



Berechnung der reibungsfreien Strömung in Rotoren von Windkraftanlagen

Diplomarbeit 133/1988

Dieter Lindemann

Februar 1988

DIPLOMARBEIT

für

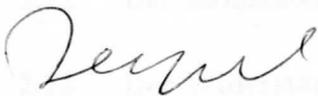
Herrn cand. mach. Dieter Lindemann, Matr. Nr. 732 297

In dieser Diplomarbeit soll die Nachrechnung der räumlichen Potentialströmung in Rotoren von Windkraftanlagen mit horizontalen Drehachsen durchgeführt werden. Hierzu sind die folgenden Punkte zu bearbeiten:

1. Eine Einarbeitung in die Literatur über Auslegungsmethoden für Windkraftanlagen ist durchzuführen. Daneben sollen auch Geometrie- und Referenzdaten ausfindig gemacht werden, um die eigenen Ergebnisse werten und vergleichen zu können.
2. Zu einem bestehenden FORTRAN-Rechenprogramm (Panelverfahren) ist ein Modul zur Bereitstellung der Rotorblattgeometrie zu entwickeln, das flexibel gestaltet sein soll, um mit wenig Aufwand eine breite Klasse von Windkraftrotoren untersuchen zu können. Zur Erfüllung der Kutta-Joukowski Bedingung an der Profilhinterkante ist ein Nachlaufmodell zu erarbeiten, das den Gegebenheiten einer realen Rotordurchströmung möglichst nahe kommen soll.
3. Für die Umströmung des Rotors bei achsparalleler Anströmung (stationäre Strömung im Relativsystem) sind Parameterstudien durchzuführen und zu diskutieren. Dieser Vergleich von theoretischen Kennzahlen mit den in der Literatur üblicherweise verwendeten Größen soll die Einsatzbreite der verwendeten Theorie demonstrieren.
4. Schließlich ist die Berechnung von instationären Strömungsfeldern theoretisch vorzubereiten, um z.B. Rotoren mit geneigten Drehachsen (Wagner-Rotor) oder die Rotor-Turm Wechselwirkung berechnen zu können.

Die Ergebnisse der Arbeit sind in einem Bericht darzustellen. Die neu entwickelten Programmteile sind anwenderfreundlich zu gestalten.

Der Abgabetermin der Arbeit ist der 19. Februar 1988.

A handwritten signature in cursive script, appearing to read 'Teipel'.

(Prof. Dr.-Ing. I. Teipel)

Inhalt

1.1	Aufgabenstellung	23
1.2	Beispiel	24
	Inhalt	
	Formelzeichen	
1	Einleitung	1
2	Aerodynamische Berechnung von Horizontalachsrotoren	2
2.1	Geschichtliches zur aerodynamischen Berechnung	2
2.2	Die Blade Element Theory	5
2.3	Voraussetzungen	6
2.4	Grundlagen	10
2.5	Der ideale Leistungsbeiwert c_{P_i}	12
2.6	Der Flügelwirkungsgrad η_P	14
2.7	Berechnung des Abminderungsfaktors ξ	15
2.8	Bestimmung des Flügelumrisses	16
2.9	Bestimmung des Blattwinkels β	17
2.10	Der Blattzahlverlustfaktor η_z	18
2.11	Der Gesamtleistungsbeiwert c_P	20
2.12	Der Momentenbeiwert C_M	21
2.13	Der Widerstandsbeiwert C_W	21
2.14	Überschlagsrechnungen	22

3	Beschreibung des Panelverfahrens	23
3.1	Allgemeine Beschreibung	23
3.2	Hauptgleichungen	25
3.3	Aufbau des Programms	30
4	Unterprogramme zum Panelverfahren	32
4.1	Das Unterprogramm KOERP1 zur Berechnung der Flügelpanels	32
4.2	Das Unterprogramm WLEIT1 zur Berechnung der Wirbelleiter	35
4.3	Berechnung von Kennzahlen	38
5	Ergebnisse des Panelverfahrens	41
5.1	2dimensionale Profilberechnung mit dem Panelverfahren	41
5.2	Beschreibung der untersuchten Windräder	43
5.3	Ergebnisse der Windradberechnung mit dem Panelverfahren	45
6	Ergebnisse der Windradberechnung nach Hütter	49
7	Berechnung instationärer Strömungsfelder	51
8	Ausblick	56
	Literatur	
	Tabellen	
	Bilder	
	Anhang	
	• Herleitung von Gl. 2.12	

Formelzeichen

a	Teilabminderung (nach Glauert)
A	Windradfläche
A_E	Fläche eines Radelementes (Bild 2.1)
A_P	Fläche eines Panels
A_Q	Abkürzung (siehe 3.2)
ΔA	Fläche eines Flügelementes
b	Gesamtabminderung (nach Glauert)
B_Q	Abkürzung (siehe 3.2)
c_a	Auftriebsbeiwert eines Flügelprofils
c_p	Druckbeiwert (Gl. 4.2)
c_p^*	modifizierter Druckbeiwert (Gl. 4.3, Gl. 4.4)
c_P	Gesamtleistungsbeiwert (Def. 2.1, Gl. 2.3)
c_{P_i}	idealer Leistungsbeiwert (Def. 2.7, Gl. 2.5)
c_M	Momentenbeiwert (Def. 2.10, Gl. 2.19, Gl. 4.7)
$c_{M,E}$	Momentenbeiwert eines Flügelementes (Gl. 4.8)
c_{M0}	Anlaufmomentenbeiwert (Gl. 2.20)
c_w	Widerstandsbeiwert eines Flügelprofils
c_W	Widerstandsbeiwert des Windrades (Def. 2.11, Gl. 2.22, Gl. 4.5)
$c_{W,E}$	Widerstandsbeiwert eines Flügelementes (Gl. 4.6)
F	F-factor oder tip loss factor
F_{ax}	Axialkraft

F_A	Auftriebskraft
$F_{A,S}$	Schubkomponente der Auftriebskraft
F_S	Schubkraft
F_W	Widerstandskraft
$F_{W,S}$	Schubkomponente der Widerstandskraft
g	Erdbeschleunigung
i	Laufvariable
\vec{i}	Einheitsvektor in x-Richtung
\vec{j}	Einheitsvektor in y-Richtung
\vec{k}	Einheitsvektor in z-Richtung
m	Anzahl der Körperpanels
M	Moment
Ma	Machzahl
n	Anzahl der Flügelemente
n	Anzahl der Panels für den Nachlauf
\vec{n}	Normalenvektor der Körperoberfläche
p	Druck
P	Windradleistung (Gl. 2.4)
P	beliebiger Punkt
P_0	Gesamtleistung in der Strömung (Gl. 2.2)
Q_1, Q_2	Quotient (siehe 4.2)
r	mittlerer Abstand eines Flügelementes von der Drehachse des Windrades

r	Abstand von P zu einem beliebigen Punkt auf S_N bzw. S_K (Gl. 2.23)
\vec{r}	Vektor zu irgendeinem Punkt auf dem Windrad
r_{eff}	effektiver Radius für die Windrad-Überschlagsrechnung
Δr	Breite eines Flügelementes
R	Windradradius
R_Q	Abkürzung (siehe 3.2)
R_w	Radius der Flügelwurzel des Windrades
t	Zeit
s	Stromlinienkoordinate
t	Flügeltiefe
t_t	Flügeltiefe an der Flügelspitz des Windrades
$t_{0.2}$	Flügeltiefe am Radius $r = 0.2 R$
u	Umfangsgeschwindigkeit
u	Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung
v	Axialgeschwindigkeit
v	Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung
\vec{v}_P	unbeeinflusste achsparallele Anströmung
\vec{v}_R	Solid-Body-Strömung
\vec{v}_W	Anströmgeschwindigkeit des Windrades im Relativsystem
\vec{V}	Strömungsgeschwindigkeit um ein Windrad
V_K	Strömungsgeschwindigkeit auf der Oberfläche des Windrades
V_∞	unbeeinflusste achsparallele Anströmgeschwindigkeit

w Anströmgeschwindigkeit eines Flügелеlementes (scheinbarer Wind)

w Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung

x kartesische Koordinate (siehe 3.2)

X Abkürzung (siehe 3.2)

y kartesische Koordinate

Y Abkürzung (siehe 3.2) (Def. 2.9, Gl. 2.10)

z Flügelspannweite (Def. 2.9, Gl. 2.13 bis 2.14)

z kartesische Koordinate

α Winkel, den die Länge eines Flügелеlementes in Umfangsrichtung macht

β Fehlwinkel des Windrades durch falsche Windrichtungsangabe
Führung

γ Krümmungswinkel (Bild 2.4)

λ Antriebszahl (Def. 2.4, Gl. 2.6, Gl. 2.7)

λ_{eff} effektive Antriebszahl (Def. 2.4, Gl. 2.11)

λ_{eff} Dipolstärke eines Punktes auf S_1

λ_{eff} Abwindungsfaktor (Def. 2.1, Gl. 2.12)

λ_{eff} optimaler Abwindungsfaktor (Gl. 2.13)

λ_{eff} effektive Abwindungsfaktor (siehe 2.10)

λ_{eff} Leifaktor

λ_{eff} Drehfaktor (Def. 2.3, Gl. 2.8)

λ_{eff} effektiver Drehfaktor (siehe 2.10)

λ_{eff} Antriebszahl (Bild 2.6)

α	Windangriffswinkel (Bild 2.5)
β	Blattwinkel (Bild 2.5)
γ	Drehwinkel der Wirbelleiter (siehe 4.2)
ϵ	Gleitzahl (Def. 2.6)
η	Wirkungsgrad (Gl. 2.1)
η_P	Flügelwirkungsgrad (Def. 2.8, Gl. 2.10)
η_z	Blattzahlverlustfaktor (Def. 2.9, Gl. 2.15 bis 2.18)
θ	Umlaufwinkel (Bild 2.6)
$\Delta\theta$	Winkel, der die Länge eines Flügelementes in Umfangsrichtung angibt
ϑ	Fehlanströmwinkel des Windrades durch falsche Windrichtungsnachführung
κ	Konuswinkel (Bild 2.6)
λ	Schnellaufzahl (Def. 2.4, Gl. 2.6, Gl. 2.7)
λ_2	effektive Schnellaufzahl (Def. 2.5, Gl. 2.11)
μ	Dipolstärke eines Punktes auf S_N
ξ	Abminderungsfaktor (Def. 2.2, Gl. 2.12)
ξ_{opt}	optimaler Abminderungsfaktor (Gl. 2.9)
ξ_{eff}	effektiver Abminderungsfaktor (siehe 2.10)
ρ	Luftdichte
σ	Drallfaktor (Def. 2.3, Gl. 2.8)
σ_{eff}	effektiver Drallfaktor (siehe 2.10)
τ	Achswinkel (Bild 2.6)

φ	Windeinfallswinkel (Bild 2.5)
φ	Störpotential
φ_{QS}	Potential einer Quell-Senken-Verteilung
φ_D	Potential einer Dipolverteilung
Φ	Rotorblattflächendichte (Gl. 2.21)
ω	Winkelgeschwindigkeit des Windrades

Flügelspanne (l)

Flügelrad

Punkt im Umdrehen

Indizes:

- 1 Ebene weit vor dem Windrad
- 2 Rotorebene
- 3 Ebene weit hinter dem Windrad
- K Punkt auf der Körperoberfläche
- m über dem Windradradius gemittelter Wert
- t Flügelspitze (tip)
- w Flügelwurzel
- ∞ Punkt im Unendlichen

1 Einleitung

Die Geschichte der Entstehung des Lebens vom Urknall bis hin zum Menschen kann als eine Geschichte der Suche nach Energiequellen gesehen werden [1]. Auch die Geschichte der Menschheit selbst kann unter diesem Gesichtspunkt betrachtet werden. Die Windenergie spielte dabei eine größere Rolle, als es uns heute erscheinen mag [2].

Neben der Nutzung der Windenergie zum Vortrieb, wie auf Segelschiffen, wurde die Windenergie an Land von Windmühlen vor allem zum Mahlen von Getreide und zum Wasserpumpen eingesetzt. Dabei hatte sich eine Bauart unter den Windmühlen durchgesetzt: die Holländer Windmühle. Die Holländer Windmühle hat ein Windrad mit horizontaler Achse. Der Rotor nutzt die Energie des Windes über die am Flügel erzeugte Auftriebskraft aus. (Auftriebsprinzip). Auch heute ist es prinzipiell noch genau diese Bauart, die unter den Windkraftanlagen am stärksten verbreitet ist. Aus diesem Grunde sollen im Rahmen dieser Arbeit auch nur Windkraftanlagen mit Horizontalachsrotor behandelt werden, die nach dem Auftriebsprinzip arbeiten.

Andere Bauarten von Windkraftanlagen sind in [3] und [4] beschrieben. Die Stellung der hier behandelten Horizontalachsrotoren unter den Windenergiekonvertern kann man Bild 1.1 entnehmen. Die Horizontalachsrotoren teilt man in erster Linie nach ihrer Schnellaufzahl ein. Die Schnellaufzahl ist das Verhältnis aus Umfangsgeschwindigkeit an der Flügelspitze zur Anströmgeschwindigkeit. Langsamläufer mit niedriger Schnellaufzahl erkennt man an einer großen Flügelzahl und einer großen Flügeldichte. Schnellläufer hingegen haben eine kleine Flügelzahl.

2 Aerodynamische Berechnung von Horizontalachsrotoren

2.1 Geschichtliches zur aerodynamischen Berechnung

Der Bau von Windmühlen wurde früher als Handwerk betrieben. Erfahrungen wurden über Generationen weitergegeben. Dabei gelang es im Laufe der Zeit, die Windmühlen in einer gewissen Weise zu optimieren. Damals kam es mehr darauf an, zu wissen, wie eine Windmühle gebaut werden muß, als zu wissen warum sie funktioniert.

Doch schon zu Beginn des 18. Jahrhunderts wurde die Windenergie Gegenstand theoretischer Untersuchungen. Namhafte Wissenschaftler wie Pitot, Bernoulli, d'Alembert, Euler und Coulomb beschäftigten sich mit der Frage der Windenergie [5]. Ihre Erkenntnisse hatten jedoch kaum Einfluß auf die Konstruktion der Windmühlen. Ein Grund dafür mag wohl gewesen sein, daß die Forscher und Praktiker nicht zusammen arbeiteten. Coulomb hatte z.B. das Problem, daß ihm nicht erlaubt wurde, mit einer der 50 Windmühlen in seiner Umgebung Versuche durchzuführen.

Bernoulli machte im Jahre 1738 darauf aufmerksam, daß die relative Geschwindigkeit des Windes am Windmühlenflügel berücksichtigt werden müsse. 1742 machte sich Maclaurin Gedanken zum optimalen Anstellwinkel der Flügel. Er erkannte, daß sich die Strömungsbedingungen über dem Radius des Flügels ändern und betrachtete daher einzelne Elemente des Flügels. 1864 faßte Neumann die gewonnenen Erkenntnisse in seinem Buch "Die Windmühlen - Ihr Bau und ihre Berechnung" [5] zusammen.

1891 begann der dänische Staat, eine Versuchsmühle zu finanzieren. Die Mühle stand unter der Leitung von La Cour. Die Ergebnisse seiner Forschung wurden in Deutschland im Jahre 1905 veröffentlicht [6]. La Cour erkannte u.a., daß bei der Berechnung der Leistung einer Windkraftanlage nicht von der Flügelfläche auszugehen ist, sondern daß vielmehr die von den Flügeln bestrichene Kreisfläche von Bedeutung ist. Er stellte fest, daß bei einer bestimmten Windgeschwindigkeit die Drehzahl eines Windrades mit steigender Flügelzahl und steigender Rotorblattflächendichte abnimmt.

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurde mit zunehmenden Erkenntnissen auf dem Gebiet der Strömungsmechanik auch die Windenergie immer mehr zum Gegenstand internationaler Forschung. Es wurde versucht, die auf anderen Gebieten schon vorhandenen Erkenntnisse auf die Windenergie anzuwenden. Pfeleiderer übertrug die Berechnungsmethoden von hydraulischen Strömungsmaschinen auf die Windräder [7]. Erfolgreicher waren jedoch die Ansätze, die von den Erfahrungen der Propellerberechnung ausgingen, wie dies bei Betz [8] und Glauert [9] der Fall ist. Man kann heute wohl feststellen, daß die moderne Windradberechnung auf diese beiden Personen zurückgeht. Dabei sind im deutschen Sprachraum die Betzschen Ansätze verbreitet, während man im englischen Sprachraum von Glauerts Rechnungen ausgeht.

1926 erschien das Buch "Wind-Energie" von Albert Betz [8]. Betz definierte Wirkungsgrade und Kennzahlen, die auch heute noch in dieser Form gebräuchlich sind. Er errechnete wohl als erster den theoretisch maximalen Anteil der Leistung, der einer Luftströmung entzogen werden kann: $16/27 = 59.3\%$. Diese Zahl wird in der Literatur auch als Betzscher Wirkungsgrad geführt. Die maximale Leistung kann dem Wind theoretisch dann entzogen werden, wenn die Windgeschwindigkeit um $2/3$ auf $1/3$ abgebremst wird. Würde die Luft stärker abgebremst, sagen wir bis zum Stillstand, dann könnte kein Massenstrom mehr das Windrad durchströmen. Den höchsten Massenstrom erhielte man, wenn die Luft mit ihrer ungebremsten Ausgangsgeschwindigkeit das Windrad durchströmen würde, dann wäre jedoch aufgrund der fehlenden Abbremsung wiederum keine Leistungsausbeute möglich. Betz beschreibt weiterhin, wie auf iterativem Wege aus der Geometrie des Windrades und den aerodynamischen Beiwerten der Flügel die Abminderung der durch das Windrad strömenden Luft berechnet werden kann ([8] S.37). Bei der Herleitung seiner Gleichungen vernachlässigt Betz jedoch den Drall der abfließenden Strömung und damit die im Nachlauf des Windrades verlorene Rotationsenergie der Strömung.

Der Drall wurde dann 1935 von Glauert berücksichtigt [9]. In Deutschland war es Ulrich Hütter, der die Betzschen Gleichungen unter Berücksichtigung des Dralls in seiner Disser-

tation von 1942 [10] für einzelne Radelemente neu herleitete. Seine Ergebnisse wurden in "Hütte Band IIA" [11] einem großen Leserkreis zugänglich gemacht.

F. X. Wortmann entwickelte spezielle Laminarprofile für Windkraftanlagen. Seine Profile erkennt man an den Buchstaben "FX", mit denen die Profilkennzeichnung beginnt. Der Windrad-Profilkatalog von Miley [12] enthält neben anderen Profilen auch Wortmann-Profile für Windräder. Wortmann beschäftigte sich weiterhin mit der Gestaltung nachgiebiger Nabenkonstruktionen ([4] S.80) und war an der aerodynamischen Gestaltung der modernen Großwindanlagen beteiligt.

Heutzutage werden Windradberechnungen mit Computern durchgeführt, die es erlauben, die zur Berechnung nötigen Iterationen schnell durchzuführen. Hütter sowie Wilson und Lissaman [13] haben EDV-geeignete Rechenprogramme erstellt, die auf der im folgenden beschriebenen Blade-Element-Theory beruhen. Rechenprogramme dieser Art werden von der Industrie zur aerodynamischen Rotorauslegung genutzt [14].

Die neuesten Unternehmungen versuchen, die Strömung im Windrad mit Computerprogrammen zu berechnen, die auf der Potentialtheorie beruhen. Man bekommt hier fundamentale Probleme, dadurch, daß die Strömung als reibungsfrei angenommen werden muß. Als Eingabe benötigen diese Programme jedoch lediglich die geometrischen Daten des Windrades. Auftriebs- und Widerstandsbeiwert der Flügelprofile werden nicht benötigt. Es ist weiterhin möglich, ein vollständiges Bild des gesamten Strömungsfeldes zu erhalten.

2.2 Die Blade Element Theory

Die am häufigsten angewandte Methode zur Berechnung von Horizontalachsrotoren ist eine Berechnungsmethode, die vom Verhalten eines einzelnen Radelementes ausgeht. Bild 2.1 zeigt ein derartiges Radelement eines Horizontalachsrotors. Zur Berechnung wird das Windrad in $R/\Delta r$ konzentrische Radelemente aufgeteilt. In englischen Texten wird dieses Berechnungsverfahren "Blade Element Theory", "Vortex Theory" oder auch "Strip Theory" genannt.

Um gleiche Anströmbedingungen an jeder Stelle eines Radelementes zu haben, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein:

1. Δr muß hinreichend klein gewählt werden.
2. Die Windgeschwindigkeit am Flügel darf nicht von der momentanen Stellung des Flügels während seiner Drehung um die Windradachse abhängen.

Oft ist die zweite Bedingung nicht erfüllt:

1. wenn die Grenzschicht der Luftströmung über der Erdoberfläche berücksichtigt werden muß, wie bei großen Windrädern. ¹
2. wenn aus konstruktiven Gründen bei einem sogenannten Horizontalachsrotor die Achslage nicht genau horizontal gewählt wurde, sondern um $5^\circ \dots 15^\circ$ aufgestellt wurde, wie dies in der Praxis häufig vorkommt.

In diesen Fällen empfiehlt es sich, die Radelemente über dem Umfang in $360^\circ/\Delta\Theta$ Teile aufzuteilen. Wird nun $\Delta\Theta$ hinreichend klein gewählt, so kann man für jedes Radelement wieder von konstanten Anströmverhältnissen ausgehen.

¹ Einfacher als eine Unterteilung des Windrades über dem Umfang in $360^\circ/\Delta\Theta$ Teile ist eine in [2] angegebene näherungsweise Methode, mit der ein Korrekturfaktor berechnet wird. Dieser Korrekturfaktor ist abhängig von der Ausbildung der Grenzschicht und der Geometrie des Windrades. Der Korrekturfaktor ist in [2] in Tabellen gegeben.

2.3 Voraussetzungen

Die Blade Element Theory beruht auf einigen Voraussetzungen. Diese Voraussetzungen werden im folgenden zunächst aufgelistet und anschließend beurteilt.

Voraussetzungen:

1. Der Druck p_1 weit vor dem Windrad ist gleich dem Druck p_3 weit hinter dem Windrad.
2. Die Strömung ist inkompressibel.
3. Der induzierte Widerstand an der Flügelspitze wird nur pauschal für das ganze Rad berücksichtigt.
4. Es gibt keine Beeinflussung der Strömung an einem Flügелеlement infolge von anderen Elementen am gleichen Flügel.
5. Es gibt keine Beeinflussung der Strömung an einem Flügелеlement infolge von anderen Elementen an anderen Flügeln.
6. Winkeländerungen in der Anströmrichtung durch die Abminderung der Strömungsgeschwindigkeit bzw. durch die Aufweitung der Stromröhre sind vernachlässigbar.
7. Die Abminderung der Strömungsgeschwindigkeit beginnt schon vor dem Rotor. Die axiale Strömungsgeschwindigkeit in der Rotorebene v_2 ist der Mittelwert aus den Strömungsgeschwindigkeiten weit vor dem Rotor v_1 und weit hinter dem Rotor v_3

$$v_2 = \frac{1}{2}(v_1 + v_3) \quad .$$

8. Die Strömung wird schon vor dem Rotor in Rotation versetzt. Die Umfangsgeschwindigkeit relativ zum Erdboden der Strömung im Rotor Δu_2 ist die Hälfte der Umfangsgeschwindigkeit Δu_3 weit hinter dem Rotor:

$$\Delta u_2 = \frac{1}{2} \Delta u_3 \quad .$$

Es soll nun untersucht werden, welche Fehler sich aus den Voraussetzungen ergeben:

- zu 1. Unter der Bezeichnung "weit vor dem Windrad" versteht man: "so weit vor dem Windrad, daß vom Windrad noch keine Auswirkungen auf die Strömung in diesem Punkt meßbar sind". Man muß etwa mit einer Entfernung des 10fachen Rotorradius rechnen. Ein unterschiedlicher Luftdruck kann sich aufgrund von meteorologischen Faktoren erst über größere Entfernungen bemerkbar machen und wirkt sich daher noch nicht bei Entfernungen von $\approx 10 \cdot R$ aus. Die Voraussetzung kann also als gerechtfertigt angesehen werden. Natürlich herrscht kurz vor dem Rotor leichter Überdruck und kurz hinter dem Rotor leichter Unterdruck. Da der Kontrollraum aber außerhalb dieses engen Bereiches verläuft, braucht die Druckdifferenz nahe am Rotor in der Windradberechnung nicht extra behandelt zu werden. Der Druckverlauf in der Umgebung eines Windrades ist in Bild 2.2 gezeigt.
- zu 2. Bis zu einer Machzahl von 0.4 kann mit inkompressibler Strömung gerechnet werden. Windräder werden so gebaut, daß eine Machzahl von 0.4 nicht überschritten wird. Die höchsten Machzahlen werden an der Flügelspitze erreicht. Bei schnellaufenden Windrädern und hohen Windgeschwindigkeiten kann es ausnahmsweise dazu kommen, daß die Forderung $Ma < 0.4$ nicht mehr erfüllt ist. Näheres kann man [2] S.40 entnehmen.
- zu 3. Der induzierte Widerstand wird durch die Einführung eines Blattzahlverlustfaktors berücksichtigt, der sich nicht auf ein Flügелеlement bezieht, sondern pauschal für das ganze Windrad gilt. Glauert [9] hat jedoch auch eine Rechenmethode angewandt, bei der die Wirkung des induzierten Widerstandes auf jedes Flügелеlement berücksichtigt wird. Dieses Rechenverfahren wird hier nicht weiter verfolgt. Die Fragen zum Blattzahlverlustfaktor werden in einem eigenen Abschnitt noch eingehender untersucht. Festzuhalten ist hier, daß der induzierte Widerstand nur näherungsweise in die Rechnung eingehen kann.
- zu 4. Die Strömung an einem Flügелеlement wird sicher durch die Strömung an einem

anderen Flügelement am gleichen Flügel beeinflusst werden. Z.B. ist es denkbar, daß sich eine noch anliegende Strömung an einer Stelle eines Flügels leichter ablöst, wenn die Strömung an einem benachbarten Flügelement schon abgelöst ist. Unterschiedliche Abminderungen der Windgeschwindigkeit werden zu radialen Ausgleichsströmungen führen. Vorgänge dieser Art sind in einem einfachen Rechenmodell jedoch nicht zu erfassen.

zu 5. Bei hohen Drehzahlen eines Windrades mit vielen Flügeln großer Flügeltiefe werden die Flügel in den Nachlauf des vorauslaufenden Flügels und somit in eine schon beeinflusste Strömung gelangen. Auch dieser Effekt ist in einem einfachen Modell nicht zu erfassen. Andererseits wird ein Windrad mit niedriger Drehzahl, wenigen Flügeln und kleiner Flügeltiefe gar nicht in der Lage sein, die ganze durch die Windradfläche durchtretende Luft zu beeinflussen. Verluste dieser Art werden durch den Blattzahlverlustfaktor näherungsweise berücksichtigt.

zu 6. Wie in Bild 2.3 gezeigt, tritt die Luft nicht senkrecht durch die Rotorfläche. Die daraus resultierenden Auswirkungen sind gering.

zu 7. Die Voraussetzung Nr.7 besagt, daß die Windgeschwindigkeit vor dem Rotor die gleiche Abminderung erfährt wie hinter dem Rotor. Mit der einfachen Impuls Theorie nach Betz kann gezeigt werden, daß die Voraussetzung Nr.7 erfüllt ist. (Siehe dazu [8] S.10). Betz gibt jedoch an, daß dieses Ergebnis nur dann gilt, wenn infolge der Krümmung der Strombahn nicht zu hohe Zentrifugalkräfte auftreten, d.h. wenn die Schnellaufzahl $\lambda = \Omega R/v_1$ groß genug ist. Glauert ([9] S.191) hat dies näher untersucht. Er definiert eine Gesamtabminderung

$$b = \frac{v_1 - v_3}{v_1}$$

und eine Teilabminderung für den Bereich vor dem Rotor

$$a = \frac{v_1 - v_2}{v_1} .$$

Für den Fall, daß Voraussetzung Nr.7 exakt erfüllt ist, ergäbe sich damit

$$\frac{2a}{b} = 1 \quad .$$

Glauert zeigt jedoch, daß für den Zusammenhang zwischen a und b gilt:

$$a = \frac{1}{2}b \left[1 - \frac{(1-a)b^2}{4\lambda^2(b-a)} \right] \quad .$$

Der zweite Term in der Klammer ist normalerweise klein, so daß es erlaubt ist, hier näherungsweise $b = 2a$ zu setzen. Damit erhält man

$$\frac{2a}{b} = 1 - \frac{1}{\lambda^2}a(1-a) \quad .$$

Ersetzen wir nun noch die Teilabminderung a durch den später ausschließlich gebrauchten Abminderungsfaktor $\xi = v_3/v_1$, so ist

$$\frac{2a}{b} = 1 - \frac{1 - \xi^2}{4\lambda^2} \quad .$$

Tabelle 2.1 zeigt einige Werte dieser Funktion. Man erkennt, daß für Schnellaufzahlen $\lambda = \Omega R/v_1$, die größer als 2 sind, Voraussetzung Nr.7 in guter Näherung erfüllt ist.

Angemerkt werden muß noch, daß Glauert dieses Ergebnis erhielt, indem er für die Drallströmung einen Potentialwirbel voraussetzte. Das Problem ist, daß das Strömungsfeld eigentlich nicht von vornherein festgelegt werden darf, da es erst aus einer Superposition einer großen Anzahl von Wirbelfäden entsteht, die sich alle gegenseitig beeinflussen. Es bleibt hier jedoch wohl nichts anderes übrig, als zunächst einmal mit dieser Annahme die Kontrollrechnung durchzuführen.

zu 8. Voraussetzung Nr.8 kann wieder aus der einfachen Impuls Theorie hergeleitet werden. Dies hat Hütter gezeigt. ([5] S.18). Da nun der Drall aus der Abminderung berechnet werden kann (Gl.8), ist die Voraussetzung Nr.8 automatisch erfüllt, sofern Voraussetzung Nr.7 gilt.

2.4 Grundlagen

Die Formeln zur Blade Element Theory werden für jedes Radelement aus den Grundgleichungen der Strömungsmechanik gewonnen: Kontinuitätsgleichung, Energieerhaltungssatz und Impulssatz. Es handelt sich um eine eindimensionale Betrachtung einer inkompressiblen, reibungsfreien Strömung. Mit Hilfe der empirisch ermittelten Daten Gleitzahl c und Auftriebsbeiwert c_a können die Verhältnisse zweidimensionaler Strömung an einem Flügel berücksichtigt werden. Durch die Gleitzahl und den Auftriebsbeiwert geht eine Aussage über Zähigkeit, Turbulenzgrad und Reynoldszahl in die Gleichungen ein, die das Verhalten des Windrades beschreiben. Die induzierte Wirbelbildung, die vom Druckunterschied an der Proflober- und -unterseite an den Flügelenden herrührt, wird durch einen gesonderten Wirkungsgrad, den Blattzahlverlustfaktor η_z berücksichtigt. Es werden damit die Ergebnisse der Windradberechnung der tatsächlichen dreidimensionalen Strömung angepaßt. Für jedes Radelement müssen zwei Wirkungsgrade berechnet werden: der ideale Leistungsbeiwert c_{P_i} und der Flügelwirkungsgrad η_P . Es wird über alle n Radelemente der Windradfläche A ein Mittelwert dieser Wirkungsgrade gebildet, so daß man einen neuen Wirkungsgrad η erhält:

$$\eta = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n c_{P_i}(i) \eta_P(i) \Delta A(i) \quad . \quad (2.1)$$

Der Gesamtleistungsbeiwert c_P des Windrades hat die Definitionsgleichung

$$c_P = \frac{\text{Antriebsleistung}}{\text{Gesamtleistung in der Strömung}} \quad . \quad (\text{Def.2.1})$$
$$c_P = \frac{P}{P_0}$$

Die Gesamtleistung in der Strömung P_0 ist

$$P_0 = \frac{1}{2} \rho v_1^3 A \quad . \quad (2.2)$$

Die Windradleistung steigt also mit der dritten Potenz der Windgeschwindigkeit. A ist die gesamte Fläche des Windrades. Bei einem Windrad, das im Nabenbereich keine (profilieren) Flügel aufweist und dem Wind im Nabenbereich demzufolge keine Energie entziehen

kann, muß also schon definitionsgemäß mit einem niedrigeren Wirkungsgrad gerechnet werden. Der Gesamtleistungsbeiwert wird in der Blade Element Theory mit

$$c_P = \eta \cdot \eta_z \quad (2.3)$$

berechnet und man erhält die Windradleistung P aus Def. 2.1 mit

$$P = c_P \cdot P_0 \quad (2.4)$$

In Bild 2.4 ist die Strömung an einem Flügelement mit den dort auftretenden Geschwindigkeitskomponenten gezeigt. Bild 2.5 erklärt die Winkelbezeichnungen an einem Flügelement: Windangriffswinkel α , Blatteinstellwinkel β und Windeinfallswinkel φ .

Es ist üblich einige dimensionslose Kennzahlen einzuführen. Die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen wurden in Anlehnung an Hütter [11] gewählt.

Abminderungsfaktor	$\xi = v_3/v_1$	(Def. 2.2)
--------------------	-----------------	------------

Drallfaktor	$\sigma = u_3/u_1$	(Def. 2.3)
-------------	--------------------	------------

Schnellaufzahl	$\lambda = u_1/v_1$	(Def. 2.4)
----------------	---------------------	------------

effektive Schnellaufzahl	$\lambda_2 = u_2/v_2$	(Def. 2.5)
--------------------------	-----------------------	------------

Gleitzahl	$\epsilon = c_a/c_w$	(Def. 2.6)
-----------	----------------------	------------

Der Index 1 steht immer für die Ebene weit vor dem Windrad. Entsprechend bedeuten 2 und 3: Windradenebene bzw. Ebene weit hinter dem Windrad. Die axiale Geschwindigkeit v_1 ist die Geschwindigkeit der unbeeinflussten Strömung: $v_1 = v_\infty$. Bei konstanter Anströmgeschwindigkeit kann man in der Schnellaufzahl λ eine dimensionslose Drehzahl sehen.

2.5 Der ideale Leistungsbeiwert c_{Pi}

Der schon erwähnte ideale Leistungsbeiwert c_{Pi} ist wie folgt definiert:

$$c_{Pi} = \frac{\text{entnommene Leistung aus der Strömung}}{\text{gesamte Leistung in der Strömung}} \quad (\text{Def.2.7})$$

Der ideale Leistungsbeiwert wird nach der Formel

$$c_{Pi} = \lambda^2 (1 + \xi) (\sigma - 1) \quad (2.5)$$

berechnet. Eine Herleitung dieser Gleichung findet man in [10] S.20. Für einen Horizontalachsrотор ist die Schnellaufzahl λ am Flügelement

$$\lambda = \lambda_t \cdot \frac{r}{R} \quad (2.6)$$

Mit λ_t ist die Schnellaufzahl an der Flügelspitze (tip) gemeint. Für einen Rotor mit geneigter Achse und Flügeln, die gegebenenfalls nicht senkrecht zur Drehachse stehen, ist

$$\lambda = \frac{(\lambda_t \frac{r}{R} - \sin \tau \cos \theta) \sqrt{\cot^2 \kappa + 1}}{\cos \tau - \sin \tau \cdot \cot \kappa \cdot \cos \theta} \quad (2.7)$$

Diese Gleichung ist in [15] S.9 hergeleitet. Die Winkelbezeichnungen Achswinkel τ , Konuswinkel κ und Umlaufwinkel θ sind in Bild 2.6 dargestellt.

Da die relative Umfangsgeschwindigkeit in der Rotorebene u_2 unbekannt ist, kann der Drallfaktor nicht aus seiner Definitionsgleichung berechnet werden, sondern wird aus

$$\sigma = \sqrt{1 + (1 - \xi^2)/\lambda^2} \quad (2.8)$$

berechnet. Herleitung: [10] S.20.

Bild 2.7 zeigt, daß der höchste ideale Leistungsbeiwert den Wert 0.59 hat, der bei höheren Schnellaufzahlen und einem Abminderungsfaktor $\xi = 1/3$ erreicht wird. Für Schnellaufzahlen größer als etwa $\lambda = 3$ besteht kaum noch eine Abhängigkeit des idealen Leistungsbeiwertes von der Schnellaufzahl, sondern fast nur noch eine Abhängigkeit vom Abminderungsfaktor. Bild 2.8 zeigt den gleichen Sachverhalt noch einmal, jetzt aber mit der

Schnellaufzahl als Parameter. Aus Bild 2.7 erkennt man, daß sich bei niedrigen Schnellaufzahlen das Optimum des Abminderungsfaktors vom Wert $1/3$ auf den Wert $1/2$ verschiebt.

Zur Berechnung des optimalen Abminderungsfaktors gibt Gourieres ([16] S.88) die Formel

$$\xi_{opt} = \sqrt{\lambda^2 + 1} \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \arctan \lambda + \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.9)$$

an.

Warum können nun Windräder mit niedrigen Schnellaufzahlen dem Wind nicht so viel Leistung entziehen? Die Leistung P eines Windrades errechnet sich ganz allgemein aus dem Drehmoment M :

$$P = M \cdot \omega = M \cdot \frac{v_1}{R} \cdot \lambda_t \quad .$$

Bei gleicher Windgeschwindigkeit v_1 und gleichem Radius R muß also ein Langsamläufer gegenüber einem Schnellläufer ein größeres Drehmoment aufweisen. Nach dem Drehimpulserhaltungssatz übt das Windrad auf die Strömung das gleiche Drehmoment aus, wie umgekehrt die Strömung auf das Windrad. Bei einem Langsamläufer verläßt die Strömung das Windrad demnach mit starkem Drall, d.h. großer Rotationsenergie, die für eine Nutzung verloren ist.

2.6 Der Flügelwirkungsgrad η_P

Nicht alle Energie, die dem Wind entzogen wurde, kann zum Antrieb (z.B. eines Generators) genutzt werden, weil die Luft den Flügeln bei ihrer Drehbewegung einen Widerstand entgegensetzt. Zunächst wird nur der Widerstand am einzelnen Flügelement berücksichtigt. Die Definitionsgleichung des Flügelwirkungsgrades lautet

$$\eta_P = \frac{\text{Antriebsleistung bei unendlicher Flügelstreckung}}{\text{entnommene Leistung aus der Strömung}} \quad (\text{Def.2.8})$$

Der Flügelwirkungsgrad wird aus

$$\eta_P = \frac{2\lambda(\epsilon - \lambda_2)}{(1 + \xi)(1 + \epsilon\lambda_2)} \quad (2.10)$$

berechnet. Diese Gleichung wurde in [10] S.23 hergeleitet.

Die Schnellaufzahl in der Rotorebene λ_2 kann nicht direkt aus der Definitionsgleichung berechnet werden, weil die Geschwindigkeit u_2 nicht bekannt ist. Man berechnet λ_2 nach [10] S.23 aus

$$\lambda_2 = \lambda \cdot \frac{1 + \sigma}{1 + \xi} \quad (2.11)$$

Bild 2.9 zeigt den Flügelwirkungsgrad als Funktion der Schnellaufzahl λ mit der Profilleitzahl ϵ als Parameter. Für die Berechnung dieser Kurven wurde für jede Schnellaufzahl der optimale Abminderungsfaktor ξ_{opt} nach Gl. 2.9 gewählt. Aus Bild 2.9 ersieht man, daß für Windräder mit hohen Schnellaufzahlen gut profilierte Flügel mit einer hohen Gleitzahl unerlässlich sind. Bei Langsamläufern mit einer Schnellaufzahl von z.B. $\lambda_t = 2$ reicht hingegen ein einfaches Profil (eine gewölbte Platte, $\epsilon \approx 20$) durchaus. Die Leistungsausbeute könnte in diesem Fall auch mit einem aufwendigen Profil nicht wesentlich gesteigert werden.

2.7 Berechnung des Abminderungsfaktors ξ

Bisher wurde noch nicht behandelt, wie der Abminderungsfaktor ξ ermittelt wird. Der Abminderungsfaktor kann nicht aus seiner Definitionsgleichung berechnet werden, weil die Axialgeschwindigkeit hinter dem Rotor v_3 unbekannt ist. Der Abminderungsfaktor muß aus der Rotorgeometrie berechnet werden, denn die Gestalt des Rotors ist es letztlich, die die durchströmende Luft in bestimmter Art beeinflusst. Unter Berücksichtigung von Drall und der Widerstandskraft am Flügel errechnet sich der Abminderungsfaktor zu

$$\xi = 1 - \frac{t \cdot z \cdot c_a}{4 \pi r} \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1} \cdot \left(\lambda_2 + \frac{1}{\epsilon} \right) \quad . \quad (2.12)$$

Dabei ist t die Flügeltiefe

z die Flügelzahl

r der Radius des Flügелеlementes.

Gl. 2.12 ist im Anhang hergeleitet. Für $\epsilon \rightarrow \infty$ entspricht diese Gleichung denen aus der Literatur ([10] S.33-35,[16] S.88), die für einen Flügel ohne Widerstand hergeleitet wurden.

1

Bei Berechnung des Abminderungsfaktors ξ muß folgendes beachtet werden:

- Der Auftriebsbeiwert c_a und die Gleitzahl ϵ sind vom Windangriffswinkel α abhängig:

$$\alpha = \arctan(1/\lambda_2) - \beta \quad . \quad (2.12a)$$

- Die effektive Schnellaufzahl λ_2 ist abhängig von der Schnellaufzahl λ und wiederum von dem Abminderungsfaktor ξ (Gl. 2.11).

Eine Lösung für den Abminderungsfaktor ξ ist also nur iterativ möglich.

¹ Um die Auswirkungen des Terms $1/\epsilon$ in Gl.2.12 zu ermitteln, wurde die Leistung des Windrades "Adler 25" der Firma Köster (D-2240 Heide) berechnet. Für die Leistung des Windrades wurde bei Berücksichtigung des Term $1/\epsilon$ ein um weniger als 1% geringerer Wert erhalten als bei $\epsilon \rightarrow \infty$. Der Term kann also vernachlässigt werden, ohne daß ein nennenswerter Fehler auftritt.

2.8 Bestimmung des Flügelumrisses

Aus Gl.12 erkennt man, daß man einen kleinen Abminderungsfaktor (bzw. eine große Abminderung der Strömungsgeschwindigkeit) erhält, wenn die Flügeltiefe, die Flügelzahl und der Auftriebsbeiwert groß sind. Um an jedem Radius r einen optimalen Abminderungsfaktor ξ_{opt} zu erhalten, muß die Flügeltiefe im Nabenbereich größer sein als an der Flügelspitze. Bild 2.10 zeigt den optimalen Flügelumriß im Vergleich zu zwei leichter zu fertigenden Kompromißformen. Die Form des Trapezflügels ist eine gute Näherung zum optimalen Flügelumriß. Durch die Vorgabe einer bestimmten Tiefenverteilung muß der Auftriebsbeiwert in Gl. 2.12 so gewählt werden, daß wiederum der optimale Abminderungsfaktor erreicht wird. Dies geschieht durch einen veränderten Anströmwinkel α oder durch Profile im Nabenbereich, die einen höheren Auftriebsbeiwert haben. Durch diese Maßnahmen vergrößert sich natürlich der Profilverstand und somit verringert sich die Gleitzahl. Damit wird aber der Flügelwirkungsgrad geringer und letztlich die Leistung des Windrades. Nach [14] vermindert sich die Leistung bei einem Trapezflügel jedoch nur um etwa 1 %. Bei einem Rechteckflügel ist mit Verlusten im Bereich von 7 % zu rechnen. Bei der Auslegung eines Trapezflügels soll man so vorgehen, daß die Flügeltiefe an der Blattspitze t_t der optimalen Flügeltiefe entspricht, während man am Radius $r = 0.2R$ den Wert $t_{0,2} = 1.3 \dots 1.7 \cdot t_t$ für die dortige Flügeltiefe wählt. [16].

2.9 Bestimmung des Blattwinkels β

An der Flügelspitze, wo die optimale Flügeltiefe gewählt werden kann, wählt man auch den Auftriebsbeiwert c_a durch den Windangriffswinkel α so, daß sich die beste Profleitzahl ϵ ergibt. Der Profilwirkungsgrad η_P wird dadurch günstig beeinflusst. Bei dieser Einstellung des Profils wird sich ein Auftriebsbeiwert ergeben, der vom maximalen Auftriebsbeiwert um einige Anstellwinkelgrade entfernt liegt. Dies ist wichtig, damit bei plötzlicher Zunahme der axialen Anströmgeschwindigkeit in einer Böe die Strömung am Profil nicht abreißt. Das Abreißen der Strömung bei jeder kleinen Böe würde zu beträchtlichen Leistungseinbußen führen, weil die Strömung am Profil eine gewisse Zeit benötigt, um sich wieder an das Profil anzulegen. Bei sehr starken Böen ist das Abreißen der Strömung jedoch erwünscht, weil dadurch die vom Wind aufgenommene Leistung begrenzt wird und die Anlage vor Beschädigungen geschützt werden kann. ¹

Während an der Flügelspitze optimale Bedingungen gewählt werden können, wird bei einem vereinfachten Flügelumriß in der Form des Trapezes die Flügeltiefe zur Nabe hin immer stärker von der Idealform abweichen. Der aus Gl. 2.12 mit $\xi = \xi_{opt}$ gefundene Auftriebsbeiwert muß nun durch eine Veränderung des Windangriffswinkels α erreicht werden. Mit der sich entlang des Rotorblattes in radialer Richtung verändernden Zuströmung ändert sich auch der Windeinfallswinkel φ . Der Blattwinkel

$$\beta = \varphi - \alpha \quad (2.13)$$

muß diesen Bedingungen angepaßt werden:

$$\beta = \arctan(1/\lambda_2) - \alpha(c_a) \quad (2.14)$$

Da der Auftriebsbeiwert aus Gl. 2.12 nicht nur vom Abminderungsfaktor und der Geometrie abhängt, sondern auch von der Gleitzahl, muß c_a iterativ gefunden werden.

¹ Bei dieser vor allem von dänischen Anlagen mit Erfolg eingesetzten Regelung ist zu beachten, daß nur die Leistung vermindert werden kann, nicht aber der Schub auf das Windrad. Windräder, die so geregelt sind, können zwar auf eine Flügelverstellung verzichten, müssen aber sehr robust gebaut sein.

2.10 Der Blattzahlverlustfaktor η_z

Während der ideale Leistungsbeiwert c_{P_i} und der Flügelwirkungsgrad η_P für ein einzelnes Radelement gelten, ist der Blattzahlverlustfaktor η_z ein Wirkungsgrad, der pauschal die Verluste durch den induzierten Widerstand an den Flügelspitzen berücksichtigt. Der Blattzahlverlustfaktor bezieht sich daher auf das ganze Windrad. Der Blattzahlverlustfaktor hat die Definition

$$\eta_z = \frac{\text{Antriebsleistung}}{\text{Antriebsleistung bei unendlicher Flügelstreckung}} \quad (\text{Def.2.9})$$

In der Literatur sind verschiedene Formeln zur Berechnung des Blattzahlverlustfaktors enthalten: Betz [8] gibt an, daß man zur Berücksichtigung des induzierten Widerstandes für das Windrad einen reduzierten Durchmesser annehmen müßte. Rechnet man diese Reduzierung des Durchmessers in einen Wirkungsgrad um, so erhält man

$$\eta_z = \left(1 - \frac{0.44\pi}{z} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda_{2t}^2}} \right)^2 \quad (2.15)$$

Hütter [11] verwendet einen ähnlichen Blattzahlverlustfaktor:

$$\eta_z = \left(1 - \frac{1.39}{z} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda_t^2}} \right)^2 \quad (2.16)$$

Der Unterschied zur Gl. 2.15 liegt im wesentlichen darin, daß hier die Schnellaufzahl statt der effektiven Schnellaufzahl herangezogen wird. Gouriere hat in [16]

$$\eta_z = \left(1 - \frac{1.394}{z} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 2.247 \cdot \lambda_{2t}^2}} \right)^2 \quad (2.17)$$

angegeben. Hier wird der Blattzahlverlustfaktor also wieder über die effektive Schnellaufzahl berechnet, die jedoch mit einem Faktor versehen ist. Hennchen berechnet einen Blattzahlverlustfaktor von

$$\eta_z = 1 - \frac{c_{am} \cdot t_m \cdot \lambda_t}{2\pi \cdot z \cdot R} \cdot \frac{2\epsilon}{2\epsilon - \lambda_t} \quad (2.18)$$

Der Index m kennzeichnet hier über dem Radius gemittelte Werte.

Der Blattzahlverlustfaktor nach Hütter ist in Bild 2.11 dargestellt. Geringe Verluste stellen sich demnach bei hohen Schnellaufzahlen und hoher Flügelzahl ein. Bei hoher Flügelzahl ergeben sich nach Gl. 2.12 entsprechend schmale Flügel mit großer Flügelstreckung, für die der induzierte Widerstand gering ist. Bei unendlich hoher Schnellaufzahl bewegen sich bei optimaler Flügelgestaltung unendlich schmale Flügel über die Rotorfläche, die in der Lage sind, die Energie des Windes optimal "abzuernten".

Ausnahmsweise ganz anders, als bisher dargelegt, geht Glauert [9] vor. (Wilson und Lissaman [13] haben den Berechnungsgang von Glauert in ihrem Programm zur Windradberechnung angewandt.) Es wird der Einfluß des induzierten Widerstandes auf jedes Radelement berücksichtigt. Der induzierte Widerstand hat demnach zur Folge, daß sich Abminderung und Drall vermindern. Statt einer axialen Differenzgeschwindigkeit $v_1 - v_3$ erhält man nur noch eine axiale Differenzgeschwindigkeit $F(v_1 - v_3)$ und statt einer tangentialen Differenzgeschwindigkeit $u_3 - u_1$ erhält man $F(u_3 - u_1)$. Dabei ist F der sogenannte F-factor oder tip loss factor mit $F \leq 1$. Mit anderen Worten erhält man also einen neuen Abminderungsfaktor ξ_{eff} und einen neuen Drallfaktor σ_{eff} mit

$$\xi_{eff} = 1 - F(1 - \xi) \quad ,$$

$$\sigma_{eff} = 1 + F(\sigma - 1) \quad .$$

Der tip loss factor F ist

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos e^{-\frac{z}{2} \cdot \frac{R-r}{R \sin \varphi}} \quad .$$

Der tip loss factor ist eine Funktion der effektiven Schnellaufzahl ($\varphi = \arctan(1/\lambda_2)$), der Flügelzahl z und der radialen Position des Radelementes r . F nimmt einen niedrigen Wert an (d.h. hohe Verluste) bei kleiner Flügelzahl, niedriger effektiver Schnellaufzahl und einer Position des Radelementes nahe an der Flügelspitze. Bei der Anwendung des tip loss factor's ist zu beachten, daß der Windeinfallswinkel φ von der effektiven Schnellaufzahl λ_2 abhängt, die aus λ , ξ und σ berechnet wird. (Gl. 2.11). Der tip loss factor kann also nur iterativ zusammen mit anderen Größen der Windradberechnung ermittelt werden.

2.11 Der Gesamtleistungsbeiwert c_P

Wenn wir nun die drei Wirkungsgrade idealer Leistungsbeiwert c_{Pi} , Flügelwirkungsgrad η_p und Blattzahlverlustfaktor η_z gemeinsam betrachten, so erhalten wir ein teilweise widersprüchliches Bild. Hohe Werte für den idealen Leistungsbeiwert und für den Blattzahlverlustfaktor ergeben sich bei großen Schnellaufzahlen. Demgegenüber gebietet der Flügelwirkungsgrad, eher bescheidene Schnellaufzahlen zu wählen. Die Windenergie wird heute vor allem zur Elektrizitätserzeugung eingesetzt. Die Generatoren benötigen hohe Drehzahlen. Da große Getriebe mit hoher Übersetzung teuer sind und weil im Extremfall Probleme mit Selbsthemmung im Getriebe auftreten können, ist man an einer hohen Drehzahl des Windrades interessiert und somit an einer hohen Schnellaufzahl. Auch das Bestreben, größere Windräder zu bauen, führt zu höheren Schnellaufzahlen; denn da

$$\lambda = \frac{\omega \cdot R}{v_1}$$

ist, steigt bei gleicher Drehzahl die Schnellaufzahl proportional zum Radius des Windrades. Aus diesen Gründen ist heute eindeutig eine Tendenz zu größeren Schnellaufzahlen festzustellen. Um einen guten Flügelwirkungsgrad zu erreichen, muß mit den besten Profilen gearbeitet werden, die hohe Gleitzahlen aufweisen. Diese aufwändig profilierten Flügel sind teuer. Die Kosten können jedoch durch eine geringere Flügelzahl reduziert werden. Dieser Zielsetzung kommt auch entgegen, daß Flügel ohnehin aus Festigkeitsgründen nicht zu schmal und dünn sein dürfen und daher nach Gl. 2.12 zur Erzielung eines optimalen Abminderungsfaktors ξ_{opt} eine geringere Flügelzahl nötig ist.

Eine theoretische Grenze der Entwicklung größerer Windräder mit höheren Schnellaufzahlen ist durch die Machzahl mit dem Wert $0.4 \cdot Ma$ gegeben. So liegt danach z.B. für einen Rotor bei einer Windgeschwindigkeit von 7 m/s ¹ die höchste Schnellaufzahl bei $\lambda_t = 19.6$. Beim GROWIAN wurde als höchste Anströmgeschwindigkeit der Wert $0.29 \cdot Ma$ festgelegt. Bei einer Auslegungswindgeschwindigkeit von 11 m/s ergab sich danach eine Schnellaufzahl $\lambda_t = 9$. [14],[19].

¹ Mittleres Jahresmittel der Windgeschwindigkeit auf Sylt nach [18].

2.12 Der Momentenbeiwert c_M

Der Momentenbeiwert c_M hat die Definitionsgleichung

$$c_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho v_1^2 \cdot R \cdot A} \quad (\text{Def.2.10})$$

und kann aus dem Gesamtleistungsbeiwert über

$$c_M = \frac{c_P}{\lambda_t} \quad (2.19)$$

berechnet werden. Der zum Anlaufmoment M_0 gehörende Momentenbeiwert c_{M_0} ist

$$c_{M_0} = \frac{d c_P}{d \lambda_t} \quad \text{für } \lambda_t = 0 \quad . \quad (2.20)$$

Windräder mit hoher Schnellaufzahl haben ein kleines Drehmoment. Schwierigkeiten verursacht bei ihnen das ebenfalls kleine Anlaufmoment, welches durch eine für den Anlauf falsche Einstellung der Flügel verursacht wird. Schnellaufende Windräder müssen daher entweder durch Fremdenergie angeworfen werden oder eine Verstellmöglichkeit der Flügel aufweisen. Die Strömung am Flügel bei verschiedenen Betriebszuständen zeigt Bild 2.12. Ein weiterer Grund für das schlechte Anlaufverhalten von Schnellläufern ist die geringe Rotorblattflächendichte

$$\Phi = \frac{A_R}{A} \quad , \quad (2.21)$$

wobei A_R die Summe der in die Rotorebene projizierten Blattflächen ist.

2.13 Der Widerstandsbeiwert c_W

Der Widerstandsbeiwert c_W eines Windrades ist nicht zu verwechseln mit dem Widerstandsbeiwert c_w eines Flügels. Der Widerstandsbeiwert c_W eines Windrades wird durch

$$c_W = \frac{F_{ax}}{\frac{1}{2} \rho v_1^2 \cdot A} \quad (\text{Def.2.11})$$

definiert und kann aus dem Abminderungsfaktor berechnet werden:

$$c_W = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n (1 - \xi^2(r, \theta)) \Delta A \quad . \quad (2.22)$$

(Herleitung in [3]). Die Axialkraft F_{ax} ist eine wichtige Größe für die Auslegung des Turmes.

2.14 Überschlagsrechnungen

Bei Überschlagsrechnungen kann man vom Verhalten eines Radelementes auf das ganze Rad schließen. Dazu teilt man sinnvollerweise den vom Flügel bestrichenen Kreisring, der vom Radius R_w bis zur Flügelspitze mit dem Radius R geht, in zwei flächengleiche Kreisringe. Diese Kreisringe berühren sich beim Radius

$$r_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2}(R^2 + R_w^2)} \quad , \quad (2.23)$$

welcher als effektiver Radius für das eine Radelement der Überschlagsrechnung gewählt wird.

Hütter [10] gibt einen effektiven Radius $r_{eff} = 0.72R$ ohne Beweis an. Zu bemängeln ist an dieser Formel, daß sie nicht den Radius der Flügelwurzel R_w berücksichtigt. In der Formel von Hütter ist ein Wert $R_w/R = 0.19$ vorgegeben, welcher wohl den meisten Windrädern entspricht.

Bei Rechnungen mit optimalen Werten, basierend auf dem optimalen Abminderungsfaktor ξ_{opt} , kann Tabelle 2.2 hilfreich sein.

3 Beschreibung des Panelverfahrens

3.1 Allgemeine Beschreibung

Das Panelverfahren hat seinen Namen vom englischen Wort "panel", was in diesem Zusammenhang so viel heißt wie Plättchen oder Verkleidungsblech. Das Panelverfahren ist ein umfangreiches Programmsystem und dient zur Berechnung der Strömung um beliebige Körper. Das Programm ermöglicht ebenfalls, die Strömung um mehrere (am Institut für Mechanik (IfM) maximal zwei) Körper mit den auftretenden Interferenzerscheinungen zu berechnen. Die Oberfläche der zu berechnenden Körper wird dabei näherungsweise als aus ebenen Plättchen (panels) zusammengesetzt angenommen. Bild 3.1 zeigt dies am Beispiel einer Flügel-Rumpf-Kombination. Aus Bild 3.1 erkennt man, daß die Panels an den Stellen kleiner gewählt werden, an denen die Geometrie des Körpers oder der Verlauf der zu erwartenden Strömung sich stark ändern. Je größer die Anzahl der Panels ist, desto genauer kann die tatsächliche Form des Körpers wiedergegeben werden, womit auch die Genauigkeit der Lösung zunimmt. Es ist jedoch zu beachten, daß die Rechenzeit quadratisch mit der Anzahl der Panels steigt. [20].

Das Panelverfahren ermöglicht die Berechnung der räumlichen Potentialströmung. Ähnlich wie in der einfachen Potentialtheorie, wo umströmte Körper durch eine Überlagerung der Elemente: Parallelströmung, Quelle, Senke, Potentialwirbel und Dipol modelliert werden, geschieht dies auch beim Panelverfahren. Für die Oberflächenpanels wird eine konstante Quell-Senkenverteilung angenommen, deren Quellstärke so bestimmt wird, daß senkrecht zum Panel kein Materiestrom fließt. Die Überlagerung (Superposition) der konstanten Quell-Senkenverteilung aller Panels zusammen mit der Anströmung ergibt dann die Strömung um den Körper.

Erst durch den Einsatz leistungsfähiger elektronischer Datenverarbeitungsanlagen konnten die ersten Panelverfahren in den 60er Jahren realisiert werden. Zunächst war es nur möglich, Verdrängungsprobleme zu lösen (z.B. Flugzeugrumpf), später wurden dann auch Auftriebsprobleme (Flügel) behandelt.

Um einen Flügel mit Auftrieb zu berechnen, muß neben der Oberfläche auch noch die Abflußströmung vorgegeben werden. Aus der Theorie heraus kann die Strömung an der Profilhinterkante nicht bestimmt werden. Bild 3.2 zeigt dazu drei verschiedene Möglichkeiten: In Bild 3.2a wird die Hinterkante von der Unterseite her umströmt, in Bild 3.2b von der Oberseite her. Bei derartigen Umströmungen einer scharfen Kante entstehen große Strömungsgeschwindigkeiten und Unterdrücke. Wie die Erfahrung zeigt, tritt am Flügel in erster Näherung die Strömung aus Bild 3.2c auf. Die Strömung fließt an der Hinterkante glatt ab.¹ Diese Tatsache wird Kuttasche Abflußbedingung genannt.

Um die Kuttasche Abflußbedingung zu berücksichtigen, werden sogenannte Wirbelleiter modelliert, die sich aus numerischen Gründen in das Innere des Körpers hinein fortsetzen. Bild 3.3 zeigt die zum Körper aus Bild 3.1 gehörende "innere Fläche". Die innere Fläche ist bei einem Flügel die Skelettfläche und wird ähnlich der Oberfläche in "innere" Panels eingeteilt. Außerhalb des Flügels werden die Wirbelleiter bis etwa zu einer Entfernung der 5-fachen Flügeltiefe fortgesetzt. Die Steigung der äußeren Wirbelleiter ist die Steigung der Tangente an der Skelettfläche in der Profilhinterkante. Die Panels der Wirbelleiter sind mit Dipolen belegt. Die Dipolstärke eines Panels ist konstant. Die Kuttasche Abflußbedingung wird in Kontrollpunkten der Wirbelleiter erfüllt, die aus numerischen Gründen etwa 1% der örtlichen Flügeltiefe hinter der Hinterkante liegen.

Das am Institut für Mechanik vorhandene Programm "IfM-Panel" hat einen Aufbau, der sich an einer von MBB entwickelten Programmversion orientiert.[20].

¹ Durch die Zähigkeit wandert der Staupunkt etwas nach oben. Der Auftrieb wird dadurch etwas vermindert.

3.2 Hauptgleichungen

Für den Benutzer des Panelverfahrens ist das Programm "IfM-Panel" im wesentlichen eine "black box". Eine vollständige Beschreibung des Programms ist am Institut vorhanden. Eine Übersicht über die Hintergründe des Panelverfahrens kann man [21] und [22] entnehmen. Die Hintergründe des Panelverfahrens sind hier im Hinblick auf die Besonderheiten der Windradanwendung wiedergegeben. (Siehe dazu auch [23]).

Der Windradflügel ist ein Körper, der sich um eine Achse dreht. Für einen Beobachter, der vor dem Windrad auf der Erde steht, ist dieser Vorgang nicht stationär. Grund: Der Flügel bewegt sich am Beobachter vorbei und bietet demnach ein mit der Zeit sich änderndes Bild. Der Vorgang läßt sich dadurch stationär machen, daß ein Koordinatensystem gewählt wird, welches mit dem Flügel fest verbunden ist. Vorausgesetzt werden soll zunächst, daß die Anströmung des Windrades im Absolutsystem \vec{v}_P homogen und achsparallel ist:

$$\vec{v}_P = (V_\infty, 0, 0) \quad .$$

Beim Übergang vom Absolutsystem ins Relativsystem wird der Parallelanströmung \vec{v}_P eine Geschwindigkeit überlagert, die der Geschwindigkeitsverteilung eines rotierenden Festkörpers entspricht. Diese Strömungsform wird Solid-Body-Strömung genannt. Das Strömungsfeld der Solid-Body-Strömung ist

$$\vec{v}_R = -\omega \cdot \vec{i} \times \vec{r} \quad .$$

Dabei ist ω die Winkelgeschwindigkeit des Windrades

\vec{i} der Einheitsvektor in x-Richtung

\vec{r} der Vektor zu irgendeinem Punkt auf dem Windrad.

Das Vektorfeld der (unbeeinflussten) Anströmung im Relativsystem \vec{v}_W ergibt sich aus der vektoriellen Addition von Parallelströmung \vec{v}_P und Solid-Body-Strömung \vec{v}_R :

$$\vec{v}_W = \vec{v}_P + \vec{v}_R \quad .$$

Das Vektorfeld der tatsächlichen Strömung um den Windradflügel im Relativsystem \vec{V} setzt sich zusammen aus dem Beitrag der Anströmung \vec{v}_W und dem eines überlagerten Störfeldes $grad\varphi$, welches durch den umströmten Körper verursacht wird:

$$\vec{V} = \vec{v}_W + grad\varphi \quad . \quad (3.1)$$

Die kinematische Strömungsbedingung [21] auf der Oberfläche des Rotors verlangt, daß die Strömung nicht in die Oberfläche eindringt, d.h.

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \quad . \quad (3.2)$$

Dabei ist \vec{n} der Normalenvektor auf einem Flächenelement dA der Flügeloberfläche. Multipliziert man Gl. 3.1 mit \vec{n} und berücksichtigt Gl. 3.2, so ist

$$0 = \vec{v}_W \cdot \vec{n} + grad(\varphi) \cdot \vec{n}$$

oder

$$grad(\varphi) \cdot \vec{n} = -\vec{v}_W \cdot \vec{n}$$

oder

$$grad(\varphi) \cdot \vec{n} = -\vec{v}_P \cdot \vec{n} - \vec{v}_R \cdot \vec{n} \quad . \quad (3.3)$$

Ausgangspunkt der dreidimensionalen, inkompressiblen, stationären Strömungsberechnung mit der Potentialtheorie ist die Laplace-Gleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad ,$$

die aus der Definition des Potentials

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad , \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad , \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

und aus der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

folgt. Zu beachten ist, daß die Laplace-Gleichung nur auf das Störpotential φ angewendet werden kann. Das Potential des Vektorfeldes \vec{V} existiert nicht, weil es aufgrund der überlagerten Solid-Body-Strömung nicht wirbelfrei ist.¹

Das Störpotential einer räumlichen Quell-Senkenverteilung für einen beliebigen Punkt P beträgt nach [21]

$$\varphi_{QS}(P) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_K} \frac{\sigma(S_K)}{r} dS_k \quad . \quad (3.4)$$

Dabei ist S_K die Körperoberfläche und dS_K ein Flächenelement davon,

r der Abstand von P zu einem beliebigen Punkt auf S_K und

σ die Quell-Senkenstärke eines Punktes auf S_K .

Dieses Störpotential genügt zur Darstellung eines reinen Verdrängungseffektes. Um einen Körper mit Auftrieb zu berechnen, sind ferner die Dipole der Wirbelleiter zu berücksichtigen, deren Stärke aus der Abflußbedingung zu bestimmen ist. Das Störpotential eines räumlichen Dipols für einen beliebigen Punkt P ist nach [21]

$$\varphi_D(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_N} \mu(S_N) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS_N \quad . \quad (3.5)$$

Dabei ist S_N die Oberfläche des Nachlaufes und dS_N ein Flächenelement davon

r der Abstand von P zu einem beliebigen Punkt auf S_N

μ die Dipolstärke eines Punktes auf S_N

$\partial/\partial n$ der Differentialquotient in Richtung der Normalen von S_N .

Gl. 3.4 und Gl. 3.5 sind Lösungen der Laplace-Gleichung. Diese Lösungen erhält man nach Bronstein ([26], S.553) durch Anwendung der Greenschen Funktion.

¹ Soll die Strömung im Relativsystem direkt berechnen werden, so geht dies nur über die Poisson-Gleichung ([24], S.103)

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -2\omega \quad ,$$

wobei Ψ die Stromfunktion ist.

Das Gesamtstörpotential ergibt sich aus der Überlagerung von Gl. 3.4 und Gl. 3.5 zu

$$\varphi(P) = \varphi_{QS}(P) + \varphi_D(P) \quad .$$

Eingesetzt in (3.3) errechnet sich für Punkte auf der Körperoberfläche Q

$$\begin{aligned} grad \left[-\frac{1}{4\pi} \iint_{S_K} \frac{\sigma(S_K)}{r} dS_K + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_N} \mu(S_N) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS_N \right] \cdot \vec{n}(Q) = \\ = -\vec{v}_P(Q) \cdot \vec{n}(Q) - \vec{v}_R(Q) \cdot \vec{n}(Q) \quad . \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dies ist eine ~~nicht~~lineare Integralgleichung für die Singularitätenstärken $\sigma(S_K)$ und $\mu(S_N)$.

Da die Oberfläche des Körpers aus einzelnen Panels mit konstanter Singularitätenbelegung besteht, lassen sich die Doppelintegrale vereinfachen:

$$\begin{aligned} \iint_{S_K} \frac{\sigma(S_K)}{r} dS_K &= \sum_{j=1}^m \sigma_j \iint_{S_j} \frac{1}{r} dS_j \\ \iint_{S_N} \mu(S_N) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS_N &= \sum_{j=1}^n \mu_j \iint_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS_j \quad . \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet m die Anzahl der Körperpanels und n die Anzahl der Panels für den Nachlauf. Führt man nun noch einige Abkürzungen ein

$$\begin{aligned} X_j &= \frac{\sigma_j}{4\pi V_\infty} \\ Y_j &= \frac{\mu_j}{4\pi V_\infty} \\ A_{Qj} &= \left[-grad \iint_{S_j} \frac{1}{r} dS_j \right] \cdot \vec{n}(Q) \\ B_{Qj} &= \left[grad \iint_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS_j \right] \cdot \vec{n}(Q) \\ R_Q &= \frac{-\vec{v}_P(Q) \cdot \vec{n}(Q) - \vec{v}_R(Q) \cdot \vec{n}(Q)}{V_\infty} \end{aligned}$$

und teilt (3.6) durch V_∞ , um die Geschwindigkeit zu normieren, so erhält man, durch Einführen der Abkürzungen in (3.6) nach dem Umordnen die vereinfachte Schreibweise

$$\sum_{j=1}^m X_j \cdot A_{Qj} + \sum_{j=1}^n Y_j \cdot B_{Qj} = R_Q \quad . \quad (3.7)$$

Dies ist ein lineares algebraisches Gleichungssystem mit $(m + n)$ unbekanntem Dipol- bzw. Quell-Senkenstärken. Der kritische Punkt des Programms zum Panelverfahren ist die Auflösung dieses umfangreichen Gleichungssystems. Beim Gauß-Algorithmus steigt der Rechenaufwand mit der dritten Potenz der Anzahl der Unbekannten. Dieses Verfahren ist daher nur schlecht anwendbar. Ausgenutzt werden kann, daß die Diagonalelemente der Matrix von (3.7) dominant sind. Dies ermöglicht die Anwendung der Gauß-Seidel-Methode, bei der der Lösungsvektor iterativ berechnet wird [27]. Je mehr die Diagonalelemente in ihrer Größenordnung überwiegen, desto schneller konvergiert das Verfahren. Nach [21] läßt sich das Konvergenzverhalten positiv beeinflussen, wenn

- die Winkeländerung von der Ebene eines Panels zur Ebene des Nachbarpanels klein ist
- die Änderung der Panelabmessungen von einem Element zum anderen klein ist.

Eine entscheidende Reduzierung der Rechenzeit ergibt sich vor allem durch das Ausnutzen von Symmetriebedingungen. Beim Windrad ist dies die Rotationssymmetrie. Es braucht dann nur die Strömung um einen Flügel berechnet zu werden.

Nachdem das Gleichungssystem gelöst ist, ist das gesamte Störpotential bekannt. Es können die Geschwindigkeiten an der Körperoberfläche V_K berechnet werden und daraus nach Bernoulli der Differenzdruck

$$\Delta p = p - p_\infty = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \left(1 - \frac{V_K^2}{V_\infty^2} \right) \quad (3.8)$$

Der Auftriebsbeiwert ergibt sich dann aus einer Summation der einzelnen, für jedes Panel berechneten Kraftkomponente.

3.3 Aufbau des Programms

Mit dem Programm 'IfM-Panel' kann die Strömung um maximal zwei auftriebsbehaftete Körper berechnet werden. Die Geometrie der Körper muß vom Benutzer in Unterprogrammen berechnet oder eingelesen werden. Die Geometrie des ersten umströmten Körpers wird über das Unterprogramm KOERP1 eingegeben, die Geometrie des zweiten Körpers (falls vorhanden) über das Unterprogramm KOERP2. Die Anzahl der Koordinaten, die für die Panels eingegeben werden können, ist auf 2500 begrenzt. Die Felder, die die Koordinaten enthalten sind mit (50,50) dimensioniert. Die x-, y- bzw. z-Koordinaten eines Paneleckpunktes werden in den Feldern $PX(I,J)$, $PY(I,J)$ bzw. $PZ(I,J)$ gespeichert. Die Lage des Eckpunktes im Gitter wird durch die I- und J-Koordinaten beschrieben, wie aus Bild 3.4 ersichtlich ist. Ein Panel wird also von vier benachbarten Eckpunkten gebildet.

Die Geometrie der Wirbelleiter muß bei Körpern mit Auftrieb über die Unterprogramme WLEIT1 und WLEIT2 bereitgestellt werden. WLEIT1 enthält die Wirbelleiter für den ersten Körper und WLEIT2 gegebenenfalls die Wirbelleiter für den zweiten Körper. Die Eckpunkte der Wirbelleiterpanels werden in den Feldern $PXW(I,J)$, $PYW(I,J)$, $PZW(I,J)$ gespeichert. Der Index I kennzeichnet die Nummer der Sprosse, der Index J kennzeichnet die Nummer des Holms. Die Holme weisen in Strömungsrichtung, also in Richtung der Profiltiefe, während die Sprossen dazu senkrecht stehen und in Richtung der Flügellänge weisen.

Steuerparameter, Daten der Parallelanströmung und Geometriedaten werden vom Programm von einer Datei gelesen. In diese Datei muß der Benutzer auch die Daten für sein spezielles Problem eingeben, die von den Unterprogrammen KOERP und WLEIT angefordert werden. Es ist möglich, der parallelen Anströmung, andere Elemente wie Quellen und Dipole zu überlagern oder das Relativsystem rotieren zu lassen. Der Einfluß dieser Singularitäten auf die Geschwindigkeitskomponenten in den Panel-Nullpunkten wird in einem Unterprogramm ADDSIN berechnet.

Das Programm berechnet die Druckverteilung auf der Körperoberfläche, den Auftriebs-

beiwert und den Widerstandsbeiwert. Die aus dem umfangreichen Gleichungssystem berechneten Singularitätenstärken werden für spätere Auswertungsläufe abgespeichert. Dies geschieht ebenfalls mit Daten, die zur graphischen Weiterverarbeitung erforderlich sind. Mit Programmen, die zur Datenaufbereitung dienen, sind verschiedene Ausgaben möglich:

- Plotten der Druckverteilung
- Plotten von Stromlinien
- Plotten des Fernfeldes der Strömung
- Darstellung der Strömung durch Vektorpfeile.

4 Unterprogramme zum Panelverfahren

4.1 Das Unterprogramm KOERP1 zur Berechnung der Flügelpanels

Aufgabe des Unterprogramms KOERP1 ist es, aus Geometriedaten, die von einer Datei eingelesen werden, die Paneleckpunkt-Koordinaten zu berechnen. Die x -, y - und z -Koordinaten der Paneleckpunkte werden in den Feldern $PX(I,J)$, $PY(I,J)$ bzw. $PZ(I,J)$ abgespeichert.

Als erstes muß ein Koordinatensystem festgelegt werden. Das hier gewählte - mit dem Windrad fest verbundene - Koordinatensystem zeigt Bild 4.1. Die Parallelanströmung erfolgt längs der x -Achse. Der Windradflügel dreht sich beim Blick in Windrichtung gegen den Uhrzeigersinn.

Ein Windradflügel besteht in den meisten Fällen nicht nur aus einem Flügelprofil. Um den unterschiedlichen Anströmbedingungen zwischen der Flügelwurzel und der Flügelspitze gerecht zu werden, finden unterschiedliche Profile Verwendung. Reine Profile aus dem Profilkatalog liegen jeweils nur in einem Querschnitt vor. Querschnitte des Windradflügels zwischen zwei reinen Profilen sind Übergangsprofile, die die reinen Profile möglichst gleichmäßig ineinander überleiten sollen. Das Unterprogramm KOERP1 liest die benötigte Information über die Profile aus einer Eingabedatei ein. Die Daten werden in diese Datei so eingegeben, wie sie aus Profilhandbüchern entnommen werden: Alle Profildaten sind auf die Profiltiefe t bezogen. Die Skelettlinie des Profils entspricht der x -Achse mit dem Wert $x = 0$ in der Profilnase und dem Wert $x = 1$ in der Profilhinterkante. Die Profilsaugseite wird durch Wertepaare (x_O, y_O) beschrieben und die Profildruckseite durch Wertepaare (x_U, y_U) . Die Lage der reinen Profilquerschnitte auf dem Windradflügel wird durch den Radius r zur Windradachse angegeben.

Die Flügeltiefe t wird durch Wertepaare (r, t) beschrieben. In der gleichen Art erfolgt dies für die Flügelverwindung mit den Wertepaaren $(r, \Delta\beta)$. (Siehe auch Bild 2.5). $\Delta\beta$ ist der Verwindungswinkel in bezug zum Winkel an der Flügelspitze ($r = R$), der den Wert $\Delta\beta(R) = 0$ hat. Die Winkelstellung des gesamten Flügels wird durch den Winkel der

Blattspitze β_t angegeben. Es ist also:

$$\beta(r) = \beta_t + \Delta\beta(r) \quad . \quad (4.1)$$

Bei Windrädern mit Flügelverstellung kann die Winkelstellung des gesamten Flügels während des Betriebs variiert und dadurch an die variablen Größen Windgeschwindigkeit, Drehzahl und Lastmoment angepaßt werden.

Schließlich werden noch der Windradradius R und der Radius der Flügelwurzel R_w benötigt. Die Werte r , R , R_w , und t sind dimensionsbehaftet. Sie können in beliebiger Weise eingegeben werden, müssen jedoch maßstäblich zueinander sein. Die Werte werden im Unterprogramm KOERP1 dimensionslos gemacht, indem sie auf den Windradradius R bezogen werden.

Da es nicht unbedingt sinnvoll ist, sämtliche Panels gleich groß zu wählen (siehe dazu Kapitel 3.1 und 3.2), kann der Benutzer eine Panelgrundverteilung angeben. Nach dem Studium einiger Panelverteilungen aus [28] wird als eine mögliche Verteilung der Panels in Richtung der Flügeltiefe eine Grundverteilung

$$0.06, 0.14, 0.30, 0.30, 0.20$$

vorgeschlagen, die in Bild 4.2 gezeigt ist. Für eine Verteilung der Panels in Flügellängsrichtung erscheint folgende Grundverteilung sinnvoll:

$$0.06, 0.09, 0.11, 0.12, 0.12, 0.12, 0.12, 0.11, 0.09, 0.06$$

Eine derartige Flügelaufteilung ist in Bild 4.1 am Beispiel des Windrades Nr. 7 der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen gezeigt. Die hier vorgeschlagenen Panelgrundverteilungen sollen dem Anwender lediglich als Hilfestellung dienen und können je nach Problemstellung anders gewählt werden. Das Unterprogramm VERTEIL berechnet zu einer gewählten Grundverteilung und der gewünschten Panelzahl eine Panelendverteilung. Die oben angegebene Grundverteilung in Richtung der Flügeltiefe besteht z.B. aus 5 Werten; bei einer gewünschten Panelzahl in dieser Richtung von 15 wird jedes Element der Grundverteilung noch einmal in 3 Panels unterteilt.

Nachdem jetzt die geforderte Verteilung der Panels auf dem Flügel festliegt, geht es darum, die Paneleckpunkt-Koordinaten zu berechnen. Zunächst müssen aus den Profildaten die Werte y_O und y_U berechnet werden, die zu den x-Werten der Panelendverteilung gehören. Dies wird mittels Spline-Interpolation durchgeführt. Ein Unterprogramm SMOSPL existiert dazu am IfM, welches in einem Umdruck [29] beschrieben ist. Das Unterprogramm ermöglicht eine glättende Spline-Interpolation. Bei der hier auftretenden Problemstellung geht es jedoch nicht um eine Glättung der Werte, sondern darum, daß die Spline-Funktionen direkt durch die gegebenen Punkte der Profilkontur verlaufen sollen. Wird der Glättungsparameter in SMOSPL auf den Wert $S = 1.0^{-10}$ gesetzt, so führt das Unterprogramm keine Glättung der Funktionswerte durch.

Da die Paneleckpunkte in der Regel nicht dort liegen, wo sich die reinen Profilquerschnitte des Flügels befinden, müssen Werte der Übergangsprofile berechnet werden. Auch dies geschieht mit Hilfe des Unterprogramms SMOSPL. In der Praxis kommt es häufig vor, daß die Profile direkt an der Flügelspitze und an der Flügelwurzel nicht bekannt sind. Da mit der Spline-Interpolation nur Zwischenwerte berechnet werden können, werden Übergangsprofile in den Flügelaußenbereichen durch lineare Extrapolation im Unterprogramm ESPLINE berechnet.

Bevor die Paneleckpunkt-Koordinaten schließlich den Feldern PX, PY, PZ zugewiesen werden können, muß noch eine Koordinatentransformation durchgeführt werden, in der der Verlauf der Flügeltiefe und die Flügelverwindung berücksichtigt werden. Die Koordinatentransformation übernimmt das Unterprogramm KOORD. Die in diesem Unterprogramm benötigten Werte $t(r)$ und $\Delta\beta(r)$ werden ebenfalls durch Extrapolation und Spline-Interpolation aus den Eingabedaten gewonnen.

4.2 Das Unterprogramm WLEIT1 zur Berechnung der Wirbelleiter

Da der Windradflügel ein Körper mit Auftrieb ist, muß ein Nachlaufmodell erarbeitet werden. Zur Erfüllung der Kutta-Joukowski Bedingung an der Profilhinterkante muß die Lage der Wirbelleiter und der Kontrollpunkte berechnet werden. Die x-, y- und z-Koordinaten der Paneleckpunkte der Wirbelleiterpanels werden in den Feldern PXW(I,J), PYW(I,J) bzw. PZW(I,J) abgespeichert.

Ein ideales Nachlaufmodell (Wirbelleitermodell) muß so aussehen, daß die Wirbelleiter genau den Stromlinien folgt, die im Staupunkt an der Profilhinterkante beginnen. Es tritt hier das Problem auf, daß das Strömungsfeld dazu als bekannt vorausgesetzt werden müßte, obwohl es doch gerade erst darum geht, das Strömungsfeld zu berechnen. Für genaue Rechnungen kann nur iterativ vorgegangen werden: Für den ersten Iterationsschritt wird ein einfaches Nachlaufmodell angenommen. Für die Berechnung des nächsten (genaueren) Nachlaufmodells dienen die Werte des Strömungsfeldes aus der vorhergehenden Rechnung. In dieser Arbeit wird keine Iteration des Nachlaufmodells durchgeführt. Das Programm WLEIT1 ermöglicht die Wahl zwischen zwei Wirbelleitermodellen:

1. Wirbelleitermodell:

Zur Berechnung der Wirbelleiter wird angenommen, daß Luftteilchen, die nach der Umströmung des Flügels die Profilhinterkante verlassen, ihre Umfangs- und Axialgeschwindigkeit beibehalten. Der Quotient aus Umfangs- und Axialgeschwindigkeit dieser Teilchen wird der Steigung der Skelettlinie in der Profilhinterkante gleichgesetzt. Es wird angenommen, daß die Umfangsgeschwindigkeit proportional zum Radius ist und daß die Radialgeschwindigkeit Null ist. Die angenommenen Stromlinien, denen die Wirbelleiter folgt, haben demnach einen konstanten Abstand zur Drehachse des Windrades. Vom Programmmanwender wird der Umfangswinkel γ_{maz} festgelegt, über den sich die Wirbelleiter

erstrecken soll, sowie die Anzahl der Panels der Wirbelleiter.

Die genannten Annahmen zur Konstruktion der Wirbelleiter sind in der Praxis nicht erfüllt. Bild 2.4 zeigt: Die Axialgeschwindigkeit nimmt ab, die Umfangsgeschwindigkeit nimmt zu und der Radius der Stromlinien (im Bild ist eine Stromlinie gestrichelt gezeichnet) vergrößert sich.

Bei einer Flügelverwindung

$$\Delta\beta(r) = \arctan(1/\lambda_2(r))$$

erhält man als Wirbelleiter eine Helix, die man am sinusförmigen Verlauf erkennt. Bild 4.3 und Bild 4.4 zeigen dazu je ein Beispiel. In Bild 4.4 hat der Flügel die Flügeltiefe $t = 0$. Derartig geordnete Verhältnisse ergeben sich in den meisten Fällen nicht. Bild 4.5 zeigt perspektivisch ein Beispiel einer Wirbelleiter, bei der der Bereich der Wirbelleiter an der Flügelspitze dem Nabenbereich vorausseilt.

2. Wirbelleitermodell:

Das 2. Wirbelleitermodell basiert auf dem ersten. Auch bei diesem Modell wird das Verhältnis aus Umfangs- und Axialgeschwindigkeit für den Bereich direkt hinter der Profilhinterkante (Q_1) aus der Steigung der Skelettlinie in der Profilhinterkante berechnet. Während jedoch beim 1. Wirbelleitermodell angenommen wird, daß das Verhältnis Umfangs- zu Axialgeschwindigkeit (Q) längs des Verlaufs der Wirbelleiter den Wert der Skelettlinie-Steigung Q_1 beibehält, wird beim 2. Wirbelleitermodell angenommen, daß das Verhältnis Umfangs- zu Axialgeschwindigkeit den Wert annimmt, den ein optimal gestaltetes Windrad in der Rotorebene aufweist: Q_2 . Das Verhältnis von Umfangs- zu Axialgeschwindigkeit in der Rotorebene ist nach Def. 2.5 $u_2/v_2 = \lambda_2 = Q_2$. λ_2 kann für ein optimal gestaltetes Windrad aus Gl. 2.11 mit Gl. 2.9 und Gl. 2.8 berechnet werden. Für den Übergang des Wertes Q_1 auf den Wert Q_2 längs des Drehwinkels der Wirbelleiter γ wird

ein linearer Verlauf angenommen. Um zu gewährleisten, daß die Wirbelleiter nicht in einen anderen Windradflügel hineinläuft, wurde festgesetzt, daß nach einem Drehwinkel der Wirbelleiter $\gamma_e = 360^\circ / (2 \cdot z)$ der Wert Q_1 in den Wert Q_2 übergegangen sein muß.

Es ist demnach:

$$Q(\gamma) = Q_1 + \frac{Q_2 - Q_1}{\gamma_e} \cdot \gamma \quad \text{für } \gamma < \gamma_e$$

$$Q(\gamma) = Q_2 \quad \text{für } \gamma \geq \gamma_e$$

Auch dieses Wirbelleitermodell entspricht noch nicht den in Bild 2.4 gezeigten Verhältnissen. Die Nachlaufmodelle können nur durch (richtige) Ergebnisse gerechtfertigt werden.

4.3 Berechnung von Kennzahlen

Im Programm "IfM-Panel" wird ein Druckbeiwert c_p berechnet, der auf die achsparallele Anströmgeschwindigkeit V_∞ bezogen ist:

$$c_p = 1 - \frac{V_K^2}{V_\infty^2} \quad (4.2)$$

Die Geschwindigkeit tangential zur Körperoberfläche V_K ist, verursacht durch die Rotation des Flügels, an der Flügelspitze deutlich größer als V_∞ . Demzufolge ergeben sich dort betragsmäßig hohe Druckbeiwerte. In der Propellerberechnung bezieht man den Druckbeiwert daher auf die Geschwindigkeit $V_\infty^2 + r^2 \cdot \omega^2$ (vergleiche mit [30]) und erhält einen modifizierten Druckbeiwert

$$c_p^* = 1 - \frac{V_K^2}{V_\infty^2 + r^2 \cdot \omega^2} \quad (4.3)$$

In einem Unterprogramm CPNEU wird der Druckbeiwert c_p in den modifizierten Druckbeiwert c_p^* nach der Formel

$$c_p^* = 1 + (c_p - 1) \frac{V_\infty^2}{v_\infty^2 + r^2 \cdot \omega^2} \quad (4.4)$$

umgerechnet. Durch die Einführung des modifizierten Druckbeiwertes ist es möglich, Druckbeiwerte des Windradflügels aus der 3dimensionalen Rechnung mit 2dimensionalen Profilberechnungen zu vergleichen.

Im Unterprogramm CAFLE wird der Auftriebsbeiwert eines Flügелеlementes berechnet. Unter einem Flügелеlement soll hier ein Flügelabschnitt verstanden werden, der aus einer Reihe von Panels besteht, die alle die gleich z-Koordinate (Bild 4.1) haben. Windradachse haben. Die Auftriebsbeiwerte der Flügелеlemente werden aus den modifizierten Druckbeiwerten berechnet. Der Auftriebsbeiwert bezieht sich auf die unbeeinflusste Anströmung des Flügels \vec{v}_W .

Im normierten Windrad, so wie es im Programm vorliegt, gelten folgende Werte:

$$V_\infty = 1.0 \quad ,$$

$$R = 1.0 \quad ,$$

$$A = \pi \quad ,$$

$$\lambda_t = \omega \quad .$$

Diese Werte wurden den Berechnungen der Windradkenngrößen zugrunde gelegt. Die Beiwerte für die Flügelemente beziehen sich auf die Fläche der zugehörigen Radelemente (vergleiche mit Bild 2.1). Beiwerte für das ganze Windrad beziehen sich auf die Windradfläche $A = \pi$.

Der Widerstandsbeiwert c_W (des Windrades, nicht des Flügelprofils) wird aus der Definitionsgleichung (Def. 2.11) berechnet:

$$c_W = \frac{z}{\pi} \cdot \sum_{i=1}^m -c_p(i) \cdot A_P(i) \cdot \vec{n}(i) \cdot \vec{i} \quad . \quad (4.5)$$

Dabei ist z die Flügelzahl

i eine Laufvariable

m die Anzahl der Körperpanels

$c_p(i)$ der Druckbeiwert am i -ten Panel

$A_P(i)$ die Panelfläche des i -ten Panels

$\vec{n}(i)$ der Normalenvektor auf der Panelfläche des i -ten Panels

\vec{i} der Einheitsvektor in x -Richtung.

Der Widerstandsbeiwert des Flügelementes $c_{W,E}$ wird ähnlich berechnet:

$$c_{W,E} = \frac{z}{A_E(r)} \cdot \sum_{i=1}^l -c_p(i) \cdot A_P(i) \cdot \vec{n}(i) \cdot \vec{i} \quad . \quad (4.6)$$

Dabei ist $A_E(r)$ die Fläche des Radelementes mit dem mittleren Radius r

l die Anzahl der Panels eines Flügelementes.

Aus den Widerstandsbeiwerten wird jeweils ein Abminderungsfaktor ξ berechnet. Der Abminderungsfaktor stellt eine integrale Größe über die Fläche dar, für die der Widerstandsbeiwert berechnet wurde.

Der Momentenbeiwert c_M wird aus der Definitionsgleichung (Def. 2.10) berechnet:

$$c_M = \frac{z}{\pi} \cdot \sum_{i=1}^m -r \cdot c_p(i) \cdot A_P(i) \cdot \vec{n}(i) \cdot \vec{j} \quad . \quad (4.7)$$

Dabei ist \vec{j} der Einheitsvektor in y-Richtung.

Der Momentenbeiwert für das Flügelement $c_{M,E}$ ist

$$c_{M,E} = \frac{z}{A_E(r)} \cdot \sum_{i=1}^l -r \cdot c_p(i) \cdot A_P(i) \cdot \vec{n}(i) \cdot \vec{j} \quad . \quad (4.8)$$

Aus dem Momentenbeiwert wird nach Gl. 2.19 der Leistungsbeiwert c_P des Windrades und des Flügelementes $c_{P,E}$ berechnet.

5 Ergebnisse des Panelverfahrens

5.1 2dimensionale Profilberechnung mit dem Panelverfahren

Zunächst ging es darum, zu prüfen, welche Genauigkeit bei der Anwendung des Panelverfahrens zu erwarten ist. Zu diesem Zweck wurde die Strömung um Flügelprofile berechnet und mit Literaturangaben verglichen. In der Literatur sind Auftriebs-, Widerstandsbeiwert und Druckverteilung bei 2dimensionaler Umströmung von Flügelprofilen angegeben. Eine 2dimensionale Flügelumströmung wurde in der Rechnung mit dem Panelverfahren dadurch modelliert, daß eine Flügellänge von der 100fachen Flügeltiefe gewählt wurde.

Bild 5.1 zeigt die berechnete Druckverteilung um ein Profil NACA 2412 bei drei verschiedenen Anstellwinkeln α . In Bild 5.2 sind die entsprechenden gemessenen Druckverteilungen gezeigt. Für Anstellwinkel von -1.7° und 7.4° besteht eine sehr gute qualitative und quantitative Übereinstimmung von Messung und Rechnung; lediglich im Bereich der Profilhinterkante bestehen leichte Abweichungen im Druckverlauf.

Wie Bild 5.2 zeigt, ist die Strömung bei einem Anstellwinkel von 17.9° über einem weiten Bereich der Flügeltiefe abgelöst. Mit dem Panelverfahren wird jedoch eine anliegende Strömung berechnet, wodurch sich auf der Profilsaugseite erheblich höhere Unterdrücke ergeben. Der Druckverlauf an der Profilhinterkante stimmt nicht mit dem gemessenen überein.

Die Strömung an dem symmetrischen Profil NACA 0015 wurde für die Anstellwinkel 0° , 5° und 10° berechnet. Die Druckverteilungen zu diesen Anstellwinkeln zeigt Bild 5.3. Über die Auftriebsbeiwerte bei diesen Anstellwinkeln ist ein Vergleich der berechneten Werte mit den gemessenen Werten aus der Literatur möglich (Bild 5.4). Da bei 10° die Strömung offensichtlich noch nicht abgelöst ist, besteht für alle drei Anstellwinkel eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten Werte mit den Meßwerten. Für 0° und 5° konnte selbst die Strömung an der Profilhinterkante recht genau vorausberechnet werden. Bei 10° weist der Druckverlauf in der Profilhinterkante Ungenauigkeiten auf.

Bei allen Rechnungen ergaben sich für die beiden Panels auf der Profildruck- und -saugseite an der Profilhinterkante die gleichen Druckbeiwerte. Obwohl der berechnete Druckbeiwert an dieser Stelle nicht immer dem gemessenen entsprach, so zeigt der jeweils gleiche Wert doch an, daß der Abströmvorgang durch die gewählte Wirbelleiter (siehe 3.1) gut modelliert wurde.

Der Widerstandsbeiwert eines Profils wird mit dem Panelverfahren prinzipiell immer zu Null berechnet. Abweichungen von dem Wert Null sind äußerst klein und haben numerische Gründe.

Die folgende Liste zeigt eine Zusammenstellung berechneter und gemessener Auftriebsbeiwerte:

Profil	α	c_a , berechnet	c_a , gemessen
NACA 2412	-1.7	0.03	0.024
NACA 2412	7.4	0.92	0.862
NACA 2412	17.9	1.90	0.950
NACA 0015	0.0	0.0	0.0
NACA 0015	5.0	0.52	0.50
NACA 0015	10.0	1.03	0.93

Die gemessenen Auftriebsbeiwerte für das Profil NACA 2412 sind [31] entnommen. Sie gelten für eine Reynoldszahl von $2.7 \cdot 10^6$. Die Auftriebsbeiwerte für das Profil NACA 0015 entstammen [12]. Sie wurden bei einer Turbulenz von 2% und einer Reynoldszahl von $6.6 \cdot 10^5$ gemessen. Für kleine Anstellwinkel stimmen die Ergebnisse der Rechnung gut mit den gemessenen Werten überein. Die Abweichungen sind kleiner als die, die man durch unterschiedliche Reynoldszahlen in der Messung erhält. Sobald sich jedoch die Strömung ablöst, ist der Auftriebsbeiwert aus der Rechnung viel zu hoch und daher nicht mehr zu verwenden.

5.2 Beschreibung der untersuchten Windräder

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Windräder mit dem Panelverfahren nachgerechnet:

Das Windrad Adler 25

Das Windrad Adler 25 wird von der Maschinenfabrik Köster gebaut. Entwickelt wurde es von der DFVLR unter dem Namen DEBRA 25 mit Mitteln des BMFT. Der Rotor des Windrades ist in Lee des Turmes angeordnet. Das Windrad hat drei Flügel mit einer Schränkung von 8° , einen Rotordurchmesser von 25 m und eine Nennleistung von 100 kW. [33]. Aus Konstruktionsunterlagen [34] der Firma Köster geht hervor, daß sechs verschiedene Flügelprofile eingesetzt wurden: NACA 4415, NACA 4418, NACA 4421, FX 77 W 258, FX 77 W 343 und eine modifizierte Form des Profils FX 77 W 405. Die Lage dieser Profile auf dem Flügel zeigt Bild 5.5. Für die Rechnung mit dem Panelverfahren wurde der Flügel erst ab dem Radius $R_w = 3.22$ m modelliert. Das modifizierte Profil FX 77 W 405 und der sich zur Nabe hin anschließende Kreisquerschnitt blieben unberücksichtigt. Der verbleibende Flügel wurde in 15 Panelreihen unterteilt, die in Bild 5.6 gezeigt sind. Jeweils der mittlere Querschnitt der 2., 5., 7., 10. und 15. Panelreihe (von der Flügelwurzel aus gezählt) entspricht einem der berücksichtigten Profile. Das Strak des wie in Bild 5.6 panelierten Flügels ist in Bild 5.7 gezeigt. Die Profilkordinaten der NACA-Profile konnten mit einem Programm berechnet werden, das am IfM vorhanden ist. Die Profilkordinaten der Profile FX 77 W 258 und FX 77 W 343 sind in [35] veröffentlicht worden.

Das Windrad Nr. 7 der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen

In der IV. Lieferung der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen [36], die 1932 erschien, wurden die Ergebnisse der Messung an vier verschiedenen Windrädern veröffent-

licht. Das Windrad Nr.7 hat die größte Ähnlichkeit mit modernen Windrädern und wurde daher für die Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit ausgewählt. Zusammen mit den Meßergebnissen ist auch eine Übersichtszeichnung des Windrades veröffentlicht worden (Bild 5.8). Das Windrad wurde für Windkanaluntersuchungen gebaut. Es hat daher nur einen Durchmesser von 0.9 m. Die zwei Flügel des Windrades weisen eine Schränkung von 7° auf. Für die Flügel wurden drei verschiedene Profile eingesetzt: Gö 449, Gö 450 und Gö 451. Profilkoordinaten für diese Profile konnten nicht ausfindig gemacht werden. Eine recht genaue Abbildung der Profile ist jedoch in [37] gegeben. Aus dieser Abbildung wurden die Profilkoordinaten abgemessen und anschließend im Programm SMOSPL [29] geglättet. Der panelierte Flügel des Windrades wurde bereits in Bild 4.1 gezeigt. Das Strak des wie in Bild 4.1 panelierten Flügels zeigt Bild 5.9.

5.3 Ergebnisse der Windradberechnung mit dem Panelverfahren

Ein großer Teil der Programmläufe diente dazu herauszufinden, in welcher Weise der Flügel paneliert und die Wirbelleiter modelliert werden muß. Zunächst ging es darum, eine sinnvolle Anzahl der Panels in Richtung der Flügeltiefe zu bestimmen. Ausgegangen wurde von der Grundverteilung, die in Kap. 4.1 angegeben ist. Bild 5.10 a) zeigt die Druckverteilung am Flügelement bei nur je 5 Panels auf der Profildruck- und -saugseite, also bei nur 10 Panels pro Panelreihe. Die Bilder 5.10 b) und 5.10 c) geben die Druckverteilung bei 20 bzw. 40 Panels wieder. Es kann anhand dieser Druckverläufe festgestellt werden, daß erst bei einer höheren Panelzahl von 30 bis 40 Panels pro Flügelement sinnvolle Werte berechnet werden. Die Überschneidung der Kurven des Druckverlaufs im Bereich der Profilhinterkante verschwindet bei hoher Panelzahl fast vollständig. Der Wert maximalen Unterdrucks (im Bild nicht mehr gezeigt) beträgt: a) $c_p = -2.54$, b) $c_p = -3.35$, c) $c_p = -4.46$. Es ist mit diesen Werten erklärbar, daß die berechnete Windradleistung mit steigender Panelzahl pro Flügelement zunimmt.

Auch in radialer Richtung können verschiedene Panelzahlen gewählt werden. Bild 5.11 zeigt die Druckverteilung an einem ausgewählten Radius. Die Druckverteilung wurde im Fall a) mit 10 Panels und im Fall b) mit 20 Panels in radialer Richtung berechnet. Für beide Fälle ist der ermittelte Druckverlauf identisch. Eine größere Genauigkeit ergibt sich im Fall b) bei der Berechnung von Kennzahlen des gesamten Windrades. Um die Kennzahlen Widerstandsbeiwert c_W , Momentenbeiwert c_M und Leistungsbeiwert c_P zu erhalten, muß nach Gl. 4.5 und Gl. 4.7 der Druckbeiwert c_p summiert werden. Am realen Windrad ändert sich der Druckbeiwert über dem Radius stetig. In der Rechnung ist dieser stetige Verlauf durch eine Treppenfunktion angenähert, da von einem konstanten Druckbeiwert auf jedem Panel ausgegangen wird. Durch die Wahl einer hohen Panelzahl in radialer Richtung kann die Treppenfunktion an die reale, stetige Funktion angenähert werden, was zu einer größeren Genauigkeit bei der Berechnung der Kennzahlen des gesamten Rotors führt.

Bei der Variation der Geometrie der Wirbelleiter wurden folgende Ergebnisse erzielt:

Nr. des Wirbelleitermodells	maximaler Drehwinkel der Wirbelleiter	Anzahl der Sprossen	Gesamtleistungsbeiwert c_p
1	45°	3	0.63
1	90°	6	0.67
2	15°	2	0.56
2	90°	6	0.64
2	360°	24	0.45

Alle Programmläufe wurden für den Kennfeldpunkt $\lambda_t = 9.0$, $\beta_t = -1.2^\circ$ durchgeführt, für den ein Leistungsbeiwert von $c_p = 0.44$ gemessen wurde. Die Ergebnisse verdeutlichen, in welchem Maße die berechnete Leistung von der Modellierung der Wirbelleiter abhängt. Die nach dem 1. Wirbelleitermodell berechnete Wirbelleiter bewegte sich mit steigendem Drehwinkel aufgrund des negativen Blattwinkels an der Flügelspitze β_t gegen (!) die Windrichtung. Das Ergebnis war ein extrem hoher (nach Betz nicht erreichbarer) Leistungsbeiwert. Durch Anwendung des 2. Wirbelleitermodells konnte die Leistung nur geringfügig reduziert werden. Ein größerer Einfluß als von der Wahl des Modells geht vom maximalen Drehwinkel der Wirbelleiter aus. Ein Drehwinkel von 90° lieferte die höchste Leistung. Bei größeren und kleineren Drehwinkeln als 90° wurde eine geringere Leistung berechnet. Bei einem Drehwinkel von 720° und 24 Wirbelleitersprossen wurde ein Leistungsbeiwert $c_p = 0.386$ berechnet, der niedriger als der gemessene Wert ist. Der Drehwinkel von 360° lieferte ein fast genaues Ergebnis. Daß dies nicht zu verallgemeinern ist, zeigt Bild 5.12.

Am Windrad Adler 25 wurde der gemessene Leistungsbeiwert für ausgewählte Punkte, die im Diagramm mit \bigcirc gekennzeichnet sind, nachgerechnet. (Bild 5.12). Alle Programmläufe wurden mit dem 2. Wirbelleitermodell durchgeführt. Ergebnisse, die mit einem maximalen Drehwinkel der Wirbelleiter $\gamma_{max} = 90^\circ$ und 6 Wirbelleitersprossen berechnet wurden,

sind mit "▽" gekennzeichnet. Ergebnisse der Programmläufe, die mit einem Drehwinkel $\gamma_{max} = 360^\circ$ und 24 Wirbelleitersprossen erzielt wurden, erhielten das Symbol "△" zur Kennzeichnung. Die Ergebnisse zeigen, daß eine kurze Wirbelleiter mit $\gamma_{max} = 90^\circ$ auf keinen Fall ausreichend ist. Auch die Ergebnisse mit der 360° -Wirbelleiter sind noch zu ungenau.

Die Bilder 5.13 bis 5.17 zeigen den Vergleich von 3dimensionaler und 2dimensionaler Rechnung mit dem Panelverfahren an den 5 äußeren Profilen des Adler 25. Für die 2dimensionale Vergleichsrechnung wurde aus den Daten der 3dimensionalen Rechnung der Anströmwinkel der Profile in der Rotorebene $\alpha = \alpha_2(r)$ nach Gl. 2.12a mit Gl. 2.11, Gl. 2.8 und dem Abminderungsfaktor ξ aus Gl. 2.22 mit $c_W = c_{W,E}$ aus Gl. 4.6 berechnet. Die Kurven der 3dimensionalen Druckverteilung weisen alle eine leichte Überschneidung im Bereich der Profilhinterkante auf, was darauf hindeuten kann, daß die Wirbelleiter noch nicht optimal gewählt wurde. Eine derartige Überschneidung der Kurve des Druckbeiwertes tritt in der 2dimensionalen Vergleichsrechnung nicht auf. Die Druckverläufe der 2- und 3dimensionalen Rechnung stimmen qualitativ und quantitativ überein, lediglich bei den Wortmann-Profilen ergab die 3dimensionale Rechnung eine stärkere Ausprägung des Gebietes mit Unterdruck auf der Profildruckseite. (Bilder 5.13 und 5.14). Zur Flügelspitze hin nimmt der Unterdruck am Flügel ab. Das hat nach Bild 5.18 auch eine Abnahme des Auftriebsbeiwertes zur Folge. Der größere Auftriebsbeiwert in der Nähe der Flügelwurzel ist durch einen größeren Anströmwinkel verursacht. Aufgrund der Ausgleichsströmung an Flügelspitze und Flügelwurzel und des induzierten Widerstandes wird hier ein Auftriebsbeiwert $c_a = 0$ erwartet. Bild 5.18 zeigt ein deutliches Abfallen des Auftriebsbeiwertes an den Flügelenden, jedoch wird wegen der nicht unendlich kleinen Panelgröße der Wert $c_a = 0$ nicht erreicht. Die Auftriebsverteilung ändert sich umgekehrt proportional zum Radius. Eine derartige Auftriebsverteilung entspricht Gl. 2.12 mit Gl. 2.6 und $\xi = \xi_{opt} \approx 1/3 = konst.$ nach Tab. 2.2.

Mit dem Panelverfahren wurden zwei Programmläufe mit veränderter Geometrie des Wind-

rades Adler 25 durchgeführt. Es wurde der Kennfeldpunkt $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = 6^\circ$ gewählt. Die Wirbelleiter, die nach dem 2. Wirbelleitermodell berechnet wurde, hatte einen Drehwinkel von $\gamma_{max} = 90^\circ$ und 6 Wirbelleitersprossen. Bei einer Reduzierung der Flügeltiefe auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes fiel der berechnete Leistungsbeiwert von $c_P = 0.23$ auf $c_P = 0.13$. Eine Leistungsverminderung entspricht der Erwartung, denn nach Gl. 2.12 wird die durch das Windrad strömende Luft bei kleiner Flügeltiefe nicht mehr so stark verzögert.

Im zweiten Programmlauf wurde die Flügelzahl von 3 auf 1 reduziert. Um jedoch in erster Näherung die gleiche Verzögerung der Strömung zu erreichen, wurde gleichzeitig die 3fache Flügeltiefe gewählt. Der Leistungsbeiwert fiel dennoch vom Wert $c_P = 0.23$ auf den Wert $c_P = 0.15$. Auch dieses Ergebnis entspricht den Erwartungen, weil durch die geringere Flügelstreckung und dem dadurch zunehmenden induzierten Widerstand ein Leistungsverlust auftritt. Weitere Parameterstudien sind in Kap. 6 beschrieben.

Die Ergebnisse der Berechnung des Windrades Nr.7 der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen zeigt Bild 5.19. Bei der Schnellaufzahl $\lambda_t = 6.0$ ist der berechnete Leistungsbeiwert c_P kleiner als der gemessene. Bei $\lambda_t = 8.0$ wurde ein zu großer Leistungsbeiwert berechnet. Der Fehler der beiden berechneten Leistungsbeiwerte ist im Vergleich zu den Ergebnissen am Windrad Adler 25 gering. Der berechnete Wert des Widerstandsbeiwertes c_W ist deutlich niedriger als der gemessene Wert.

6 Ergebnisse der Windradberechnung nach Hütter

Ein vorhandenes Programm "CP" [15], das auf der Windradberechnung nach Hütter [10] und [11] basiert, wurde im Rahmen der Diplomarbeit erweitert, so daß aufwendig profilierte Windräder wie das Windrad Adler 25 berechnet werden können. Das Programm CP ermöglicht auch die Berechnung von Windrädern, die eine nicht horizontale Achse haben. Aus konstruktiven Gründen weist das Windrad Adler 25 einen Achswinkel von 10° auf. Um eine stationäre Strömung zu erhalten, wurde die Schrägstellung der Achse bei den Berechnungen mit dem Panelverfahren vernachlässigt. Programmläufe mit CP zeigten, daß der maximale Leistungsbeiwert bei Berücksichtigung von Achs- und Konuswinkel nur um weniger als 1% geringer ist als bei einer Vergleichsberechnung des Windrades als reinem Horizontalachsrotor. Eine Verminderung des Leistungsbeiwertes macht sich offensichtlich erst bei größeren Achswinkeln bemerkbar [15]. Es ist demnach anzunehmen, daß durch die Berechnung des Adler 25 als reinem Horizontalachsrotor keine nennenswerten Fehler gemacht werden.

Bild 6.1 zeigt das Ergebnis einer Windradberechnung, wie sie in Kap. 2.4 bis 2.11 beschrieben ist.

Das Kennfeld des Leistungsbeiwertes c_p für das Windrad Adler 25 aus Bild 5.12 wurde mit dem Programm CP nachgerechnet. Das Ergebnis der Rechnung zeigt Bild 6.2. Die berechnete Leistung ist immer etwas kleiner als die gemessene - nie größer. Für Blattwinkel $\beta_t > 10^\circ$ sind die Abweichungen gering und von der Größenordnung der Genauigkeit der Profilkennzahlen Auftriebsbeiwert c_a und Gleitzahl ϵ . Für $\beta_t = 14^\circ$ liegt die berechnete Leistung deutlich unter der gemessenen. Auch die berechnete Leistung für kleine Schnellaufzahlen wurde deutlich zu niedrig berechnet. Insgesamt kann jedoch eine recht gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung festgestellt werden.

Bild 6.3 zeigt den Einfluß der Flügeltiefe auf den Gesamtleistungsbeiwert c_p des Windrades Adler 25. Sowohl bei Verdoppelung als auch bei Halbierung der Flügeltiefe sinkt der maximale Leistungsbeiwert. Eine Vergrößerung der Flügeltiefe führt zu einer Verschie-

bung des Maximums des Leistungsbeiwertes zu niedrigeren Schnellaufzahlen. Bei einer Verkleinerung der Flügeltiefe tritt der umgekehrte Effekt auf.

Wird das Produkt aus Flügelszahl und Flügeltiefe konstant gehalten ($z \cdot t = konst.$), dann sinkt der Gesamtleistungsbeiwert mit abnehmender Flügelszahl. Die Leistungsverminderung ist ausschließlich auf den Blattzahlverlustfaktor (Bild 2.11) zurückzuführen. Für den idealen Leistungsbeiwert c_{Pi} und den Flügelwirkungsgrad η_P erhält man in jedem dieser Fälle den gleichen Wert.

7 Berechnung instationärer Strömungsfelder

Bei einer homogenen und achsparallelen Anströmung eines Windrades erhält man durch den Übergang vom Absolutsystem ins Relativsystem im Relativsystem wieder eine stationäre Strömung. Die Hauptgleichungen des Panelverfahrens wurden in Kap. 3.2 für diesen Fall angegeben.

Bei Rotoren mit geneigter Drehachse ist jedoch selbst die Strömung im Relativsystem noch instationär. Eine instationäre Strömung im Relativsystem erhält man auch, wenn die Grenzschicht der Luftströmung über der Erdoberfläche berücksichtigt werden muß oder bei Berechnung der Rotor-Turm-Wechselwirkung. Auch eine Fehlanströmung des Windrades aufgrund einer falschen Windrichtungsnachführung der Windkraftanlage verursacht eine instationäre Strömung im Relativsystem.

In diesen Fällen empfiehlt es sich, eine quasi-stationäre Berechnung der Strömung mit dem Panelverfahren für verschiedene Umlaufwinkel θ der Flügel durchzuführen. Die Strömungsgeschwindigkeit an der Körperoberfläche V_K wird dann, wie im stationären Fall, nach Gl. 3.1 berechnet. Ein Unterschied zur stationären Rechnung ergibt sich jedoch bei der Berechnung des Differenzdruckes (Gl. 3.8) bzw. des Druckbeiwertes (Gl. 4.2): Während im stationären Fall die einfache Bernoullische Gleichung herangezogen werden konnte, muß für die instationäre Rechnung die verallgemeinerte Bernoullische Gleichung angewandt werden.

Die Bernoullische Gleichung läßt sich aus der Eulerschen Bewegungsgleichung durch Integration längs einer Stromlinie herleiten. Eine einfache Herleitung ist in Stromlinienkoordinaten möglich. Die Integration kann jedoch auch - mit größerem Aufwand - in kartesischen Koordinaten erfolgen. Dieser Weg soll hier beschrieben werden. Die Herleitung erfolgt dabei im Hinblick auf die Windradanwendung. Es gilt hier, wie in Kap. 3.2,

$$\vec{V} = \vec{v}_W + \nabla\varphi \quad (3.1)$$

mit

$$\vec{v}_W = \vec{v}_P + \vec{v}_R$$

und

$$\vec{v}_R = -\omega \cdot \vec{i} \times \vec{r} \quad .$$

Mit dem Fehlanströmwinkel ϑ aufgrund falscher Windrichtungsnachführung, dem Grenzschichteffekt und dem Achswinkel τ nach Bild 2.6 gilt für die instationäre Rechnung jedoch

$$\vec{v}_P = (V_\infty \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \tau, V_\infty \cdot \sin \vartheta, V_\infty \cdot \sin \tau) \quad .$$

Mit $\vec{V} = (u \cdot \vec{i} + v \cdot \vec{j} + w \cdot \vec{k})$ lautet die Eulersche Bewegungsgleichung:

$$u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p + g \nabla z = 0 \quad . \quad (6.1)$$

Mit Vektorschreibweise erhalten wir

$$u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} = (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \quad .$$

Für die Eulersche Bewegungsgleichung ergibt sich damit

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p + g \nabla z = 0 \quad . \quad (6.2)$$

Während der Zeit dt bewegt sich ein Teilchen in der Strömung auf einer Stromlinie um $d\vec{s}$ weiter. Wenn wir nun die Terme aus Gl. 6.2 mit $d\vec{s}$ skalar multiplizieren, so erhalten wir eine skalare Gleichung, die die Terme Druck p , Geschwindigkeit V und die Höhe z entlang der Stromlinie miteinander verbindet:

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \cdot d\vec{s} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \frac{1}{\rho} \nabla p \cdot d\vec{s} + g \nabla z \cdot d\vec{s} = 0 \quad . \quad (6.3)$$

Dabei ist

$$d \cdot \vec{s} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k} \quad (\text{längs } s) \quad .$$

Es sollen die Terme aus Gl. 6.3 zunächst einzeln behandelt werden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \nabla p \cdot d\vec{s} &= \frac{1}{\rho} \left[\vec{i} \frac{\partial p}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial p}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial p}{\partial z} \right] \cdot [dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}] \\ &= \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right] \quad (\text{längs } s) \\ \frac{1}{\rho} \nabla p \cdot d\vec{s} &= \frac{1}{\rho} dp \quad (\text{längs } s) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 -g \nabla z \cdot d\vec{s} &= -g \vec{k} \cdot [dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}] \\
 -g \nabla z \cdot d\vec{s} &= -g dz \quad (\text{längs } s)
 \end{aligned}$$

Unter Zuhilfenahme einer Rechenregel des Nabla-Kalküls [38] können wir schreiben:

$$\begin{aligned}
 (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \cdot d\vec{s} &= \left[\frac{1}{2} \nabla(\vec{V} \cdot \vec{V}) - \vec{V} \times (\nabla \times \vec{V}) \right] \cdot d\vec{s} \\
 &= \left[\frac{1}{2} \nabla(\vec{V} \cdot \vec{V}) \right] \cdot d\vec{s} - \left[\vec{V} \times (\nabla \times \vec{V}) \right] \cdot d\vec{s}
 \end{aligned}$$

Der letzte Term auf der rechten Seite dieser Gleichung ist Null, weil \vec{V} parallel zu $d\vec{s}$ ist.

Folglich ist

$$\begin{aligned}
 (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \cdot d\vec{s} &= \frac{1}{2} \nabla(\vec{V} \cdot \vec{V}) \cdot d\vec{s} \quad (\text{längs } s) \\
 &= \frac{1}{2} \left[\vec{i} \frac{\partial V^2}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial V^2}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial V^2}{\partial z} \right] \cdot [dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}] \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial V^2}{\partial x} dx + \frac{\partial V^2}{\partial y} dy + \frac{\partial V^2}{\partial z} dz \right] \\
 (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \cdot d\vec{s} &= \frac{1}{2} d(V^2) \quad (\text{längs } s)
 \end{aligned}$$

Setzen wir nun diese Terme in Gl. 6.3 ein, erhalten wir

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \frac{dp}{\rho} + g dz + \frac{1}{2} d(V^2) = 0 \quad (\text{längs } s)$$

Die Integration dieser Gleichung liefert die verallgemeinerte Bernoullische Gleichung:

$$\int \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \int \frac{dp}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} = konst \quad (\text{längs } s) \quad (6.4)$$

Im Falle der Windradberechnung beginnt die Integration auf einem Punkt auf der Stromlinie im Unendlichen (∞) und endet auf einem Punkt der Stromlinie auf der Körperoberfläche (K). Betrachten wir zunächst einmal den instationären Term. Mit Gl. 3.1

ist

$$\begin{aligned}
 \int_{\infty}^K \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \cdot d\vec{s} &= \int_{\infty}^K \frac{\partial(\vec{v}_W + \nabla\varphi)}{\partial t} \cdot d\vec{s} = \\
 &= \int_{\infty}^K \left[\frac{\partial V_{\infty}(z)}{\partial t} (\cos \vartheta \cdot \cos \tau, \sin \vartheta, \sin \tau) - \frac{\partial \omega}{\partial t} \cdot \vec{i} \times \vec{r} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla\varphi) \right] \cdot d\vec{s}
 \end{aligned}$$

Eine Vereinfachung dieses Ausdrucks erhält man, wenn sich die Windgeschwindigkeit $V_\infty(z)$ nicht mit der Zeit ändert (keine Böen) und wenn das Windrad mit konstanter Drehzahl läuft. Es ist dann

$$\begin{aligned} \int_{\infty}^K \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \cdot d\vec{s} &= \int_{\infty}^K \frac{\partial}{\partial t} \nabla \varphi \cdot d\vec{s} \\ &= \int_{\infty}^K \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \vec{k} \right) \cdot (dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j} + dz \cdot \vec{k}) \\ &= \int_{\infty}^K \frac{\partial}{\partial t} d\varphi \quad . \end{aligned}$$

Da die Orte der betrachteten Integrationsgrenzen sich im Relativsystem nicht bewegen, gilt

$$\int_{\infty}^K \frac{\partial}{\partial t} d\varphi = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\infty}^K d\varphi = \frac{\partial}{\partial t} (\varphi_K - \varphi_\infty) \quad .$$

Für das Störpotential ist $\varphi_\infty = 0$. Also

$$\int_{\infty}^K \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \cdot d\vec{s} = \frac{\partial \varphi_K}{\partial t} \quad .$$

Führen wir nun auch noch die Integration der anderen Terme aus Gl. 6.4 aus, wobei die Luftdichte ρ in der Windradberechnung als konstant angenommen werden kann, so lautet das Ergebnis

$$\frac{\partial \varphi_K}{\partial t} + \frac{1}{2} (V_K^2 - V_\infty^2) + \frac{1}{\rho} (p_K - p_\infty) = 0 \quad . \quad (6.5)$$

Für den Druckbeiwert erhalten wir mit $p_K = p$

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} = 1 - \frac{V_K^2}{V_\infty^2} - \frac{2}{V_\infty^2} \cdot \frac{\partial \varphi_K}{\partial t} \quad . \quad (6.6)$$

Für den Term $\frac{\partial \varphi_K}{\partial t}$ muß eine numerische Differentiation durchgeführt werden. Zunächst sind in einem bestimmten Intervall des Umlaufwinkels θ $[\theta_1 ; \theta_2]$ Programmläufe durchzuführen, wobei der Umlaufwinkel von θ_1 bis θ_2 kontinuierlich mit einer Schrittweite $\Delta\theta$ zu erhöhen ist. Bei konstanter Drehzahl entspricht jedem Schritt $\Delta\theta$ eine Zeitdifferenz Δt . Je nach der Anzahl der Programmläufe können unterschiedlich genaue Formeln zur Berechnung des Terms $\frac{\partial \varphi_K}{\partial t}$ herangezogen werden:

Formel mit einem Fehler 2. Ordnung:

$$\frac{\partial \varphi_{K,i}}{\partial t} = \frac{\varphi_{K,i+1} - \varphi_{K,i-1}}{2 \Delta t}$$

Formel mit einem Fehler 4. Ordnung:

$$\frac{\partial \varphi_{K,i}}{\partial t} = \frac{-\varphi_{K,i+2} + 8\varphi_{K,i+1} - 8\varphi_{K,i-1} + \varphi_{K,i-2}}{12 \Delta t}$$

In den Formeln bezeichnet $\varphi_{K,i}$ den i -ten Wert der Größe φ_K im betrachteten Intervall. In der Literatur sind weitere Formeln zur numerischen Differentiation angegeben, die noch kleinere Fehler aufweisen, sowie Formeln für die Berechnung der Ableitung von Funktionswerten am Rande des betrachteten Intervalls. Die Formeln werden aus dem Satz von Taylor hergeleitet. Hinweise dazu findet man in [27].

8 Ausblick

Das in dieser Arbeit beschriebene Panelverfahren zur Windradberechnung ermöglicht die Ermittlung von Windradkenngrößen, ohne daß dazu Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte der verwendeten Profile bekannt sein müssen. Die Windradleistung konnte nicht mit der erhofften Genauigkeit berechnet werden. Hierzu bedarf es noch einer genaueren Modellierung der Wirbelleiter oder einer Iteration der Gestalt der Wirbelleiter, wie in Kap. 4.2 angedeutet. In weiteren Berechnungen könnte versucht werden, die Erkenntnisse über den Verlauf der Strömung hinter dem Windrad (wie in Bild 2.4 gezeigt) in die Gestaltung der Wirbelleiter einfließen zu lassen. Weitere Parameterstudien an der Geometrie der Wirbelleiter müssen zeigen, ob die Windradleistung gegen einen bestimmten Wert konvergiert, wenn die Wirbelleiter immer länger gewählt wird. Die Grenzen der Anwendung des Panelverfahrens können schon jetzt klar gesehen werden: Genaue Ergebnisse aus dem Panelverfahren können nur im Bereich der Auslegungsschnellaufzahl erhalten werden. Bei zu niedriger Schnellaufzahl wird der Anströmwinkel am Flügel zu groß, es kommt dann in der Realität zur Ablösung der Strömung. Da das Panelverfahren immer mit anliegender Strömung rechnet, wird die berechnete Leistung deutlich über der gemessenen Leistung liegen. Wie Bild 6.1 zeigt, wird die Leistung bei hohen Schnellaufzahlen durch den Flügelwirkungsgrad begrenzt. Das Panelverfahren berücksichtigt nur den induzierten Widerstand, nicht aber den Reibungswiderstand, was einem Flügelwirkungsgrad $\eta_P = 1$ entspricht. Es wird daher erwartet, daß auch bei hohen Schnellaufzahlen die berechnete Leistung deutlich über der gemessenen Leistung liegt. Problematisch für die praktische Anwendung sind die langen Rechenzeiten des Panelverfahrens. Es wird kaum möglich sein, ein ganzes Kennfeld in vertretbarer Zeit zu berechnen. Ein Ausweg könnte hier sein, die aerodynamischen Beiwerte der Profile in einer 2dimensionalen Rechnung mit dem Panelverfahren zu ermitteln, um diese dann in einem herkömmlichen Programm zur Windradberechnung zu verwenden. Wenn es gelingt, mit dem Panelverfahren unter Berücksichtigung der genannten Einschränkungen verwertbare Ergebnisse zu erzielen, ist der Weg offen für weitergehende Berechnungen, wie z.B. der Wechselwirkung des Windrades mit anderen

Literatur

- [1] Ditfurth, H. v.:
Im Anfang war der Wasserstoff.
Hoffmann und Campe, Hamburg, 1972.
- [2] Lindemann, D.:
Übertragbarkeit von Meßwerten aus Versuchen an Windrädern im Hinblick
auf Windkanalversuche am Wagner-Rotor.
Kleine Studienarbeit, Institut für Mechanik, Hannover, 1985.
Unveröffentlicht.
- [3] Schatter, W.:
Windkonverter.
Vieweg, 1987.
- [4] Molly, J. P.:
Windenergie in Theorie und Praxis.
Karlsruhe, 1978.
- [5] Neumann, F.:
Die Windmühlen.
Weimar, 1864.
In: Neuer Schauplatz der Künste und Handwerke, Bd 263.
- [6] La Cour, P.:
Die Windkraft.
Leipzig, 1905.
- [7] Pfeleiderer, C.:
Anwendung der elementaren Turbinentheorie auf die Berechnung
der Windräder.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (1921) S.180.

- [8] Betz, A.:
Windenergie.
Göttingen, 1926.
- [9] Glauert, H.:
Airplane Propellers.
In: Durand, W.F.: Aerodynamic Theory, Vol. IV, 1935.
- [10] Hütter, U.:
Beitrag zur Schaffung von Gestaltungsgrundlagen für Windkraftwerke.
Dissertation, TH Wien, 1942.
- [11] Hütter, U.:
Windkraftmaschinen.
In: Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch - Maschinenbau Bd IIA, Berlin, 1954.
- [12] Miley, S. J.:
A Catalog of Low Reynolds Number Airfoil Data
for Wind Turbine Application.
Texas, 1982.
- [13] Wilson, R. E. / Lissaman P. B. S.:
Applied Aerodynamics of Wind Power Machines.
Oregon State University, 1974.
- [14] Hau, E.:
Große Windanlagen.
1983, MAN Sonderdruck.
- [15] Lindemann, D.:
Zur aerodynamischen Berechnung eines Windenergie-Konverters am Beispiel
der Wagner-Rotors.
Seminarvortrag, Institut für Mechanik, Hannover, 1985. Unveröffentlicht.

- [16] Gourières, D. le:
Energie Eolienne.
Paris, 1982.
- [17] Hennchen, N.:
Strom aus der Luft.
Puchheim, 1982.
- [18] König, F. v.:
Wie man Windräder baut.
6.Aufl., München, 1984.
- [19]
Informationsschrift zum GROWIAN.
MAN, Neue Technologie, Dachauer Str. 667, 8000 München 50.
- [20] Wiedermann, A. R.:
Benutzer-Manual zum Programm "IfM-Panel".
Institut für Mechanik, Hannover. Unveröffentlicht.
- [21] Kraus, W. / Sacher, P.:
Das Panelverfahren zur Berechnung der Druckverteilung von Flugkörpern im
Unterschallbereich.
Zeitschrift für Flugwissenschaften, 21. Jahrgang, Heft 9 (1973), S.301-311.
- [22] Meyer, T.:
Berechnung der Fahrzeugumströmung mit einem Panelverfahren.
Große Studienarbeit, Institut für Mechanik, Hannover, 1987.
Unveröffentlicht.

- [23] Preuss, R. D. et al.:
Unsteady Potential Aerodynamics of Rotors with Application
to Horizontal-Axis Windmills.
AIAA Journal, Vol.18, No. 4 (1980), S.385-393.
- [24] Betz, A.:
Konforme Abbildungen.
Springer, 1964.
- [25] Schlichting, H. / Truckenbrodt, E.:
Aerodynamik des Flugzeuges.
Springer, 1959.
- [26] Bronstein, I. N. / Semendjajew, K. A.:
Taschenbuch der Mathematik.
20.Aufl., Leipzig / Moskau, 1981.
- [27] Gerald, C. F. / Wheatley, P. O.:
Applied Numerical Analysis.
Addison-Wesley, California, 1984.
- [28] Kraus, W.:
Panel Methods in Aerodynamics.
In: von Karman Institut for Fluid Dynamics,
Computational Fluid Dynamics, Vol. II, 1976.
- [29] Wiedermann, A. R.:
Programmbeschreibung für das FORTRAN-Unterprogramm "SMOSPL".
Institut für Mechanik, Hannover. Unveröffentlicht.

- [30] Hess, J. L. / Valarezo, W. O.:
Calculation of Steady Flow About Propellers
Using a Surface Panel Method.
J. Propulsion, Vol. 1, No. 6 (1985), S. 470-476.
- [31] Schlichting, H. / Truckenbrodt, E.:
Aerodynamics of the Airplane.
Mc Graw-Hill, 1979.
- [32] Riegels, F.
Aerodynamische Profile.
München, 1958.
- [33]
Windenergie-Konverter Adler 25.
Prospekt der Maschinenfabrik Köster,
Friedrichswerk 1-7, 2240 Heide.
- [34]
Konstruktionsunterlagen zum Windrad Adler 25.
Persönliche Information erhalten von der Maschinenfabrik Köster,
Friedrichswerk 1-7, 2240 Heide.
- [35] Wortmann, F. X.:
Airfoil Profiles.
Institut für Aerodynamik und Gasdynamik, Stuttgart, 1978.
- [36] Prandtl, L. / Betz, A.:
Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen,
IV. Lieferung.
Göttingen, 1935.

[37] Prandtl, L. / Betz, A.:

Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen,

I. Lieferung.

4.Aufl., Göttingen, 1935.

[38] Fox, R.W. / McDonald, A. T.:

Introduction to Fluid Mechanics.

John Wiley & Sons, 1985.

Tabellen

Tabelle 2.1

Berechnung des Abminderungsverhältnisses $\frac{2a}{b}$ als Funktion der Schnellaufzahl λ und des Abminderungsfaktors ξ

λ :	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
$\xi = 1/3$	0.111	0.778	0.944	0.975	0.986	0.991
$\xi = 1/2$	0.250	0.813	0.953	0.979	0.988	0.993
$\xi = 2/3$	0.444	0.861	0.965	0.985	0.991	0.994
$\xi = 1.0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tabelle 2.2 Optimale Werte der Winddurchdringung

Tabelle 2.2 Optimale Werte der Windradberechnung [16]

λ	λ_e	k	h	C_p	C_{zpl}/r	I	λ	λ_e	k	h	C_p	C_{zpl}/r	I
0.100	0.670	0.473	8.866	0.116	11.149	56.193	5.000	7.555	0.335	1.018	0.587	0.217	7.540
0.200	0.768	0.451	4.574	0.207	9.819	52.460	5.100	7.704	0.335	1.017	0.588	0.029	7.396
0.300	0.873	0.432	3.168	0.279	8.600	48.867	5.200	7.853	0.335	1.016	0.588	0.201	7.257
0.400	0.984	0.416	2.483	0.336	7.506	45.466	5.300	8.002	0.335	1.016	0.588	0.194	7.123
0.500	1.099	0.403	2.086	0.381	6.541	42.290	5.400	8.151	0.335	1.015	0.588	0.187	6.994
0.600	1.219	0.393	1.830	0.416	5.700	39.358	5.500	8.300	0.335	1.015	0.588	0.180	6.870
0.700	1.343	0.384	1.655	0.444	4.975	36.672	5.600	8.449	0.335	1.014	0.588	0.174	6.750
0.800	1.470	0.377	1.530	0.467	4.353	34.227	5.700	8.598	0.335	1.014	0.589	0.168	6.634
0.900	1.600	0.371	1.437	0.485	3.821	32.009	5.800	8.747	0.335	1.013	0.589	0.163	6.522
1.000	1.732	0.366	1.366	0.500	3.367	30.000	5.900	8.897	0.335	1.013	0.589	0.157	6.413
1.100	1.866	0.362	1.311	0.512	2.980	28.183	6.000	9.046	0.335	1.012	0.589	0.152	6.308
1.200	2.002	0.359	1.267	0.522	2.648	26.537	6.100	9.195	0.335	1.012	0.589	0.147	6.207
1.300	2.140	0.356	1.232	0.531	2.363	25.046	6.200	9.344	0.335	1.011	0.589	0.143	6.108
1.400	2.279	0.353	1.203	0.538	2.118	23.692	6.300	9.494	0.335	1.011	0.589	0.138	6.013
1.500	2.419	0.351	1.179	0.544	1.906	22.460	6.400	9.643	0.335	1.011	0.589	0.134	5.920
1.600	2.560	0.349	1.159	0.549	1.723	21.337	6.500	9.792	0.334	1.010	0.589	0.130	5.831
1.700	2.702	0.348	1.142	0.553	1.563	20.310	6.600	9.942	0.334	1.010	0.590	0.126	5.744
1.800	2.844	0.346	1.128	0.557	1.423	19.370	6.700	10.091	0.334	1.010	0.590	0.122	5.659
1.900	2.988	0.345	1.115	0.560	1.300	18.506	6.800	10.241	0.334	1.010	0.590	0.119	5.577
2.000	3.132	0.344	1.105	0.563	1.191	17.710	6.900	10.390	0.334	1.009	0.590	0.116	5.498
2.100	3.276	0.343	1.095	0.565	1.095	16.976	7.000	10.539	0.334	1.009	0.590	0.112	5.420
2.200	3.421	0.343	1.087	0.568	1.010	16.296	7.100	10.689	0.334	1.009	0.590	0.109	5.345
2.300	3.566	0.342	1.080	0.570	0.934	15.666	7.200	10.838	0.334	1.009	0.590	0.106	5.271
2.400	3.711	0.341	1.074	0.571	0.865	15.080	7.300	10.988	0.334	1.008	0.590	0.103	5.200
2.500	3.857	0.341	1.068	0.573	0.804	14.534	7.400	11.137	0.334	1.008	0.590	0.101	5.131
2.600	4.003	0.340	1.063	0.574	0.749	14.025	7.500	11.287	0.334	1.008	0.590	0.098	5.063
2.700	4.150	0.340	1.059	0.576	0.699	13.549	7.600	11.436	0.334	1.008	0.590	0.096	4.997
2.800	4.296	0.339	1.055	0.577	0.654	13.103	7.700	11.586	0.334	1.007	0.590	0.093	4.933
2.900	4.443	0.339	1.051	0.578	0.613	12.684	7.800	11.735	0.334	1.007	0.590	0.091	4.871
3.000	4.590	0.339	1.048	0.579	0.586	12.290	7.900	11.885	0.334	1.007	0.590	0.088	4.810
3.100	4.737	0.338	1.045	0.580	0.542	11.919	8.000	12.034	0.334	1.007	0.591	0.086	4.750
3.200	4.884	0.338	1.042	0.580	0.511	11.569	8.100	12.184	0.334	1.007	0.591	0.084	4.692
3.300	5.032	0.338	1.040	0.581	0.482	11.239	8.200	12.334	0.334	1.007	0.591	0.082	4.635
3.400	5.180	0.337	1.038	0.582	0.456	10.926	8.300	12.483	0.334	1.006	0.591	0.080	4.580
3.500	5.328	0.337	1.036	0.582	0.431	10.630	8.400	12.633	0.334	1.006	0.591	0.078	4.526
3.600	5.476	0.337	1.034	0.583	0.409	10.349	8.500	12.782	0.334	1.006	0.591	0.077	4.473
3.700	5.624	0.337	1.032	0.583	0.388	10.083	8.600	12.932	0.334	1.006	0.591	0.075	4.422
3.800	5.772	0.337	1.030	0.584	0.369	9.829	8.700	13.082	0.334	1.006	0.591	0.073	4.371
3.900	5.920	0.336	1.029	0.584	0.351	9.588	8.800	13.231	0.334	1.006	0.591	0.071	4.322
4.000	6.068	0.336	1.027	0.585	0.334	9.358	8.900	13.381	0.334	1.006	0.591	0.070	4.274
4.100	6.217	0.336	1.026	0.585	0.319	9.138	9.000	13.531	0.334	1.005	0.591	0.068	4.227
4.200	6.365	0.336	1.025	0.585	0.305	8.928	9.100	13.680	0.334	1.005	0.591	0.067	4.181
4.300	6.514	0.336	1.024	0.586	0.291	8.728	9.200	13.830	0.334	1.005	0.591	0.065	4.136
4.400	6.662	0.336	1.023	0.586	0.278	8.536	9.300	13.980	0.334	1.005	0.591	0.064	4.092
4.500	6.811	0.336	1.022	0.586	0.267	8.353	9.400	14.129	0.334	1.005	0.591	0.063	4.048
4.600	6.960	0.336	1.021	0.586	0.255	8.177	9.500	14.279	0.334	1.005	0.591	0.061	4.006
4.700	7.108	0.336	1.020	0.587	0.245	8.008	9.600	14.429	0.334	1.005	0.591	0.060	3.965
4.800	7.257	0.335	1.019	0.587	0.235	7.846	9.700	14.578	0.334	1.005	0.591	0.059	3.924
4.900	7.406	0.335	1.018	0.587	0.226	7.690	9.800	14.728	0.334	1.005	0.591	0.058	3.884
							9.900	14.878	0.334	1.005	0.591	0.057	3.845
							10.000	15.028	0.334	1.004	0.591	0.055	3.807

In der Tabelle sind optimale Werte der Windradberechnung gegeben. Die Werte wurden aus der Schnellaufzahl λ und dem optimalen Abminderungsfaktor $\xi_{opt} = f(\lambda)$ berechnet.

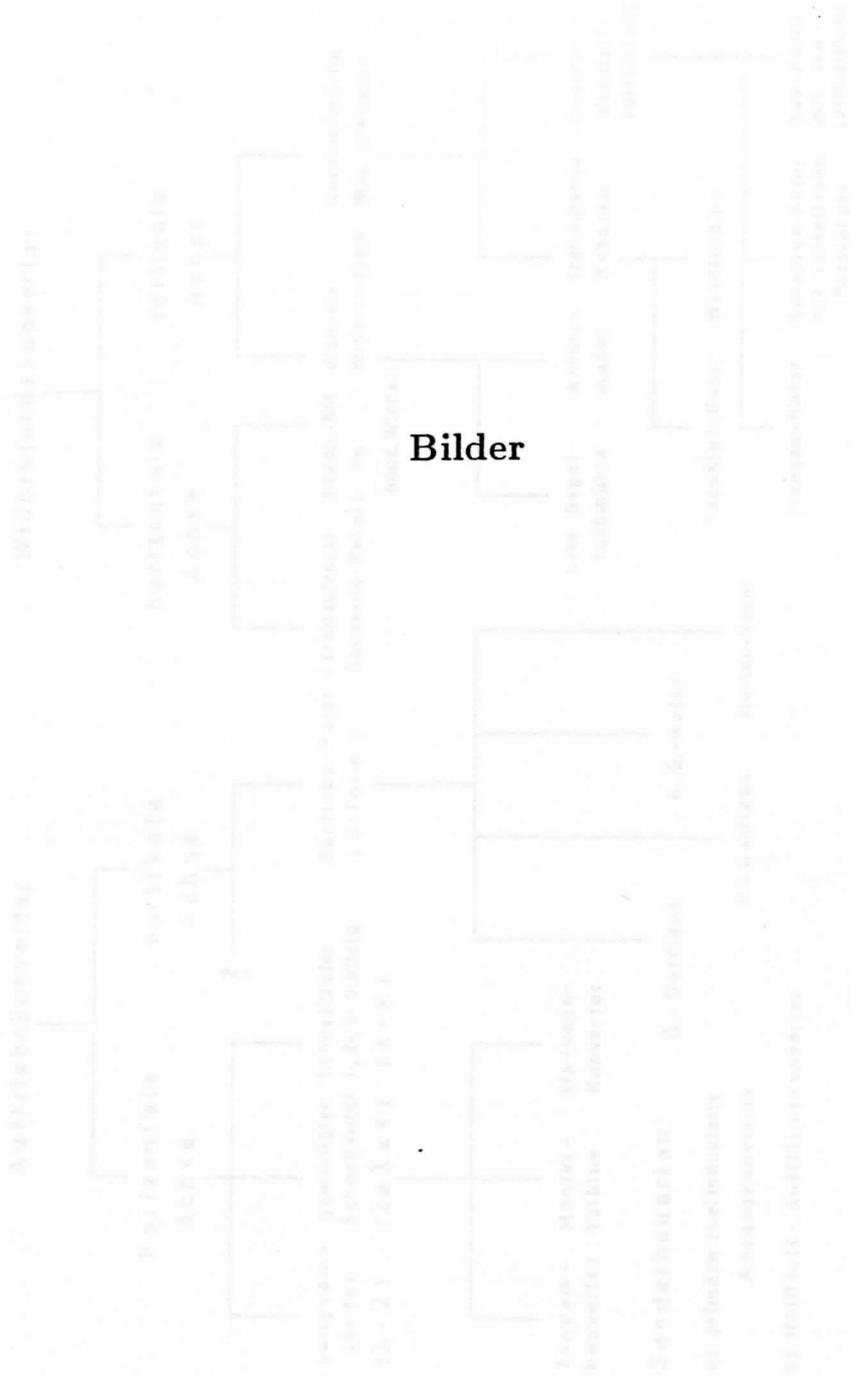
Es ist:

$$\lambda_e = \lambda_2 \qquad c_p = c_{pi}$$

$$k = \xi_{opt} \qquad c_{zpl}/r = c_a z t / r \quad \text{für } \epsilon \rightarrow \infty$$

$$h = \sigma \qquad I = \varphi$$

Windenergie - Bauarten



Bilder

Bild 1.1: Typenübersicht Windenergie-Konzepte (Strombauart) [3]

Windkonverter - Bauarten

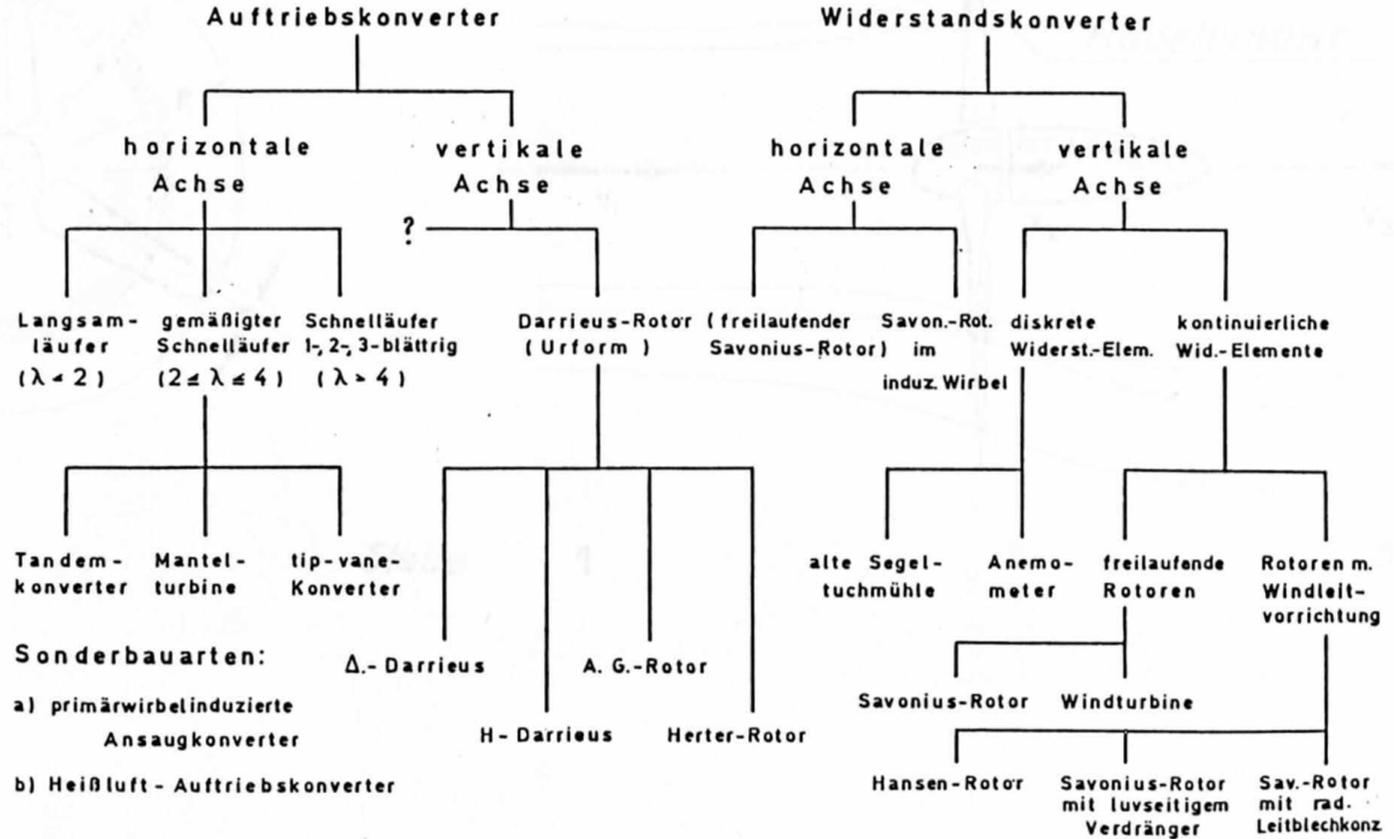


Bild 1.1: Typenübersicht Windenergie-Konverter (Stammbaum) [3]

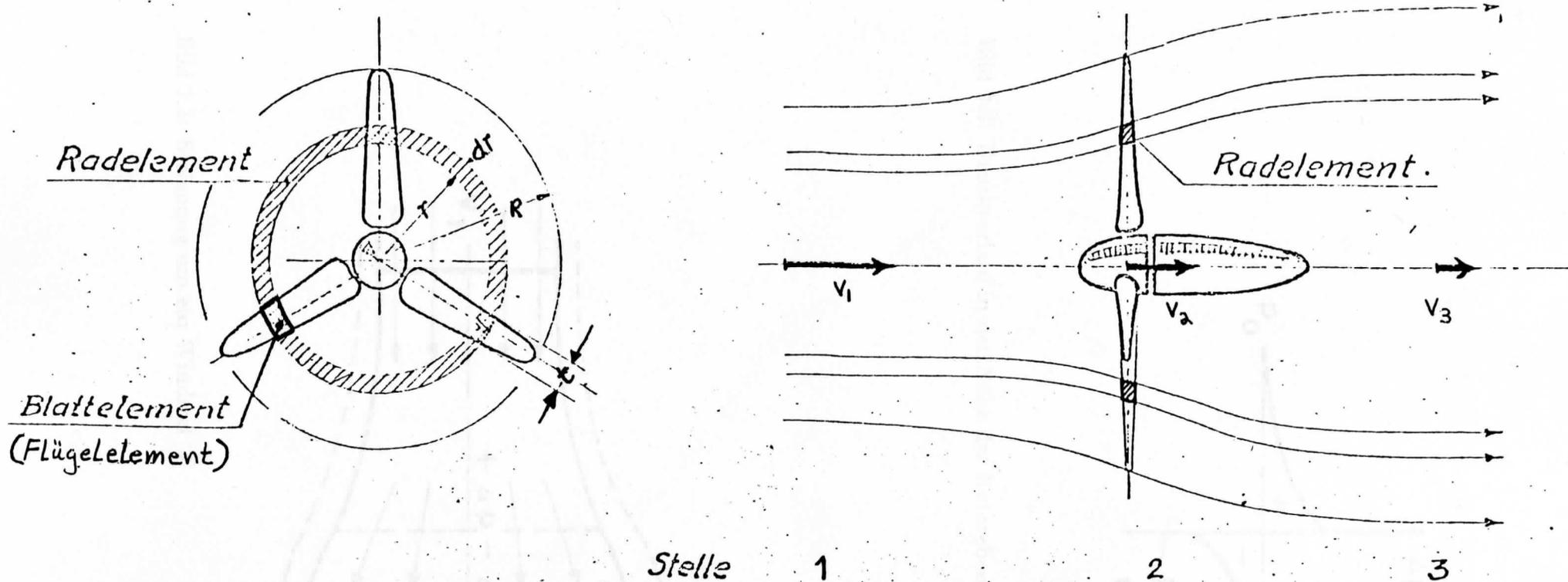


Bild 2.1: Radelement und Blattelement (Flügelement) [10]

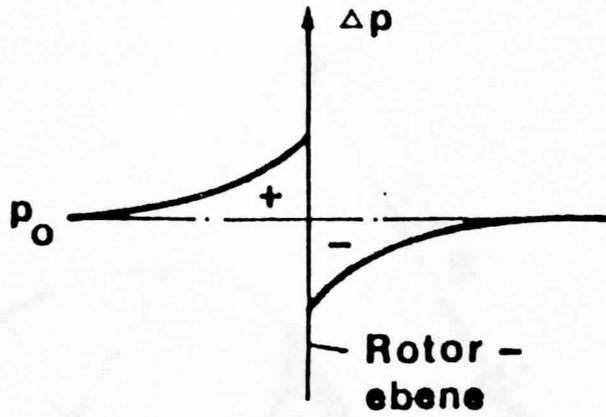


Bild 2.2: Druckverlauf in der Nähe der Rotorebene [4]

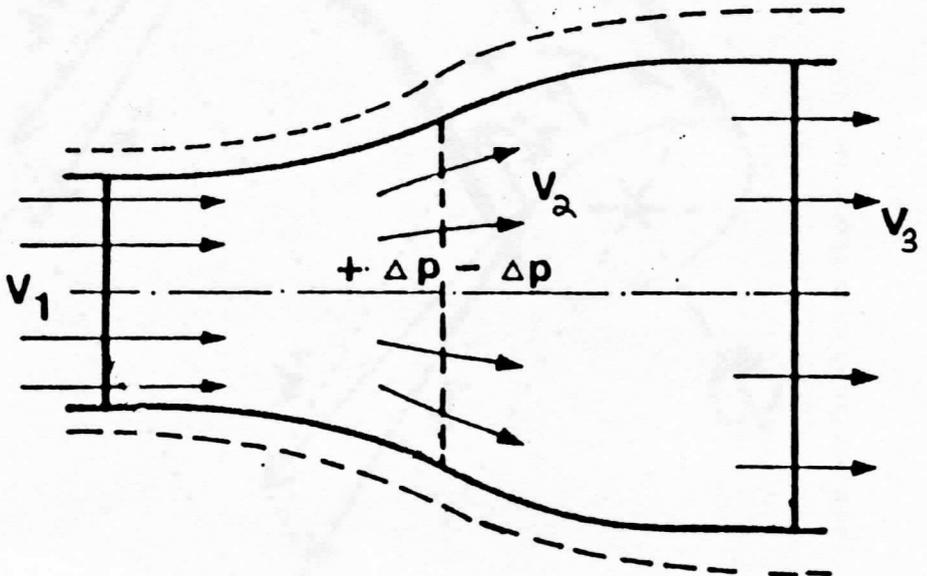


Bild 2.3: Strömung um ein Windrad [4]

$$W_1 = W_2 = W_3$$

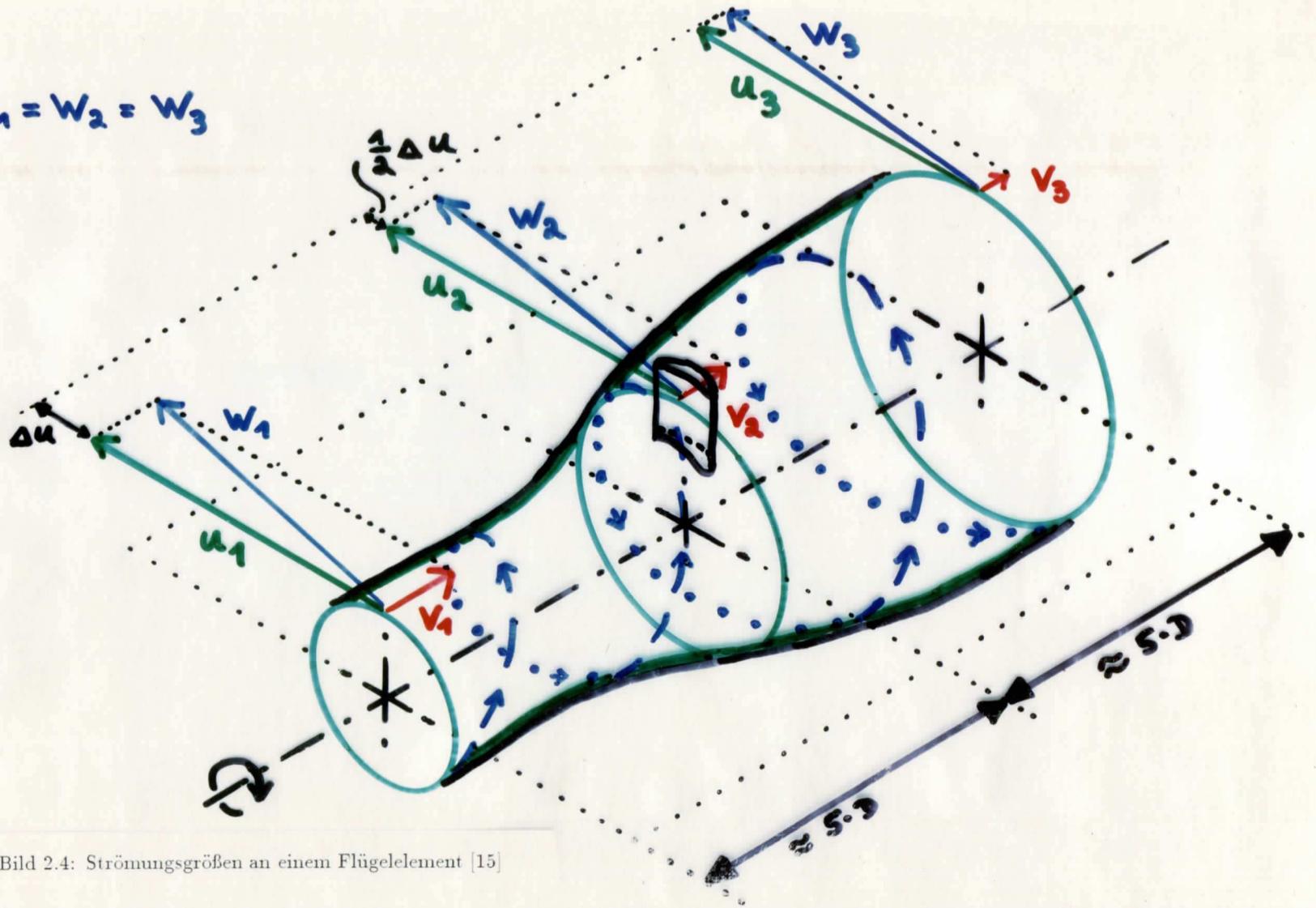


Bild 2.4: Strömungsgrößen an einem Flügелеlement [15]

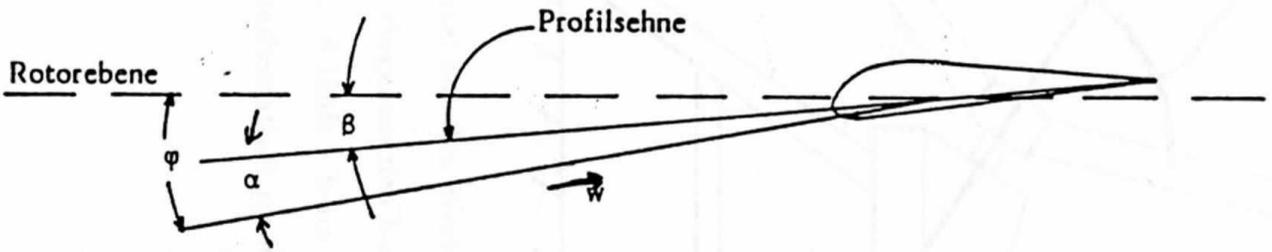
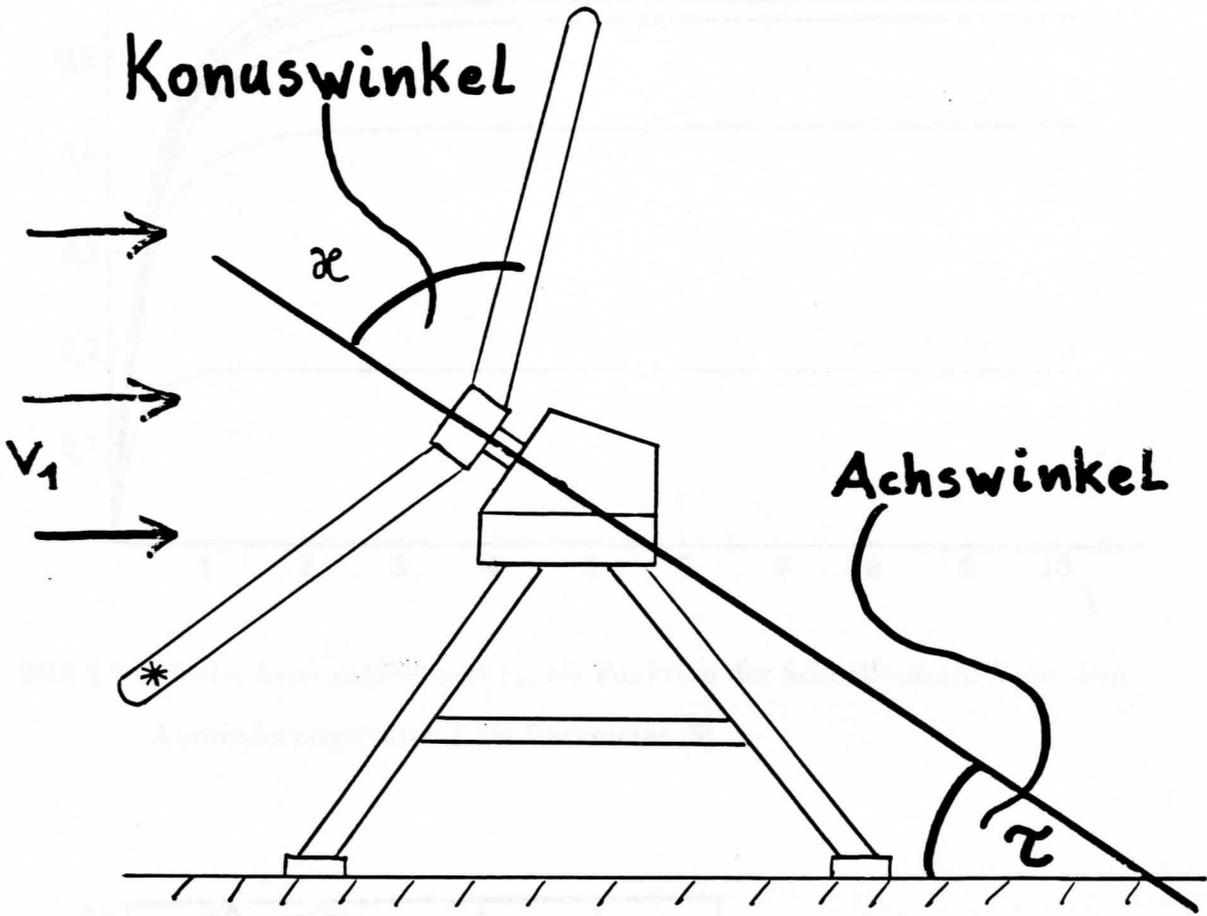


Bild 2.5: Winkelbezeichnungen am Flügel [2]



Der Umlaufwinkel hat den Wert Null ($\theta = 0$), wenn der Flügel seine tiefste Stellung eingenommen hat. Diese Stellung ist im Bild mit "*" gekennzeichnet. θ läuft - beim Blick mit der Anströmrichtung - in Richtung des mathematisch positiven Umlaufsinn.

Bild 2.6: Achswinkel τ , Konuswinkel κ und Umlaufwinkel θ [15]

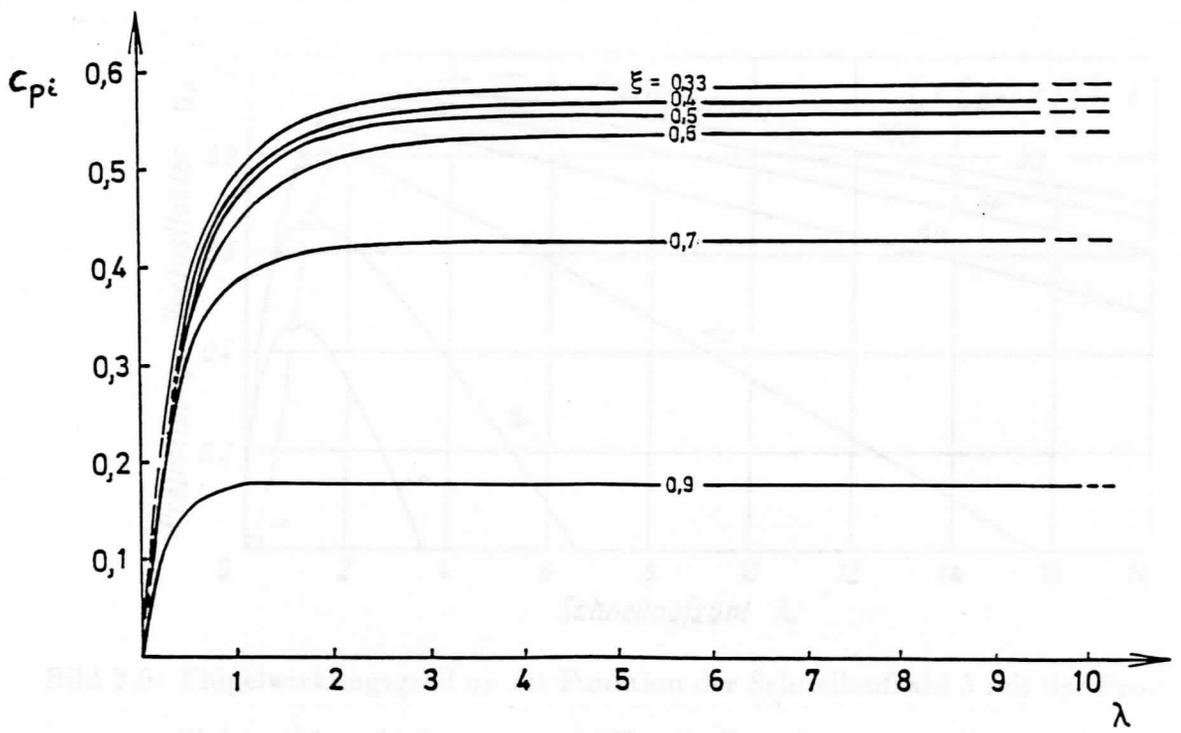


Bild 2.7: Idealer Leistungsbeiwert c_{pi} als Funktion der Schnellaufzahl λ mit dem Abminderungsfaktor ξ als Parameter [3]

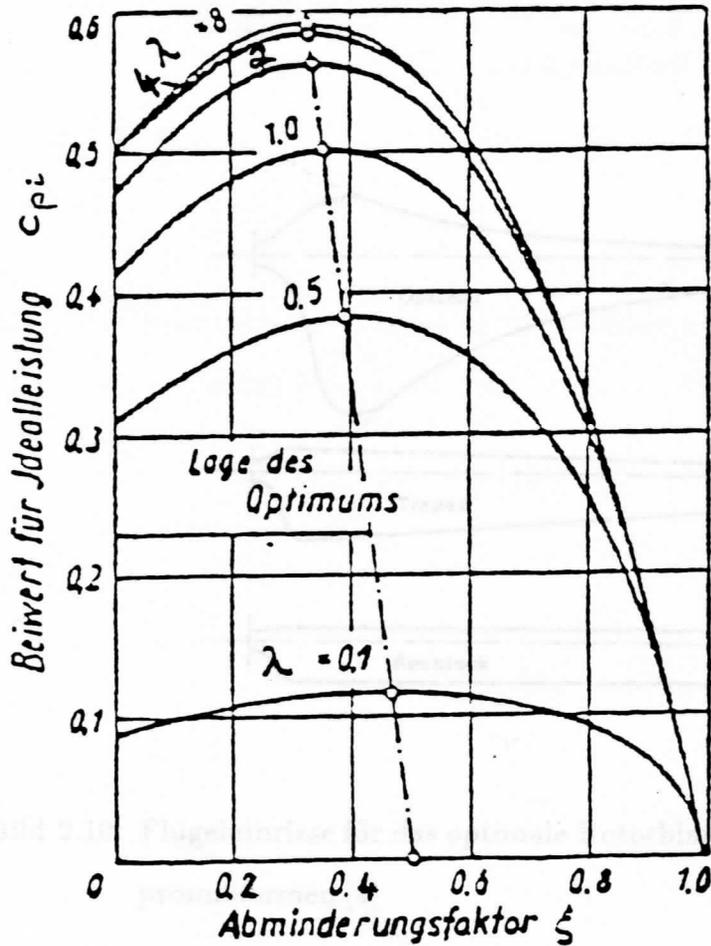


Bild 2.8: Idealer Leistungsbeiwert c_{pi} als Funktion des Abminderungsfaktors ξ mit der Schnellaufzahl λ als Parameter [11]

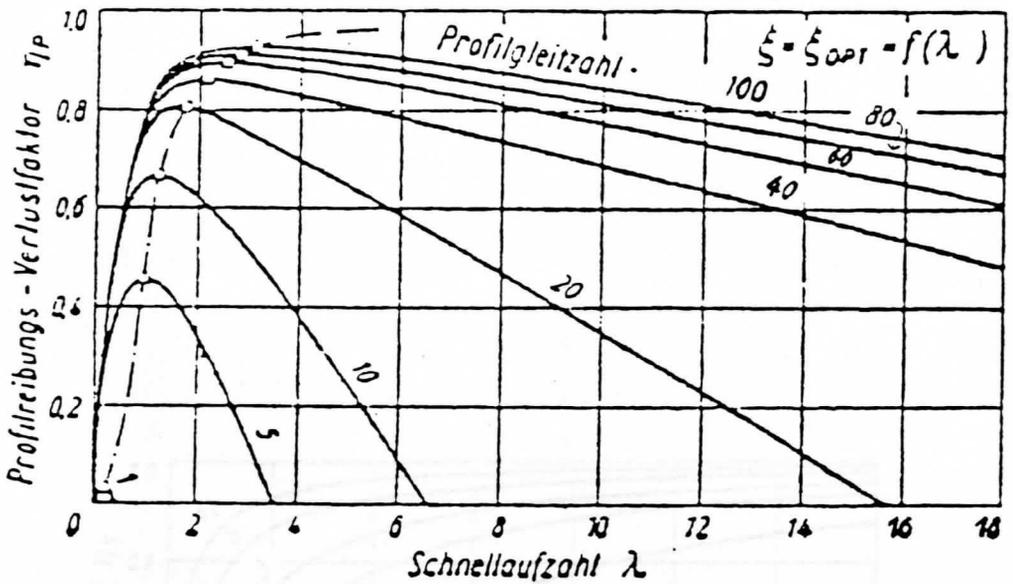


Bild 2.9: Flügelwirkungsgrad η_P als Funktion der Schnellaufzahl λ mit der Profilgleitzahl ϵ als Parameter. (Für die Berechnung der Kurven wurde für jede Schnellaufzahl der optimale Abminderungsfaktor ξ_{opt} gewählt)
[11]

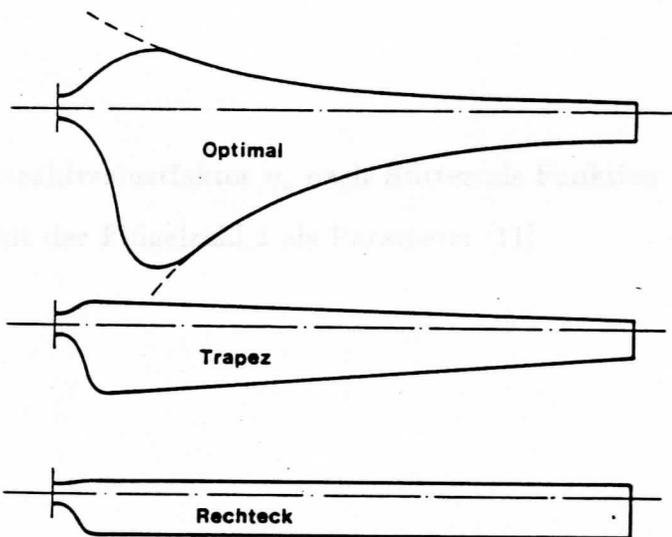


Bild 2.10: Flügelumrisse für das optimale Rotorblatt im Vergleich mit zwei Kompromißformen [4]

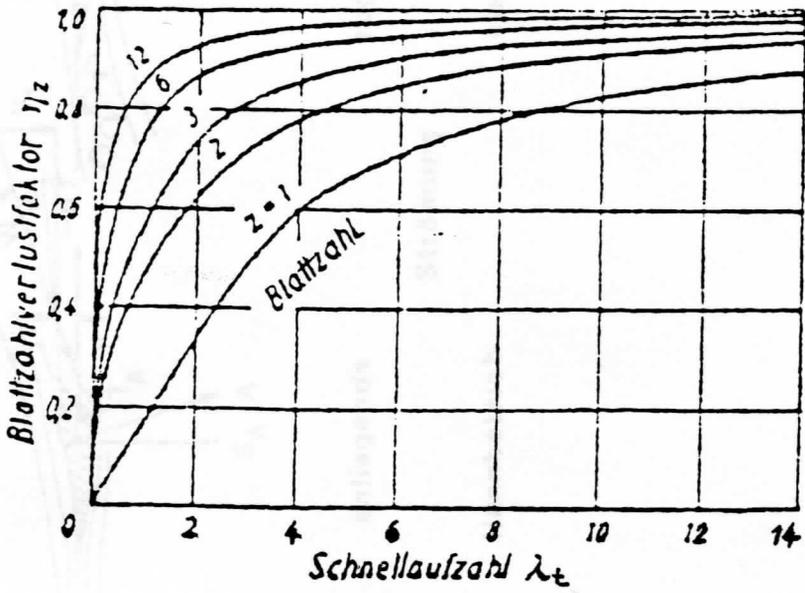


Bild 2.11: Blattzahlverlustfaktor η_z nach Hütter als Funktion der Schnellaufzahl λ_t mit der Flügelzahl z als Parameter [11]

Bild 2.12: Störungsverhältnisse am Rotorsblatt bei verschiedenen Blattzahlen
 (a) $z=1$ (b) $z=2$ (c) $z=3$ (d) $z=6$ (e) $z=12$

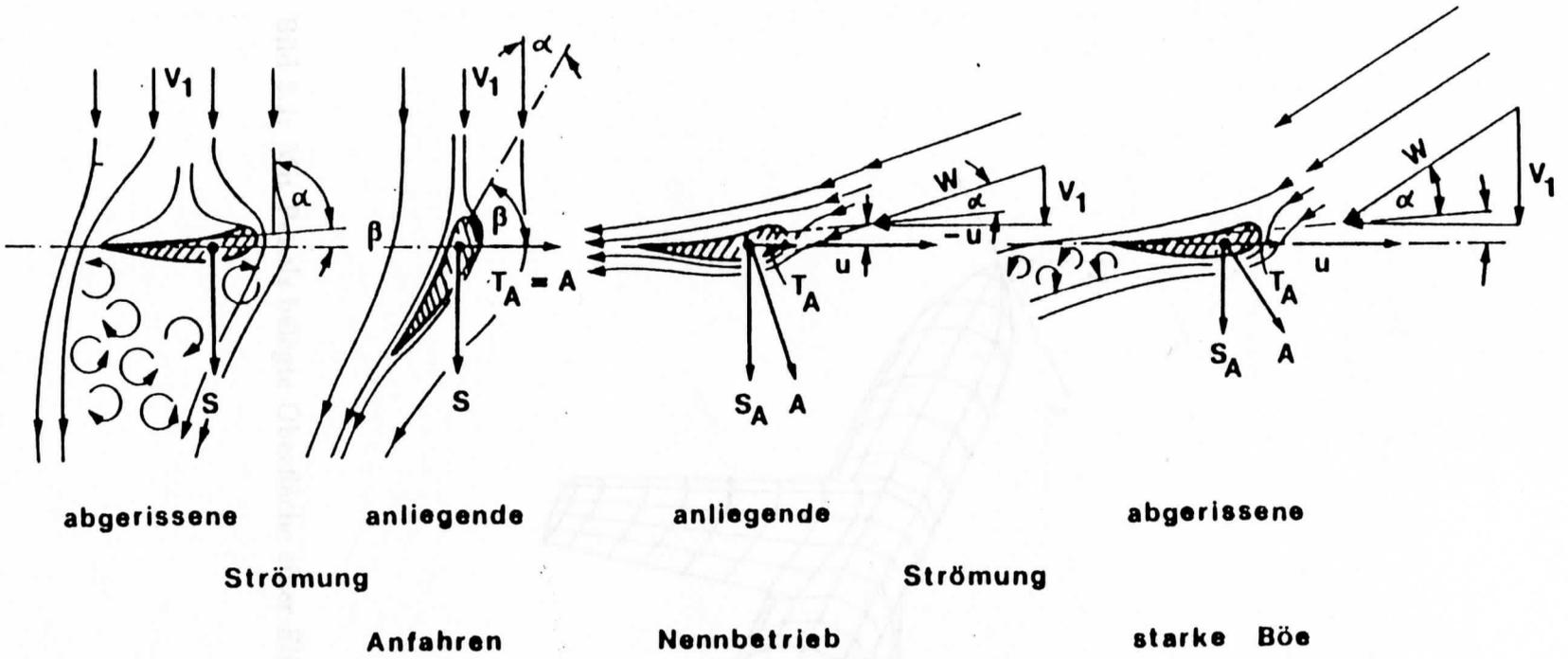


Bild 2.12: Strömungsverhältnisse am Rotorblatt bei verschiedenen Betriebszuständen einer Windkraftanlage [4]

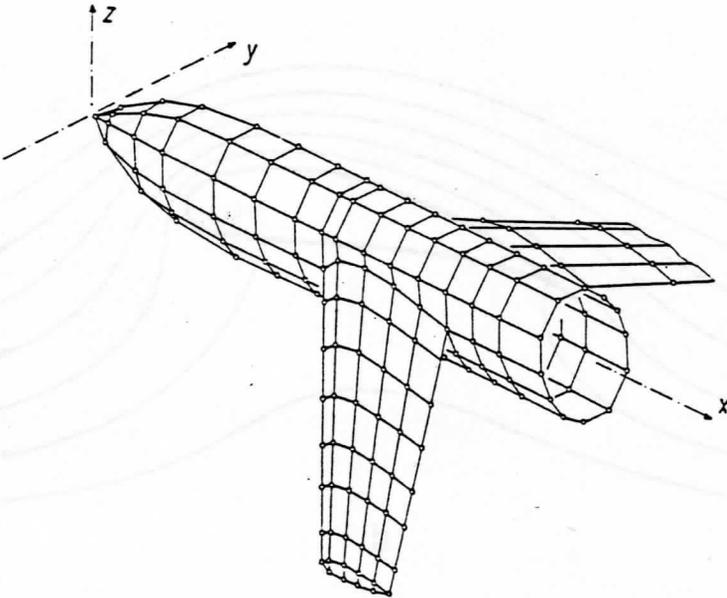


Bild 3.1: Mit Panels belegte Oberfläche einer Flügel-Rumpf-Kombination [21]

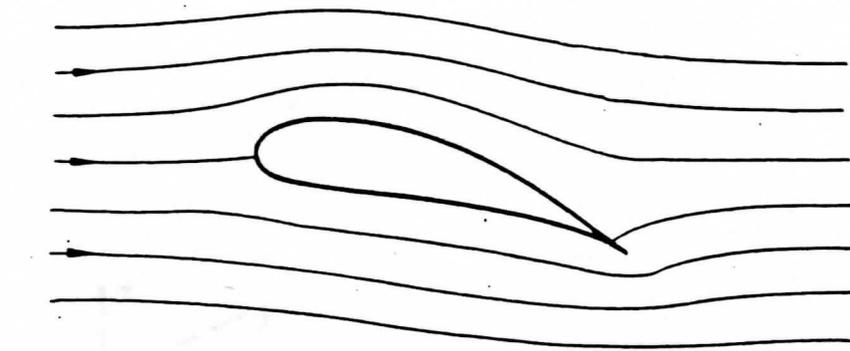
Bild 3.2: Strömung um einen Tragflügel mit verschiedenen großer Zirkulation [23].

a) hinterer Staupunkt auf Oberseite

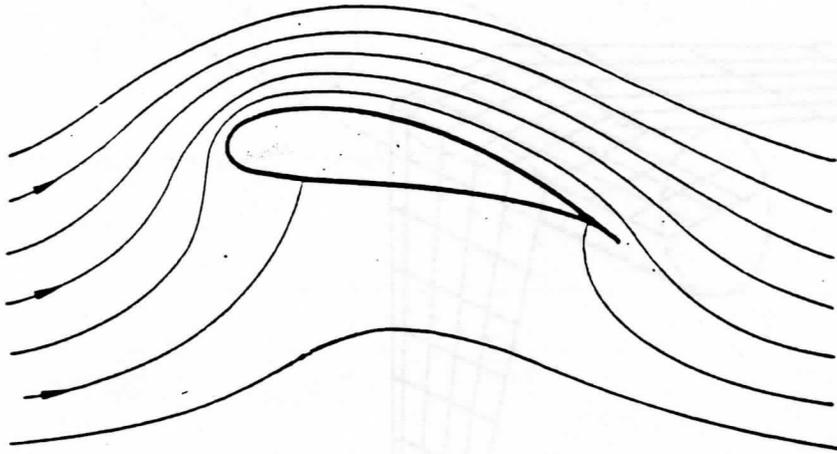
b) hinterer Staupunkt auf Unterseite

c) Staupunkt in Hinterlance, großer Absolut. Wert der Auftriebsbeiwert

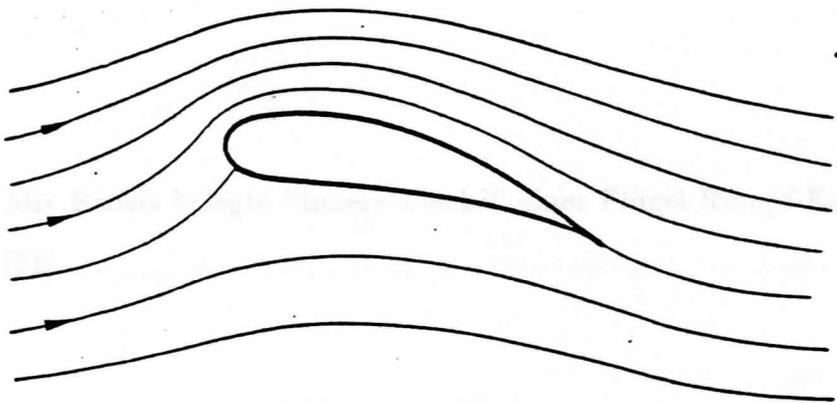
erfüllt



a



b



c

Bild 3.2: Strömung um einen Tragflügel mit verschieden großer Zirkulation [25]:
 a) hinterer Staupunkt auf Oberseite
 b) hinterer Staupunkt auf Unterseite
 c) Staupunkt in Hinterkante, glatter Abfluß: Kuttasche Abflußbedingung erfüllt.

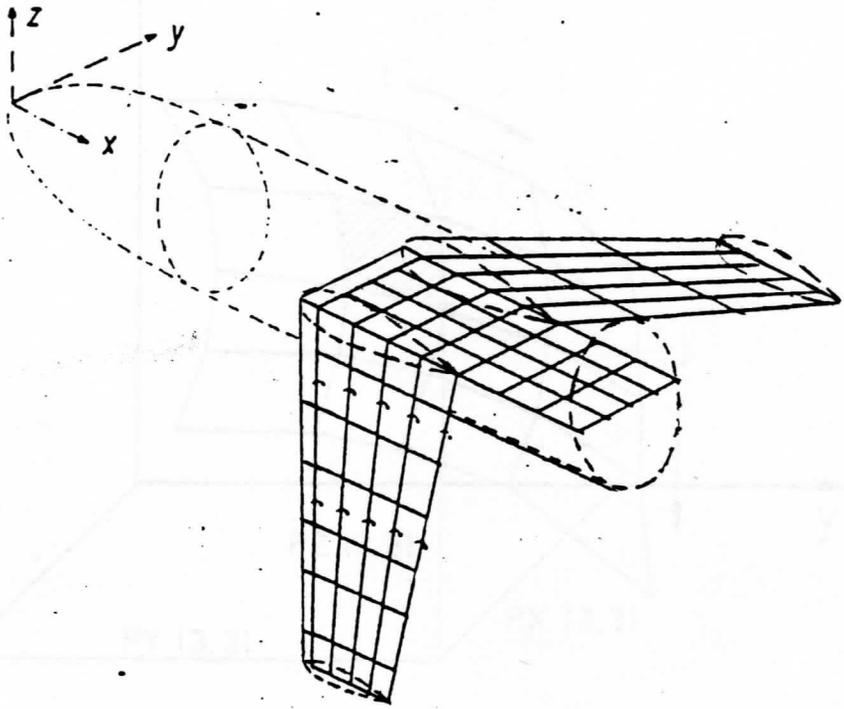


Bild 3.3: Mit Panels belegte "Innere Fläche" einer Flügel-Rumpf-Kombination

Bild 3.1 [21] Abbildung des Koordinatensystems zur Beschreibung der Körpergeometrie

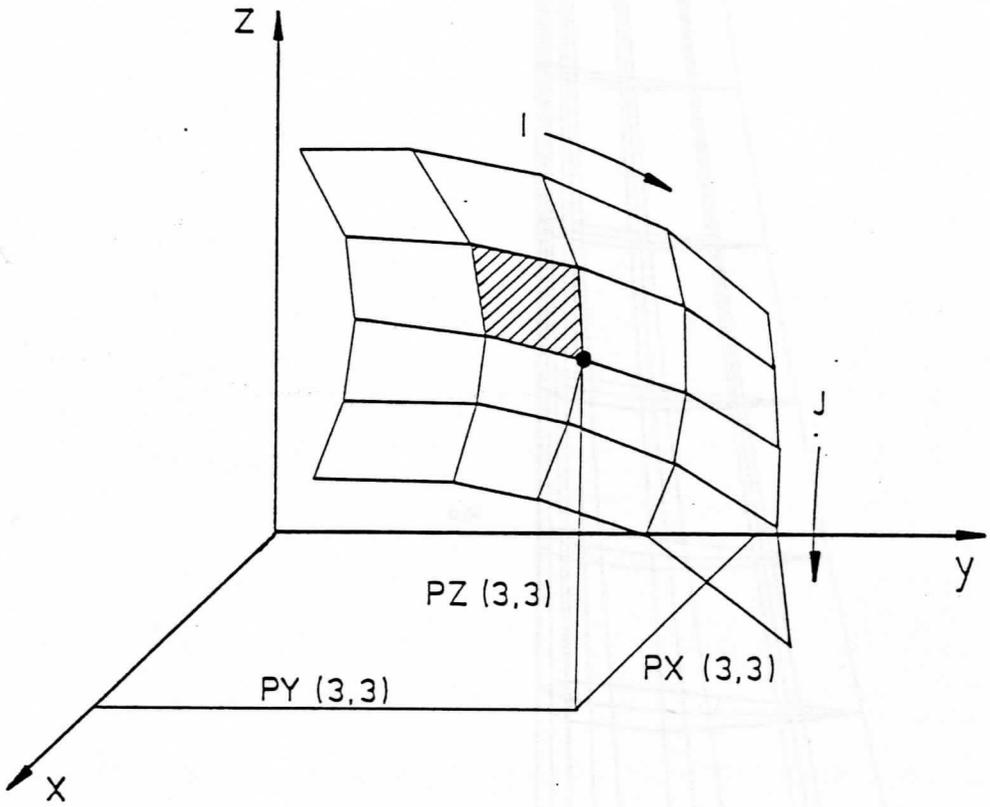


Bild 3.4: Darstellung des Gitternetzes zur Beschreibung der Körpergeometrie

[22]

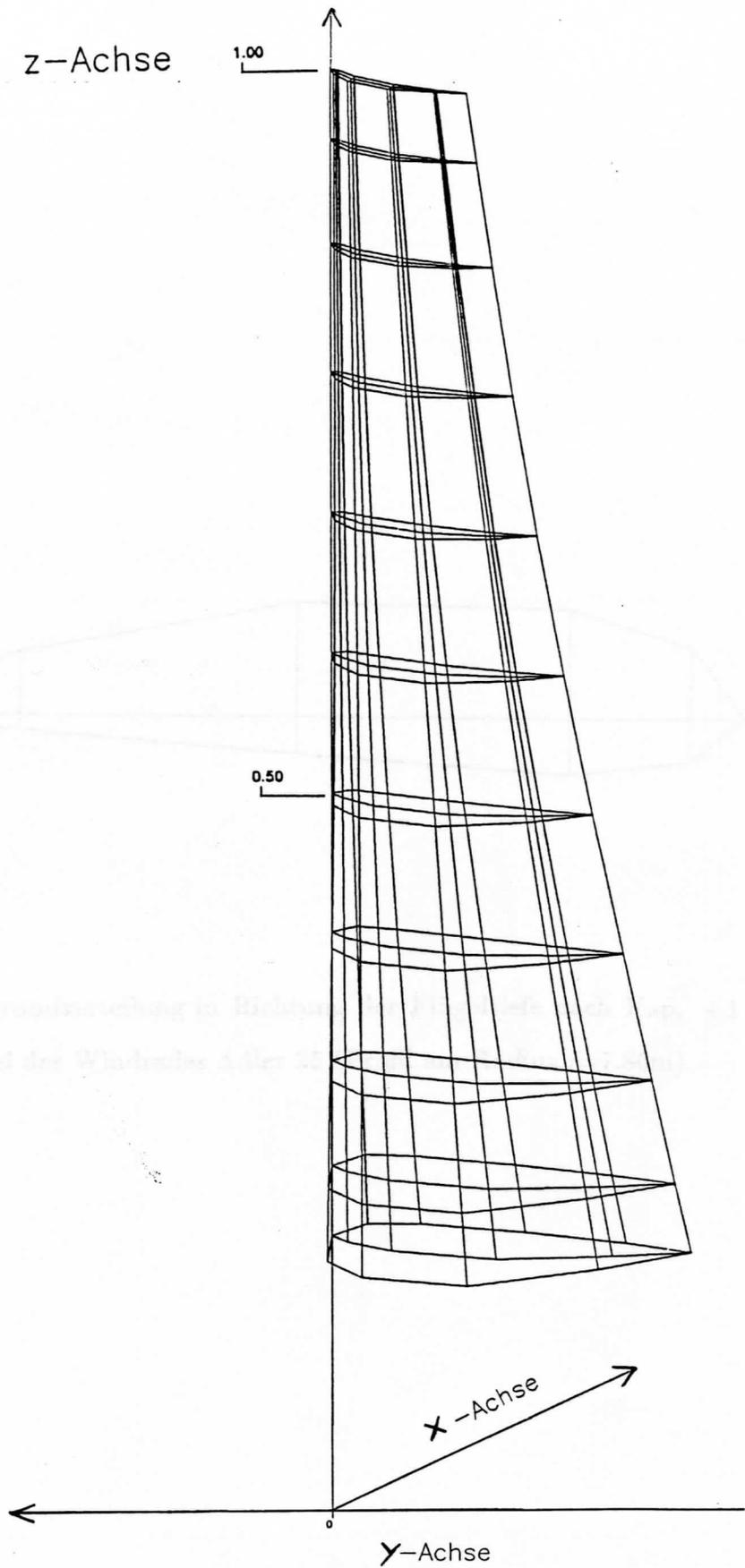


Bild 4.1: Koordinatensystem am panelierten Flügel des Windrades Nr.7 der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen.



Bild 4.1: Seite des Wübelkonus

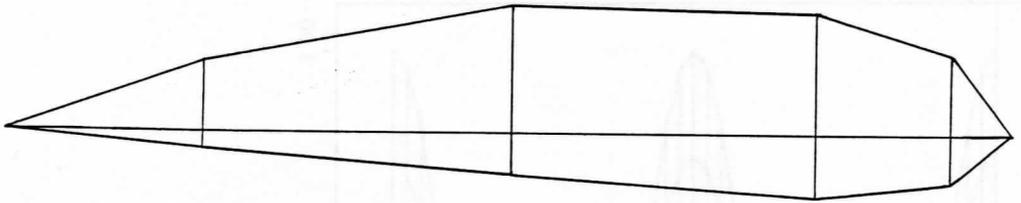


Bild 4.2: Panelgrundverteilung in Richtung der Flügeltiefe nach Kap. 4.1 am Beispiel des Windrades Adler 25 (Profil am Radius $r=7.86\text{m}$).

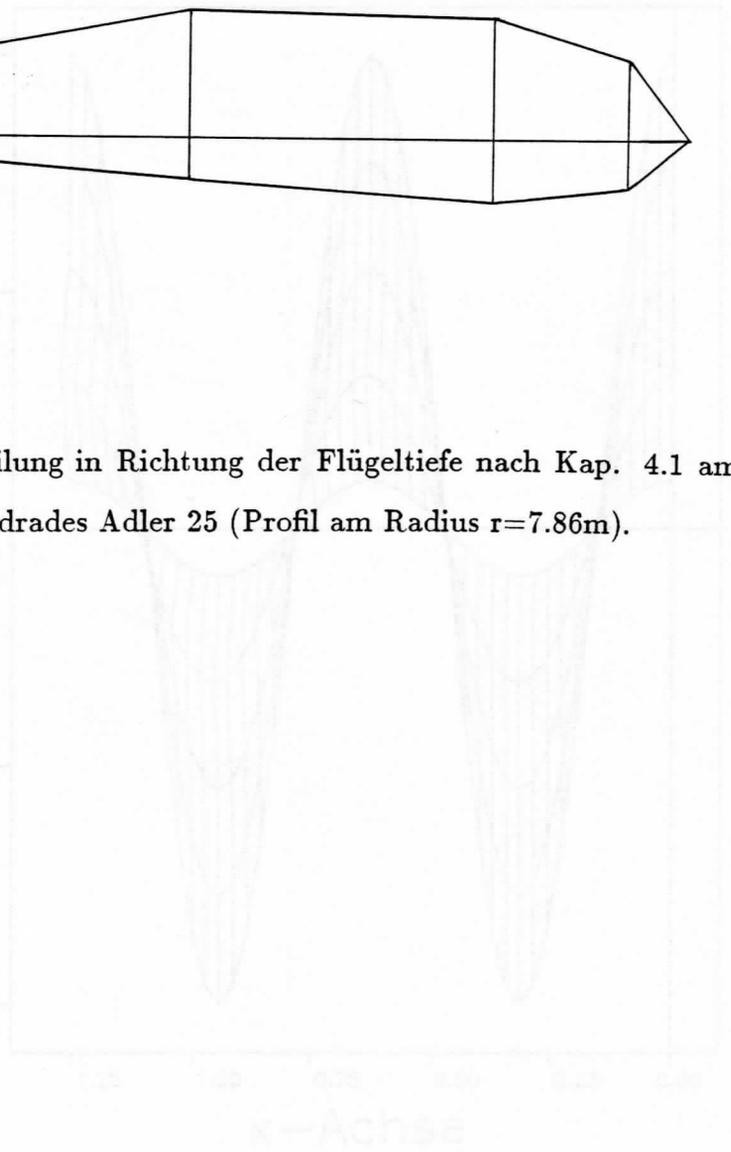


Bild 4.4: Seite des Wübelkonus bei einem Windrad der Flügelzahl 1-0

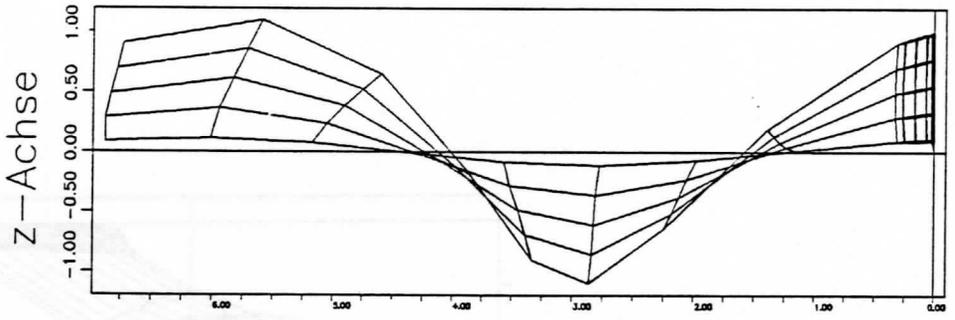


Bild 4.3: Helix als Wirbelleiter

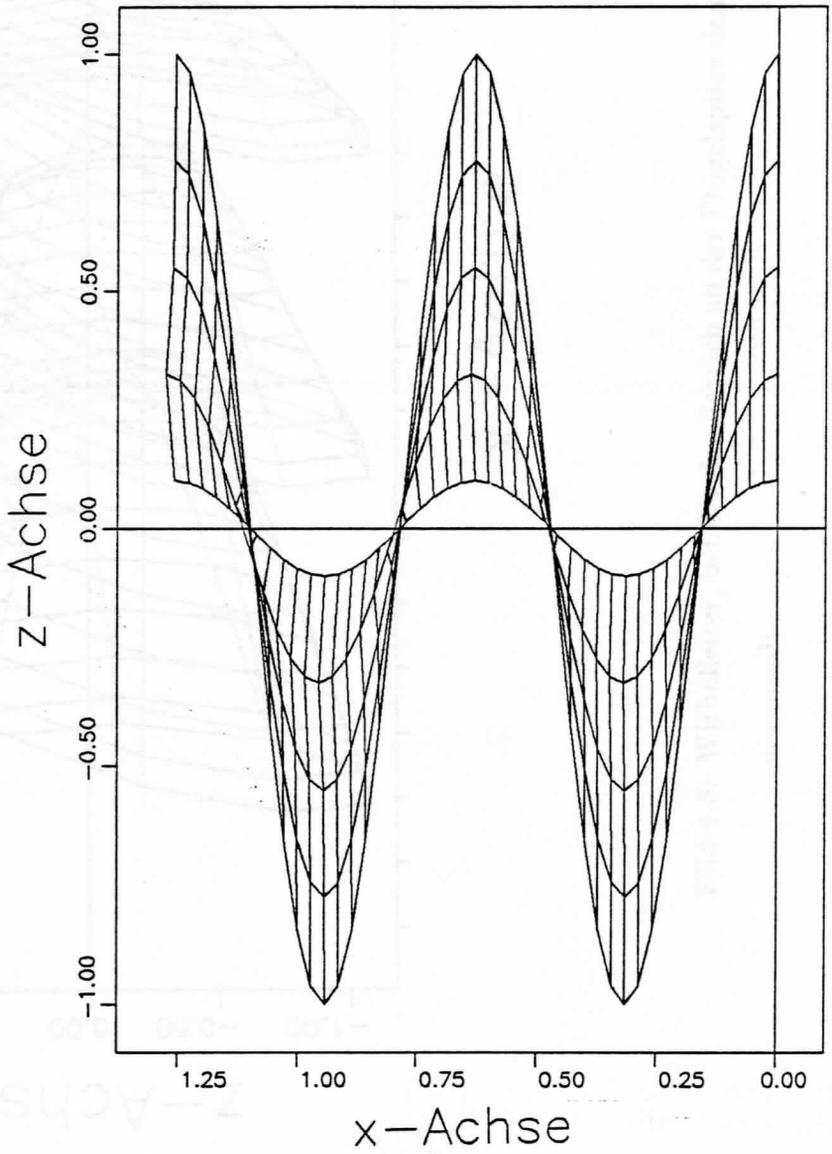


Bild 4.4: Helix als Wirbelleiter bei einem Windrad der Flügeltiefe $t=0$.

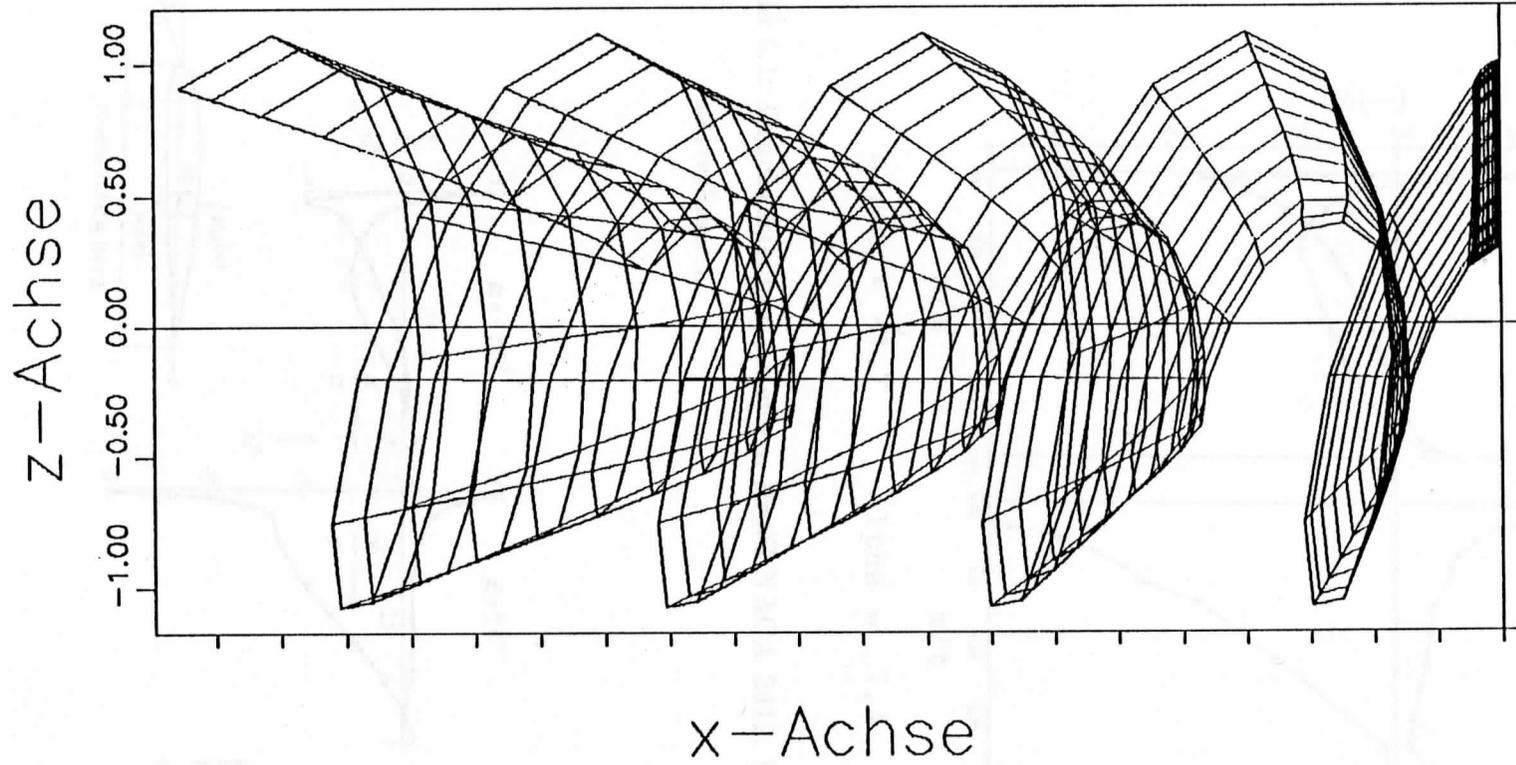


Bild 4.5: Wirbelleiter, bei der der Bereich an der Flügelspitze dem Nabenbereich vorausleitet.

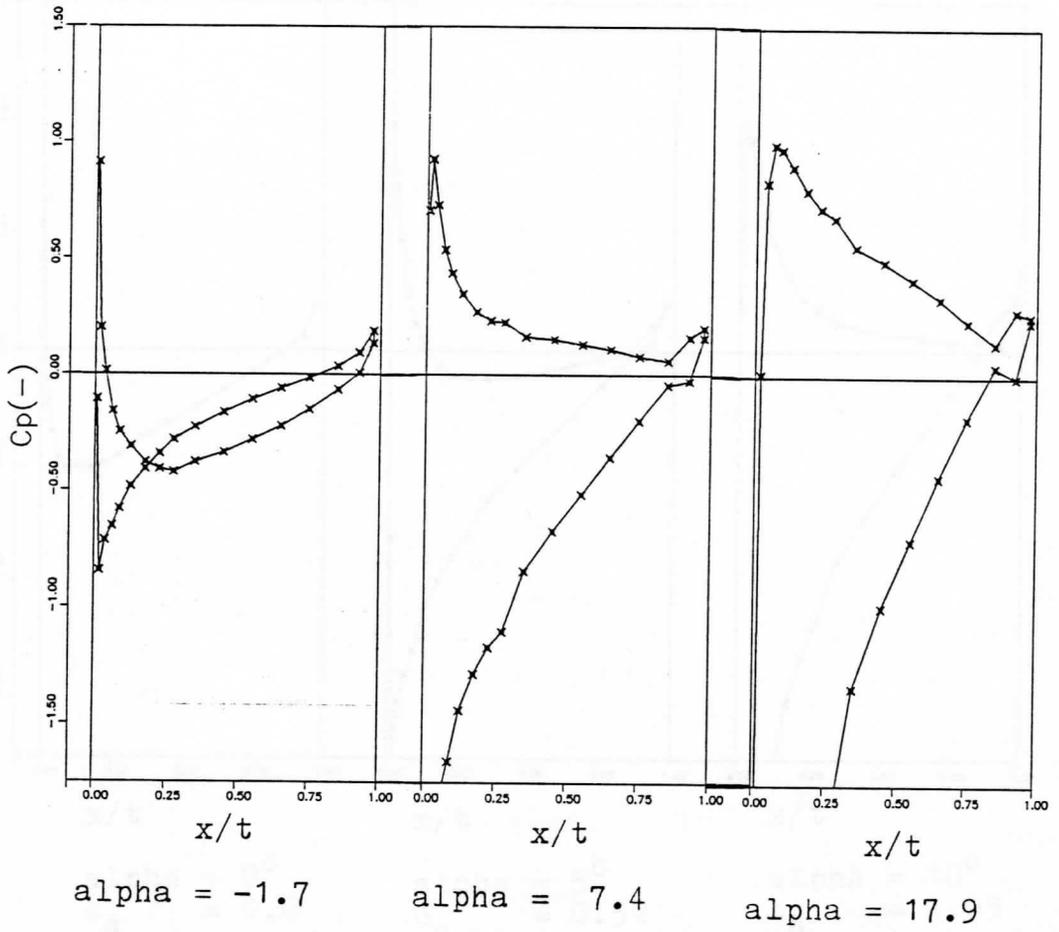


Bild 5.1: Druckverteilung an einem Profil NACA 2412; berechnet mit dem Panelverfahren.

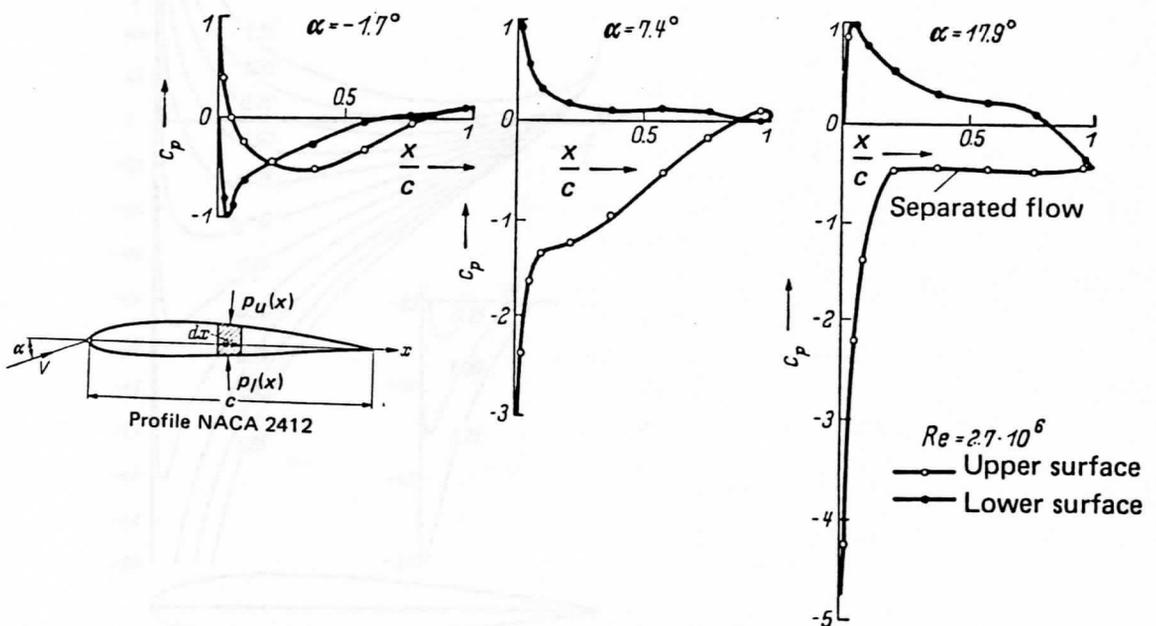


Bild 5.2: Gemessene Druckverteilung an einem Profil NACA 2412 [31].

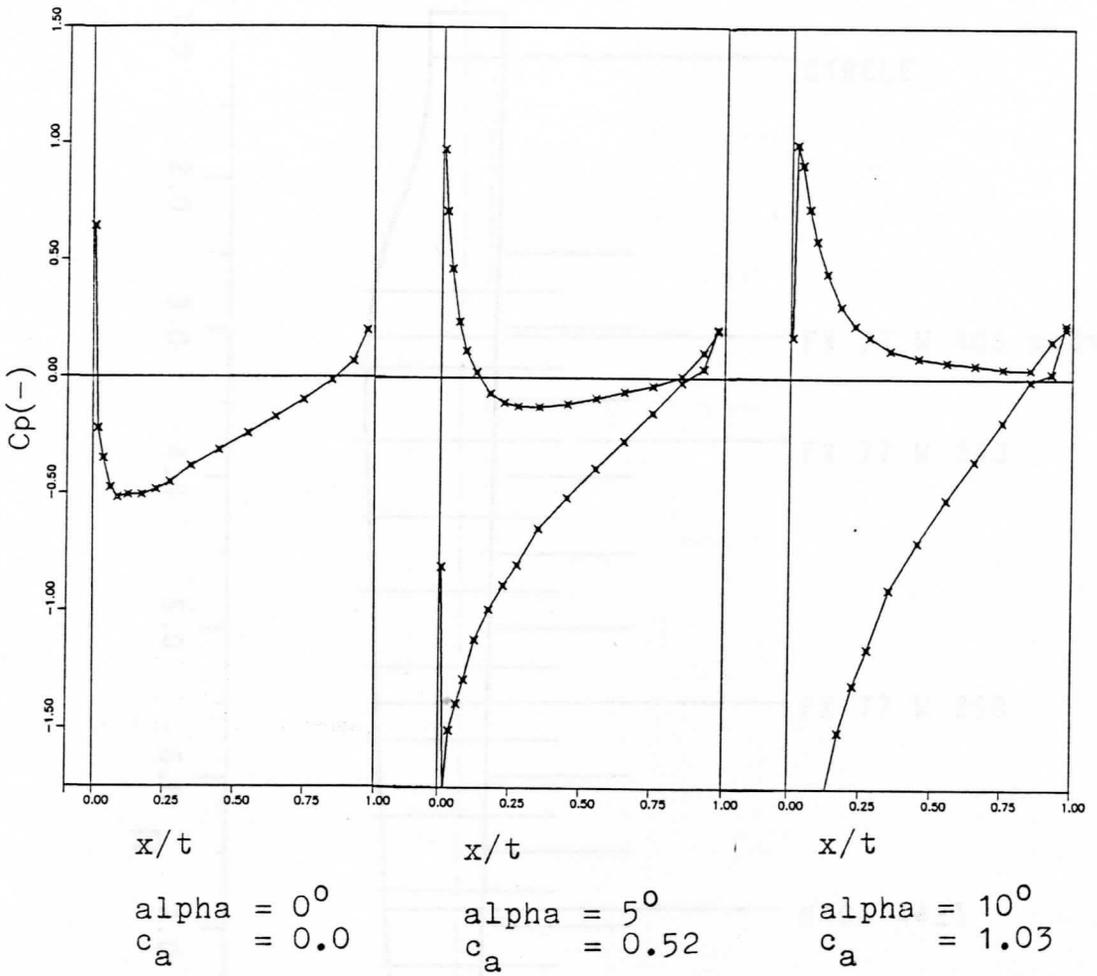


Bild 5.3: Druckverteilung an einem Profil NACA 0015; berechnet mit dem Panelverfahren.

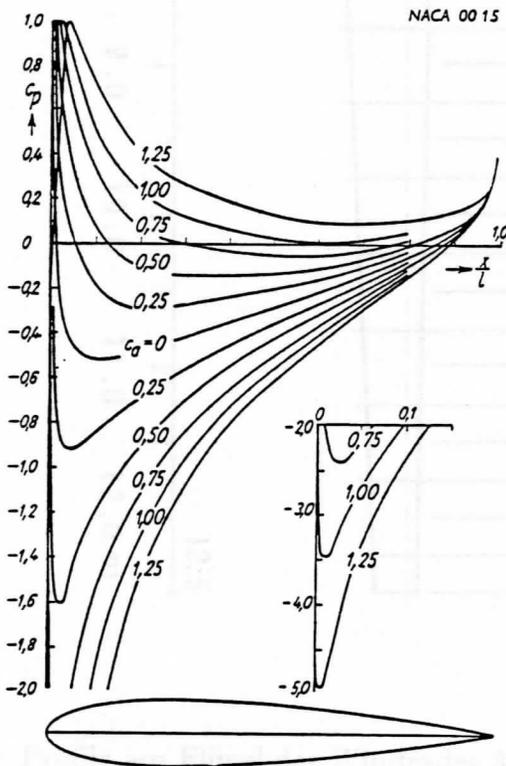


Bild 5.4: Gemessene Druckverteilung an einem Profil NACA 0015 [32].

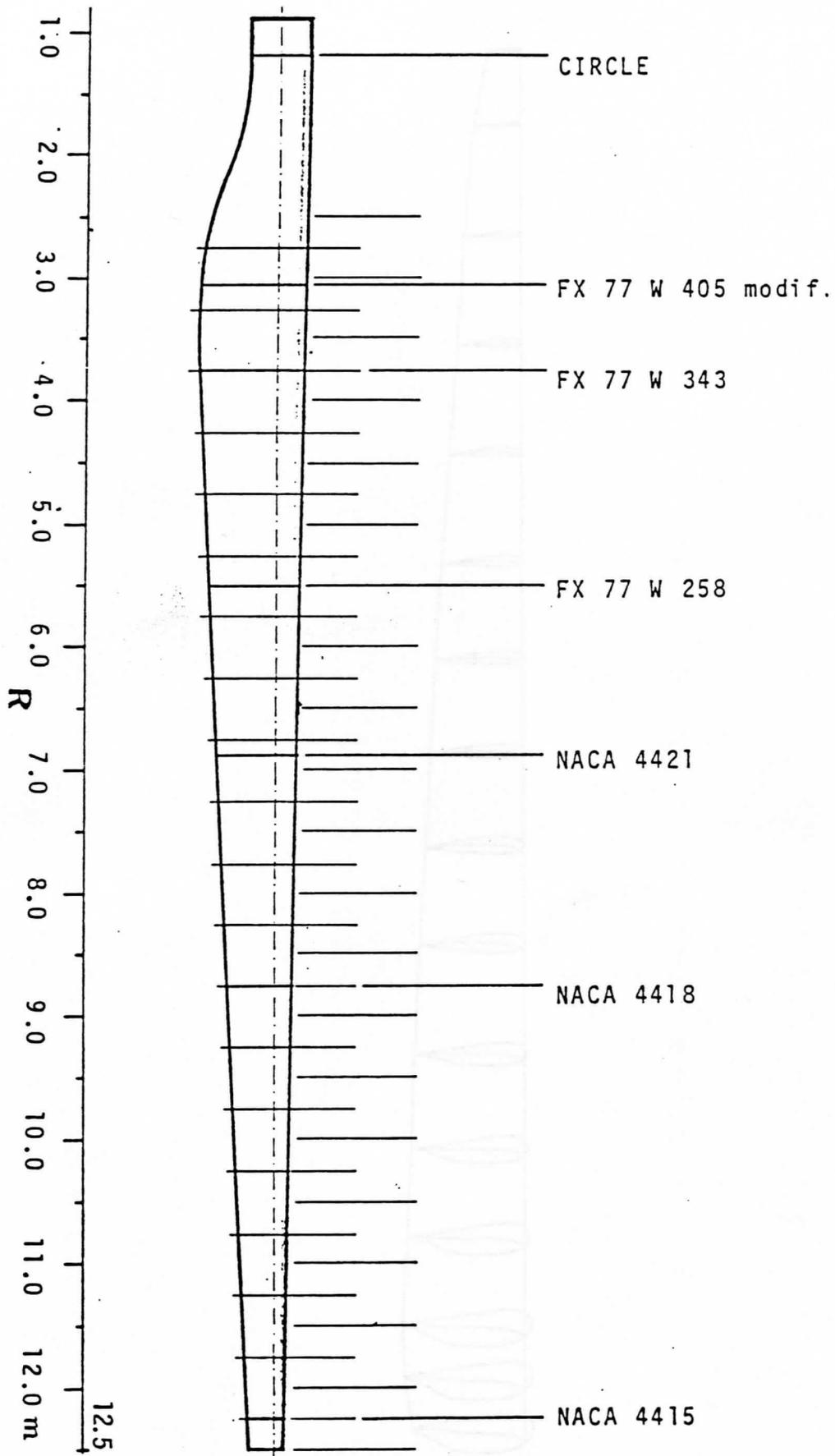


Bild 5.5: Profile am Flügel des Windrades Adler 25 [34].

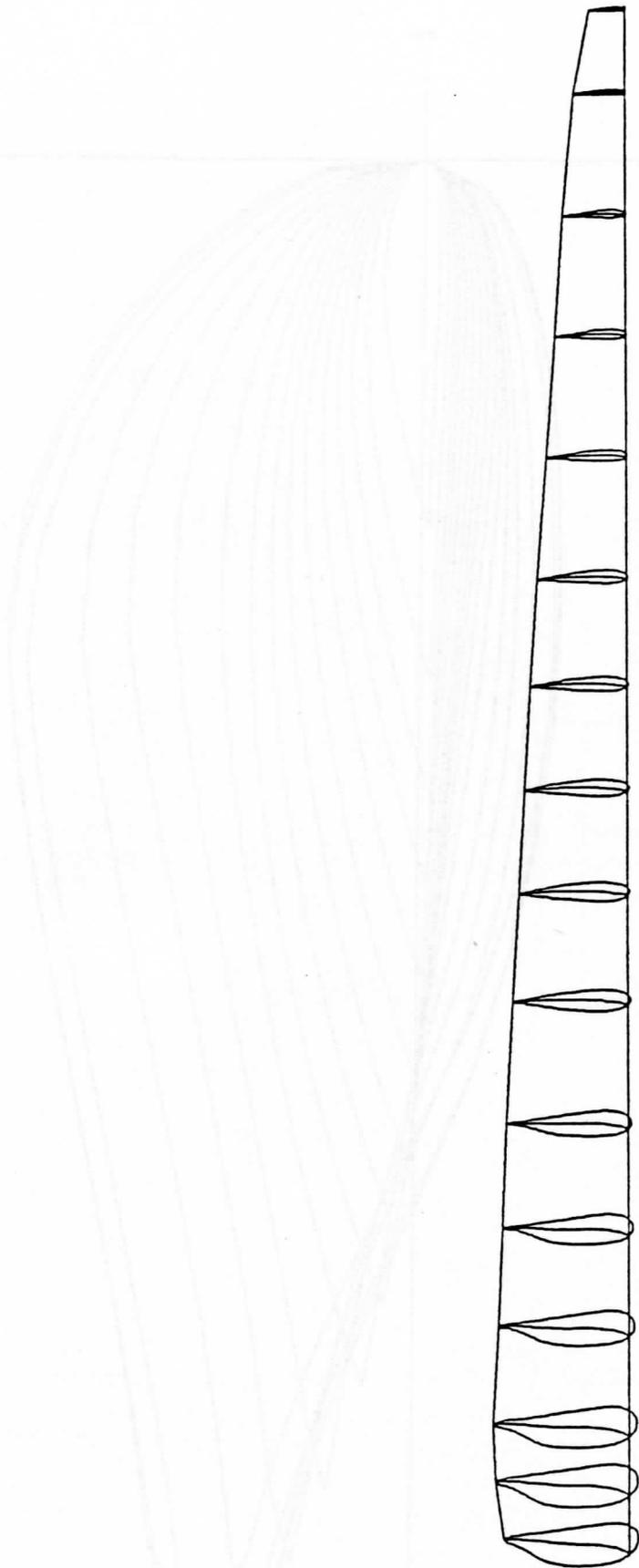


Bild 5.6: Flügel des Windrades Adler 25, so wie er im Unterprogramm zum Panelverfahren modelliert wurde. Gezeigt ist nur die Panelverteilung in Flügellängsrichtung (15 Panels), wie sie für die Programmläufe gewählt wurde.

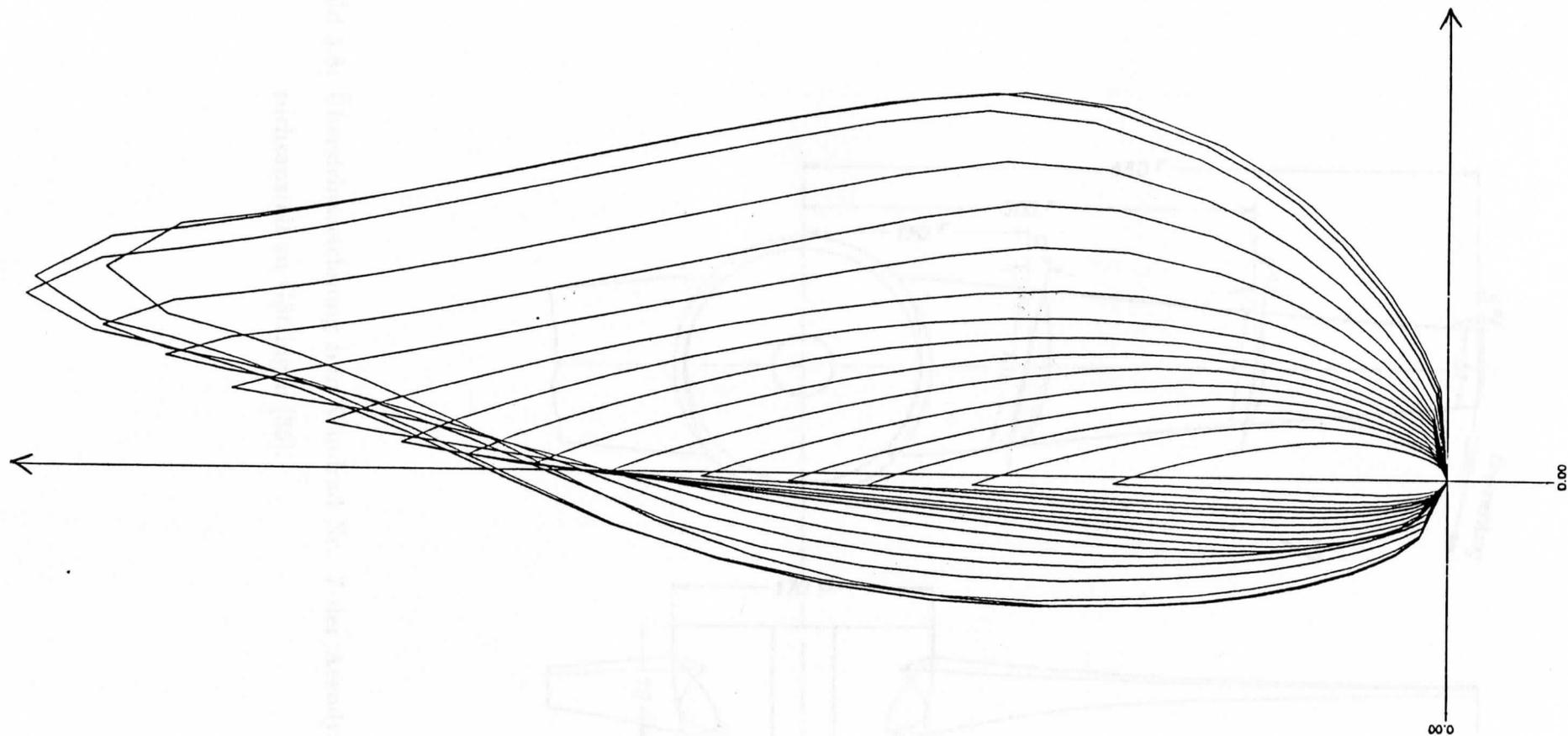


Bild 5.7: Strak des panelierten Rotorblattes des Windrades Adler 25.

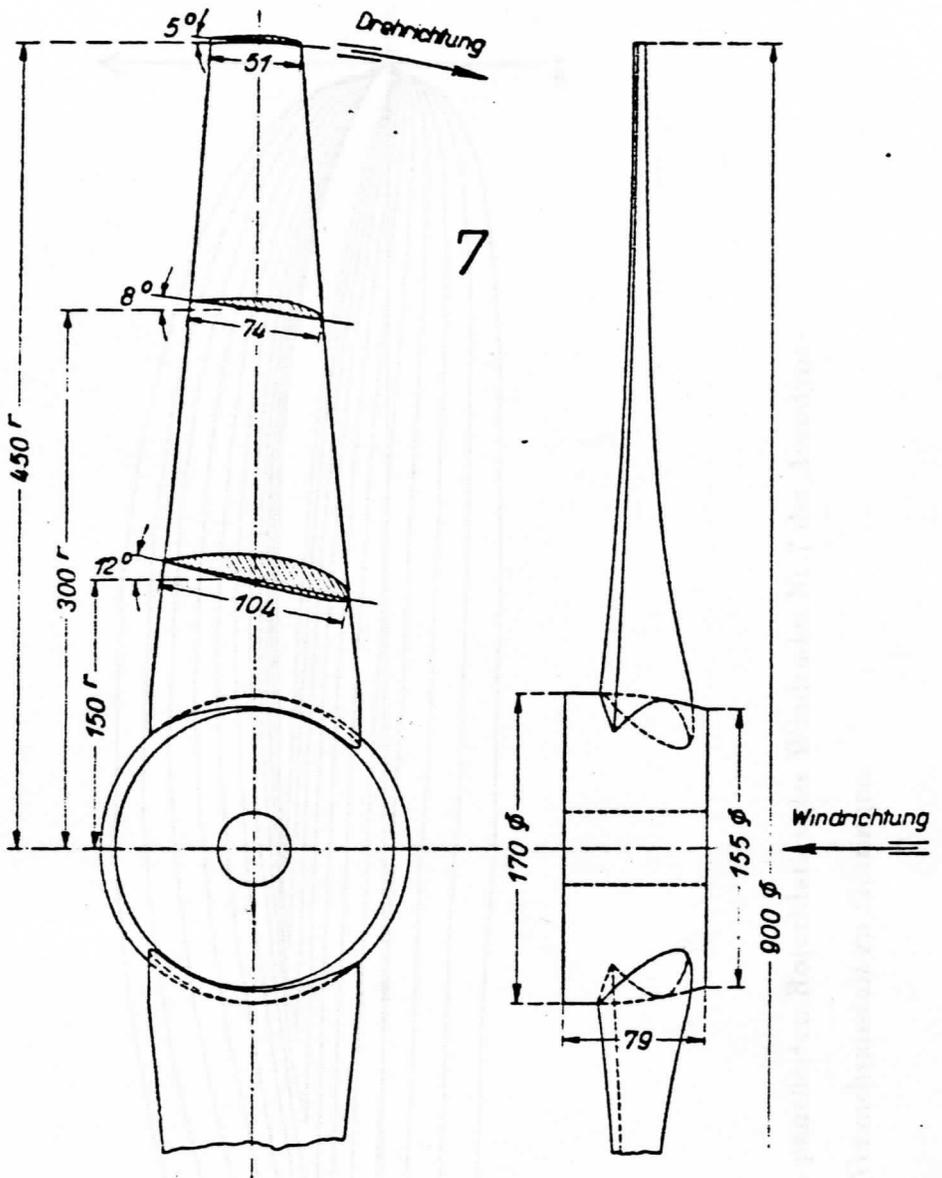


Bild 5.8: Übersichtszeichnung zum Windrad Nr. 7 der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen [35].

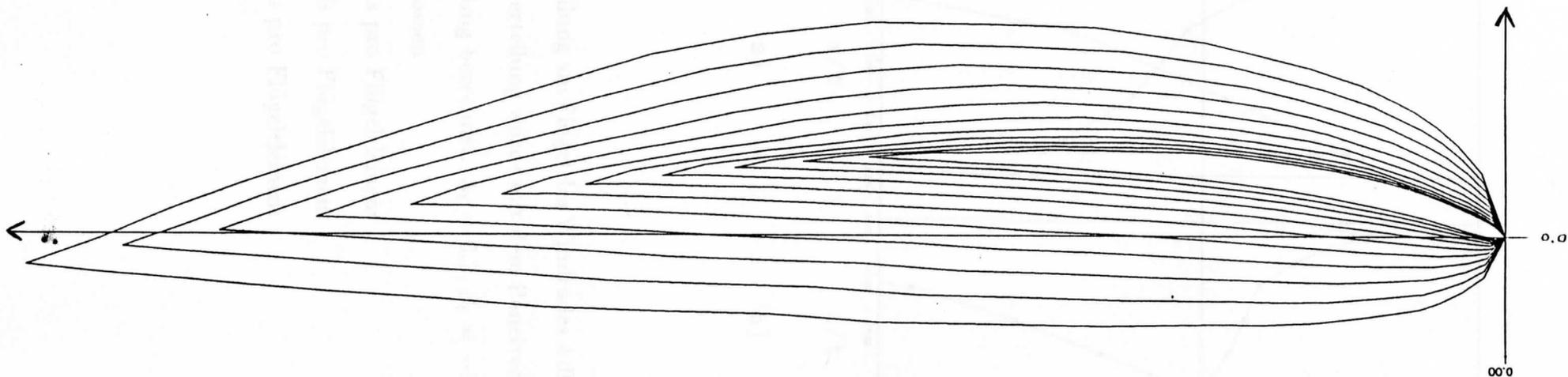


Bild 5.9: Strak des panelierten Rotorblattes des Windrades Nr.7 der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen.

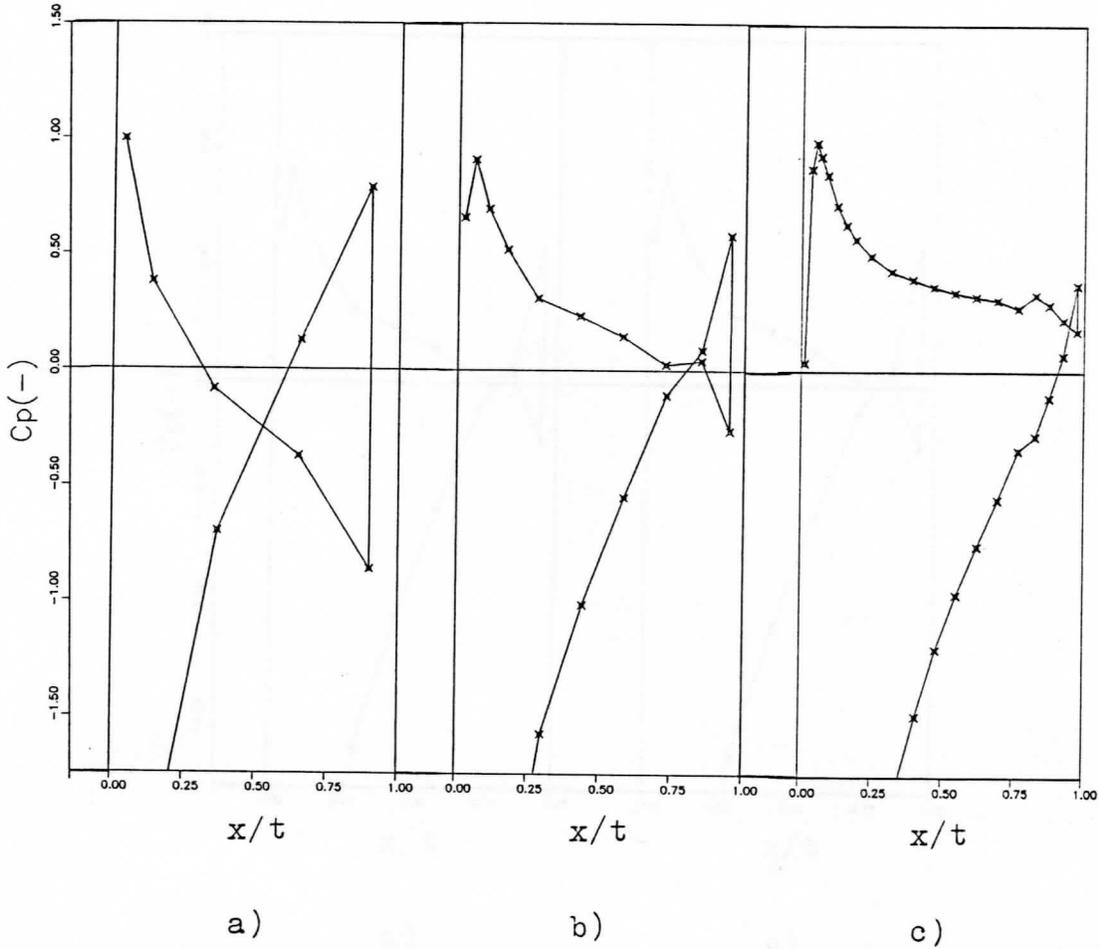


Bild 5.10: Druckverteilung am Flügel des Windrades Adler 25 (Radius: $r=9.53\text{m}$). Die Druckverteilung wurde mit dem Panelverfahren für die 3dimensionale Strömung berechnet. $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = -1.2^\circ$, $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleitersprossen.

- a) 10 Panels pro Flügелеlement
- b) 20 Panels pro Flügелеlement
- c) 40 Panels pro Flügелеlement

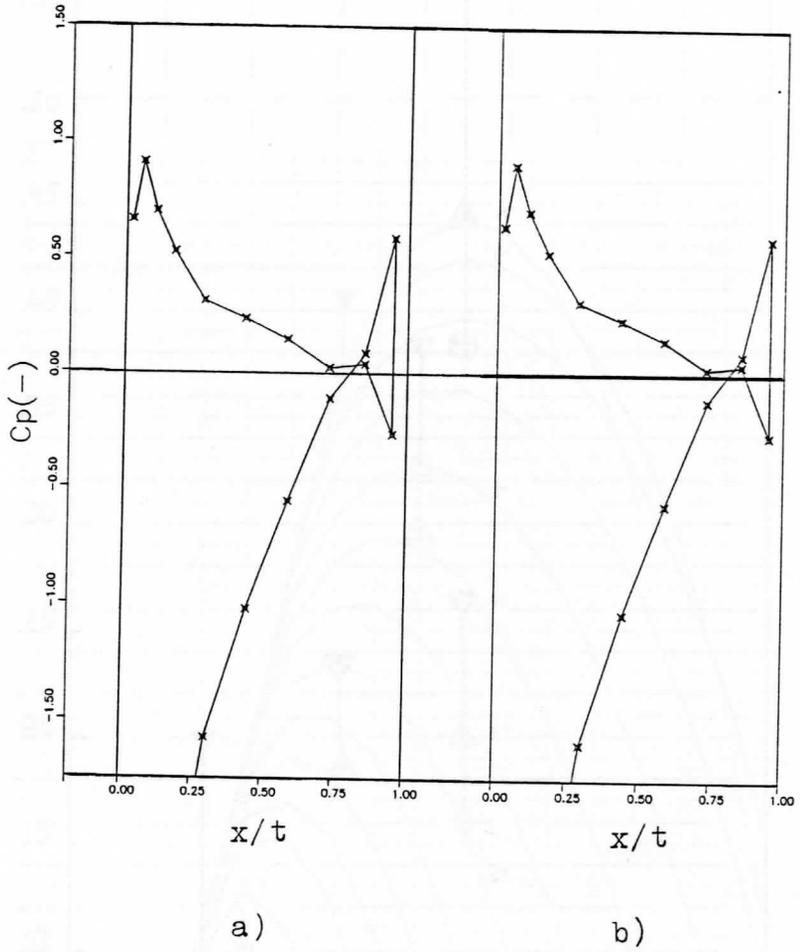


Bild 5.11: Druckverteilung am Flügel des Windrades Adler 25 (Radius: $r=9.53\text{m}$).

Die Druckverteilung wurde mit dem Panelverfahren für die 3dimensionale Strömung berechnet. $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = -1.2^\circ$, $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleitersprossen.

Bei 20 Panels pro Flügелеlement wurden verschiedene Panelverteilungen in Flügellängsrichtung gewählt:

- a) 10 Panels
- b) 20 Panels

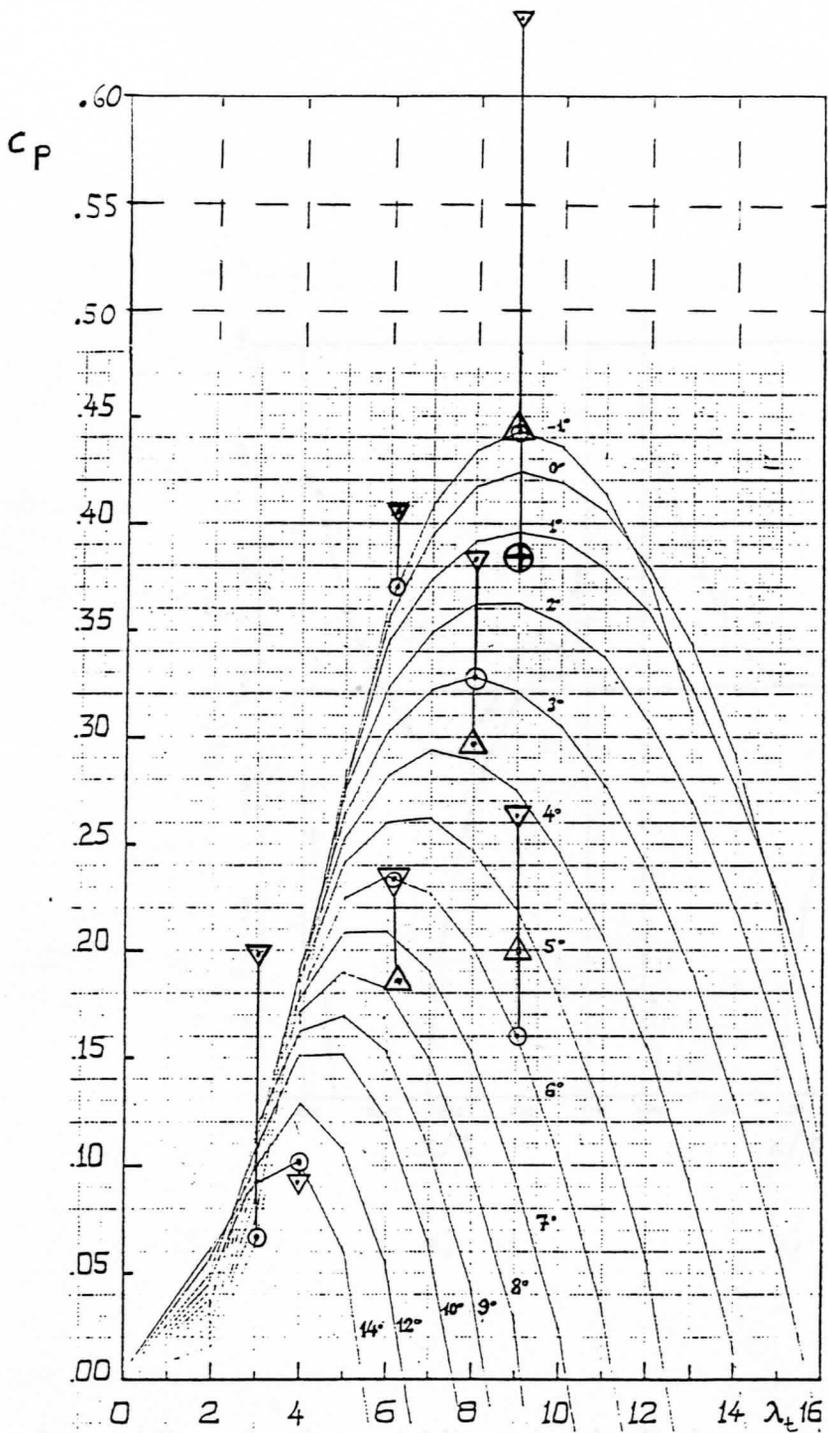


Bild 5.12: Gemessener Leistungsbeiwert c_p des Windrades Adler 25 als Funktion der Schnellaufzahl an der Flügelspitze λ_t mit dem Flügelwinkel β_t als Parameter [34]. Für ausgewählte Punkte des Kennfeldes (\circ) wurde der Leistungsbeiwert mit dem Panelverfahren nachgerechnet.

Es bedeutet:

∇ : $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleiterspinnen,

\triangle : $\gamma_{max} = 360^\circ$, 24 Wirbelleiterspinnen,

\oplus : $\gamma_{max} = 720^\circ$, 24 Wirbelleiterspinnen.

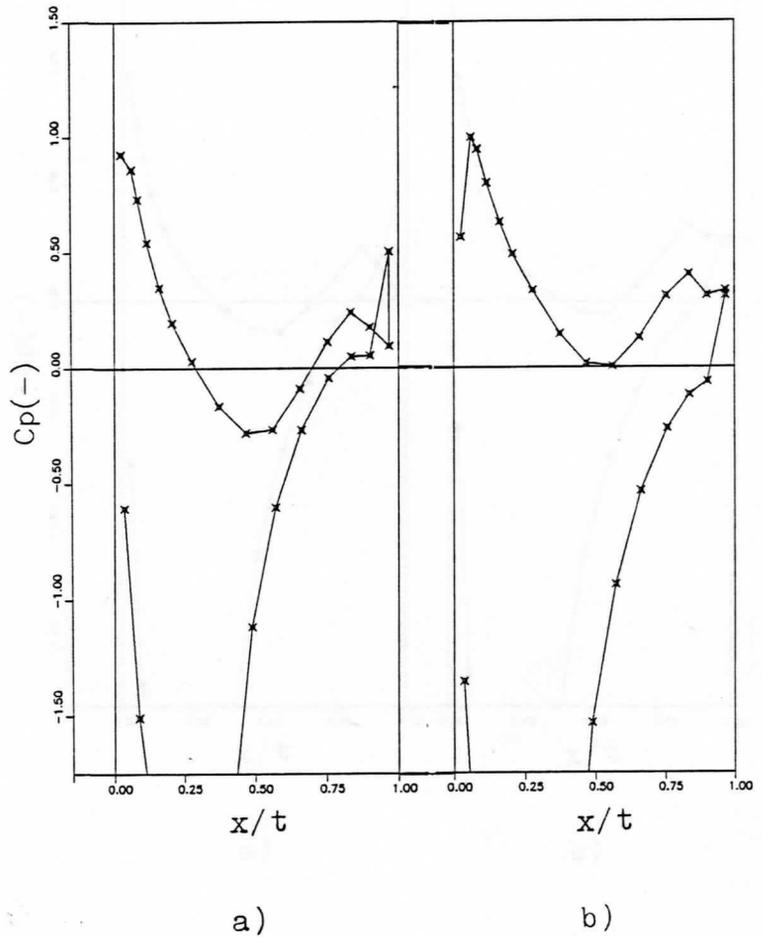


Bild 5.13: Vergleich von 3dimensionaler und 2dimensionaler Rechnung mit dem Panelverfahren am Profil FX 77 W 343 (Radius $r=3.75\text{m}$) des Windrades Adler 25.
 a) Druckverteilung aus 3dimensionaler Strömungsberechnung am Windrad. $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = -1.2^\circ$, $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleitersprossen.
 b) Druckverteilung aus 2dimensionaler Strömungsberechnung am Profil bei einem den Windradverhältnissen entsprechenden Anströmwinkel $\alpha = 12.7^\circ$.

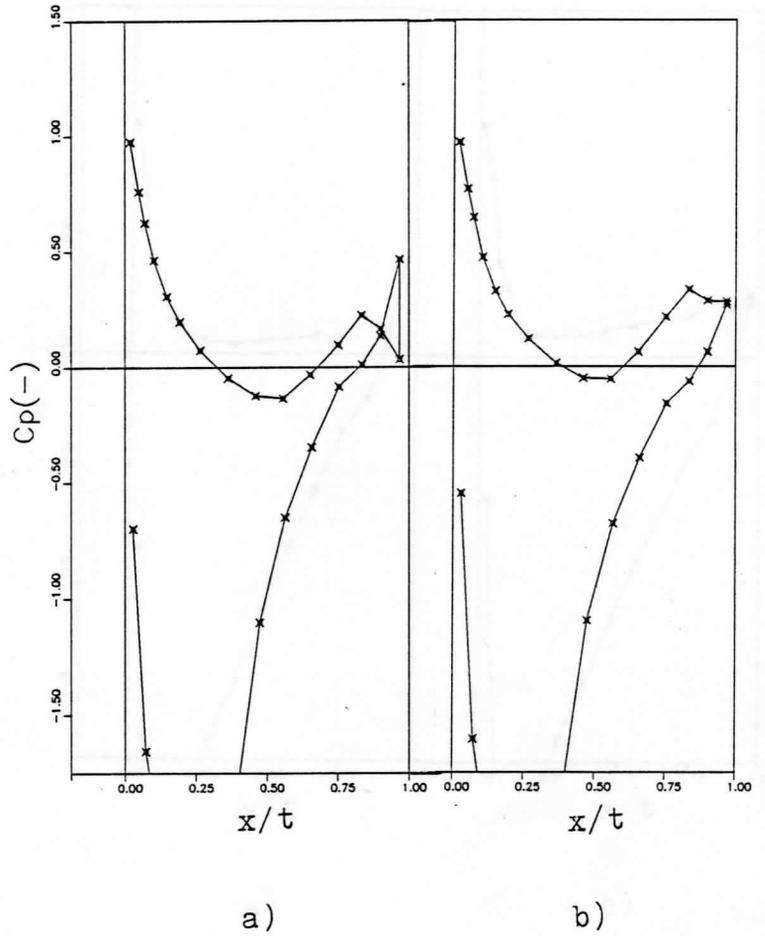


Bild 5.14: Vergleich von 3dimensionaler und 2dimensionaler Rechnung mit dem Panelverfahren

am Profil FX 77 W 258 (Radius $r=5.45\text{m}$) des Windrades Adler 25.

a) Druckverteilung aus 3dimensionaler Strömungsberechnung am Windrad. $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = -1.2^\circ$, $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleitersprossen.

b) Druckverteilung aus 2dimensionaler Strömungsberechnung am Profil bei einem den Windradverhältnissen entsprechenden Anströmwinkel $\alpha = 7.9^\circ$.

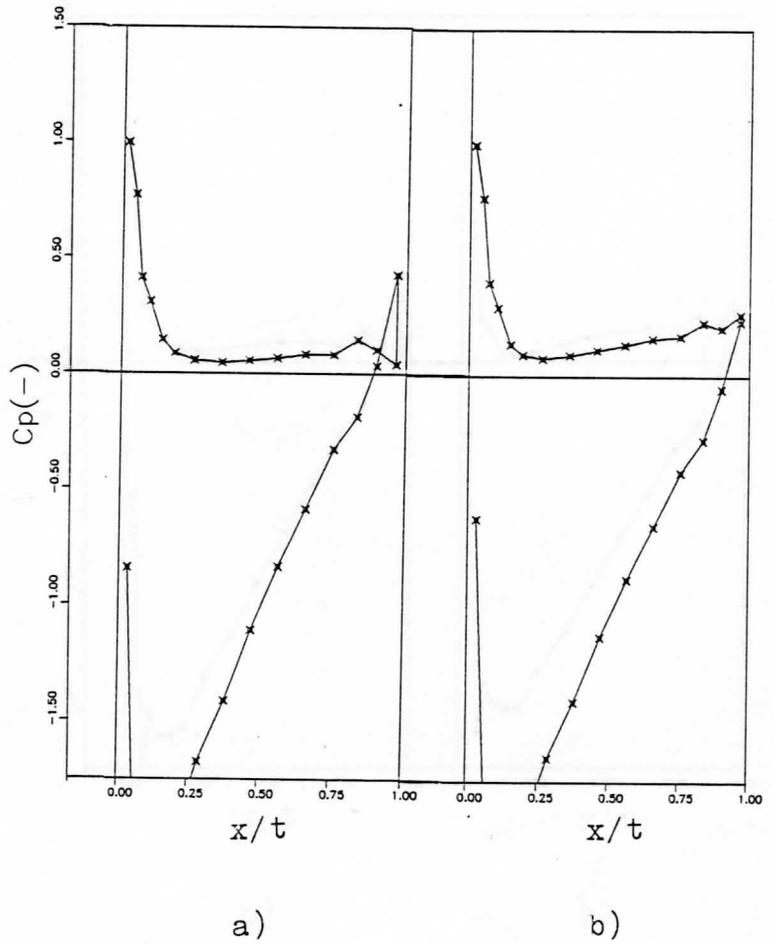


Bild 5.15: Vergleich von 3dimensionaler und 2dimensionaler Rechnung mit dem Panelverfahren

am Profil NACA 4421 (Radius $r=6.85\text{m}$) des Windrades Adler 25.

a) Druckverteilung aus 3dimensionaler Strömungsberechnung am Windrad. $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = -1.2^\circ$, $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleitersprossen.

b) Druckverteilung aus 2dimensionaler Strömungsberechnung am Profil bei einem den Windradverhältnissen entsprechenden Anströmwinkel $\alpha = 6.4^\circ$.

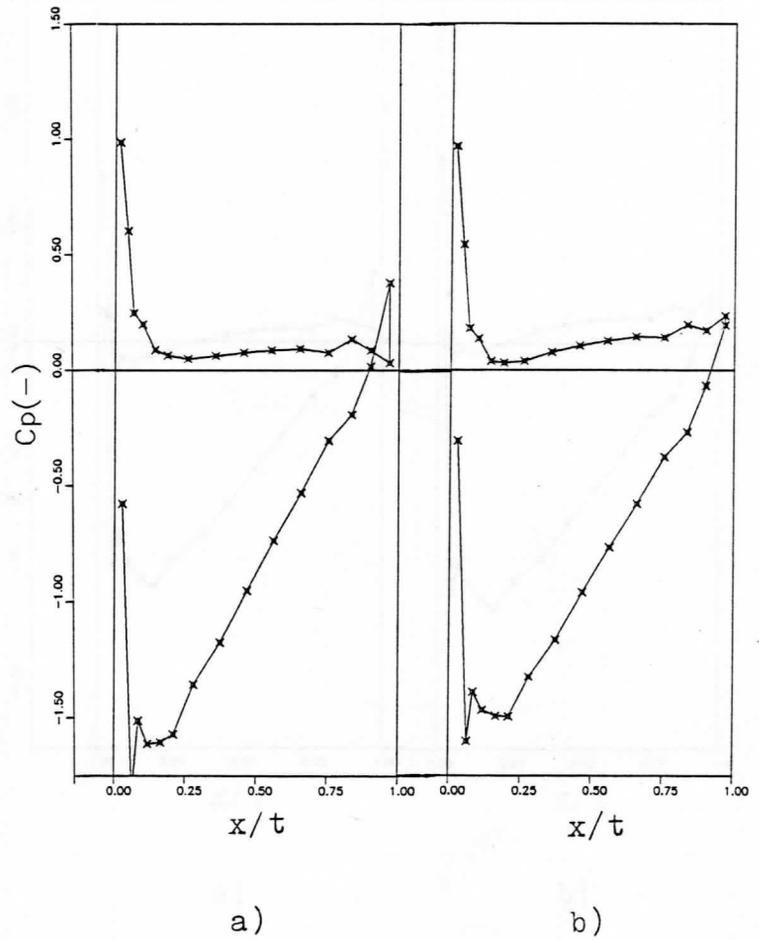


Bild 5.16: Vergleich von 3dimensionaler und 2dimensionaler Rechnung mit dem Panelverfahren

am Profil NACA 4418 (Radius $r=8.75\text{m}$) des Windrades Adler 25.

a) Druckverteilung aus 3dimensionaler Strömungsberechnung am Windrad. $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = -1.2^\circ$, $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleitersprossen.

b) Druckverteilung aus 2dimensionaler Strömungsberechnung am Profil bei einem den Windradverhältnissen entsprechenden Anströmwinkel $\alpha = 4.6^\circ$.

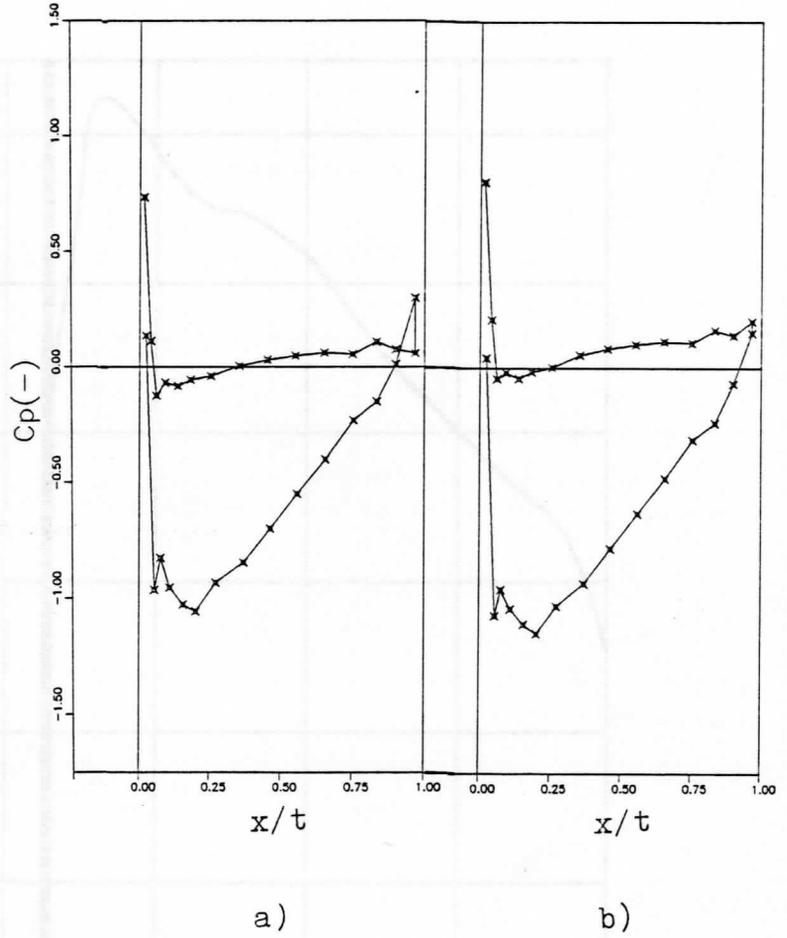


Bild 5.17: Vergleich von 3dimensionaler und 2dimensionaler Rechnung mit dem Panelverfahren

am Profil NACA 4415 (Radius $r=12.25\text{m}$) des Windrades Adler 25.

a) Druckverteilung aus 3dimensionaler Strömungsberechnung am Windrad. $\lambda_t = 6.2$, $\beta_t = -1.2^\circ$, $\gamma_{max} = 90^\circ$, 6 Wirbelleitersprossen.

b) Druckverteilung aus 2dimensionaler Strömungsberechnung am Profil bei einem den Windradverhältnissen entsprechenden Anströmwinkel $\alpha = 2.8^\circ$.

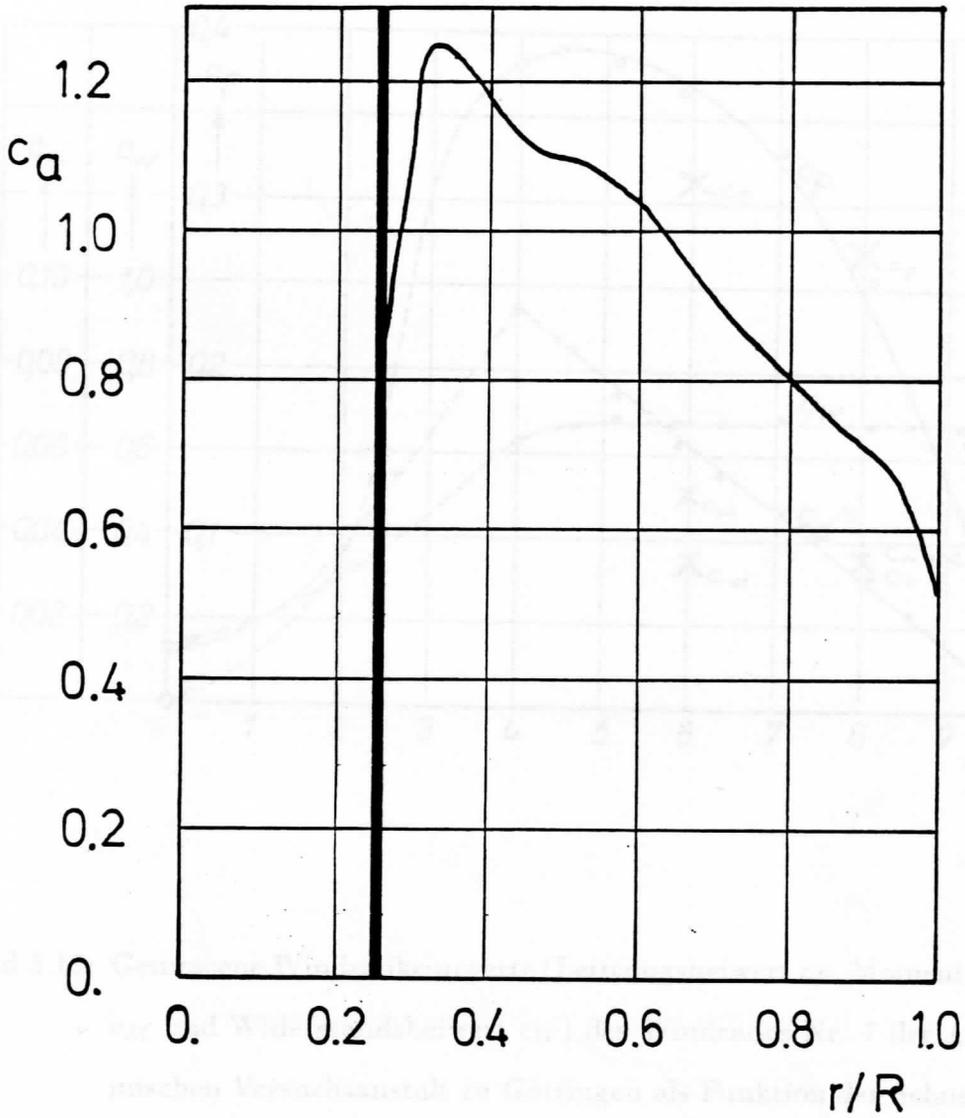


Bild 5.18: Auftriebsverteilung über dem Windradflügel. Aufgetragen ist der Auftriebsbeiwert c_a über dem normierten Windradradius. Die stark ausgezogene senkrechte Linie kennzeichnet den normierten Radius der Flügelwurzel.

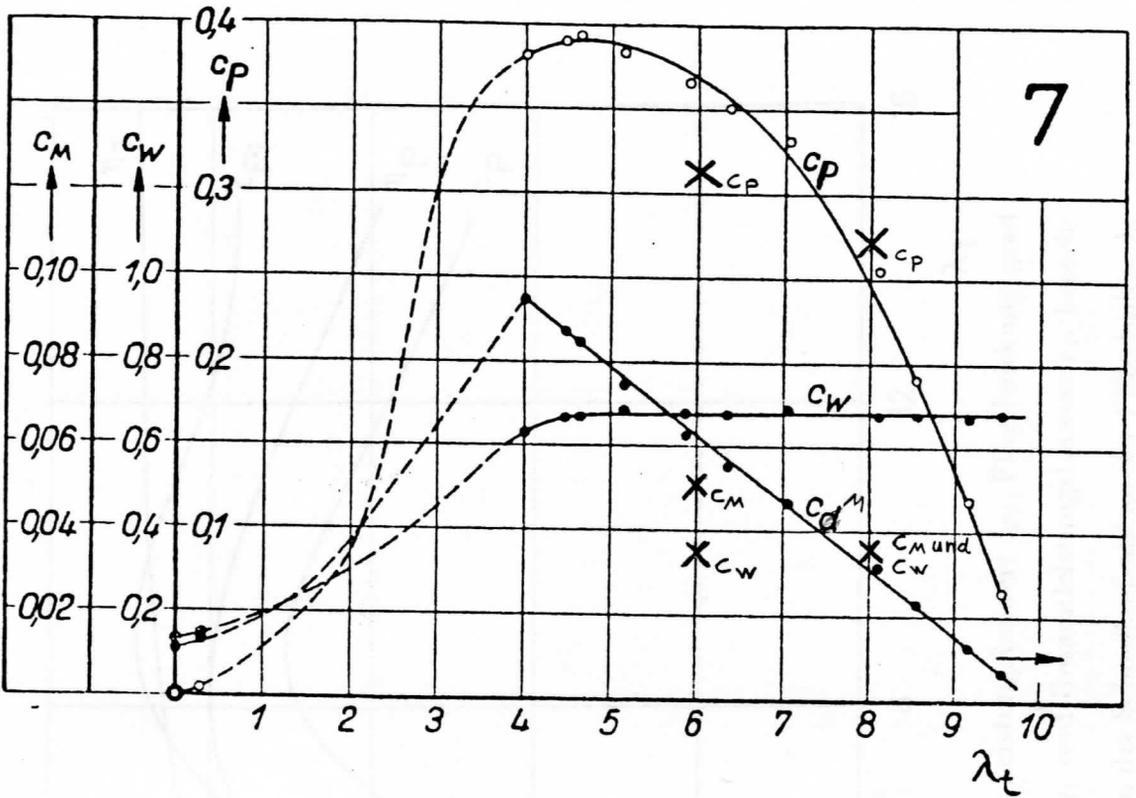


Bild 5.19: Gemessene Windradkennwerte (Leistungsbeiwert c_P , Momentenbeiwert c_M und Widerstandsbeiwert c_W) des Windrades Nr. 7 der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen als Funktion der Schnellaufzahl an der Flügelspitze λ_t [36]. Die mit dem Panelverfahren berechneten Werte sind mit "x" eingezeichnet.

c_P, c_{Pi} η_P, η_z

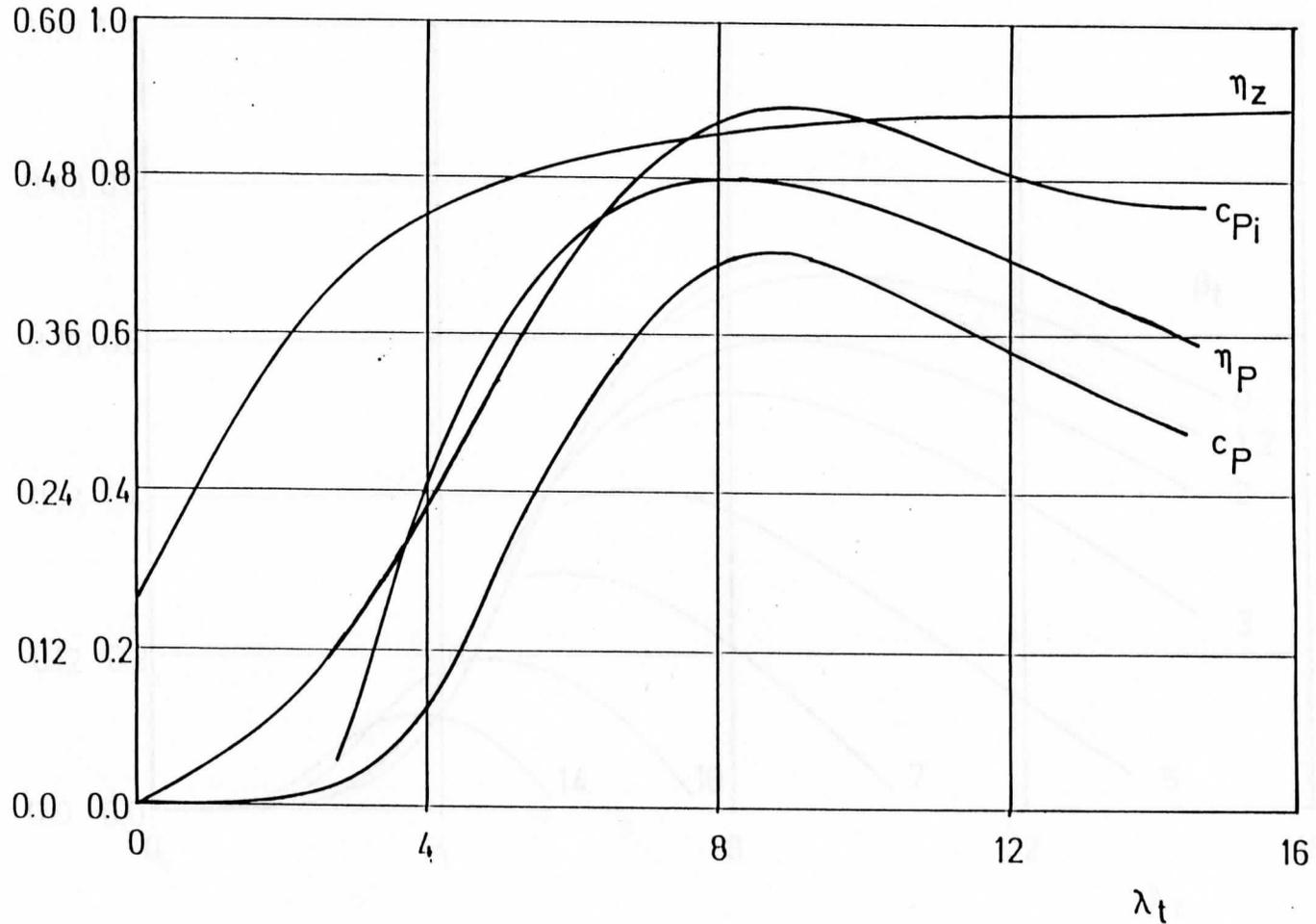


Bild 6.1: Windradkennzahlen: idealer Leistungsbeiwert c_{Pi} , Flügelwirkungsgrad η_P , Blattzahlverlustfaktor η_z und Gesamtleistungsbeiwert c_P berechnet nach Hütter als Funktion der Schnelllaufzahl an der Flügelspitze λ_t für das Windrad Adler 25 bei einem Blattwinkel $\beta_t = -1.2^\circ$.

c_p, c_{pi} η_p, η_z

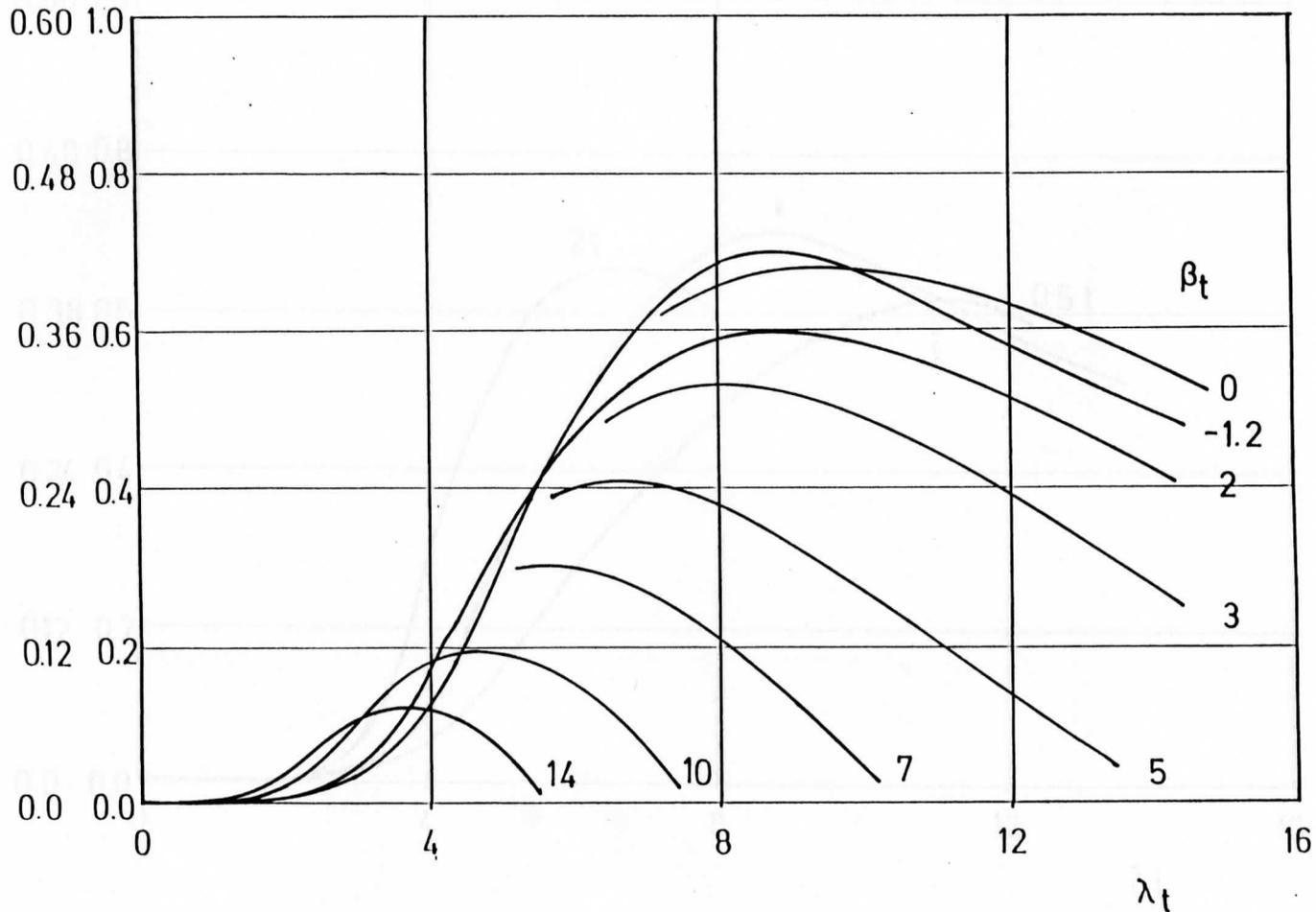


Bild 6.2: Gesamtleistungsbeiwert c_p als Funktion der Schnellaufzahl an der Flügelspitze λ_t mit dem Blattwinkel β_t als Parameter berechnet nach Hütter für das Windrad Adler 25.

c_P, c_{Pi} η_P, η_Z

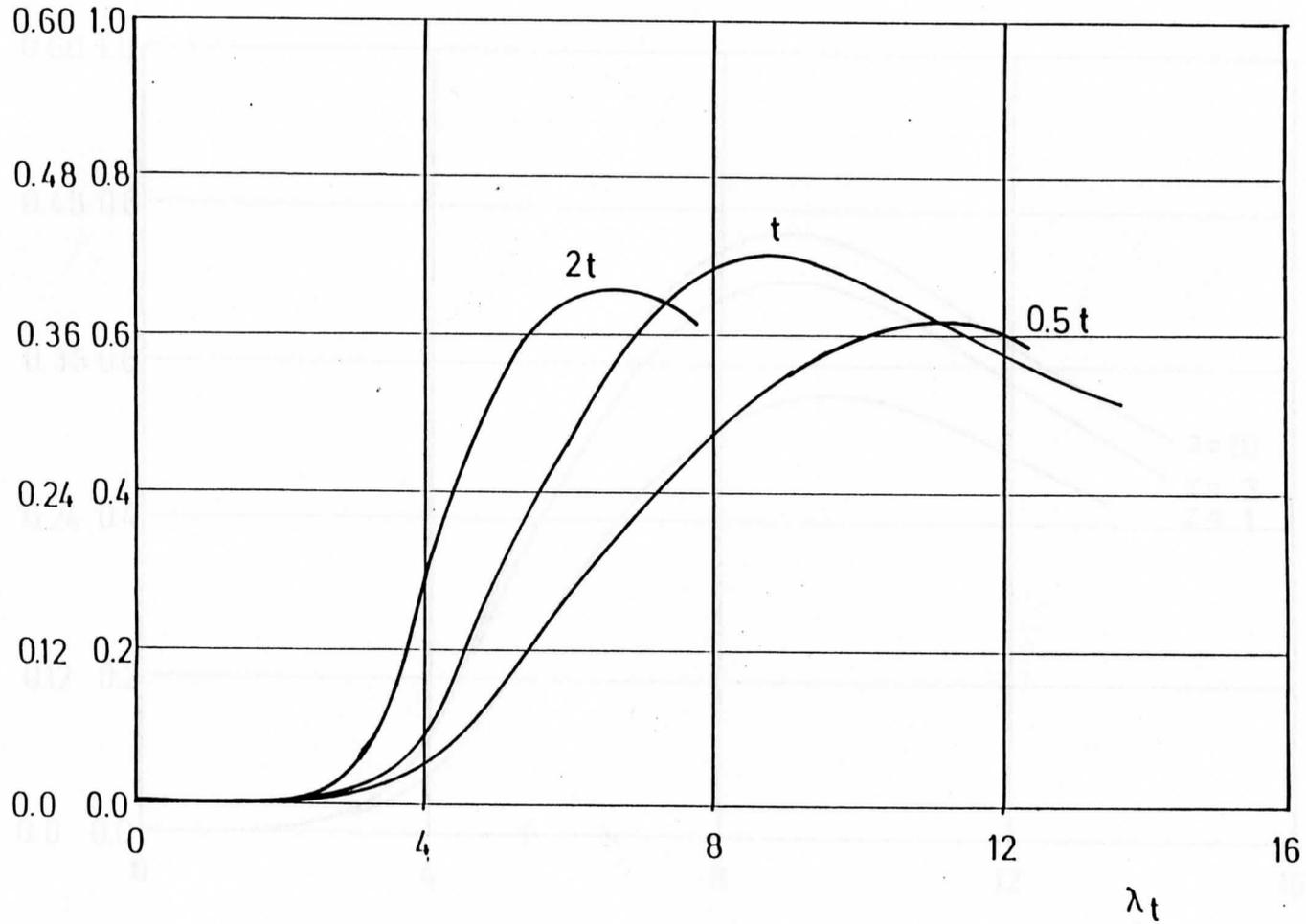


Bild 6.3: Gesamtleistungsbeiwert c_P als Funktion der Schnellaufzahl an der Flügelspitze λ_t bei verschiedenen Flügeltiefen.

c_p, c_{pi} η_p, η_z

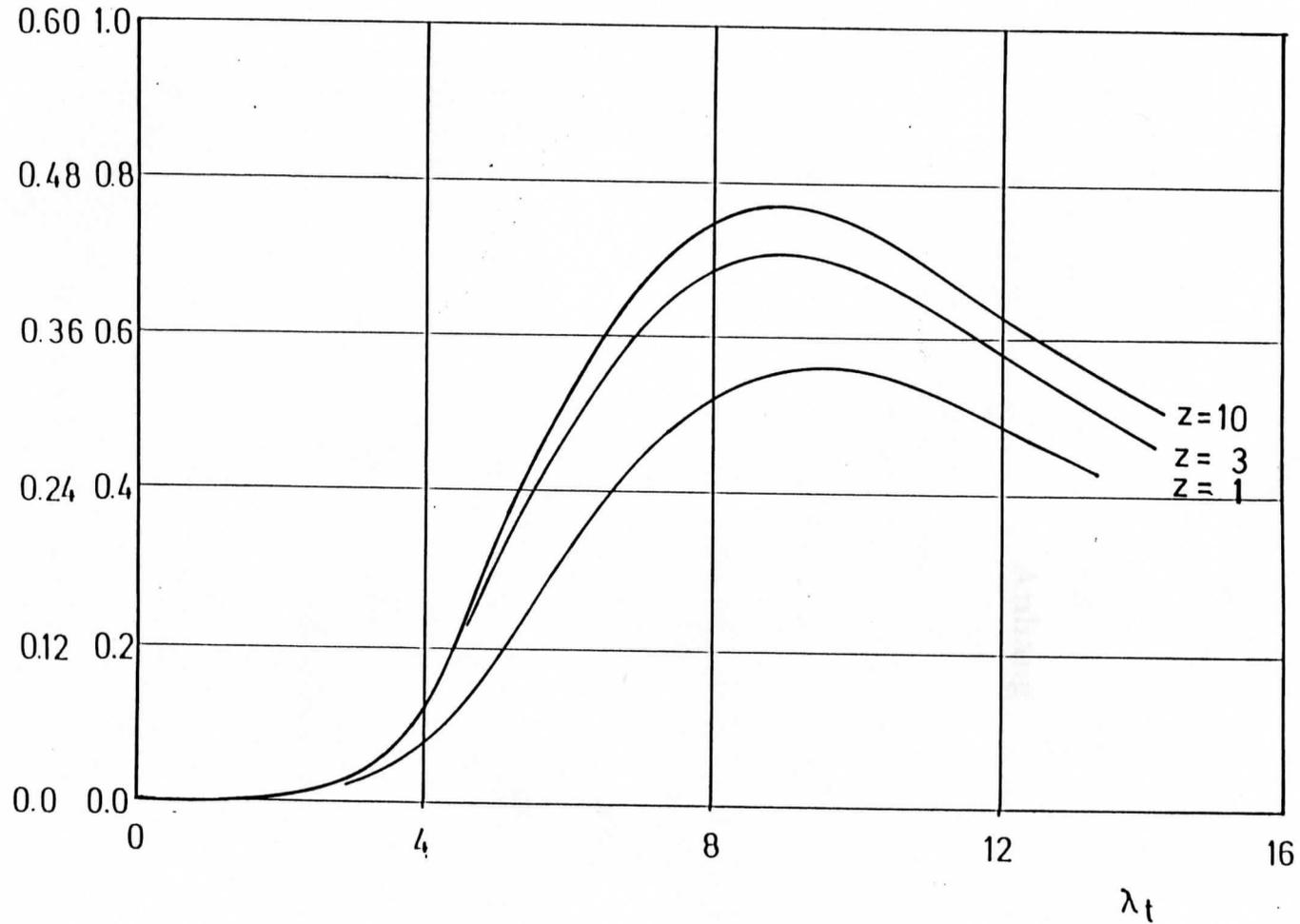


Bild 6.4: Gesamtleistungsbeiwert c_p als Funktion der Schnellaufzahl an der Flügelspitze λ_t bei verschiedenen Flügelzahlen aber konstanter Größe des Wertes $z \cdot t$.

Wirkung von Gl. 3.11

Es soll die Flöglkraft $dF = F \cdot dr$ berechnet werden, auftrichter- und Wipfelflächen sind flächenförmig sind

$$dF_{\text{auf}} = \rho \cdot \frac{1}{2} v^2 \cdot dA$$

und

$$dF_{\text{Wip}} = \rho \cdot \frac{1}{2} w^2 \cdot dA$$

mit der Schallgeschwindigkeit c Flögl, $w = c \cdot \sin \alpha$ Wipfel, α der der Flögel gegenüber

Anhang

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

In Antriebsrichtung wirken die Schallkräfte

$$F_{\text{auf}} + F_{\text{Wip}} + F_{\text{Wip}}$$

und

$$F_{\text{Wip}} = F_{\text{Wip}} \cdot \sin \alpha$$

Aus einer Betrachtung eines Radbremsens bei einem Wipfelrad mit r Flügeln erhält man als Gesamtdrehkraft

$$F_{\text{D}} = r \cdot (F_{\text{auf}} + F_{\text{Wip}}) \quad (2)$$

Als nächstes wird die Gesamtdrehkraft auf das Radbremsen aus einer Betrachtung der Strömung berechnet. Es ist

$$F_{\text{D}} = \dot{m} (v_1 - v_2) \quad (3)$$

mit

$$\dot{m} = \rho \cdot \frac{1}{2} \pi r^2 \cdot (v_1 - v_2)$$

Setzt man nun Gl. 2 mit Gl. 3 ein, so erhalten wir

$$\frac{1}{2} \rho v^2 \pi r^2 (\sin^2 \alpha + \sin \alpha) = \rho \pi r^2 (v_1 - v_2)$$

Herleitung von Gl. 2.12

Es soll ein Flügелеlement $dA = t \cdot dr$ betrachtet werden. Auftriebs- und Widerstandskraft an einem Flügелеlement sind

$$F_A = c_a \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot dA$$

und

$$F_W = c_w \cdot \frac{\rho}{2} w^2 \cdot dA$$

w ist die Relativgeschwindigkeit am Flügel, die Geschwindigkeit, der der Flügel ausgesetzt ist:

$$w = \sqrt{v_2^2 + u_2^2} \quad (1)$$

In Axialrichtung wirken die Schubkomponenten

$$F_{A,S} = F_A \cdot \cos \varphi$$

und

$$F_{W,S} = F_W \cdot \sin \varphi$$

Aus einer Betrachtung eines Radelementes bei einem Windrad mit z Flügeln erhält man als Gesamtschubkraft

$$F_S = z (F_{A,S} + F_{W,S}) \quad (2)$$

Als nächstes wird die Gesamtschubkraft auf das Radelement aus einer Betrachtung der Strömung berechnet. Es ist

$$F_S = \dot{m}(v_1 - v_3) \quad (3)$$

mit

$$\dot{m} = \rho \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot v_2(v_1 - v_3)$$

Setzen wir nun Gl.2 mit Gl.3 zusammen, so erhalten wir

$$\frac{z}{2} w^2 t (c_a \cos \varphi + c_w \sin \varphi) = 2\pi r v_2 (v_1 - v_3)$$

Beachtet man, daß

$$\cos \varphi = \frac{u_2}{w}$$

und

$$\sin \varphi = \frac{v_2}{w}$$

ist, und nimmt man Gl. 1, Def. 2.2, Def. 2.4, Def. 2.5 und Def. 2.6 zu Hilfe, so erhält man nach einigen Umformungen Gl. 2.12.

Hannover, 18.2.1988

Erklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Diplomarbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet zu haben.

Dieter Lindemann

Dieter Lindemann