalb eines physikalischen Zeitschrittes nur einmal aufgerufen wird. Aufgrund des sequentiellen Aufrufs von Strömungs- und Strukturlöser werden diese Verfahren auch als gestaffelt (*staggered*) bezeichnet [7]. Da der Datentransfer bei lose gekoppelten Verfahren mit einem Zeitversatz von einem Zeitschritt stattfindet, wird dabei ein sich akkumulierender Phasenfehler in Kauf genommen. Dies führt zur Reduktion der Ordnung des aeroelastischen Gesamtverfahrens und verringert die mögliche Zeitschrittweite trotz implizit formulierter Einzellöser erheblich. Vor dem Datenaustausch durchgeführte Prädiktionsschritte mit an die Zeitintegrationsverfahren der Teilfeldlöser angepassten Extrapolationsmethoden können allerdings zu einer deutlichen Verbesserung der Stabilitäts- und Genauigkeitseigenschaften führen und bieten somit eine oft geeignete Alternative zu stark gekoppelten Algorithmen [8].

Die Staffelung der Löseraufrufe wird auch davon bestimmt, ob statische oder dynamische Probleme der Fluid-Struktur-Wechselwirkung betrachtet werden. Für statische Berechnungen entspricht die Staffelung der einfachsten losen Kopplung für dynamische Probleme ergänzt durch Relaxationsmethoden zur Konvergenzbeschleunigung.

## 3 DAS “AEROELASTIC COUPLING MODULE”

Ein Ziel dieser Arbeit ist, das aeroelastische Verfahren *SOFIA* modular zu gestalten. Dies bedeutet, dass die im Sinne eines partitionierten Ansatzes gekoppelten Lösungsverfahren für die Gas- und die Strukturdynamik mit geringem Programmieraufwand austauschbar sein sollen. Hintergrund dieses Bestrebens ist, dass neben dem strukturierten Verfahren *FLOWer* auch unstrukturierte Löser wie *QUADFLOW* [9] oder *TAU* in *SOFIA* eingebunden werden sollen. Darüber hinaus soll eine hohe Flexibilität

hinsichtlich des Einsatzes unterschiedlicher Strukturlöser erreicht werden.

Zum Zweck des modularen Aufbaus von *SOFIA* ist das *Aeroelastic Coupling Module (ACM)* konzipiert worden, welches als Programmmodul zwischen die zu koppelnden Strömungs- und Strukturlöser eingebracht wird. Das *ACM* koordiniert die Funktionen des räumlichen und zeitlichen Datentransfers und kommuniziert dabei mit den Teilfeldlösern über sehr allgemein gehaltene Schnittstellen. Die in den beiden vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Verfahren zur räumlichen und zeitlichen Kopplung sind dazu bewusst so gewählt worden, dass sich der Informationstransfer mit einem Minimum an übertragenen Daten bewerkstelligen lässt und gleichzeitig für unterschiedliche Teilfeldlöser allgemein gültig ist.

Das *ACM* liegt als Routinenbibliothek vor. Ist der Quellcode der Teilfeldlöser vorhanden, können die Aufrufe auf Programmlevel erfolgen und *SOFIA* kann als ein einheitliches ausführbares Programm compiliert werden. Alternativ ist eine Skript-basierte Ansteuerung möglich, wobei Strömungslöser, Strukturlöser und *ACM* als eigenständige Programmkomponenten gehandhabt werden.

## 4 VALIDIERUNG UND ANWENDUNG

Für die in diesem Abschnitt beschriebenen Ergebnisse wurde das aeroelastische Verfahren *SOFIA* mittels des *Aeroelastic Coupling Module* aus dem strukturierten Navier-Stokes-Löser *FLOWer* und dem linearen Finite-Elemente-Verfahren *FEAFA* [5] aufgebaut. Dabei wird zur Strukturmodellierung ein auf der Timoshenko-Theorie basierendes Balkenelement angewendet. Es erlaubt gerade bei Tragflügeln großer Streckung eine zuverlässige Erfassung des elastischen Verhaltens und hat u. a. den Vorteil eines sehr geringen Rechenzeitbedarfs.

### 4.1 Statische Validierung

Das aeroelastische Verfahren wurde im Rahmen des EU-geförderten Projektes *HiReTT* eingesetzt, um das Ausmaß der Verformung eines Modells in transsonischen Kryowindkanalversuchen bei hohen Kanaldrücken zu untersuchen. Trotz nahezu massiver Stahlausführung des Modells führen die in den Experimenten auftretenden Tragflügelbelastungen zu signifikanten Verformungen. Optische Messverfahren und die numerischen Berechnungen ermittelten in sehr guter Übereinstimmung deformationsbedingte Änderungen des lokalen Profilanstellwinkels von bis zu  $3^\circ$ .

Die Rückwirkungen auf die Umströmung des Modellflügels und die aerodynamischen Beiwerte konnten in der numerischen Simulation durch Vergleich

$Ma=0.85$ ,  $Re=32.5 \text{ Mio.}$ ,  $q/E=0.5747 \cdot 10^{-6}$

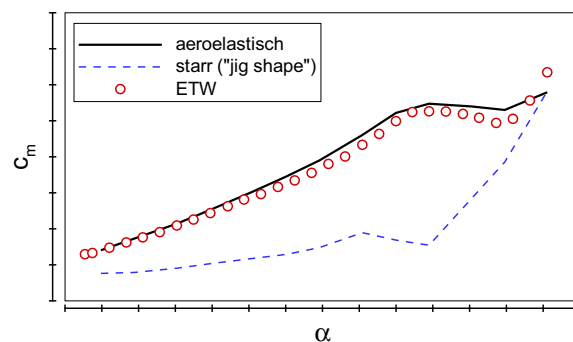


BILD 5: Nickmomentenbeiwert  $c_m$  über dem Anstellwinkel  $\alpha$ . Neben den Ergebnissen der aeroelastischen Simulation und den exp. Werten aus den ETW-Versuchen sind ungekoppelte CFD-Lösungen für die unverformte Konfiguration (*jig shape*) dargestellt.

mit Berechnungsergebnissen für den als starr angenommen Flügel vom reinen Einfluss der aerodynamischen Parameter separiert werden. Dabei konnte festgestellt werden, dass die Modellverformung neben einem großen Einfluss auf die Steigungen der

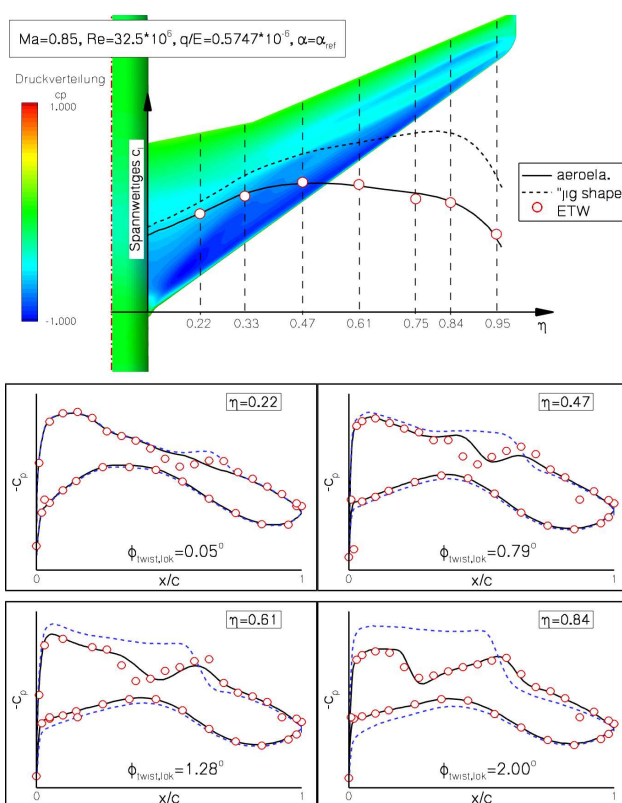


BILD 6: Last- und Druckverteilungen für die Anströmbedingungen des Referenzfalls bei  $Ma=0.85$ ,  $Re=32.5 \cdot 10^6$ ,  $q/E=0.5747 \cdot 10^{-6}$  und  $\alpha=\alpha_{ref}$  für die unverformte und die aeroelastische Konfiguration im Vergleich zu experimentellen Daten (ETW).



Kurven des Auftriebs über dem Anstellwinkel auch einen deutlichen Einfluss auf den qualitativen Verlauf der Nickmomentenbeiwerte hat (s. BILD 5). Dies ist darauf zurückzuführen, dass die durch die Flügelverformung verursachte Veränderung der Verteilung des lokalen Profilanstellwinkels die Strömungsablösung verzögert.

Ein wichtiges Ergebnis der mit *SOFIA* im Rahmen von *HiReTT* durchgeführten Berechnungen ist, dass sich die gemessenen Druckverteilungen am Tragflügel gerade bei Auftreten von Verdichtungsstößen ohne die Berücksichtigung der zugrundeliegenden Modelldeformation nicht interpretieren lassen (s. BILD 6). Die Kopplung eines Strömungslösers mit einem reduzierten Strukturmodell erlaubt bei nur geringer Erhöhung des Rechenzeitbedarfs die zuverlässige Erfassung aeroelastischer Effekte und eine genaue Vorhersage der Druckverteilungen und der globalen Beiwerte.

## 4.2 Dynamische Validierung

Die Validierung von *SOFIA* für dynamische, aeroelastische Anwendungen im niedrigen Unterschall wurde anhand eines im Rahmen des SFB 401 entwickelten, positiv gepfeilten Modellflügels durchgeführt. Dieses Windkanalmodell war bei Anströmgeschwindigkeiten bis 75m/s im *DNW*-Niedergeschwindigkeitskanal *LST* getestet worden [10]. Der Aufbau des Flügels mit Hauptholm und parallel zur Anströmung ausgerichteten Rippen wird im numerischen Modell durch Balkenelemente nachempfunden. Dies ist ein geeigne-

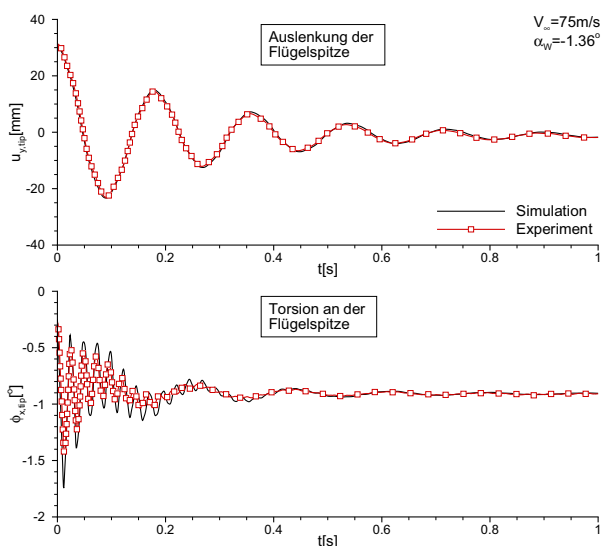


BILD 7: Zeitverläufe der Verschiebung  $u_{y,tip}$  (oben) und der Torsion  $\phi_{x,tip}$  (unten) der Flügelspitze während eines Ausschwingversuchs bei  $V_\infty=75\text{m/s}$ . Simulationsergebnisse sind den exp. Daten (Symbole) gegenüber gestellt.

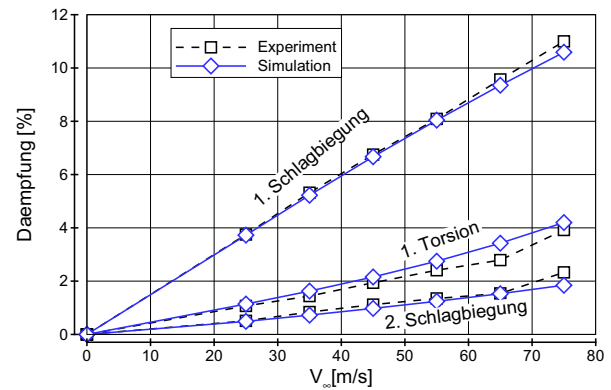


BILD 8: Aus numerisch und experimentell bestimmten Ausschwingverläufen ermittelte modale Dämpfungsmaße für die erste und zweite Biegeeigenform und die erste Torsionseigenform des gepfeilten Modellflügels.

ter Testfall für die entwickelte Methode zum Last- und Verformungstransfer zwischen einem Strömungslöser und einem als Balkentragwerk aufgebauten Strukturmodell.

Ein Teil der Experimente umfasste die Untersuchung des Schwingungsverhaltens des Flügels bei unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten. Die Schwingungen wurden durch das Entfernen einer Fadenlast initiiert. Für einen Ausschwingversuch bei  $V_\infty=75\text{m/s}$  sind in BILD 7 die Zeitverläufe für die Verschiebung und die Torsion der Flügelspitze aus der numerischen Simulation mit *SOFIA* und aus der Messung gegenüber gestellt. Der Vergleich zeigt, dass das Schwingungsverhalten mit guter Zuverlässigkeit numerisch nachvollzogen werden kann. Dies wird auch durch den Vergleich der aus Simulationsergebnissen und Experimenten ermittelten modalen Dämpfungsmaße bestätigt, welche in BILD 8 für die ersten zwei Biegungsdominierten und die erste Torsionsdominierte Eigenform über der Anströmgeschwindigkeit aufgetragen sind. Lediglich hinsichtlich der Torsionsschwingung gibt es mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit gewisse Diskrepanzen.

## 4.3 Anwendung im HIRENASD-Projekt

Nach umfangreicher Validierung sowohl für subsonische als auch transsonische Aeroelastik wurde *SO-FIA* zur Auslegung und Analyse des *HIRENASD*-Windkanalmodells [11] für schallnahe, aerostrukturdynamische Experimente im *ETW* angewendet. Dazu wurden zunächst unterschiedliche Strömungsnetze und Strukturmodellierungen in den Berechnungen eingesetzt und die Ergebnisse verglichen. Dabei wurde nachgewiesen, dass für den Zweck der Auslegungsrechnungen die Vernachlässigung des aerodynamischen Einflusses des Rumpfes und ein Balkenmodell als Strukturidealisation zulässig sind.

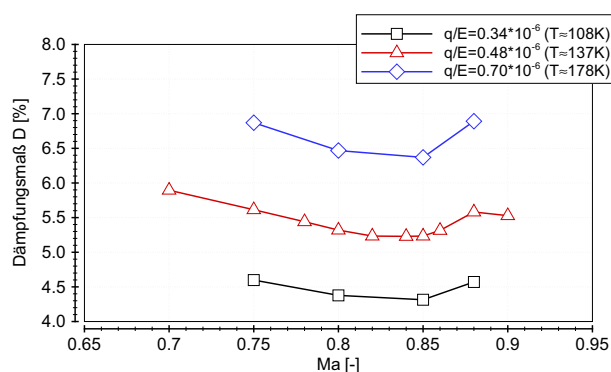


BILD 9: Einfluss der Machzahl  $Ma$  und des Belastungsmaßes  $q/E$  auf die modale Dämpfung der ersten Biegeeigenform des HIRENASD-Modellflügels ( $Re=35.0 \cdot 10^6$ ,  $\alpha=0.0^\circ$ ).

Da für das geplante Windkanalmodell noch keine experimentellen Daten zur Verfügung standen, umfassten die numerischen Voruntersuchungen die für die Konstruktion und die Spannungsnachweise notwendige Bestimmung der zu erwartenden maximalen Lasten und Verformungen. Darüber hinaus wurden umfangreiche numerische Ausschwingversuche für das Windkanalmodell bei systematischer Variation der Anströmparameter Anstellwinkel, Machzahl und Kanaldruck durchgeführt, um das dynamische aeroelastische Verhalten des Flügels numerisch zu überprüfen. Ein typisches Ergebnis ist in BILD 9 dargestellt. Es zeigt die in den numerischen Ausschwingversuchen ermittelten modalen Dämpfungsmaße der ersten Biegeeigenform des Modellflügels in Abhängigkeit von der Anströmmachzahl. Die drei unterschiedlichen Linien repräsentieren die Ergebnisse bei unterschiedlichen Kanaldrücken, welche hier durch das Verhältnis aus dynamischem Druck  $q$  und temperaturabhängigem Elastizitätsmodul  $E$  des Modellwerkstoffs angegeben werden. Die lokalen Minima bei ca.  $Ma=0.83$  deuten auf ausgeprägte transsonische Effekte hin.

## 5 DANKSAGUNG

Das vorliegende Paper stellt eine Zusammenfassung meiner Dissertationsschrift [5] dar, welche mit dem AIRBUS-PREIS der Airbus Deutschland GmbH ausgezeichnet wurde. Für die Verleihung dieser Auszeichnung möchte ich mich bei der Airbus Deutschland GmbH und der Deutschen Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt - Lilienthal-Oberth e.V. herzlich bedanken.

Mein Dank gilt auch meinen Kollegen, die die Entstehung meiner Arbeit auf vielfältige Weise unterstützt haben und der DFG bzw. der EU für die finanzielle Förderung der von mir bearbeiteten Projekte.

## Literatur

- [1] SCHUSTER, D. M., LIU, D. D., HUTTSELL, L. J.: *Computational Aeroelasticity: Success, Progress, Challenge*. Journal of Aircraft, Vol. 40, No. 5, pp. 843-855, 2003
- [2] FARHAT, C., GEUZAIN, P., BROWN, G.: *Application of a three-field nonlinear fluid-structure formulation to the prediction of the aeroelastic parameters of an F-16 fighter*. Computer & Fluids, Vol. 32, pp. 3-29, 2003
- [3] DUGEAI, A.: *Aeroelastic developments in the Elsa Code and unsteady RANS applications*. Proceedings of IFASD 2005, München, 28. Juni-1. Juli 2005
- [4] REIMER, L., BRAUN, C., BALLMANN, J.: *Analysis of the Static and Dynamic Aero-Structural Response of an Elastic Swept Wing Model by Direct Aeroelastic Simulation*. Paper-No. 2006-10.3.3, Proceedings of the ICAS Congress, Hamburg, 2006
- [5] BRAUN, C.: *Ein modulares Verfahren für die numerische aeroelastische Analyse von Luftfahrzeugen*. Dissertation, Lehr- und Forschungsgebiet für Mechanik, RWTH Aachen, online verfügbar: [www.bth.rwth-aachen.de](http://www.bth.rwth-aachen.de), 2007
- [6] MASSJUNG, R.: *Numerical Schemes and Well-Posedness in Nonlinear Aeroelasticity*. Dissertation, Institut für Geometrie und praktische Mathematik (IGPM), RWTH Aachen, online verfügbar: [www.bth.rwth-aachen.de](http://www.bth.rwth-aachen.de), 2002
- [7] FARHAT, C., LESOINNE, M.: *Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems*. Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 182, pp. 499-515, 2000
- [8] PIPERNO, S., FARHAT, C.: *Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems – Part II: energy transfer analysis and three-dimensional applications*. Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 190, pp. 3147-3170, 2001
- [9] BRAMKAMP, F., LAMBY, PH., MÜLLER, S.: *An adaptive multiscale finite volume solver for unsteady and steady state flow computations*. Journal of Computational Physics, Vol. 197, pp. 460-490, 2004
- [10] KÄMPCHEN, M., DAFNIS, A., REIMERDES, H.-G.: *Aero-Structural Response of a Flexible Swept Wind Tunnel Wing Model in Subsonic Flow*. Proceedings of IFASD 2003, Amsterdam, Niederlanden, 4.-6. Juni 2003
- [11] BALLMANN, J., DAFNIS, A., BRAUN, C., KORSCH, H., REIMERDES, H.-G., OLIVIER, H.: *The HIRENASD Project: High Reynolds Number Aerostructural Dynamics Experiments in the European Transonic Wind Tunnel (ETW)*. Paper-No. 2006-5.11.2, Proceedings of the ICAS Congress, Hamburg, 2006