

## Memo

AERO\_M\_Propellerwirkungsgrad\_20-04-22.pdf

Datum: 2020-04-22

Update: 2022-04-09

### Von:

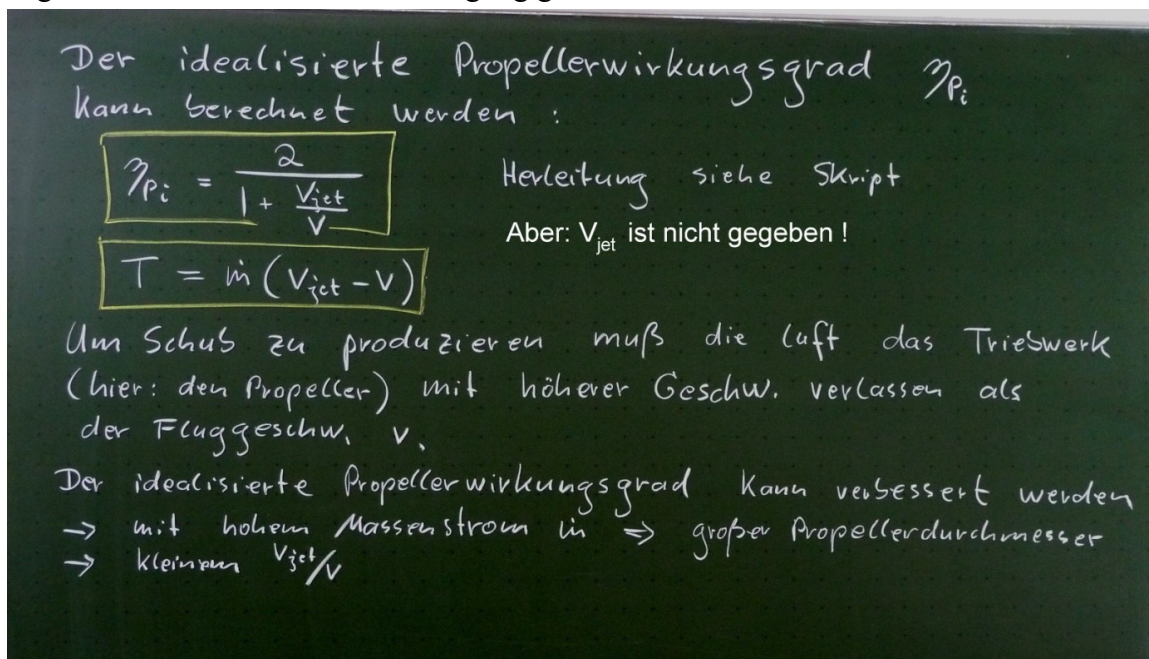
Prof. Dr. Dieter Scholz, MSME  
Aircraft Design and Systems Group (AERO)  
Department Automotive and Aeronautical Engineering  
Hamburg University of Applied Sciences  
Berliner Tor 9, 20099 Hamburg, Germany  
E-Mail: [info@ProfScholz.de](mailto:info@ProfScholz.de)

Download: <http://Reports-at-AERO.ProfScholz.de>, <https://purl.org/aero/M2020-04-22> (PDF)

---

## Der Propellerwirkungsgrad – Einfache Berechnungen

Diese Notiz zur einfachen Berechnung des Propellerwirkungsgrades baut auf der Vorlesung "Flugmechanik" (Prof. Scholz) an der HAW Hamburg auf und zeigt u.a., was dazu an der Tafel angeschrieben wurde und zur Verfügung gestellt wurde.



**Bild 1:** Der (idealisierte) Propellerwirkungsgrad berechnet aus der Impulsgleichung (Quelle: Vorlesung)

Die Herleitung des Propellerwirkungsgrades nach Bild 1 ist enthalten in Scholz 2012.

Der wirkliche Propellerwirkungsgrad wird zusätzlich zu  $\eta_p$  noch beeinflusst durch:

- Energieverluste der rotierenden Nachlauf Strömung (Drall)
- Widerstand am Propellerblatt
- Strömungsverluste, Kompressibilitätsverluste
- Versperung der Propellerströmung **blockage** durch die Triebwerks gondel **nacelle** oder den Rumpf **fuselage**.

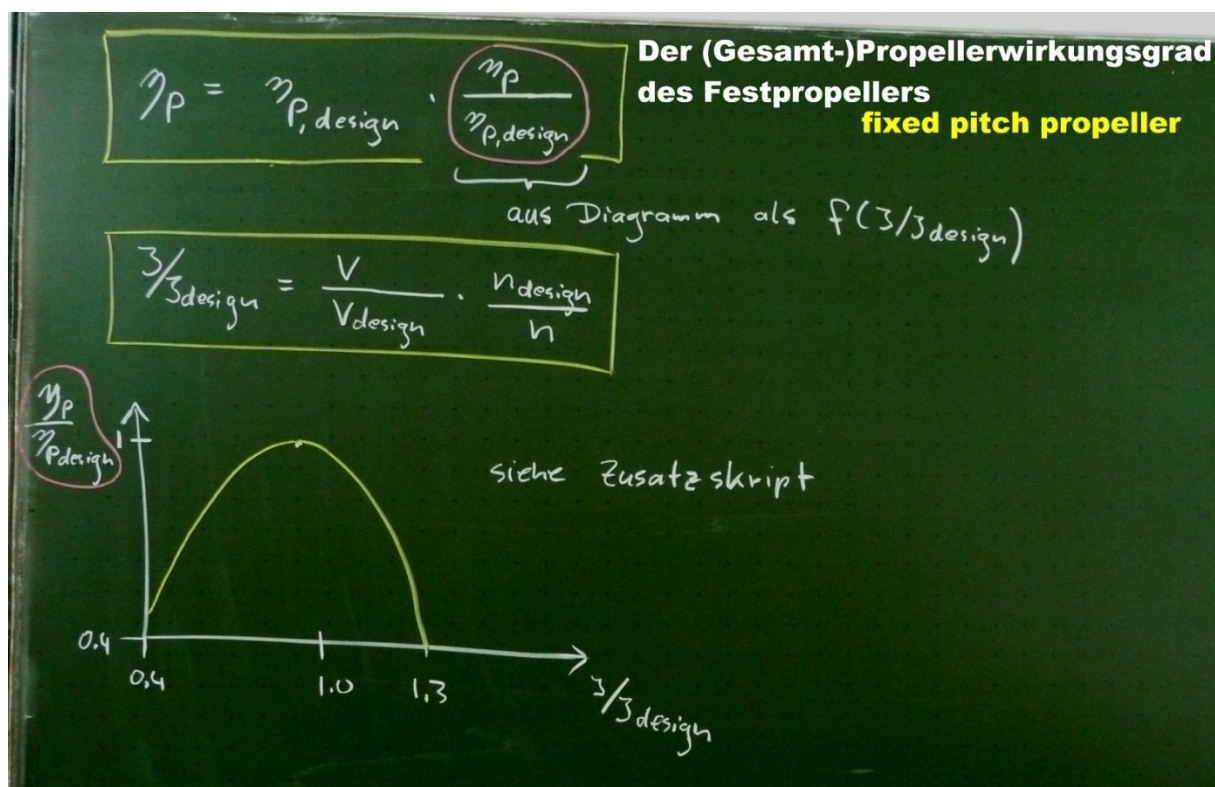
Der Propellerwirkungsgrad ist eine Funktion des Verhältnisses aus Fluggeschw. und Umfangsgeschw. der Propellerblattspitzen:

$$\frac{V}{R \cdot \omega} = \frac{V}{\frac{D}{2} \cdot 2\pi n} = \frac{V}{D\pi n} = \underbrace{\frac{V}{nD}}_J \cdot \frac{1}{\pi} = J \cdot \frac{1}{\pi}$$

also  $J = \frac{V}{n \cdot D}$  Fortschrittsgrad **advance ratio**

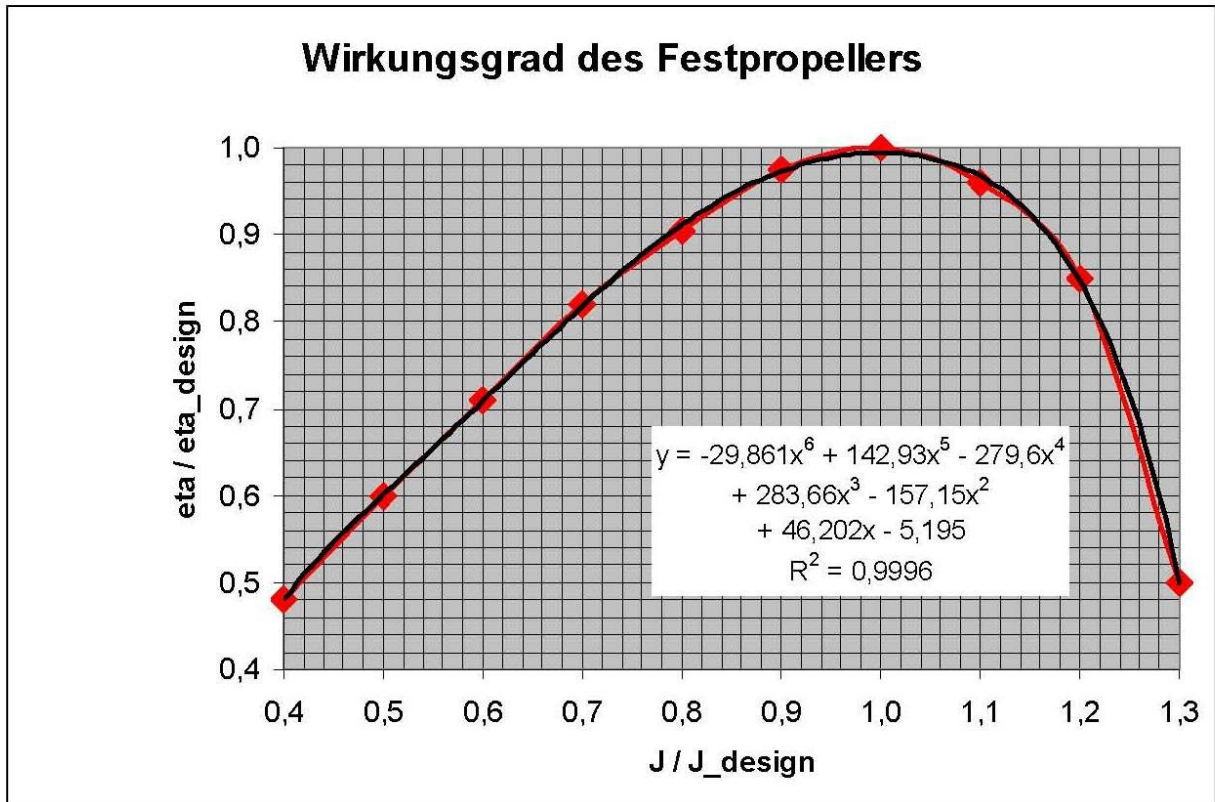
$n$ : Drehzahl  
 $D$ : Propellerdurchmesser  
 $R$ : — " — radius

**Bild 2:** Einflüsse auf den Propellerwirkungsgrad und Definition des Fortschrittsgrads (Quelle: Vorlesung)

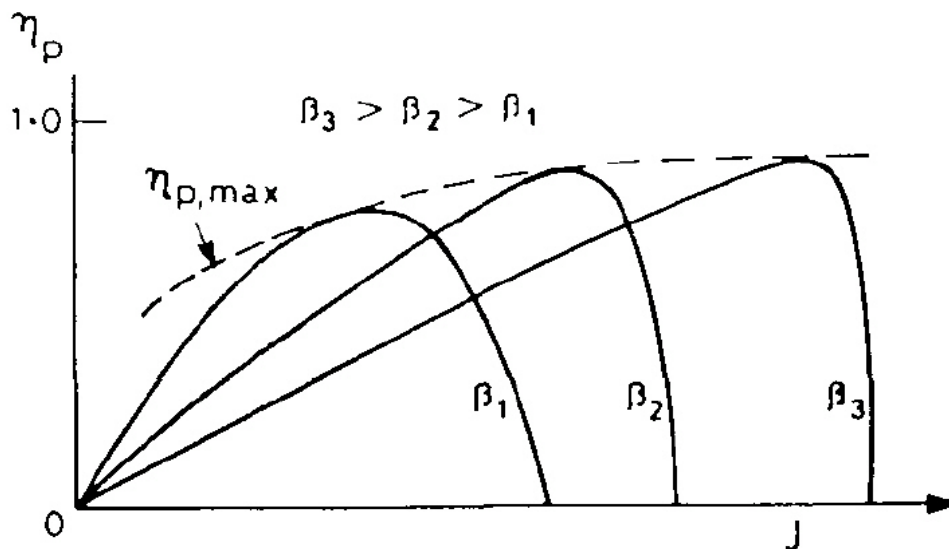


**Bild 3:** Der Wirkungsgrad des Festpropellers kann aus einem generischen Diagramm berechnet werden – hier nur qualitativ. Werte werden Bild 4 entnommen (Quelle: Vorlesung)

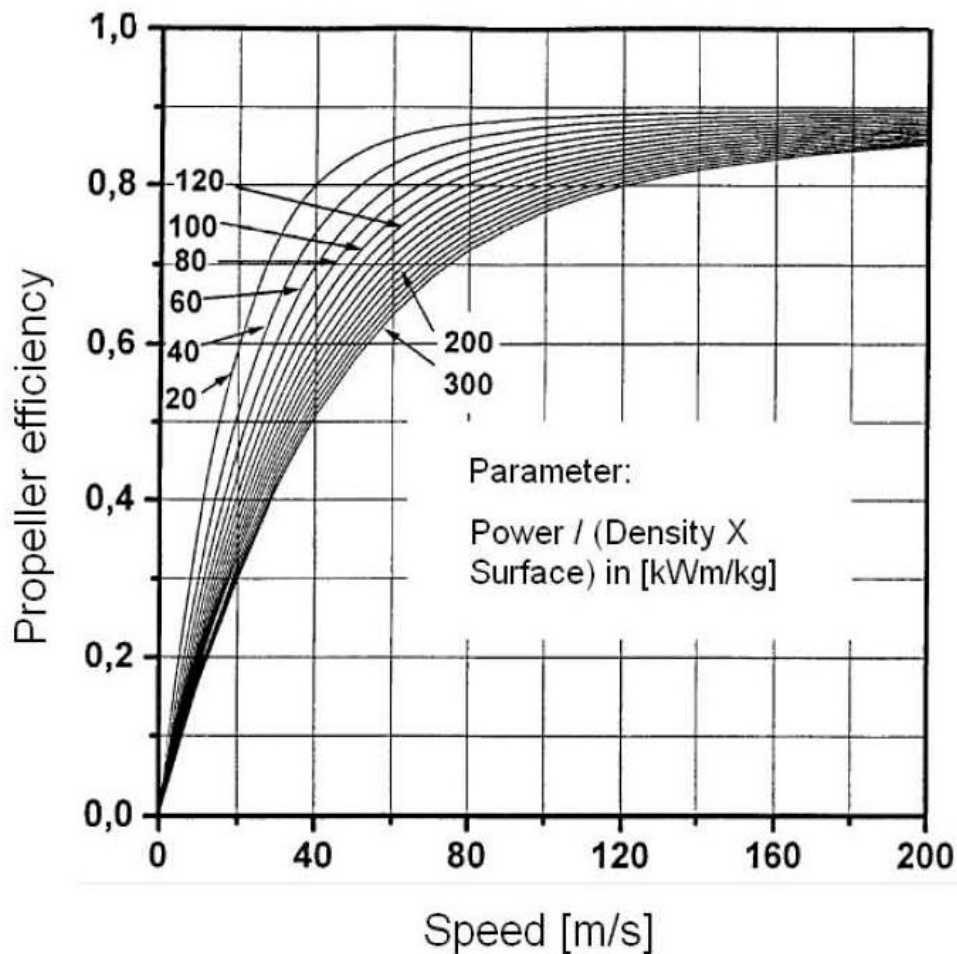




**Bild 4:** Der Wirkungsgrad des Festpropellers (generische Darstellung, siehe Bild 3) nach Werten aus der Praxis (Quelle: Vorlesung)



**Bild 5:** Der Verstellpropeller kann für jeden Fortschrittsgrad den besten Blattwinkel  $\beta$  wählen und aus vielen einzelnen Wirkungsgradkurven wie in Bild 3 und Bild 4 zu einem maximalen Propellerwirkungsgrad gelangen wie in der gestrichelten Kurve dargestellt. Die gestrichelte Kurve hat Ähnlichkeit mit den Kurven in Bild 6 (Quelle: Vorlesung)



Propeller efficiency for variable pitch propellers as a function of aircraft speed  $V$  and disc loading  $L$  (the reference surface area is the propeller disc area).

$$L = \frac{P_{TO}}{\sigma \rho_0 S_D}$$

$L$ : disc loading

$S_D$ : disc area

**Bild 6:** Der Propellerwirkungsgrad als Funktion der Scheibenbelastung (disk loading). Quelle: Vorlesung "Flugmechanik", Fachhochschule Hamburg, Prof. Dr. Marckwardt

Die Darstellung in Bild 6 kann hergeleitet werden aus der Impulsgleichung und dann berechnet werden mit den Gleichungen (4) und (5). Der Propellerwirkungsgrad entspricht dem Verlauf wie in der gestrichelten Linie in Bild 5. Zunächst wurde Bild 6 in der Vorlesung wiedergegeben mit den Gleichungen in Bild 7.

Berechnung des Wirkungsgrades für einen Verstellpropeller  $\beta \neq \text{const}$  **variable pitch propeller**

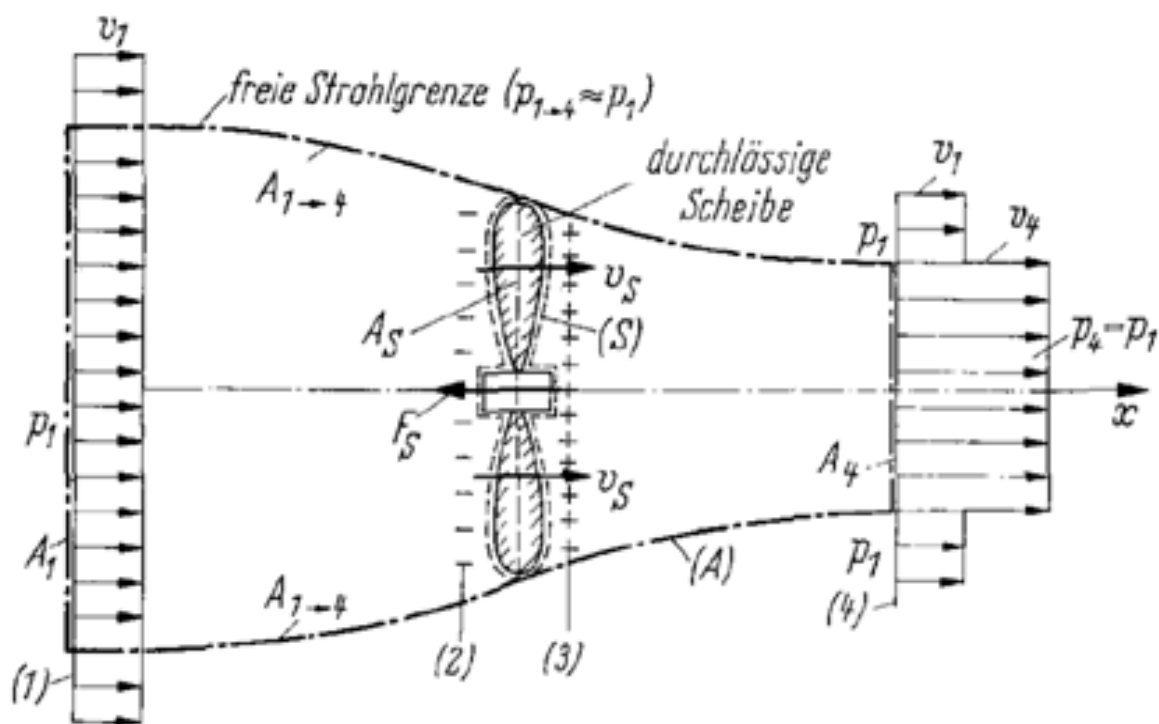
$$\eta_p = S - S \cdot e^{-kV} \quad (\text{Beschränktes Wachstum})$$

Belastung des Propellers **disk loading**

$$L = \frac{P}{S \cdot D} = \frac{P}{G \cdot \rho_0 \cdot D}$$

$$S = -0,0002 \cdot L + 0,9001 \quad k = 0,134 \cdot L^{-0,3008}$$

**Bild 7:** Mit diesen Gleichungen kann der Propellerwirkungsgrad – wie in Bild 6 gezeigt – wiedergegeben werden. Eleganter ist es dazu die Gleichungen (4) und (5) zu nutzen, weil diese aus einer physikalisch sinnvollen Herleitung stammen.



**Bild 8:** Definition von Größen der Strömung und Geometrie beim Durchgang durch einen Propeller (Truckenbrodt 1996)

Aus der Impulsgleichung folgt somit unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung (3.35)

$$F_S = \rho(v_4^2 A_4 - v_1^2 A_1) = \dot{m}_S(v_4 - v_1) > 0. \quad (3.37a, b)^{17}$$

Für die Schubzeugung kommt es also neben der Größe des durch den Propeller erfaßten Massenstroms  $\dot{m}_S$  insbesondere auf den Unterschied der Strahlgeschwindigkeit  $v_4$  hinter dem Propeller und der Anströmgeschwindigkeit  $v_1$  vor dem Propeller an. Aus (3.35b), (3.36b) und (3.37b) bzw. aus (3.36b) findet man für die einzelnen Geschwindigkeiten die Zusammenhänge

$$v_S = \frac{1}{2}(v_1 + v_4), \quad \frac{v_4}{v_1} = \sqrt{1 + c_S}, \quad (3.38a, b)$$

wobei  $c_S = F_S/q_1 A_S$  mit  $q_1 = (\rho/2)v_1^2$  als Schubbelastungsgrad eingeführt wird. Nach (3.38a) ist die axiale Geschwindigkeit  $v_S$ , mit welcher der Strahl die Propellerkreisfläche durchströmt, gleich dem arithmetischen Mittel aus  $v_1$  und  $v_4$ . Man kann jetzt noch eine Betrachtung über die Nutzleistung  $P_1 = v_1 F_S$ , den Leistungsaufwand  $P_S = v_S F_S$  sowie den Propellerwirkungsgrad  $\eta_a$  anschließen. Es ergibt sich mit (3.38a, b)

$$\eta_a = \frac{P_1}{P_S} = \frac{v_1}{v_S} = \frac{2}{1 + v_4/v_1} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + c_S}} < 1. \quad (3.39)$$

Man bezeichnet  $\eta_a$  als axialen Wirkungsgrad. Er ist um so größer, je kleiner  $c_S$  ist. Dies ist der Fall bei schwachbelasteten Propellern, die verhältnismäßig große Propellerflächen haben. Bei der Berechnung des Werts  $\eta_a$  für den scheibenförmigen Propeller wurde auf die Strahldrehung eines Schraubenpropellers sowie auf Reibungseinflüsse keine Rücksicht genommen, so daß der für  $\eta_a$  gefundene Wert sicher zu hoch ist. Da bei technisch ausgeführten Propellern weitere Verluste infolge der Vorgänge an den einzelnen Propellerblättern unvermeidlich sind, gibt  $\eta_a$  einen oberen Grenzwert an, welcher mit dem wirklichen Wirkungsgrad durch die Beziehung  $\eta = \zeta \eta_a$  verknüpft ist, wobei der Gütegrad  $\zeta$  einen Erfahrungswert bezeichnet, der für gut durchgebildete Propeller etwa 0,85 bis 0,90 beträgt. Wird die Strömung durch einen Propeller, wie bisher beschrieben, beschleunigt ( $v_4 > v_1$ ), so handelt es sich um eine Energiezufuhr in die Strömung, wie sie auch bei Ventilatoren, Verdichtern und Pumpen auftritt.

**Bild 9:** Herleitung des Propellerwirkungsgrades aus der Impulsgleichung (Truckenbrodt 1996)

$$\begin{aligned} v &= v_1 \\ P &= T v, \quad T = P/v \end{aligned} \quad (1)$$

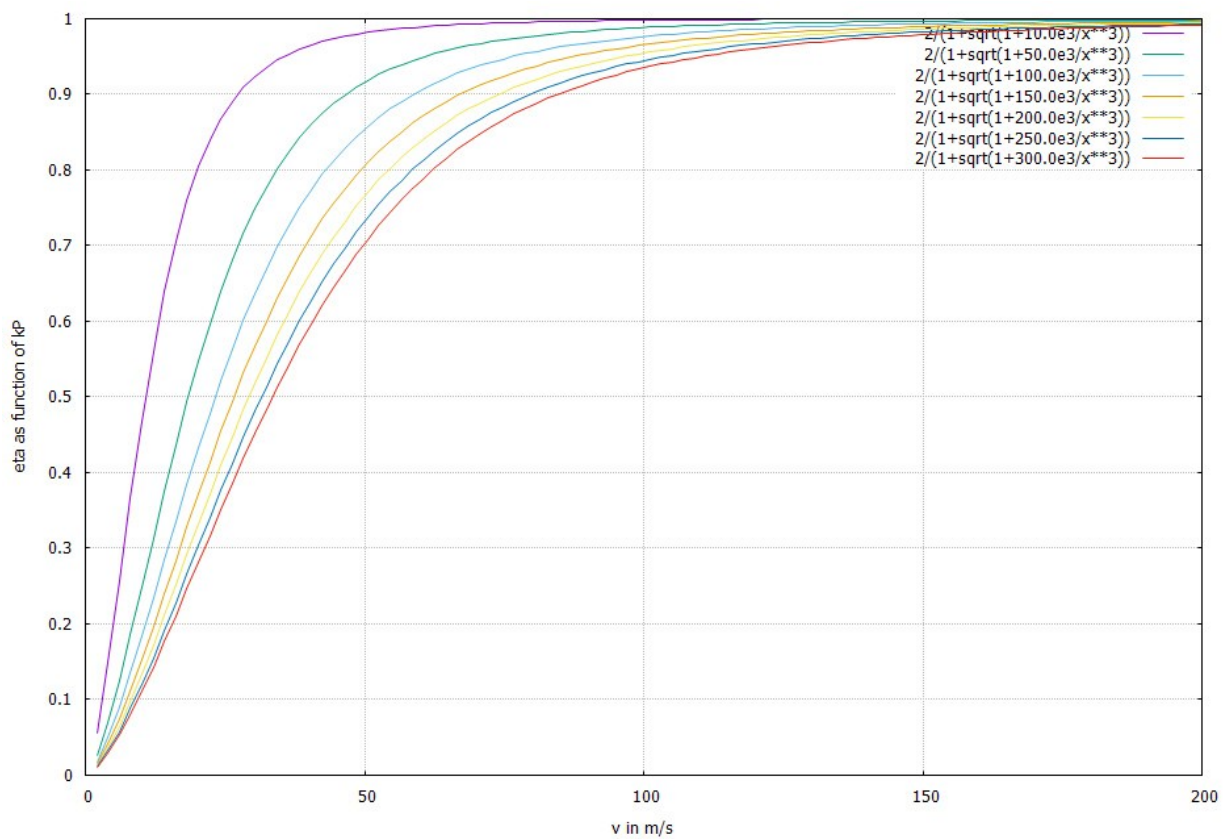
$$c_S = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho v^2 A_S} \quad (2)$$

$$c_S = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho v^3 A_S}$$

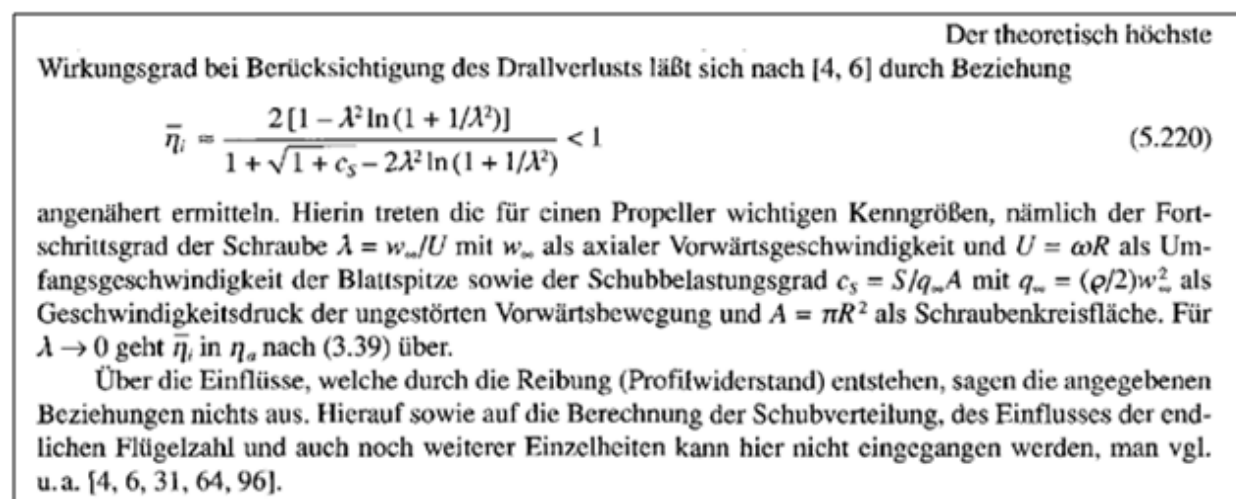
$$c_S = \frac{k_P}{v^3} \quad (3)$$

$$k_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho A_S} \quad (4)$$

$$\eta_a = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + c_S}} \quad (5)$$

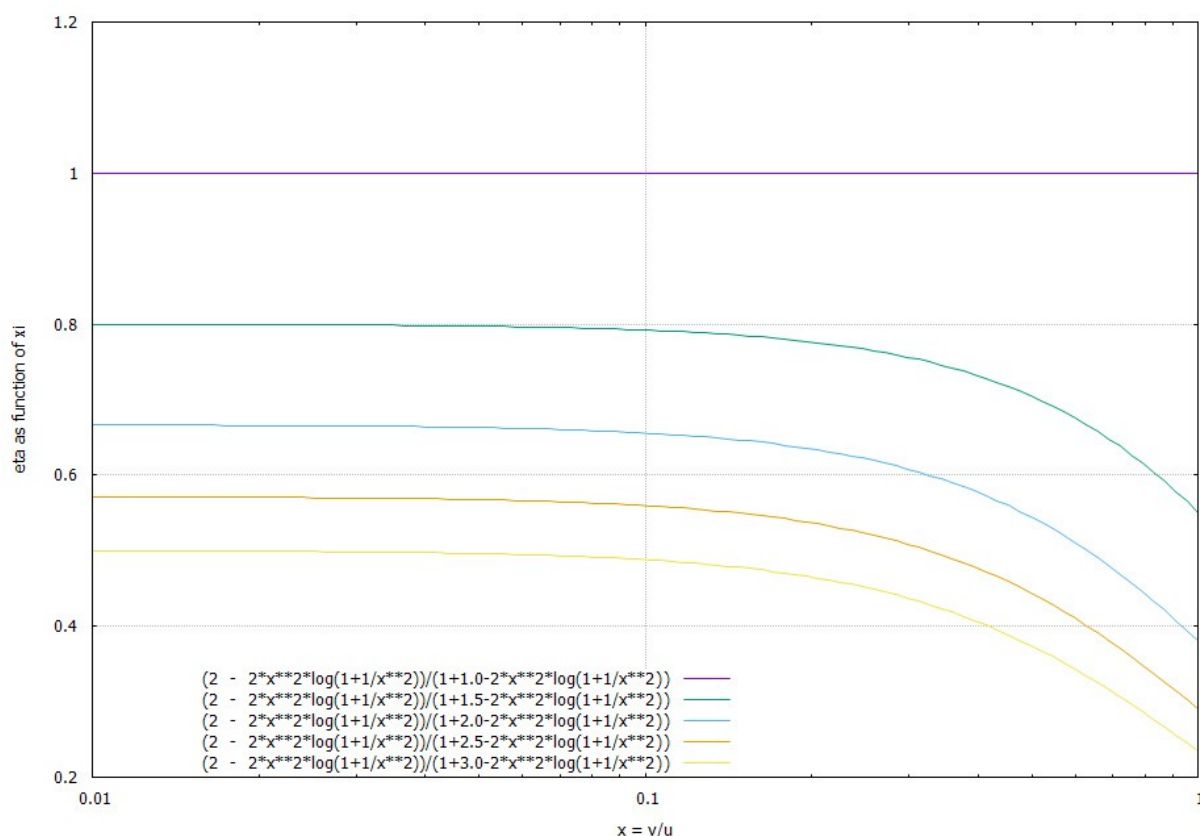


**Bild 10:** Propellerwirkungsgrad (5) als Funktion der Scheibenbelastung (disk loading) definiert hier anders als in Bild 6 (hier mit Faktor  $\frac{1}{2}$ !),  $k_P$  nach (4) variiert von 10 kWm/kg über 50, 100, 150, 200, 250 und 300 kWm/kg



**Bild 11:** Angabe des Propellerwirkungsgrades berechnet unter Berücksichtigung des Drallverlustes (Truckenbrodt 1999)

$$\xi = \frac{v_4}{v_1} = \sqrt{1 + c_s} \quad (6)$$



**Bild 12:** Propellerwirkungsgrad nach Truckenbrodt (1999, Gl. 5.220) als Funktion des Beschleunigungsverhältnisses der Luft beim Durchgang durch den Propeller,  $\xi$  nach (6)

Bei einem Constant Speed Propeller ( $n = \text{const.}$ ) entspricht die Darstellung von Bild 12 mit  $v/u$  auch der Darstellung in Bild 10 und Bild 13, wo eine Darstellung über der Geschwindigkeit  $v$  notwendig wird.

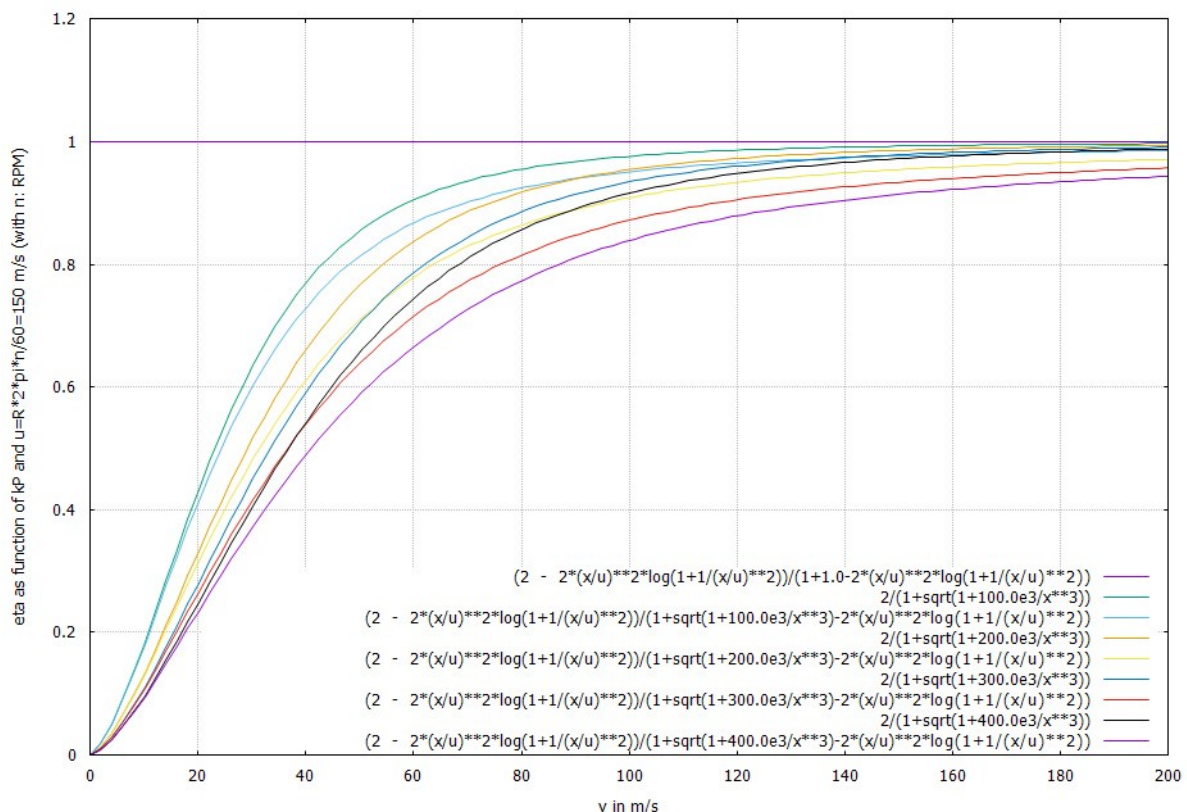


$$\eta = \frac{2 - 2(v/u)^2 \ln(1 + 1/(v/u)^2)}{1 + \sqrt{1 + \frac{k_P}{v^3}} + 2(v/u)^2 \ln(1 + 1/(v/u)^2)} \quad (7)$$

$$k_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho A_S} \quad (4)$$

$$u = R 2\pi n \quad (8)$$

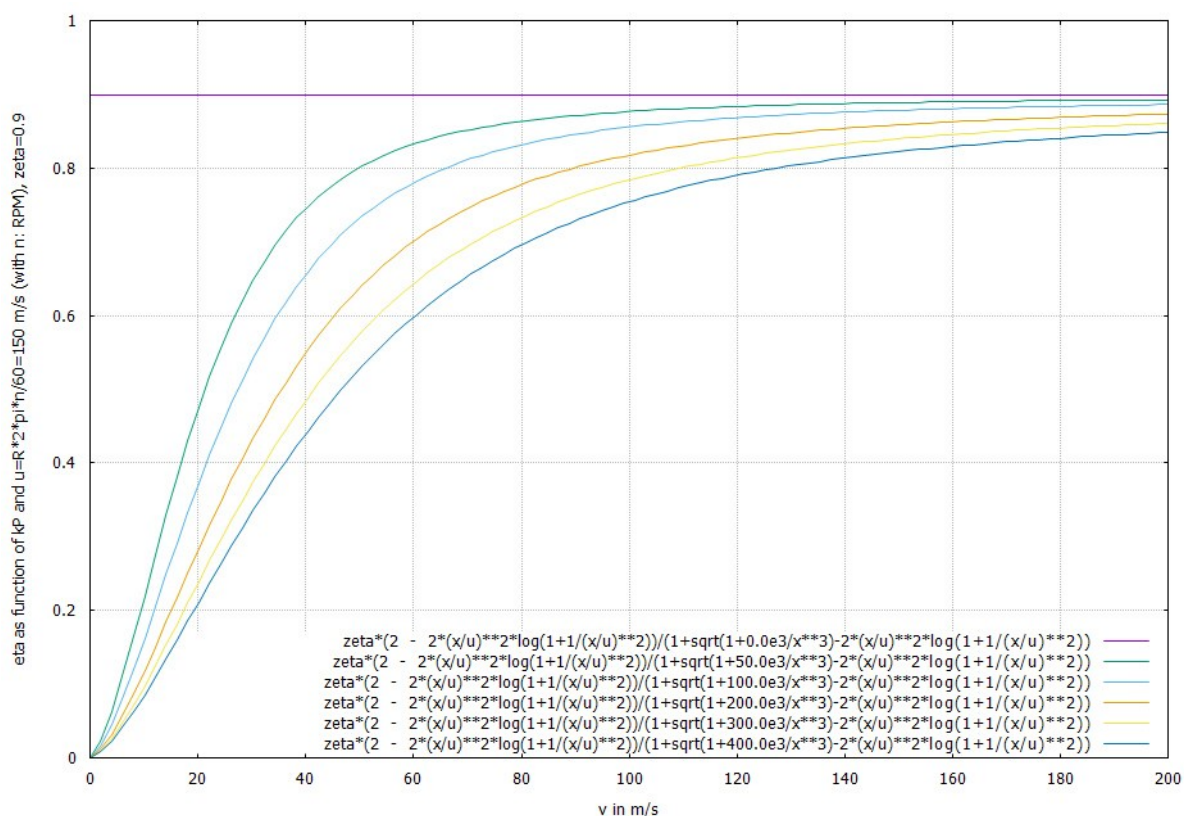
Die Blattspitzengeschwindigkeit (Umfangsgeschwindigkeit)  $u$  tritt an der Spitze des Propellerblattes mit Radius  $R$  auf. Die Drehzahl  $n$  wird eingegeben in 1/s. Ist die Drehzahl in 1/min gegeben (revolutions per minute, RPM) dann ist diese entsprechend noch durch 60 zu teilen.



**Bild 13:** Berechnung des Propellerwirkungsgrades nach Truckenbrodt (1999, Gl. 5.220) bzw. nach (7) als Funktion der Geschwindigkeit  $x = v$  bei einer Umfangsgeschwindigkeit der Propellerspitze  $u = R 2\pi n$  nach (8) von 150 m/s und der Scheibenbelastung (disk loading) definiert als  $k_P$  (4) variiert von 0 kWm/kg über 50, 100, 200, 300 und 400 kWm/kg. Dies im Vergleich mit:

- 1.) dem Propellerwirkungsgrad nach Truckenbrodt (1999, Gl. 5.220) in Verbindung mit  $\xi = 1$ , d.h.  $\eta_a = 1$  (lila, erste Gleichung) und
- 2.) dem Propellerwirkungsgrad nach (5) – ohne Dralleinfluß, vergleiche Bild 10 – für die gleiche Scheibenbelastung.

Gleichung (7) und Bild 13 berücksichtigen noch keine Reibungsverluste am Propellerblatt. Auch das Profil des Propellers hat nur eine gebrenzte Gleitzahl ( $L/D$ ). Weiterhin sind die Umströmungsverluste mit einhergehender Wirbelbildung an der Blattspitze nicht berücksichtigt. Will man dies näherungsweise tun so kann der Wirkungsgrad nach (7) mit einem Gütegrad  $\zeta$  multipliziert werden, der nach Bild 9 einen Wert von 0,85 bis 0,9 hat. Damit ergibt sich dann die Darstellung in Bild 14 (jetzt nur noch mit Berücksichtigung vom Dralleinfluß).



**Bild 14:** Berechnung des Propellerwirkungsgrades nach Truckenbrodt (1999, Gl. 5.220) bzw. nach (7) als Funktion der Geschwindigkeit  $x = v$  bei einer Umfangsgeschwindigkeit der Propellerspitze  $u = R \cdot 2\pi n$  nach (8) von 150 m/s und der Scheibenbelastung (disk loading) definiert als  $k_P$  (4) variiert von 0 kWm/kg über 50, 100, 200, 300 und 400 kWm/kg. Im Unterschied zu Bild 13 jetzt mit einem Gütegrad,  $\zeta = 0,9$ .

## Literaturverzeichnis

SCHOLZ, Dieter: Unterlagen zur Vorlesung Flugmechanik 1, HAW Hamburg, 2012

TRUCKENBRODT, Erich: Fluidmechanik Band 1: Grundlagen und elementare Strömungsvorgänge dichtebeständiger Fluide, Springer, 1996

TRUCKENBRODT, Erich: Fluidmechanik Band 2: Elementare Strömungsvorgänge dichte- und druckveränderlicher Fluide sowie Potential und Grenzschichtströmungen, Springer, 1999