

# ANALYSE DER AUSSETZDYNAMIK EINES PICO-SATELLITEN

A. Baeten  
J. C. Jüttner  
D. Sauer

Hochschule Augsburg  
Fakultät für Maschinenbau und Verfahrenstechnik  
An der Hochschule 1  
86161 Augsburg  
Deutschland

## Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag befasst sich mit der Analyse der Dynamik während des Aussetzvorgangs eines Pico-Satelliten aus der Transportbox.

Diese Analyse ist von entscheidender Bedeutung für geplante, an der HS Augsburg entwickelte Experimente, die an Bord eines Pico-Satelliten vorgesehen sind und bei denen die Masseeigenschaften zeitlich variabel sein werden.

Um die Sensitivität des maximal 1kg schweren Picosatelliten auf Störgrößen zu analysieren, wurde ein mathematisches Modell entwickelt, welches in der Lage ist, u. a. die folgenden Einflussgrößen auf den Aussetzvorgang zu berücksichtigen: Die mechanischen Kenngrößen des Auswurfsystems (P-POD), die Orbit-Parameter sowie die äußeren Kräfte und Momente aus dem Gravitations- und Magnetfeld der Erde sowie Solardruck und Restatmosphäre.

Unter Berücksichtigung dieser Randbedingungen wurde zunächst eine analytische Beschreibung der Trajektorie eines Pico-Satelliten während des Aussetzvorgangs hergeleitet. Berücksichtigt man allerdings auch mögliche Fehlerquellen wie z.B. gebrochene Federn des Auswurfsystems oder eine klemmende Behälterklappe, so lassen sich die Gleichungen nicht mehr geschlossen lösen, und es kommt ein numerisches Verfahren zum Einsatz. Das Simulationsprogramm basiert auf den Newton'schen Bewegungsgleichungen und berücksichtigt u. a. ein mögliches Klemmen der Führungsschienen des Satelliten in der Transportbox sowie das Auftreten von Rotationsbewegungen des Satelliten aufgrund von Stoßvorgängen mit der Behälterklappe.

Eine Nachführung der Projektionsfläche des Satelliten für die Berechnung der Kräfte aufgrund von Restaerodynamik und Strahlungsdruck wurde ebenso berücksichtigt wie die räumliche Relativbewegung mit Hilfe von Quaternionen.

Ziel ist es, eine verlässliche Vorhersage des Einflusses von Fehlerquellen auf die Trajektorie des Satelliten zu erhalten bei größtmöglicher Effizienz an Rechenzeit.

Es stellt sich heraus, dass die zu erwartenden Störmomente aufgrund von mechanischen Einflussgrößen während des Aussetzvorgangs die Trajektorie eines Pico-Satelliten auf unterschiedliche Weise beeinflussen. Während der Einfluss einer gebrochenen Sekundärfeder sich kaum auf die Rotationsgeschwindigkeiten des Satelliten auswirkt, hängt der Einfluss der klemmenden Klappe stark vom Öffnungswinkel ab.

## 1. ABKÜRZUNGEN UND DEFINITIONEN

a,b = Geometriegrößen [m]  
b = Berandung  
D = Degree of Freedom (Freiheitsgrad)  
e = Koeffizient der Adhäsion [-]  
 $E_{kin}$  = Kinetische Energie [kJ]  
 $E_{pot}$  = Potentielle Energie [kJ]  
F = Kraft [N]  
h = Zeitschritt [s]  
i = inclination (Bahnneigungswinkel)  
i,j = Schleifenindizes [-]  
L =  $L = E_{kin} + E_{pot}$  (Lagrange-Funktion)  
m, n = Lennard-Jones Potential-Parameter [-]  
 $q_i$  = generalisierte Particle-Cluster Koordinaten [m]

$r_{ij}$  = Abstand Partikel i zu Partikel j [m]  
 $\rho$  = Dichte [kg / m<sup>3</sup>]  
t = Zeit [s]  
 $U_{ij}$  = Lennard-Jones Potential [kJ]  
x, y, z = kartesische Koordinaten [m]  
 $x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}$  = Massenschwerpunkt [m]  
 $x_i, y_i, z_i$  = Particle-Cluster Koordinaten [m]  
 $\alpha$  = Potentialparameter:  $\alpha = f(m, n)$   
 $\epsilon$  = Ruhepotential [kJ]  
 $\sigma$  = Particle-Cluster Durchmesser [m]  
0' = Beschleunigter Bezugspunkt  
A, B, C, u = Koeffizienten für die Frequenzanalyse der Rotation  
c = Federsteifigkeit [N / m]  
D, d,  $\delta$  = Dämpfungskoeffizienten  
E = Elastizitätsmodul [MPa]

- $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  = Körperfeste Trägheitsmomente [kg m<sup>2</sup>]
- $I_1, I_2, I_3$  = Hauptträgheitsachsen [kg m<sup>2</sup>]
- $l$  = Länge [m]
- $M$  = Momentenvektor [Nm]
- $m$  = Masse [kg]
- $r$  = Radius [m]
- $V$  = Volumen [m<sup>3</sup>]
- $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit bezogen auf das körperfeste Koordinatensystem [rad/s]
- $\varphi, \theta, \psi$  = Eulerwinkel
- $s$  = Abstand des CubeSat auf der Schiene [m]
- $T$  = Transformationsmatrix körperfest - Inertialsystem
- $w$  = Vertikale Translation [m]
- $x, y, z$  = Koordinaten (kartesisch) in einem Inertialsystem [m]
- $x', y', z'$  = Koordinaten (kartesisch) in einem körperfesten Koordinatensystem [m]

## 2. EINLEITUNG

Das dynamische Verhalten von Raumfahrzeugen erfordert von Beginn an ein grundlegendes Verständnis der zugrunde liegenden Physik. Dies betrifft die Eigendynamik von Satelliten und Trägersystemen, aber auch das Verhalten großer Flüssigkeitsmassen in der Schwerelosigkeit. Die Kenntnis der Masseigenschaften und aller relevanten Einflussgrößen trägt in entscheidendem Maße bei zur Performance und Sicherheit des Betriebs im All. In den Disziplinen Schubvektorsteuerung und Lageregelung genügen beispielsweise sehr kleine Beschleunigungen, um ein dynamisches System aus dem Gleichgewicht zu bringen. Der Aussetzvorgang eines Pico-Satelliten ist ein solcher hochdynamischer Vorgang, bei dem sowohl die klassische Newton'sche Mechanik als auch Erdmagnetfeld, Gravitationsgesetz und aerodynamischer Widerstand mit einfließen. Die verschiedenen Störgrößen parametrisch zu erfassen und deren Einfluss auf die Drehraten des Satelliten abzuschätzen ist primäres Ziel dieser Analyse. Ein weiterer Schwerpunkt ist die Analyse des Einflusses von Beschleunigungen des Satelliten auf an Bord befindliche Flüssigkeitsmassen [1]. Die resultierende Envelope dient als Richtlinie für das Design eines Lageregelungssystems.

## 3. DAS CUBESAT-KONZEPT

### 3.1. Der CubeSat-Standard

Ein CubeSat ist ein kleiner, würfelförmiger Forschungssatellit, der auch Universitäten und Forschungseinrichtungen den Zugang ins All erlaubt. Tabelle 1 zeigt die Einteilung der Satelliten nach Gewicht.

Satellitenklasse	Masse
Konventioneller Satellit	>500 kg
Minisatellit	100 - 500 kg
Mikrosatellit	10 - 100 kg
Nanosatellit	1 - 10 kg
Picosatellit	0,1 - 1 kg

TAB 1. Einteilung der Satelliten nach Gewicht [12]

Ein CubeSat besitzt die folgenden typischen Merkmale.

- Abmessungen 10 [cm] x 10 [cm] x 10 [cm] (Länge x Breite x Höhe)
- Gewicht maximal 1.0 [kg],
- Einsatz von kommerzieller Hard- und Software

Die California Polytechnic State University (Cal Poly) und Stanford University starteten 1999 mit der Entwicklung der CubeSat Spezifikation, um Universitäten weltweit Zugang zur Erforschung des Alls zu ermöglichen.

### 3.2. Requirements

CubeSats werden für gewöhnlich als sekundäre Nutzlast im Huckepack-Verfahren an einen kommerziellen Satellitenstart angehängt. Die Trägersysteme, die für diesen Zweck zum Einsatz kommen, sind Feststoffraketen, die auf ausgemusterten Interkontinentalraketen russischer Herkunft basieren. Die CubeSats werden von der Oberstufe aus dem Transportbehälter mit Hilfe eines mechanischen Auswurfsystems (Federn) freigesetzt. Eines dieser Transportbehälter wird in dieser Analyse näher betrachtet, der P-POD.

Der P-POD (Poly Pico-satellite Orbital Deployer) ist ein Startbehälter für bis zu drei CubeSats, siehe Bild 2. Er dient als Transportbehälter und Aussetzmechanismus. Weiterhin schützt er die CubeSats gegen Umwelteinflüsse während des Starts und ermöglicht die Integration der Cubesats in das Trägersystem. Im Falle einer Desintegration eines CubeSats während des Starts schützt der P-POD die primäre Nutzlast vor Trümmerteilen.

Für die vorliegende Analyse sind die folgenden technischen Requirements anwendbar [14].

- a) 2.1.2 Pyrotechnics shall not be permitted
- b) 2.2.17 The CubeSat center of gravity shall be located within a sphere of 2 cm from its geometric center.
- c) 2.2.21 The CubeSat shall use separation springs with characteristics defined in (...) on the designated rail standoff. The separation springs provide relative separation between CubeSats after deployment from the P-POD.

### 3.3. Aussetzvorgang eines Pico-Satelliten

Die Pico-Satelliten werden für gewöhnlich mit leichten kommerziellen Trägersystemen gestartet, um die Startkosten niedrig zu halten. Die gebräuchlichsten Trägersysteme für diesen Zweck sind das Polar Satellite Launch Vehicle (PSLV), Indien, und die russische Dnepr-Rakete. Die CubeSats werden im P-POD Behälter verstaut, bis der Zielorbit erreicht ist. Der Einschuss in den Orbit erfolgt generell nach der folgenden Sequenz [10].

- 1) Stabilisierung der 3. Stufe des Trägersystems im Zielorbit
- 2) Aussetzen des primären kommerziellen Satelliten (für gewöhnlich ein Kommunikationssatellit)
- 3) Vorbereitung des P-POD für den Einschuss der CubeSats in deren Orbit
- 4) Die P-POD Frontklappe öffnet sich und die drei Pico-Satelliten werden aus dem Behälter mit Hilfe einer großen Feder herausgedrückt (Primärfeder)

- 5) Die Trennung der drei CubeSats untereinander erfolgt mit Hilfe von jeweils zwei kleineren Federn zwischen jeweils zwei Satelliten, die sog. Sekundärfedern.
- 6) Für mindestens dreißig Minuten nach dem Einschuss in den Orbit dürfen keine elektrischen Verbraucher (Lageregelung, Kommunikation u.s.w.) aktiviert werden.

### 3.4. CubeSat Orbits

CubeSats werden beinahe ausschließlich auf sonnensynchronen Orbits in Höhen zwischen 250 und 800 km eingesetzt.

Typische Bahnparameter zeigt Tabelle 2 für den Zielorbit des Augsburger Pico-Satelliten CEOSAT [12].

Orbithöhe [km]	600	700
Inklination $i$ [°]	98	98
Missionsdauer [Monate]	6	6
Umlaufzeit [min]	97	99
# Orbitzyklen [-]	2716	2662
Bahngeschwindigkeit [km/h]	7.56	7.51

TAB 2. Orbitparameter CEOSAT für zwei mögliche Orbithöhen [12]

### 4. PICO-SATELLIT CEOSAT

Der Experimentalsatellit CEOSAT (Composite Experimental Optical Sloshing Analysis Test bed) wird gegenwärtig an der Hochschule für angewandte Wissenschaften, Augsburg, entwickelt und gebaut. Er dient speziell der Erforschung des Verhaltens von Flüssigkeiten unter Schwerelosigkeit. Das vorgesehene Experiment zur Flüssigkeitsdynamik ist in Bild 1 skizziert. Dieser Pico-Satellit besteht aus einem Kubus, der teilweise aus faserverstärkten Kunststoffen besteht und alle Subsysteme enthält. Die Testflüssigkeit ist zunächst Wasser [5].

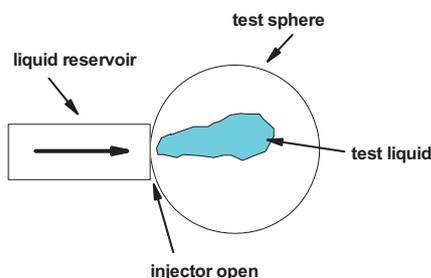


BILD 1. Experiment zur Analyse von Flüssigkeitsdynamik unter Schwerelosigkeit [5]

Der Pico-Satellit CEOSAT soll eine modulare Experimentenbay mit einheitlichem Interface beinhalten [5].

Für gewöhnlich wird jeder CubeSat individuell für die Mission entworfen, die er erfüllen soll. Besteht diese Mission z.B. darin, Fotos von der Erde zu schießen, so muss der CubeSat. Im Inneren genügend Platz bereit halten für die Kamera, die Verkabelung und das Interface zum Mainboard. Wenn der CubeSat dazu dienen soll, einen Sensor zu testen, so müssen andere Subsysteme im Inneren des Satelliten umgeordnet werden, um den Sensor und das entsprechende Interface aufnehmen zu können. Das CEOSAT Konzept sieht ein standardisiertes Interface vor in Verbindung mit einer modularen Experimentenbay, die in jedem der CubeSats, die von der Hochschule Augsburg entwickelt werden, gleich aussieht. Ein Redesign des Satelliten für spezielle Missionen ist somit nicht mehr erforderlich. Das Standard-Interface soll eine "plug and play"-Schnittstelle für das jeweilige Experiment an Board bereitstellen.

### 5. FEHLER WÄHREND DES AUSSETZVORGANGS

Während des Einschliessens in den Zielorbit können hauptsächlich vier gravierende Fehler auftreten [10].

- Bruch der primären Feder des P-POD (siehe Bild 2 bzw. 3): Dies ist ein kritischer Fehler, denn wenn er eintritt, verbleiben alle drei Pico-Satelliten im Inneren des P-POD. In einem anderen Fall könnten sie nicht die erforderliche Geschwindigkeit erreichen, um sich sicher vom P-POD zu entfernen.
- Bruch einer oder mehrerer der Sekundärfedern, welche die Pico-Satelliten voneinander trennen (siehe Bild 4). Dies ist ebenfalls ein kritischer Fehler, da im Extremfall die zwei betreffenden Satelliten sich nicht schnell genug voneinander entfernen können und evtl. sogar kollidieren können. Durch die asymmetrisch aufgebrachte Federkraft entstehen zudem Drehraten, die die Lage des CubeSat destabilisieren können.

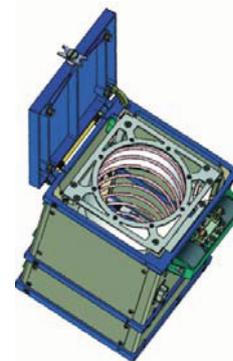


BILD 2. P-POD, Primärfeder sichtbar [10]

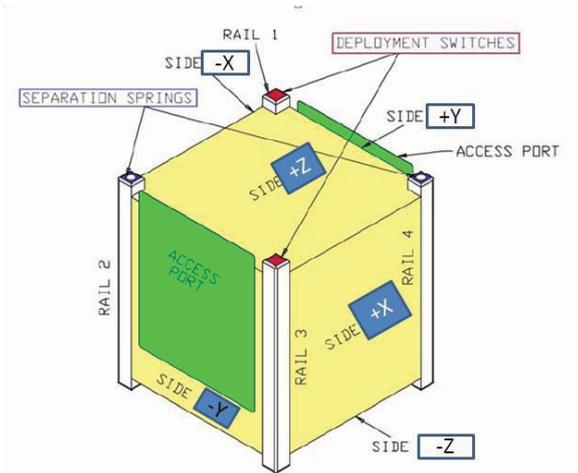


BILD 3. CubeSat Interface Spezifikation nach [14]

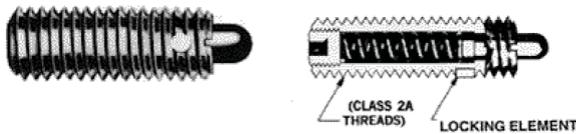


BILD 4. Separationsfeder (sekundär) zum Trennen der CubeSats untereinander [14]

- Klemmen in der Schiene der Pico-Satelliten im P-POD: Dies ist ebenfalls ein kritischer Fehler, da die mechanische Klemmen in der Schiene die Austrittsgeschwindigkeit herabsetzt und zusätzliche Kräfte und Momente auf den CubeSat ausübt.
- Klemmen der vorderen Klappe des P-POD während die Primärfeder versucht, die CubeSats herauszudrücken. Dies ist ein kritischer Fehler, da je nach Öffnungswinkel die CubeSats entweder unter einem Winkel herausgedrückt werden, wodurch sie unterschiedlich hohe Drehraten aufgeprägt bekommen, oder aber die Klappe blockiert das Herausdrücken vollständig. In diesem Fall sind die CubeSats nicht einsatzfähig und die Mission ist beendet.
- Zusätzlich zu den oben aufgeführten Fehlerquellen kann das vorzeitige Freisetzen von Flüssigkeiten innerhalb des CubeSats zu dynamischen Instabilitäten in der Trajektorie führen. Diese Kräfte und Momente resultieren aus der Wechselwirkung der Testflüssigkeit mit den Behälterwänden

Die folgenden Fehlerquellen werden im folgenden detailliert analysiert.

- Bruch einer Feder (primär und / oder sekundär)
- Klemmen der Frontklappe des P-POD
- Freisetzen der Testflüssigkeit während des Einschussvorgangs in den Orbit

## 6. SIMULATIONS-KONZEPT

Das Simulationskonzept für die Satellitentrajektorie sieht einen modularen Aufbau der einzelnen Bausteine vor (Bild 5)

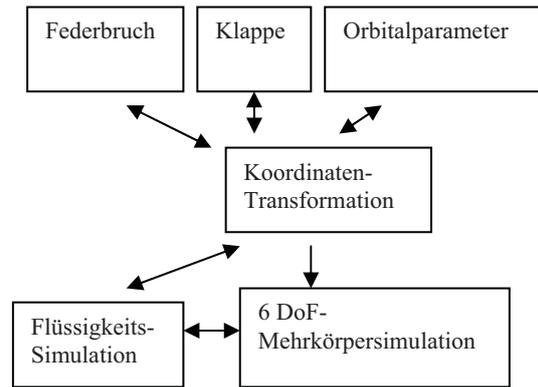


BILD 5. Simulationskonzept „Mehrkörperdynamik“

Die Koordinatentransformation erfolgt über Quaternionen, die Drehreihenfolge orientiert sich an der Luftfahrtnorm [9]. Drei Module werden fakultativ zugeschaltet, „Federbruch“, „Klappe“ und „Orbitalparameter“ (freie Trajektorie).

In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Module vorgestellt.

### 6.1. Federbruch

#### 6.1.1. Auswirkungen

Der Bruch der primären oder einer der sekundären Federn ist ein wichtiger Aspekt bei der Beurteilung des Sicherheitsfaktors während des Einschussvorgangs in den Orbit. Das mechanische Modell, welches hier verwendet wird, ist in Bild 5 skizziert.

In Bild 6 bewegt sich ein einzelner CubeSat innerhalb des P-POD entlang der Führungsschienen in Richtung Frontklappe. Die Schienen werden symbolisiert durch dicke schwarze Linien ober- und unterhalb des CubeSat (blaues Quadrat).

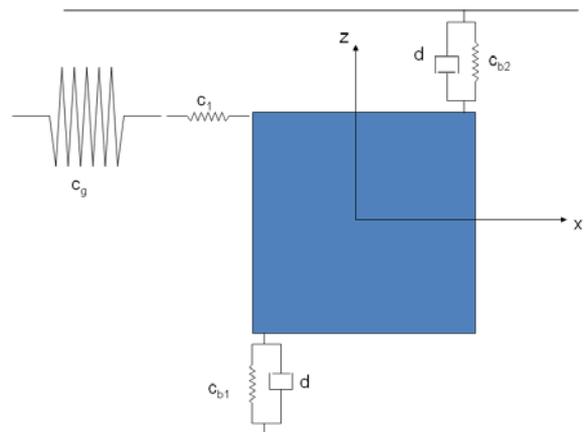


BILD 6. Mechanisches Modell der CubeSat-Bewegung in der Schiene des P-POD [10]

Hier wird beispielhaft der Bruch einer Sekundärfeder erläutert, der dazu führt, dass der CubeSat am Ende der Schiene eine Drehbewegung ausführt und um den Kontaktpunkt rotiert.

**6.1.2. Mechanisches Modell (1): Kein Kontakt**

Falls es nicht zu einem Schienenkontakt kommt, muss nur die die Primärfeder für die Bewegung des CubeSat berücksichtigt werden. Diese Vereinfachung ist gerechtfertigt, wenn man die Federsteifigkeiten von Primär- und Sekundärfeder miteinander vergleicht. Die Bewegungsgleichung in Längs- (x-) Richtung ergibt sich zu:

$$(1) \quad \begin{aligned} x(t) &= s_{\max} - (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \\ \dot{x}(t) &= A \omega \sin(\omega t) - B \omega \cos(\omega t) \\ \omega &= \sqrt{\frac{c_g}{m}} \end{aligned}$$

Wobei  $s_{\max}$  die maximal mögliche Weglänge bezeichnet, die der CubeSat in der Schiene zurücklegen kann. Die Koeffizienten A und B ergeben sich zu:

$$(2) \quad \begin{aligned} A &= \frac{(x - s_{\max})\omega \cos(\omega t) - \dot{x} \sin(\omega t)}{-\omega \sin(\omega t)^2 - \cos(\omega t)^2} \\ B &= \frac{\omega A \sin(\omega t) - \dot{x}}{\omega \cos(\omega t)} \end{aligned}$$

**6.1.3. Mechanisches Modell (2): Kontakt**

Falls der CubeSat Schienenkontakt hat, wird die Bewegung des CubeSats durch einen Hub-Dreh-Schwinger modelliert werden (Bild 7).

Die Feder- und Dämpferkoeffizienten wurden aus einer analytischen Überlegung abgeleitet, da der Hersteller des P-POD keine realen Werte herausgegeben hat. Es ergeben sich die folgenden Beziehungen:

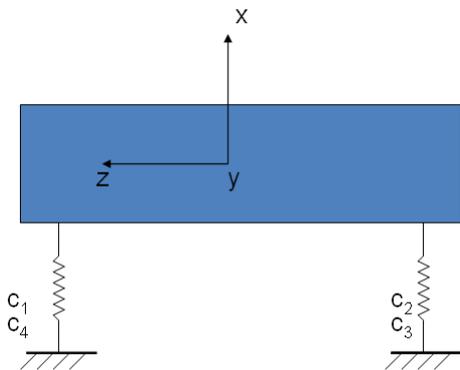


BILD 7. Modell eines Hub-Drehschwingers [14]

$$(3) \quad \begin{aligned} x(t) &= e^{-\delta t} (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)) \\ \dot{x}(t) &= -\delta e^{-\delta t} (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)) \\ &+ e^{-\delta t} \omega_d (-A \sin(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)) \\ \omega_d &= \omega \sqrt{1 - D^2} \quad , \quad D = \frac{\delta}{\omega} \quad , \\ \omega &= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N c_k r_k^2}{I_{yy}}} \quad , \quad \delta = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N d_k r_k^2}{I_{yy}}} \end{aligned}$$

Mit  $c_k, d_k$  als Federsteifigkeit bzw. Dämpfungskoeffizient,  $D, \delta$  Dämpfungskoeffizienten und den Vereinfachungen

$$(4) \quad \begin{aligned} A &= \frac{\dot{x}(t)u \sin(\omega_d t) - x(t)u \omega \cos(\omega_d t) - \delta u \sin(\omega_d t)}{C} \quad , \\ u &= e^{-\delta t} \quad , \\ B &= \frac{x(t) - e^{-\delta t} \cos(\omega_d t) A}{e^{-\delta t} \sin(\omega_d t)} \quad , \\ C &= (-\delta u \cos(\omega_d t) - u \omega \sin(\omega_d t))u \sin(\omega_d t) \\ &- (\omega_d u \cos(\omega_d t) - \delta u \sin(\omega_d t))u \cos(\omega_d t) \end{aligned}$$

**6.1.4. Federsteifigkeit und Dämpfung**

Um die Federsteifigkeit der Primär- und Sekundärfedern zu bestimmen, wurde ein vereinfachter Biegebalken-Ansatz gewählt. Mit Hilfe von dieser Modellvorstellung ist es auch möglich, den Dämpfungskoeffizienten der Struktur zu ermitteln.

Für die Steifigkeit der äquivalenten Feder ergibt sich aus dem Biegebalkenansatz:

$$(5) \quad c_{beam} = \frac{F}{w_c} = \frac{3 E I l}{a^2 b^2}$$

Hier bezeichnet E den Elastizitätsmodul der Schiene, die mit dem CubeSat im Eingriff ist. I ist das Flächenträgheitsmoment bezogen auf die auf Biegung beanspruchte Achse, w die Verschiebung orthogonal zur Balkenlängsachse sowie l, a und b Geometriegrößen.

Die Ergebnisse aus den Testfällen für drei verschiedene Orbithöhen liefern eine Envelope der Drehraten für den Fall, dass eine oder mehrere Federn des Aussetzmechanismus gebrochen sind.

Die Beschleunigung in x-Richtung wird nur unwesentlich durch ein mögliches Klemmen in der Schiene beeinflusst, da der Spalt zwischen CubeSat und Schiene sehr klein ist und ein Klemmen in der Schiene so gut wie nie eintreten wird.

**6.2. Klemmen der Frontklappe**

In diesem Abschnitt wird die Modellierung einer möglichen Fehlfunktion der Klappe vorgestellt. Ziel der Modellierung ist es, die Rotations- und Translationsgeschwindigkeiten, Orientierungswinkel und Schwerpunktskoordinaten in einem Inertialsystem zu ermitteln. Zunächst werden die

folgenden Idealisierungen eingeführt [10].

- 1) Die Haftbedingung während des Stoßvorgangs ist erfüllt.
- 2) Die Kontaktkräfte der beteiligten Körper sind sehr viel größer als alle übrigen angreifenden Kräfte.
- 3) Die Deformation der beteiligten Körper ist vernachlässigbar klein.
- 4) Es handelt sich um einen exzentrischen Stoß

Die Bewegung der Frontklappe wird als Starrkörperbewegung einer dünnen Platte modelliert. Die Gleichungen des Stoßvorganges basieren auf der Impulserhaltung und Drallerhaltung.

Für den Satelliten und die Klappe lassen sich Impuls- und Drallerhaltung in 12 Gleichungen formulieren (jeweils drei Translationen und drei Rotationen). Die Erhaltungsgleichungen werden jeweils separat im Satellitenfesten bzw. klappenfesten Bezugssystem angegeben und über Rotationsmatrizen miteinander gekoppelt. Die Klappe besitzt in dieser Modellvorstellung nur einen Freiheitsgrad, die Drehung um das Scharnier.

$$(6) \quad e = \frac{\vec{v}_{c,1}^S - \vec{v}_{c,1}^K}{\vec{v}_{c,0}^S - \vec{v}_{c,0}^K}$$

Hier bedeuten  $\vec{v}_{c,1}^S$  die Geschwindigkeit des Kontaktpunktes des Satelliten nach dem Stoß,  $\vec{v}_{c,1}^K$  die Geschwindigkeit des Kontaktpunktes der Klappe nach dem Stoß,  $\vec{v}_{c,0}^S$  die Geschwindigkeit des Kontaktpunktes des Satelliten vor dem Stoß und  $\vec{v}_{c,0}^K$  die Geschwindigkeit des Kontaktpunktes der Klappe vor dem Stoß.

Der Stoßvorgang ist in Bild 8 symbolisch dargestellt.

Damit dies Gleichung verwendet werden kann, ist es notwendig die absolute Geschwindigkeit des Kontaktpunktes im Klappenkoordinatensystem zu bestimmen. Dazu müssen Translations- und Rotationsbewegung überlagert werden. Die Koordinaten und Geschwindigkeiten des Kontaktpunktes des Satelliten sind im Hauptachsensystem des Satelliten bekannt.

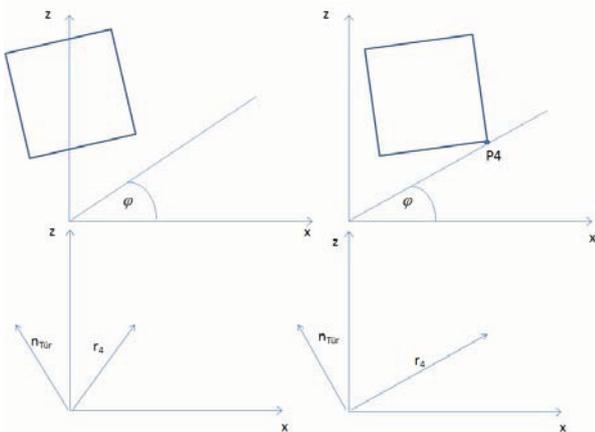


BILD 8. Kontaktpunkte und Bezeichnungen während des Stoßvorgangs [10]

Daher wird zunächst die absolute Geschwindigkeit des Kontaktpunktes in diesem Hauptachsensystem berechnet. Anschließend werden die Koordinaten und Geschwindigkeiten in das klappenfeste Koordinatensystem transformiert. Bild 8 zeigt die geometrischen Verhältnisse am Satelliten und an der Klappe.

Die Stoßzahl  $e$  lässt sich aus den Kontaktkräften und den resultierenden kinematischen Beziehungen ermitteln. Für den Satelliten gilt:

$$(7) \quad \int_0^\tau \vec{F} dt = m \cdot (\vec{v} - \vec{v}_0)$$

$$(8) \quad \int_0^\tau \vec{M} dt = \vec{J} \cdot (\vec{\omega} - \vec{\omega}_0)$$

Für die Klappe folgt aus der Bewegung um einen verbleibenden Freiheitsgrad (Drehung um die y-Achse):

$$(9) \quad \int_0^\tau M_{k,y} dt = J_{yy,k} \cdot (\bar{\omega}_{k,y} - \omega_{k,y})$$

### 6.3. Orbitalparameter

Die Trajektorie eines CubeSat nach Abklingen der Störungen aus der Einschussphase wird im Wesentlichen durch die folgenden Einflussgrößen bestimmt.

- Gravitationsgradient
- Aerodynamischer Widerstand
- Solardruck
- Erdmagnetfeld

#### 6.3.1. Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen in der Translation lauten unter dieser Annahme wie folgt.

$$(10) \quad F_x = m\ddot{x} = \frac{1}{2} \rho C_d A_{aero} v_x^2 + \frac{F_s}{c} A_{solar} (1+q) \cos(i_x)$$

$$(11) \quad F_y = m\ddot{y} = \frac{1}{2} \rho C_d A_{aero} v_y^2 + \frac{F_s}{c} A_{solar} (1+q) \cos(i_y)$$

$$(12) \quad F_z = m\ddot{z} = \frac{1}{2} \rho C_d A_{aero} v_z^2 + \frac{F_s}{c} A_{solar} (1+q) \cos(i_z) + m \frac{v_x^2}{r} + m \frac{v_y^2}{r} - \mu \frac{m}{r^2}$$

Das Erdmagnetfeld wirkt auf den als Dipol-Magneten angenommenen CubeSat ausschließlich in den drei hier nicht aufgeführten Bewegungsgleichungen für die Rotationen.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten ist es erforderlich die Geschwindigkeiten des Satelliten und des

P-POD in ein Inertialsystem zu transformieren. Die Bahnbewegung des P-POD gehorcht hierbei den Gesetzen der klassischen Orbitalmechanik (Newtonsche und Keplersche Gesetze).

**6.3.2. Projizierte Flächen**

Zur Berechnung der aerodynamischen Kräfte und des effektiven Solardrucks wird die projizierte Fläche des Satelliten benötigt. Diese Fläche wird in jedem Zeitschritt der Simulation neu ermittelt. Dazu muss ein Zusammenhang zwischen den Drehwinkeln, dem Richtungsvektor der zu aerodynamischen Kräfte, dem Geschwindigkeitsvektor und dem Richtungsvektor der Sonnenstrahlung hergestellt werden. Dieser Zusammenhang ist analytisch nur unter groben Vereinfachungen herzustellen. Hier wird daher ein Ansatz mit Hilfe der analytischen Geometrie gewählt.

Die projizierte Fläche ist die Fläche des Schattens, welcher sichtbar wird, wenn der Satellit mit einer Lichtquelle bestrahlt wird. Daher können die Eckpunkte des Satelliten auf eine Ebene projiziert werden, anhand derer dann die projizierte Fläche berechnet wird. Die Eckpunkte werden durchnummeriert und ein Bezugssystem festgelegt, siehe Bild 9.

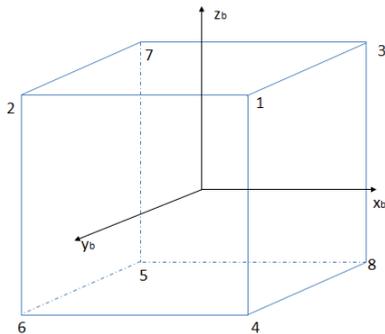


BILD 9. Bezeichnungen und Koordinaten zur projizierten Fläche [10]

Um die Eckpunkte in einer Ebene abzubilden, wird der Schnittpunkt zwischen dieser Ebene und verschiedenen Vektorgeraden bestimmt. Hierbei wird für jeden Eckpunkt eine Vektorgerade aus der folgenden Beziehung bestimmt. Der Eckpunkt wird als Aufpunkt einer Gerade benutzt ( $x_0$ ), welche zusammen mit dem Normalenvektor der Ebene ( $n$ ) eindeutig definiert ist.

$$(13) \quad \vec{x} = \vec{x}_0 + \lambda \vec{n}$$

Der Parameter  $\lambda$  wird über den Schnitt mit der Projektionsebene ermittelt.

$$(14) \quad \vec{n} \cdot \vec{x} = \vec{n} \cdot \vec{p}$$

Dabei stellt der Normalenvektor entweder den Geschwindigkeitsvektor des Schwerpunkts dar, um  $A_{aero}$  zu bestimmen, oder den Richtungsvektor der Sonnenstrahlung dar, um  $A_s$  zu bestimmen. Die Ebene,

auf welche projiziert werden soll, hat ihren Aufpunkt im Schwerpunkt des Satelliten. Aus Überlegungen zu den geometrischen Verhältnissen folgt, dass sich in jeder beliebigen Lage die projizierte Fläche als Parallelogramm darstellen lässt. Für die Fläche folgt daher aus der Geometrie:

$$(15) \quad A = |\vec{x}_1 \times \vec{x}_2|$$

Mit den Bezeichnungen A: Projizierte Fläche,  $x_1$ ,  $x_2$ : Projektionen der Eckpunkte des CubeSat, die das Parallelogramm aufspannen.

**6.4. Koordinatentransformation**

Das Newton'sche Gesetz, welches die Starrkörperbeschleunigung beschreibt, wird für gewöhnlich bezogen auf ein inertiales, d.h. raumfestes Bezugssystem angegeben. Bezogen auf dieses System bewegt sich ein Satellit in 6 Freiheitsgraden, sobald er aus dem Zustand der Ruhe heraus beschleunigt wird. Bild 10 zeigt das ruhende System (Bezugspunkt 0) und das beschleunigte Bezugssystem (Bezugspunkt 0') des Satelliten.

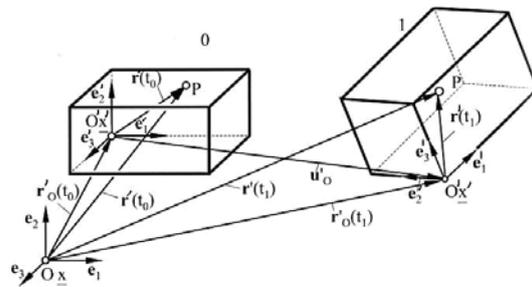


BILD 10. Inertiales (links) und beschleunigtes (rechts) Bezugssystem [5]

Zur Transformation der Zustandsgrößen wird die auf der Luftfahrtnorm basierende Drehreihenfolge verwendet. Die numerische Umsetzung erfolgt mit Hilfe der Quaternionennotation, um singuläre Stellen bei der Beschreibung der Rotationen zu vermeiden.

**6.5. Freisetzen der Testflüssigkeit**

Falls die Testflüssigkeit zu früh in den Testbehälter einströmt, treten Rückstosskräfte und Reaktionskräfte aufgrund von Schwappbewegungen auf. Diese instationären Beschleunigungen müssen bei der Auslegung des Bahnführungs- und Regelungssystems mit berücksichtigt werden. Da aus Sicherheitsgründen keine pyrotechnischen Lagekontrollantriebe erlaubt sind, kommen zur Kompensation dieser Beschleunigungen nur Reaktionsräder bzw. Kaltgasantriebe in Frage. Die Bestimmung der möglichen Drehraten aufgrund der Störmomente aus der Flüssigkeitsdynamik geschieht mit Hilfe eines partikelbasierten numerischen Simulationsverfahrens. Physikalisches Modell

Kernelement ist ein dreidimensionales Particle-Cluster-Verfahren [2], welches für die Beschreibung unterschiedlicher Zustandsformen von Materie entwickelt wurde. Insbesondere für die Simulation hochdynamischer

Flüssigkeitsbewegungen liefert es verlässliche qualitative und quantitative Ergebnisse für die Masseneigenschaften (Schwerpunktbewegung und Trägheitsmomente) von Flüssigkeitsvolumina, siehe [2], [3], [4], [5]. Der Experimentalbehälter und das Flüssigkeitsvolumen werden hierbei angenähert durch ein System von finiten Particle-Clustern, von denen jeder einzelne eine feste Anzahl von realen Molekülen enthält. Die Partikel-Cluster repräsentieren die thermo-dynamischen, chemischen und mechanischen Eigenschaften realer Flüssigkeiten in der makroskopischen Skala [8]. Die Dämpfung innerhalb des Flüssigkeitsvolumens sowie Schwappbewegungen können adäquat simuliert werden. Da die Flüssigkeit mit der Struktur des Behälters wechselwirkt, ist die eigentliche Trajektorienberechnung für die Particle-Cluster ein iterativer Prozess [9]. Ein Beispiel für die Analyse des instationären Wanddrucks zeigt Bild 11. Zur Berechnung des Wanddrucks siehe auch [6], [13].

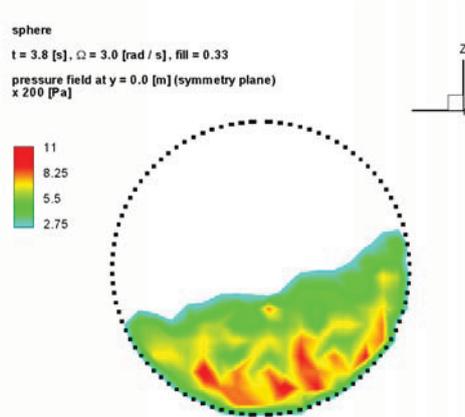


BILD 11. Auswertung einer Simulation der Flüssigkeitsdynamik (Druckverteilung) [2]

**6.5.1. Das Particle-Cluster Modell**

Das Particle-Cluster Verfahren benötigt eine genügend große Anzahl an Particle-Clustern, damit die physikalischen Eigenschaften der Flüssigkeit realistisch abgebildet werden können. Die grundlegenden Eigenschaften für die Kräfte zwischen den Particle-Clustern stammen aus der Molekulardynamik [15]. Hier werden anziehende und abstoßende Kräfte über den Abstand der einzelnen Particle-Cluster voneinander berechnet. Die Bewegungsgleichung für jeden einzelnen dieser Particle-Cluster leitet sich aus Langrange's Formel ab.

$$(15) \quad \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = F_{q_i}, \quad i = 1,2,3$$

$$L = E_{kin} + E_{pot}, \quad E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{q}^2,$$

$$(16) \quad E_{pot} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_{ij}$$

Die potentielle Energie wird durch ein Lennard-Jones

Potential der folgenden Form angegeben.

$$(17) \quad U_{ij} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot \left( \left[ \frac{\sigma}{r_{ij}} \right]^m - \left[ \frac{\sigma}{r_{ij}} \right]^n \right)$$

Hier bezeichnet die Größe *m* den Exponenten des abstoßenden Terms und *n* den Exponenten des anziehenden Terms. Die Lösung von Gleichung (16) ergibt die gesuchte Bewegungsgleichung für die Particle-Cluster.

$$(18) \quad m \cdot \ddot{q}_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \alpha \cdot \varepsilon \cdot r_{ij}^{-2} \cdot \left( m \cdot \left[ \frac{\sigma}{r_{ij}} \right]^m - n \cdot \left[ \frac{\sigma}{r_{ij}} \right]^n \right) \cdot (q_i - q_j) = F$$

**6.5.2. Numerik**

Gleichung (18) wird in der Zeit integriert mit Hilfe eines Velocity-Verlet Algorithmus. Hier wurde ein variabler Zeitschritt in Kombination mit blockweise definierten Zeitschritten implementiert [2]. Die Effizienz der Berechnung wird entscheidend verbessert durch die Verwendung eines cut-off Radius [2] und einer dynamischen Linked-Cell Update Routine, welche eine lineare Abhängigkeit der Rechenzeit von der Particle-Cluster Anzahl ermöglicht. Die dynamische Linked-Cell Routine erfordert jedoch ein körperfestes, d.h. beschleunigtes Referenzsystem.

**6.5.3. Geometrie- und Simulationsdaten**

Für die Simulation der Flüssigkeitsdynamik wurden die folgenden Eingabedaten verwendet. (Tabellen 3 und 4).

Tank Radius, r [m]	0.02
volume of water, V [m <sup>3</sup> ]	5*E-06
Exit velocity test liquid [m/s]	0.08

TAB 3. CEOSAT Experimentalbehälter: Geometriedaten

Anzahl Particle-Clusters [-]	1500
Masse Particle-Cluster [kg]	3.3*E-06
Particle-Cluster Durchmesser [m]	0.0011

TAB 4. Potentialparameter der Flüssigkeitssimulation

**6.6. 6 DoF Mehrkörperdynamik-Simulation**

Um die Trajektorien der Particle-Cluster unter Einwirkung von Trägheits- und Reaktionskräften zu ermitteln, wird Gleichung (18) erweitert um Transformationsroutinen, welche die Zustandsgrößen aus dem Inertialsystem in das körperfeste System transformieren und vice versa. Eine Koordinatentransformation ist immer dann notwendig, wenn die Linked-Cell Liste upgedated werden muss, das sie an körperfeste Koordinaten gebunden ist. Für die erweiterte Bewegungsgleichung gelten die folgenden Beziehungen.

$$(20) \quad \begin{aligned} \dot{q}_i &= T(\vartheta, \psi, \varphi, x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}) \cdot q_i \quad , \\ \ddot{q}_i &= \left(\frac{1}{m}\right) \cdot (F_{ij}(q_i) + F_{b,ij}(q_i)) \end{aligned}$$

Hier bezeichnet  $T$  die Transformationsmatrix, welche die drei Euler Winkel  $\theta, \varphi, \psi$ , benutzt.  $x_{cg}$ . Bezeichnet den Vektor zum Massenschwerpunkt des Satelliten, während der Index  $i$  die Beschleunigung bezogen auf das körperfeste System angibt. Die Beschleunigungen  $a_i$  in Gleichung (20) werden im körperfesten System berechnet. Die Beschleunigungen der Particle-Cluster in einem solchen ebenfalls beschleunigt bewegten System werden gemäß dem Newton'schen Satz für beschleunigte Bezugssysteme berechnet:

$$(21) \quad \begin{aligned} \ddot{q}_{rel,i} &= \frac{d'\dot{q}_{rel,i}}{dt} = \frac{F}{m_i} - \frac{d\dot{q}_{0'}}{dt} - \frac{d\omega}{dt} \times r_{i,0'} \\ &- \omega \times (\omega \times r_{i,0'}) - 2\omega \times \dot{q}_{rel,i} \end{aligned}$$

Hier bezeichnet  $F$  die äußeren Kräfte, transformiert in das körperfeste System,  $\frac{d\dot{q}_{0'}}{dt}$  ist die translatorische Beschleunigung des Satelliten,  $\frac{d\omega}{dt} \times r_{i,0'} + \omega \times (\omega \times r_{i,0'})$  ist die rotatorische Beschleunigung des Satelliten und  $2\omega \times \dot{q}_{rel,i}$  sind die Corioliskräfte.

Um die Drehraten des Satelliten zu berechnen, werden die Winkelbeschleunigungen zeitlich integriert. Hierbei ist zu beachten, dass die Winkelbeschleunigungen und Trägheitsmomente in Form der Euler'schen Kreisgleichung formuliert sind, die im körperfesten System gültig ist.

$$(22) \quad \begin{aligned} \sum M_{X',cg} &= I_{1,cg} \dot{\omega}_{X'} - (I_{2,cg} - I_{3,cg}) \omega_{Y'} \omega_{Z'} \\ \sum M_{Y',cg} &= I_{2,cg} \dot{\omega}_{Y'} - (I_{3,cg} - I_{1,cg}) \omega_{Z'} \omega_{X'} \\ \sum M_{Z',cg} &= I_{3,cg} \dot{\omega}_{Z'} - (I_{1,cg} - I_{2,cg}) \omega_{X'} \omega_{Y'} \end{aligned}$$

Die Bewegungsgleichung für die Particle-Cluster im beschleunigt bewegten Bezugssystem lautet somit:

$$(23) \quad \begin{aligned} m \cdot \ddot{q}_i &= \\ &\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \alpha \cdot \varepsilon \cdot r_{ij}^{-(2)} \cdot \left( m \cdot \left[ \frac{\sigma}{r_{ij}} \right]^m - n \cdot \left[ \frac{\sigma}{r_{ij}} \right]^n \right) \\ &\cdot (q_i - q_j) + F + F_b + m \cdot \ddot{q}_{rel,i} \end{aligned}$$

Diese Bewegungsgleichung wird in der Zeit mit Hilfe eines Velocity-Verlet Algorithmus integriert.

## 7. ERGEBNISSE

Im Modul "6 DoF Mehrkörperdynamik" werden die einzelnen Teilmodule („Feder“, „Klappe“, „Orbitalparameter“ und „Flüssigkeitsdynamik“ zusammengeführt und die Trajektorien berechnet. Aus

den Ergebnissen der gekoppelten 6 DoF Mehrkörperdynamik-Simulation kann geschlossen werden, dass :

- Die Beschleunigungen und Drehraten aufgrund einer gebrochenen Sekundärfeder klein sind im Vergleich zu den Beschleunigungen aufgrund der Primärfeder
- Der Einfluss von Klemmen und Reibung in der Schiene während des Aussetzvorgangs vernachlässigbar ist
- Eine klemmende Klappe des P-POD kritisch ist für den Aussetzvorgang des CubeSat. Selbst bei nur teilweise geöffneter Klappe ergeben sich relativ große Störmomente auf den CubeSat.
- Das vorzeitige Freisetzen von Flüssigkeiten während der Einschussphase in den Orbit hat keinen signifikanten Einfluss auf die Trajektorie des CubeSat
- Erst für Flüssigkeitsvolumina oberhalb von ca. 20 % des CubeSat-Gesamtvolumens wird die Flüssigkeitsdynamik zu einem bedeutenden Parameter für die Stabilität der CubeSat-Trajektorie.

### 7.1. Ergebnisse Federbruch

In Bild 12 ist der Fall dargestellt, wenn zwei sekundäre Separationsfedern unterschiedliche Federsteifigkeiten aufweisen. Die neuen Steifigkeiten sind:

$$c = 0 \frac{N}{m}, c = 13 \frac{N}{m}, c = 133 \frac{N}{m}, c = 1000 \frac{N}{m}$$

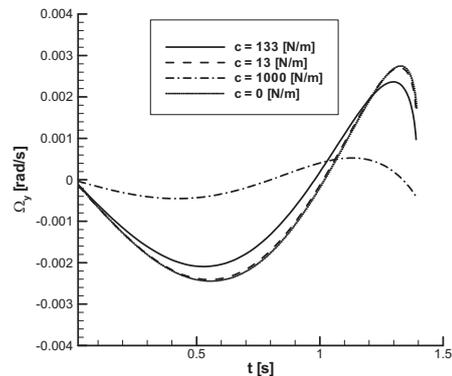


BILD 12. Drehrate  $\Omega_y$  für vier Federsteifigkeiten [10]

### 7.2. Ergebnisse Klappe

$\varphi$ [°]	60	70	80
v_x	1.39	0.98	1.34
v_y	0	-1.7E-04	1.0E-05
v_z	0	<b>0.97</b>	<b>0.39</b>
$\omega_x$	0	<b>-0.33</b>	<b>0.79</b>
$\omega_y$	-5E-04	<b>-0.29</b>	<b>0.81</b>
$\omega_z$	-5E-04	-4.7E-02	-0.24

TAB 5. Relativgeschwindigkeiten und Drehraten nach Festgehen der Klappe

In Tabelle 5 sind die resultierenden Drehraten des CubeSat aufgrund der Kontaktkräfte für verschiedene Klappenwinkel zusammengefasst. Die rot hinterlegten Werte sind die höchsten Drehraten, die bei den verschiedenen Orbitparametern erzielt wurden.

### 7.3. Ergebnisse Flüssigkeitsdynamik

Bild 13 zeigt die Überlagerung einer CubeSat Trajektorie, die in Flugbahnrichtung eine impulsartige Beschleunigung erfährt, mit den dynamischen Wanddrücken aufgrund der Flüssigkeitsbewegung.

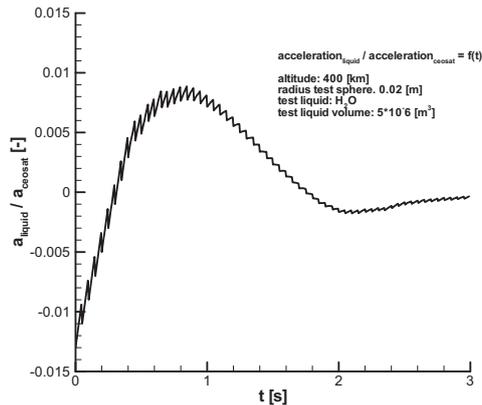


BILD 13 Überlagerung der CubeSat-Beschleunigung mit der Flüssigkeitsdynamik (400 km Orbit, sonnensynchron) [5]

Der Einfluss der Flüssigkeitsdynamik ist an der überlagerten Oszillation zu erkennen.

## 8. ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Studie werden mögliche Fehlerquellen beim Aussetzvorgang eines Pico-Satelliten aufgezeigt und die Dynamik des Aussetzvorgangs selbst analysiert. Zunächst wird eine gebrochene Sekundärfeder, welche im funktionsfähigen Zustand die Trennung von mehreren CubeSats voneinander bewirkt, betrachtet. Die asymmetrische Beschleunigung aufgrund einer gebrochenen Feder kann zum Klemmen in der Führungsschiene führen. Aus den Kontaktkräften resultieren Drehraten, welche jedoch mit einer Größenordnung von  $10^{-4}$  to  $10^{-5}$  [rad/s] sehr gering ausfallen. Ein Klemmen in der Schiene ist aufgrund der geometrischen Randbedingungen als unwahrscheinlich einzustufen. Der zweite betrachtete Fall ist eine klemmende Klappe am P-POD, welche im Extremfall das Aussetzen der CubeSats blockiert und die Mission beenden würde. Bei nur teilweise geöffneter Klappe werden dem CubeSat relativ hohe Drehraten aufgeprägt ( $0.9$  [rad/s]), aufgrund des exzentrischen Stoßes zwischen CubeSat und Klappe. Der dritte Fehlerfall ist das vorzeitige Freisetzen von Flüssigkeitsvolumina im Inneren des CubeSat. In einer gekoppelten dynamischen Analyse der Wechselwirkung zwischen der Flüssigkeit und dem Satelliten konnte festgestellt werden, dass für das vorgesehene sehr kleine Volumen an Wasser nur ein minimaler Einfluss auf die Trajektorie zu erwarten ist.

## 9. Literatur

- [1] Abramson, H. M., The Dynamic behavior of Liquids in Moving Containers – Introduction, Southwest Research Institute, San Antonio, TX, 1966
- [2] Baeten, A. Liquid Sloshing Simulation using a Three Dimensional Particle-Cluster Approach, PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Aachen Technical University (RWTH), Germany, 2007
- [3] Baeten, A. and Gleissl, R., Prediction of Tank Fuel Sloshing during Jettison, NATO-RTO AVT 108, Williamsburg, VA, paper 18, 2004
- [4] Baeten, A., Prediction of Spacecraft Fuel Dynamics in Microgravity, 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Orlando, FL, paper AIAA-2009-1320, 2009
- [5] Baeten, A. and Joerdening, A., Spacecraft Thruster Efficiency Optimization with respect to Coupled Solid-Liquid Dynamics, 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Orlando, FL, paper AIAA-2010-1320, 2010
- [6] Cooker, M. J. and Peregrine, D. H., Pressure-Impulse Theory for Liquid Impact Problems, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 297, 1995
- [7] Deutsches Institut fuer Normung e.V. DIN 9300-1+2, Luft- und Raumfahrt; Begriffe, Groessen und Formelzeichen der Flugmechanik; Bewegung des Luftfahrzeuges gegenueber der Luft, Beuth Verlag, 1990
- [8] Greenspan, D., Particle Modeling in Science and Technology, Coll. Math. Societatis Janos Bolyai, 1988
- [9] Ibrahim, R. A., Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 541, 2005
- [10] Juettner, J. C., Simulation des Aussetzvorganges eines Pico-Satelliten, diploma thesis, Augsburg University of Applied Sciences, Department of Mechanical Engineering, 2010
- [11] Lamb, H., Sir, Hydrodynamics, Dover Publications, 1932
- [12] Sauer, D., Auslegung des Thermalsystems eines Pico-Satelliten, diploma thesis, Augsburg University of Applied Sciences, Department of Mechanical Engineering, 2010
- [13] Stephens, D. G., Experimental Investigation of Liquid Impact in a Model Propellant Tank, NASA-TND-2913, 1965
- [14] Munakata, R., CubeSat Design Specification (CDS), The CubeSat Program, California Polytechnic State University, Rev. 12, 2009