

SUBSTRUKTURTECHNIK UND DÄMPFUNGSMODELLIERUNG IN DER GEKOPPELTEN DYNAMISCHEN LASTANALYSE

J. Albus, Astrium GmbH, Airbus-Allee 1, 28199 Bremen, Deutschland
K. Abdoly, Astrium GmbH, Airbus-Allee 1, 28199 Bremen, Deutschland
W. Beuchel, Astrium GmbH, Airbus-Allee 1, 28199 Bremen, Deutschland

Zusammenfassung

Während des Start und des Aufstiegs sind Trägerraketen hohen dynamischen Erregungen ausgesetzt. Diese Erregungen können transient (Schubaufbau, Brennkammerinstabilitäten, Abwurf von Feststoffraketen), regellos (Stoß/Grenzschicht Interaktionen) oder harmonisch (akustische Moden in Feststoffraketen) sein.

Die Berechnungen dynamischer Antworten wie Verschiebungen, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen, Spannungen, Kräfte und Momente von Ausrüstungsteilen Leitungen, Kompensatoren, usw. ist daher eine wichtige Aufgabe während der Entwicklung einer Trägerrakete, einer Raketenstufe oder einer Nutzlast.

Die Berechnung lokaler Antworten zum Beispiel innerhalb einer Oberstufe erfordert einen hohen Idealisierungsaufwand, um alle notwendigen Details abzubilden. Das dynamische Modell der ARIANE 5 ESC-A Oberstufe besitzt beispielsweise über 2.4 Millionen Freiheitsgrade. Um eine gekoppelte dynamische Analyse von Rakete und Stufe durchführen zu können, müssen die dynamischen Modelle reduziert werden. Hierzu sind effektive dynamische Kondensationsmethoden für die *Component Mode Synthese* notwendig. Eine Spezialität ist hierbei die Kondensation dynamischer Modelle mit Struktur-Flüssigkeits-Wechselwirkung und die Berücksichtigung beliebiger Randbedingungen. Eine weitere wichtige Fragestellung der gekoppelten dynamischen Analyse ist die Behandlung der Dämpfung.

Der Vortrag gibt einen Überblick über die Erfahrungen der Astrium GmbH auf dem Gebiet der gekoppelten dynamischen Lastanalyse am Beispiel der ARIANE 5 Trägerrakete und am Beispiel des Space Shuttle.

Vorgestellt wird in diesem Zusammenhang eine generalisierte Substrukturtechnik und eine konsistente Behandlung der Dämpfung in der gekoppelten dynamischen Analyse.

1. EINLEITUNG

Im Rahmen des Space Shuttle Programms war ASTRIUM verantwortlich für die Berechnung der Fluglasten aller Nutzlasten, die auf der ASTRIUM Nutzlasttragstruktur ICC (Integrated Cargo Carrier) innerhalb der Space Shuttle Ladebucht transportiert wurden. Neben der Durchführung der DCLA (Design Coupled Load Analysis) hat ASTRIUM die dynamischen Modelle für die VLA (Verification Load Analysis) and die NASA geliefert. Die wesentlichen Ziele der DCLA sind die Ermittlung der dynamischen Lasten zur Verifikation der Integrität der Nutzlasten, die Verifikation der Freigängigkeiten der Nutzlasten und die Berechnung der Schnittlasten zwischen Nutzlasten und Nutzlasttragstruktur sowie zwischen Nutzlasttragstruktur und Space Shuttle. Bei diesen dynamischen Berechnungen wurde der Frequenzbereich bis 40Hz abgedeckt.

Die Ermittlung von dynamischen Lasten während des Starts und des Aufstiegs einer Trägerrakete ist ebenfalls eine wichtige Aufgabe im Entwicklungs- und Qualifikationsprozess der Trägerrakete, ihrer Stufen oder ihrer Nutzlasten. Hierzu gehört neben der klassischen Fluglastanalyse zur Ermittlung der globalen Schnittlasten der Trägerrakete auch die Berechnung lokaler

dynamischer Lasten zur Auslegung und Qualifikation von Ausrüstungsteilen. Diese lokalen dynamischen Lasten können Beschleunigungen, Verschiebungen, Schnittlasten (Kräfte und Momente) zum Beispiel zwischen Druckreglern und Leitungen oder dynamische Spannungen zum Beispiel in Treibstofftanks sein. Der Frequenzbereich der bei ARIANE 5 abgedeckt werden muss geht bis 100Hz. Die Abdeckung dieses Frequenzbereichs stellt hohe Anforderungen an die mathematischen Modelle und an deren Validierung.

Die gekoppelte dynamische Lastanalyse wird im ARIANE Programm zur Zeit zur Berechnung der globalen Schnittlasten, sowie zur Berechnung dynamischer Lasten von Nutzlasten angewendet. Die lokalen dynamischen Lasten innerhalb der Rakete oder einer Raketenstufe werden zur Zeit auf Subsystemebene berechnet. Dazu werden auf Basis von dynamischen Analysen mit der Gesamtrakete Schnittstellenbeschleunigungen an den Primärstrukturschnittstellen, zum Beispiel zwischen Unter- und Oberstufe ermittelt. Diese Schnittstellenbeschleunigungen werden dann auf die Teilstruktur aufgebracht und es wird eine *frequency response* Analyse durchgeführt. Es ist allgemein bekannt, dass dieses Vorgehen in vielen Fällen zu unrealistisch hohen lokalen

dynamischen Antworten führt. Die hohen lokalen Antworten führen in kritischen Fällen zu sogenannten *notchings*, das heißt, zu einer Reduktion der Schnittstellenbeschleunigung in bestimmten Frequenzbereichen. Für bestimmte Fälle lässt sich die Reduktion der Schnittstellenbeschleunigung rechtfertigen. Nämlich dann, wenn die Schnittstellenlasten an der Primärstrukturschnittstelle groß sind (große effektive Masse der an der Antwort beteiligten Schwingungsformen) und mit den Schnittstellenlasten aus der dynamischen Analyse verglichen werden können. Viele lokale dynamische Antworten von Ausrüstungsteilen werden allerdings keine signifikante Schnittstellenlast erzeugen, so dass eine Reduktion der Schnittstellenbeschleunigung nicht ohne weiteres begründet werden kann. Abhilfe schafft hier die gekoppelte dynamische Lastanalyse von Rakete und Raketstufe, wobei das dynamische Modell der Raketstufe so idealisiert sein muss, dass eine dynamische Antwortrechnung bis auf Komponentenlevel möglich ist. Dies führt zu sehr großen mathematischen Modellen, deren Handhabung neben anderen Aspekten eine große Herausforderung für den Analyseprozess ist.

Die wesentlichen Schritte des dynamischen Analyseprozesses basierend auf der Substrukturtechnik sind in Bild 1 dargestellt.

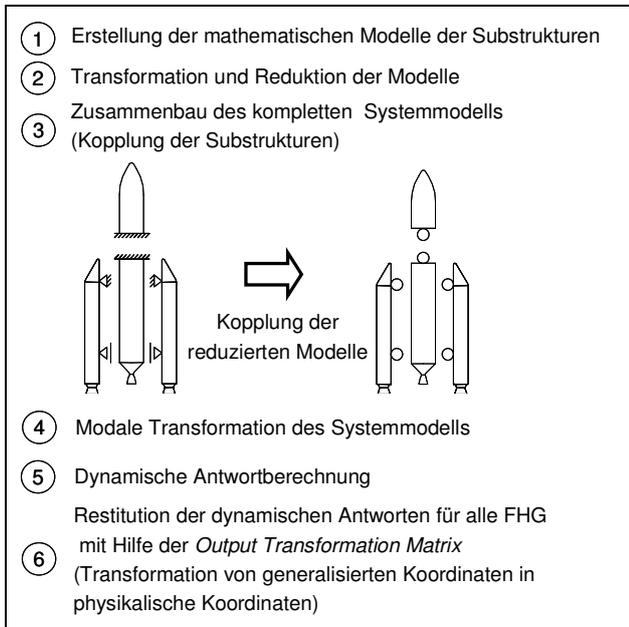
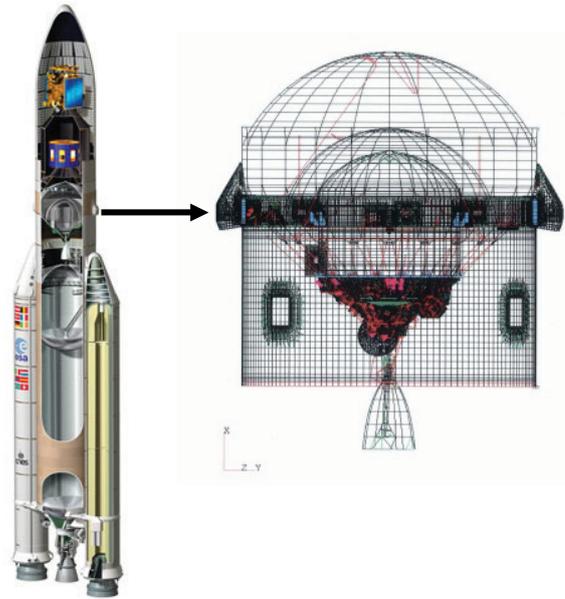


BILD 1. Prozessschritte der dynamischen Analyse basierend auf der Substrukturtechnik

2. HERAUSFORDERUNGEN BEI DER GEKOPPELTEN DYNAMISCHEN ANALYSE

Das Bild 2 zeigt die ARIANE 5 ECA Trägerrakete und deren kryogene Oberstufe ESC-A. Die Rakete besteht im wesentlichen aus der kryogenen Zentralstufe EPC, ausgerüstet mit dem Vulcain II Triebwerk, zwei Feststoffraketen EAP, der Oberstufe ESC-A, Nutzlaststrukturen und der Nutzlastverkleidung.



Ariane 5 ECA-521

BILD 2. ARIANE 5 ECA und ihre ESC-A Oberstufe (mathematische Modelle der Tanks visualisiert)

Die Herausforderungen bei der gekoppelten dynamischen Analyse sind neben der Handhabung von dynamischen Modellen mit mehreren Millionen Freiheitsgraden, die Variabilität der Modelle während der Mission (Treibstoffverbrauch, Abwurf von Feststoffraketen), die Variabilität der Nutzlasten von Mission zu Mission, die Flüssigkeits-Struktur-Wechselwirkung, die Kompressibilität der Flüssigkeiten (insbesondere bei flüssigen Wasserstoff), die Modellierung des Treibstoffs von Feststoffraketen sowie die Behandlung der Dämpfung.

2.1. Flüssigkeits-Struktur-Wechselwirkung bei Treibstofftanks

Treibstofftanks bei Trägerraketen sind rotations-symmetrische Strukturen. Die mathematischen Modelle der Treibstofftanks werden bei der ASTRIUM GmbH mit einem im Hause entwickelten Programm (DYNOST) erstellt. DYNOST ist ein Programm zur strukturdynamischen Berechnung flüssigkeitsgefüllter und bedrückter Tanks. Neben der modalen Analyse können damit Frequency-Response Analysen durchgeführt und mathematische Modelle (Craig-Bampton, Mixed Boundary) erstellt werden. Spezialitäten sind die Berücksichtigung kompressibler Flüssigkeiten [1], und die Bewertung parametrischer Instabilitäten, [2], sowie die Modellierung von Festtreibstoffen mit frequenzabhängiger Dämpfung und Elastizität.

Das DYNOST Programm basiert auf der vollständigen technischen Schalentheorie zur Modellierung der Tankstruktur. Die in DYNOST angewandte technische Schalentheorie ist im Detail in [3] und [4] beschrieben. Die Berücksichtigung der Vorspannung im Treibstofftank infolge Innendruck beruht auf einer linearisierten Theorie 2. Ordnung (Kräftegleichgewicht am verformten Element). Die Zustandsgrößen in den Schalengleichungen (Verformungen und Schnittlasten) werden in Umfangsrichtung in Fourier-Reihen entwickelt. Die

Integration erfolgt in Meridianrichtung. Als Ergebnis erhält man die Übertragungsmatrix für ein Schalenelement. Durch Umsortierung kann die Übertragungsmatrix in eine Elementsteifigkeitsmatrix überführt werden, ähnlich wie bei der Finite-Elemente Methode, nur mit dem Unterschied, dass die Steifigkeitsmatrix auf der korrekten Lösung der Schalengleichung im Rahmen der technischen Schalentheorie beruht (ohne finite Approximationen). Die Laplace-Gleichung, die die Flüssigkeitsdynamik beschreibt wird mit Hilfe der Randwertintegralmethode gelöst. Die angewandte Theorie erlaubt auch die Modellierung doppelt benetzter Oberflächen, was für die Modellierung von Tanks mit Zwischenboden notwendig ist. Details in Bezug auf die Randwertintegralmethode sind in [5] beschrieben.

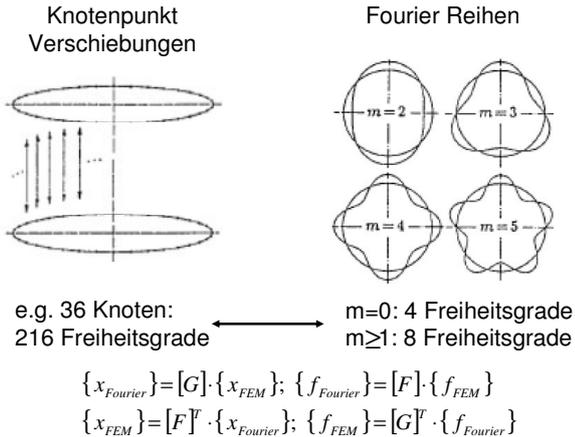


BILD 3. Kopplung von Fourier- und FE-Freiheitsgraden

Die Kopplung des mathematischen Tankmodells mit dem Finite-Elemente Modell erfolgt über Kopplungsmatrizen, [6].

Bild 4 zeigt das dynamische Modell der ESC-A Oberstufe der ARIANE 5 Trägerrakete. Die visualisierten mathematischen Modelle von dem Wasserstofftank (LH2) und dem Sauerstofftank (LOX) sind mit den FE-Modellen der angrenzenden Strukturen, wie in Bild 3 dargestellt gekoppelt.

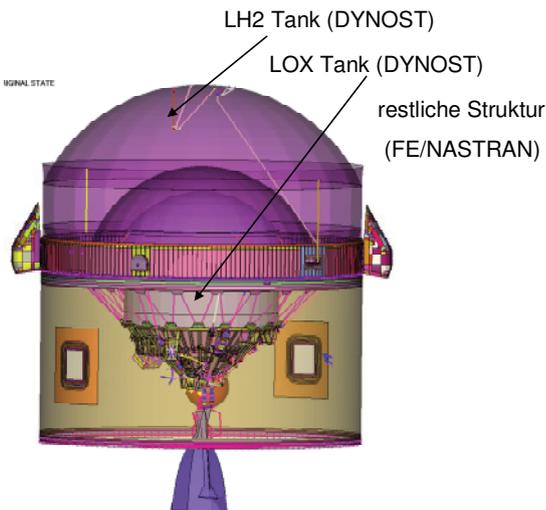


BILD 4. Dynamisches Modell der ESC-A Oberstufe der ARIANE 5 Trägerrakete

2.2. Modellierung von Festtreibstoffen

Der Festtreibstoff in den EAP Feststoffraketen verhält sich wie ein viskos elastisches Material. Die Geometrie und die Masse des Festtreibstoffs ändert sich durch Abbrand während der Flugzeit. Dementsprechend sind für den jeweiligen Analysezeitpunkt die mathematischen Modelle der Feststoffraketen zu erstellen.

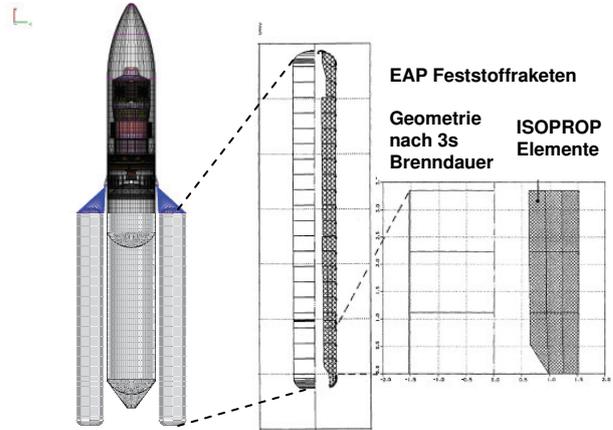


BILD 5. Modellierung des Festtreibstoff durch 2D Ringelemente

Drei wesentliche Punkte verlangen besondere Lösungen:

- Das viskos elastische Materialverhalten ist frequenzabhängig (Elastizität und Dämpfung)
- Die nicht proportionale Dämpfung resultiert in komplexen Schwingungsformen. Die modale Reduktion erfordert dadurch spezielle Techniken
- Der nicht konservative Innendruck muss berücksichtigt werden

Ein einfaches eindimensionales viskos elastisches Element kann durch ein drei Parameter Modell beschrieben werden. Dieses Modell besteht aus einer Feder und einer in Reihe geschalteten Feder-Dämpfer Kombination (Maxwell fluid). Durch Kombination mit weiteren Maxwell Fluiden erhält man eine sogenannte Prony Serie. Mit Hilfe von Prony Serien, lässt sich das frequenzabhängige Materialverhalten (Elastizität und Dämpfung) von viskos elastischem Material darstellen. Eine Erweiterung der Prony Serien auf ein dreidimensionales Modell ist möglich. Aufgrund der Rotationssymmetrie ist die Beschreibung durch ein zweidimensionales Ringelement ausreichend, [6].



BILD 6. Modellierung des Materialverhaltens von viskos elastischen Material

2.3. Modellvielfalt und Modellgröße

Zur Ermittlung von Limit-Lasten, die zur Verifikation der Strukturtragfähigkeit und zur Definition von Komponenten Qualifikationsanforderungen benutzt werden sind alle

Lastfälle zu betrachten. Die Lastfälle müssen alle Missionen der Trägerrakete und alle möglichen Nutzlastkonfigurationen in jedem Flugzustand abdecken. Zur Berechnung der Limit-Lasten ist daher eine Vielzahl von dynamischen Modellen zu erstellen.

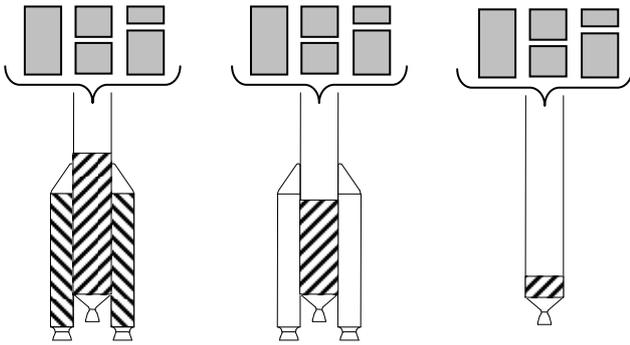


BILD 7. Modellvielfalt durch Variation von Flugzuständen und Nutzlasten

Die Permutation von Lastfällen und Nutzlastkonfigurationen führt zu einer erheblichen Anzahl von Fluglastberechnungen.

Da dynamische Lasten bis auf Ebene der Ausrüstungsteile berechnet werden sollen, sind sehr detaillierte mathematische Modelle zu erstellen. Die Anzahl der Freiheitsgrade (FHG) kann mehrere Millionen betragen. Das mathematische Modell der ESC-A Oberstufe der ARIANE 5 Trägerrakete hat mehr als zweieinhalb Millionen Freiheitsgrade. Das Bild 8 zeigt die detaillierte Idealisierung des Triebwerksträgers der ESC-A Oberstufe.

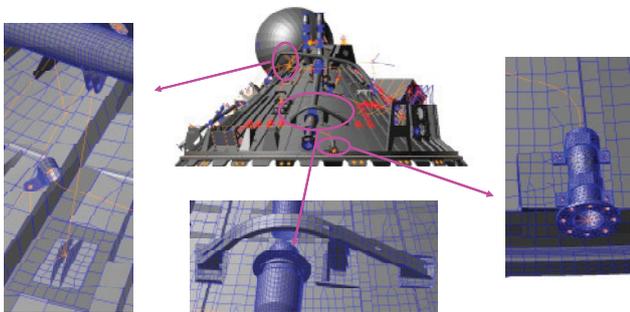


BILD 8. Detailliertes mathematisches Modell des ESC-A Triebwerksträgers

Um die dynamischen Analysen zur Ermittlung der Fluglasten mit vertretbarem Zeitaufwand durchführen zu können ist eine effektive Reduktion der dynamischen Modelle notwendig.

Da die Substrukturmodelle des Rakete von verschiedenen Teams and verschiedenen Standorten erstellt werden, wird das Gesamtmodell mit Hilfe der Substrukturtechnik aufgebaut.

2.4. Geometrische Nichtlinearitäten

Geometrische Nichtlinearitäten können zum Beispiel aus einem Lagerspiel resultieren.

Die Berücksichtigung einer solchen geometrischen Nichtlinearität musste in der gekoppelten dynamischen

Analyse für die Space Shuttle Mission STS 118 durchgeführt werden. Der Grund hierfür war die Untersuchung des Einflusses eines Lagespiels in den Verbindungselementen zwischen einer Nutzlast und der Nutzlasttragstruktur (ICC, Integrated Cargo Carrier).

Der Integrated Cargo Carrier (ICC), von Astrium in Jahre 1997 entwickelt, kam zum ersten Mal im Jahre 1998 bei Space Shuttle Mission STS 98 zum Einsatz. Die ICC Plattform wurde bei insgesamt 12 Shuttle Missionen eingesetzt.

Das Bild 9 zeigt die ICC Nutzlastkonfiguration für die Space Shuttle Mission STS118 und die Integration der Nutzlasttragstruktur in der Ladebuch der Space Shuttle.

Die nichtlineare gekoppelte Analyse wird im Zeitbereich durchgeführt. Nach jedem Zeitschritt wird die Steifigkeitsmatrix aktualisiert und anschließend der nächste Zeitschritt berechnet.

Die Ergebnisse der nichtlinearen gekoppelten dynamischen Analysen haben gezeigt, dass die nichtlinearen Effekte in dem betrachteten Fall einen nicht allzu großen Einfluss auf die Ergebnisse haben. Der Unterschied in den Schnittstellenlasten betrug ca. 10%.

Das Bild10 zeigt den Zeitverlauf einer Schnittstellenkraft für den Fall einer linearen Analyse ohne Lagerspiel und einer nichtlinearen Analyse mit Lagerspiel.

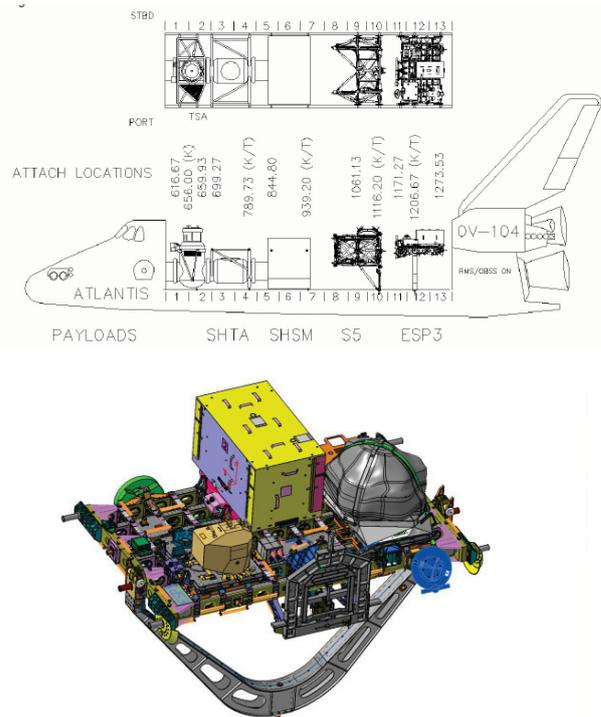


BILD 9. Schematische Konfiguration von STS 118 mit Nicht-linear Verbindungselement auf ICC

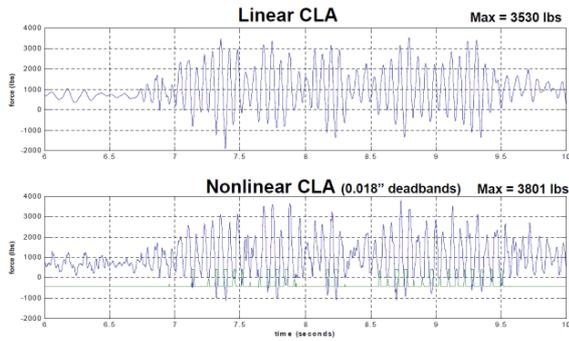


BILD 10. Vergleich der Ergebnisse einer linearen und einer nichtlinearen Analyse zur Berücksichtigung eines Lagerspiels

3. SUBSTRUKTURTECHNIK

Die ASTRIUM GmbH befasst sich seit langem mit der Substrukturtechnik. Diese Technik hat in zahlreichen Raumfahrtprogrammen Anwendung gefunden, siehe Bild 11, und ist kontinuierlich weiterentwickelt worden.

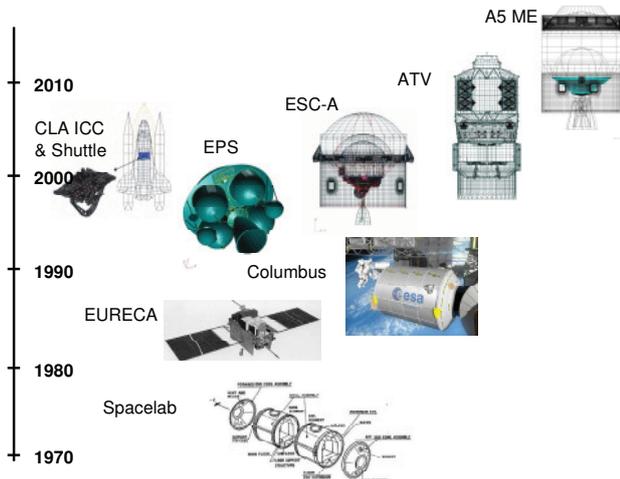


BILD 11. Anwendung der Substrukturtechnik in verschiedenen Raumfahrtprogrammen

Die Erläuterung der Modellreduktion, die im Rahmen der Substrukturtechnik durchgeführt wird orientiert sich in Bezug auf die Definition der Freiheitsgrade an der NASTRAN Notation. Bild 12 gibt einen Überblick über die Freiheitsgraddefinition.

Die Reduktion der dynamischen Modelle beruht auf einer Transformation der physikalischen Freiheitsgrade (f-set) in die Analysefreiheitsgrade (a-set).

Die Bewegungsgleichung einer Substruktur lautet im Frequenzbereich:

$$(1) \quad -\Omega^2[M_{ff}](\tilde{x}) + i \cdot \Omega \cdot [D_{ff}](\tilde{x}_f) + \{[K_{ff}] + i[C_{ff}]\}(\tilde{x}_{ff}) = (F_f(\Omega))$$

Hierin bedeuten [M] die Massenmatrix, [K] die Steifigkeitsmatrix, [D] die viskose Dämpfungsmatrix und [C] die Strukturdämpfungsmatrix. (x) ist der Verschiebungsvektor und (F) der Vektor der äußeren Kräfte. Das f-set beinhaltet die Interface FHG und die anderen, unabhängigen FHG der Substruktur.

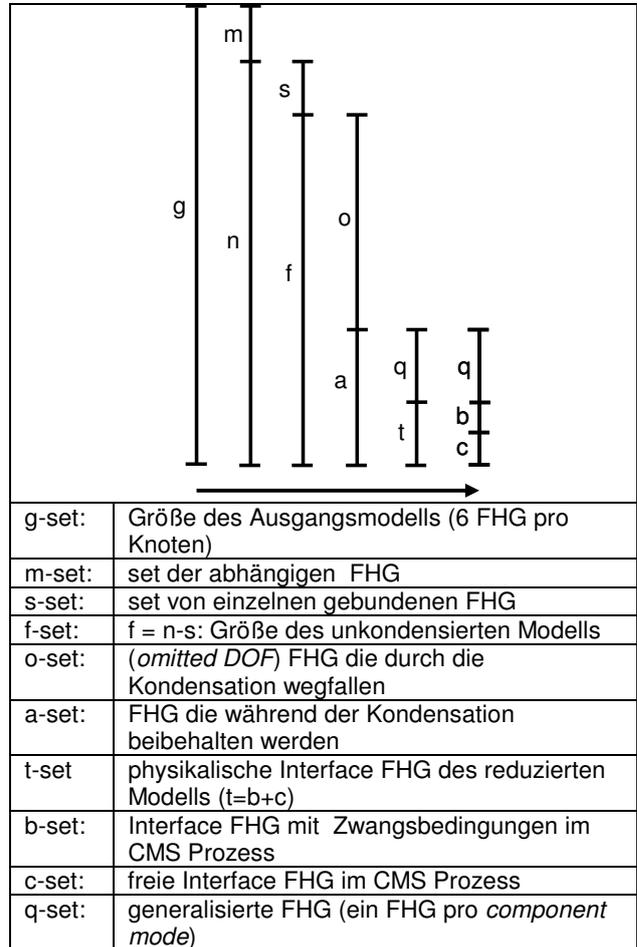


BILD 12. Definition der Freiheitsgrad-Sets und Modell Topology in NASTRAN Notation

Eine Reduktion der Bewegungsgleichung kann durch folgende Transformation erreicht werden

$$(2) \quad (x_f) = [G_{fa}^*](q_a^*)$$

Die Spalten der Transformationsmatrix $[G_{fa}^*]$ können beliebige Formenvektoren (Ritz Vektoren) sein. Diese müssen linear unabhängig sein. Eine Möglichkeit ist daher die Eigenschwingungsformen der Substruktur zum Aufbau der Matrix $[G_{fa}^*]$ zu nutzen. Eine Transformation von physikalischen Freiheitsgraden in ausschließlich generalisierte Freiheitsgrade hat den Nachteil, dass keine physikalischen FHG zur Kopplung mit anderen Substrukturen zur Verfügung stehen. Daher werden die Freiheitsgrade des f-set unterteilt in physikalische Schnittstellenfreiheitsgrade (t-set) und generalisierte FHG (q-set), [7].

$$(3) \begin{pmatrix} x_t \\ x_o \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{tt}^* & G_{tq}^* \\ G_{ot}^* & G_{oq}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_t^* \\ q_q^* \end{pmatrix} = [G_{fa}^*] \begin{pmatrix} q_t^* \\ q_q^* \end{pmatrix}$$

Es wird die folgende Transformationsmatrix eingeführt, [8],

$$(4) [T_{aa}] = \begin{bmatrix} G_{tt}^{*-1} & -G_{tt}^{*-1} G_{tq}^* \\ 0_{qt} & I_{qq} \end{bmatrix}$$

Die generalisierten FHG (q_a^*) werden durch die neuen FHG (q_a) ersetzt.

$$(5) (q_a^*) = [T_{aa}](q_a)$$

Ersetzen von (q_a^*) in Gleichung (2) gibt

$$(6) (x_f) = [G_{fa}](q_a)$$

mit

$$(7) [G_{fa}] = [G_{fa}^*] [T_{aa}]$$

Mit den Gleichungen (3) und (4) kann die Matrix $[G_{fa}]$ wie folgt geschrieben werden:

$$(8) [G_{fa}] = \begin{bmatrix} I_{tt} & 0_{tq} \\ G_{ot} & G_{oq} \end{bmatrix}$$

wobei

$$(9) [G_{ot}] = [G_{ot}^*] [G_{tt}^*]^{-1}$$

und

$$(10) [G_{oq}] = [G_{oq}^*] - [G_{ot}^*] [G_{tt}^*]^{-1} [G_{tq}^*]$$

In dem neuen generalisierten Vektor (q_a) sind die Kopplungsfreiheitsgrade des t-set als physikalische FHG enthalten.

Die allgemeine Transformation von physikalischen in generalisierte Koordinaten unter Beibehaltung physikalischer FHG and den Kopplungsstellen mit anderen Substrukturen lautet entsprechend den Gleichungen (6) und (8):

$$(11) \begin{pmatrix} x_t \\ x_o \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_{tt} & 0_{tq} \\ G_{ot} & G_{oq} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_t \\ q_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_{tt} & 0_{tq} \\ G_{ot} & G_{oq} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ q_q \end{pmatrix}$$

Die kondensierte Bewegungsgleichung mit Beibehaltung physikalischer FHG im t-set lautet:

$$(12) \begin{aligned} & -\Omega^2 \cdot [G_{fa}]^T [M_{ff}] [G_{fa}](q_a) \\ & + i \cdot \Omega \cdot [G_{fa}]^T [D_{ff}] [G_{fa}](q_a) \\ & + [G_{fa}]^T \{ [K_{ff}] + i [C_{ff}] \} [G_{fa}](q_a) \\ & = [G_{fa}]^T (F_f(\Omega)) \end{aligned}$$

Die von Astrium entwickelte generalisierte Substrukturtechnik und die dazu entwickelte Software wurde von der NASA im Jahr 2004 zertifiziert. Damit war es für Astrium möglich im Rahmen des Space Shuttle Programms verantwortlich die DCLA (Design Coupled Load Analysis) zur Berechnung der Fluglasten für Nutzlasten auf dem ICC, sowie Schnittstellenlasten zwischen Nutzlasten und ICC sowie zwischen ICC und dem Space Shuttle zu berechnen. Weiterhin war Astrium verantwortlich für die Erstellung der reduzierten mathematischen Modelle des ICC inclusive der ICC Nutzlasten zur Durchführung der VLA (Verification Load Analysis). Das Bild 13 zeigt einen Vergleich der von Astrium und von der NASA berechneten dynamischen Antworten einer VLA, Berechnet wurden für sämtliche Space Shuttle Fluglastfälle ca. 15000 Antwortgrößen. Die Abweichung zwischen den von Astrium und NASA berechneten Antworten betrug weniger als $\pm 0.5\%$,

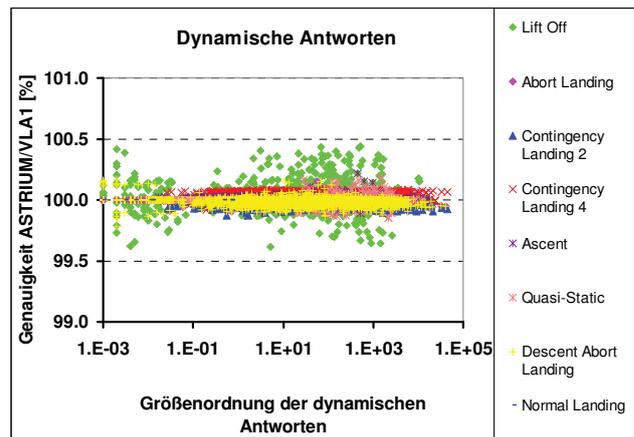


BILD 13. Vergleich der dynamischen Antworten einer Astrium und NASA durchgeführten VLA

Aus der allgemeinen Formulierung der Substrukturtechnik lassen sich verschiedene Kondensationsmethoden, wie zum Beispiel die *Flexible Boundary* Methode, [8], die *Mixed Boundary* Methode (Hintz, [10]) oder die *Craig-Bampton* Methode, [9], ableiten. Die *Mixed Boundary* Methode und die *Craig-Bampton* Methode sind Spezialfälle der *Flexible Boundary* Methode. Welche Methode zur Anwendung kommt hängt von den Randbedingungen der Substrukturen im Systemmodell ab, sowie von weiteren benötigten Schnittstellfreiheitsgraden zum Anschluss von Komponenten (z.B. Treibstoffleitungen).

Die *Craig-Bampton* und die *Mixed-Boundary* Reduktion wurde im Rahmen von gekoppelten dynamischen Analysen für die ATV (Automated Transfer Vehicle) Nutzlast eingesetzt. Dabei wurde das mathematische Modell des ATV als *Craig-Bampton* Modell und die Ariane 5 Oberstufe EPS als *Mixed Boundary* Modell reduziert. Der Grund für die *Mixed Boundary* Reduktion der EPS Oberstufe war der Bedarf von zusätzlichen physikalischen Freiheitsgraden an den Polen der Treibstofftanks zum

Anschluss von Treibstoffleitungen. In der *Mixed Boundary* Reduktion sind diese physikalischen Freiheitsgrade bei der Kondensation frei und nicht eingespannt wie bei der *Craig-Bampton Methode*, was das dynamische Verhalten besser widerspiegelt und damit weniger generalisierte Freiheitsgrade zur Abbildung des dynamischen Verhaltens notwendig sind. Das Bild 14 das mathematische Modell der EPS Oberstufe, der Vehicle Equipment Bay (VEB) und des ATV.

Die vielseitigste Methode ist die flexible boundary Methode. In ihrem Fall lautet die Transformationsmatrix nach Gleichung (8):

$$(13) [G_{fa}]_{F/B} = \begin{bmatrix} I_{tt} & 0_{qt} \\ \Phi_{ot} & G_{oq} \end{bmatrix}$$

mit

$$(14) [G_{oq}] = [\varphi_{oq}] - [\Phi_{ot}] [\varphi_{tq}]$$

In den Gleichungen (13) und (14) bedeuten:

- Φ_{ot} : constraint modes
- φ_{oq} : o-set Verschiebungen der Ansatzformen
- φ_{tq} : t-set Verschiebungen der Ansatzformen

Nahezu alle Kondensationsverfahren sind auf die flexible boundary Methode zurückführen, [8].

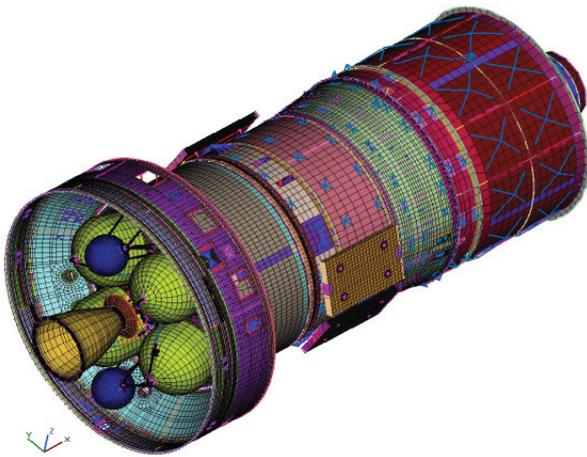


BILD 14. Gekoppeltes mathematisches Modell von Ariane5 Oberstufe EPS, Vehicle Equipment Bay VEB und Nutzlast ATV

Da im Zusammenhang mit der Beschreibung der Dämpfungsbehandlung auf die *Craig-Bampton* Kondensation zurückgegriffen wird, werden die entsprechenden Gleichungen für die Craig-Bampton Kondensation in Bild 15 angegeben.

Die Craig-Bampton Methode benutzt zur Transformation vom f-set in das a-set Eigenschwingungsformen, die unter eingespannten Interface Randbedingungen ermittelt werden, sowie sogenannte constraint modes. Die constraint modes sind statische Verschiebungsformen

infolge Einheitsverschiebungen und -verdrehungen der Schnittstellenfreiheitsgrade.

<p style="text-align: center;">Bewegungsgleichung:</p> $\begin{bmatrix} \bar{M}_{tt} & M_{to} \\ M_{ot} & M_{oo} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_t \\ \ddot{x}_o \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{tt} & K_{to} \\ K_{ot} & K_{oo} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ x_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_t \\ F_o \end{pmatrix}$
<p style="text-align: center;">Berechnung der Eigenschwingungsformen:</p> $[M_{oo}] [\varphi_{oq}] [diag(\omega_i^2)] = [K_{oo}] [\varphi_{oq}]$ <p style="text-align: center;">Die Eigenschwingungsformen werden normiert:</p> $[\varphi_{oq}]^T [M_{oo}] [\varphi_{oq}] = [I_{qq}]$
<p style="text-align: center;">Berechnung der <i>constraint modes</i>:</p> $[\Phi_{ot}] = -[K_{oo}]^{-1} [K_{ot}]$
<p style="text-align: center;">Berechnung der Untermatrizen:</p> $[M_{tt}] = [\bar{M}_{tt}] + [M_{to}] [\Phi_{ot}] + [\Phi_{ot}]^T [M_{ot}] + [\Phi_{ot}]^T [M_{oo}] [\Phi_{ot}]$ $[M_{qt}] = [\varphi_{oq}]^T ([M_{oo}] [\Phi_{ot}] + [M_{ot}])$ $[K_{tt}] = [\bar{K}_{tt}] + [K_{to}] [\Phi_{ot}]$
<p style="text-align: center;">Bewegungsgleichung mit Craig-Bampton Matrizen:</p> $[M_{aa}] (\ddot{x}_a) + [K_{aa}] (x_a) = (F_a)$ $\begin{bmatrix} M_{tt} & M_{qt}^T \\ M_{qt} & I_{qq} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_t \\ \ddot{q}_q \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{tt} & 0_{tq} \\ 0_{qt} & diag(\omega_i^2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ q_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{ot}^T F_o + F_t \\ \varphi_{oq}^T F_o \end{pmatrix}$
<p style="text-align: center;">Transformationsmatrix:</p> $(x_f) = \begin{pmatrix} x_t \\ x_o \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_{tt} & 0_{tq} \\ \Phi_{ot} & \varphi_{oq} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ q_q \end{pmatrix} = [G_{fa}] (x_a)$

BILD 15. Gleichungen der Craig-Bampton Transformation

4. BERÜCKSICHTIGUNG DER DÄMPFUNG

In diesem Abschnitt werden das Konzept der äquivalenten Strukturdämpfung (*Equivalent Structural Damping ESD*), die Umrechnung der unter Testrandbedingungen ermittelten modalen Dämpfung auf die Randbedingungen des mathematischen Modells in der dynamischen Analyse, sowie die Ermittlung von Substrukturdämpfungen aus kombinierten Tests angesprochen.

4.1. Äquivalente Strukturdämpfung

Üblicherweise wird zur Berücksichtigung der Dämpfung eine Dämpfungskraft in die Bewegungsgleichung eingeführt, die proportional zur Geschwindigkeit ist. Die Dämpfung beruht entweder auf Erfahrungswerten oder wird aus dynamischen Tests als modale Dämpfung ermittelt. Das mathematische Modell der Testkonfiguration wird entsprechend der Testrandbedingungen reduziert. Anschließend wird die Dämpfung eingeführt.

$$(15) (F_D(\Omega)) = i \cdot \Omega \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \text{diag}(2\vartheta_i m_i \omega_i) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ q_q \end{pmatrix}$$

In Gleichung (15) ist ϑ_i das kritische Dämpfungsverhältnis, m_i die generalisierte Masse und ω_i die Eigenkreisfrequenz. Die Kopplung von Substrukturen mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung führt zu einer fehlerhaften und unphysikalischen Dämpfung des Gesamtsystems. Es kann gezeigt werden, dass die Kopplung von Substrukturen mit unterschiedlicher viskoser Dämpfung zu Systemdämpfungen führen kann, bei der die kleinste modale Dämpfung des gekoppelten Systems kleiner ist als die kleinste Dämpfung der Substrukturen, bzw., dass die größte Dämpfung des gekoppelten Systems größer als die größte Dämpfung der einzelnen Substrukturen ist.

Die Ursache für dieses Verhalten liegt nicht in dem Kopplungsprozess und auch nicht in der Kondensationsmethode begründet, sondern ist eine Folge der Formulierung der Dämpfungskraft als modale viskose, dass heißt geschwindigkeitsproportionale Dämpfung.

In [11] ist gezeigt worden, dass dieses Problem durch eine Formulierung der Dämpfung als äquivalente Strukturdämpfung gelöst werden kann. Die Äquivalenz bezieht sich hierbei auf gleich große Resonanzantwort.

Die Bewegungsgleichung des Einmassenschwingers mit Strukturdämpfung lautet

$$(16) -\Omega^2 mx + k(1 + ig)x = -\Omega^2 mx + ic_{eq}x + kx = F_0 e^{i\Omega t}$$

Die Vergrößerungsfunktion bei Kräfteanregung ist

$$(17) V = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + g^2}}$$

Die Vergrößerungsfunktion für den kräfteerregten Einmassenschwinger mit viskoser Dämpfung ist

$$(18) V = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\vartheta\eta)^2}}$$

Im Fall der Resonanzanregung ($\eta = 1$) gilt

$$(19) Q = \frac{1}{g} = \frac{1}{2\vartheta} \Rightarrow g = 2\vartheta$$

Aus den Gleichungen (16) und (19) folgt, dass gleich große Resonanzantwort vorliegt, wenn gilt

$$(20) c_{eq} = 2\vartheta k$$

Für ein System mit mehreren FHG gilt analog:

(i) klassische viskose Dämpfung

$$(21) -\Omega^2 [M_{aa}](x_a) + i \cdot \Omega \cdot [D_{aa}](x_a) + [K_{aa}](x_a) = (F_a(\Omega))$$

(ii) Äquivalente Strukturdämpfung

$$(22) -\Omega^2 [M_{aa}](x_a) + i [C_{aa}]_{eq}(x_a) + [K_{aa}](x_a) = (F_a(\Omega))$$

$$[C_{aa}]_{eq} = \begin{bmatrix} 2\vartheta_0 K_{tt} & 0 \\ 0 & \text{diag}(2\vartheta_i k_i) \end{bmatrix}$$

In Gleichung (22) ist ϑ_0 eine Standard-Systemdämpfung, die auf Erfahrungswerten beruht. ϑ_i ist die modale Dämpfung der Form i, die aus dynamischen Tests ermittelt wird. Für alle Schwingungsformen, für die keine Dämpfung aus dynamischen Tests ermittelt wird, muss eine Annahme getroffen werden, zum Beispiel $\vartheta_i = \vartheta_0$.

Ein Beispiel verdeutlicht die oben gemachte Aussage. In dem Beispiel werden zwei Substrukturen mit unterschiedlicher Dämpfung gekoppelt. Die eine Substruktur hat eine konstante modale viskose Dämpfung von 2%, die andere von 5%.

Die Einführung der klassischen modalen viskosen Dämpfung auf Substrukturebene führt im gekoppelten System zu modalen Dämpfungen, die kleiner sind als die kleinste modale Dämpfung der Substrukturen (im Beispiel 2%), bzw. führt bei einigen Moden zu größerer modaler Dämpfung als die größte Modale Dämpfung der Substrukturen (im Beispiel 5%). Führt man die Dämpfung auf der Substrukturebene als äquivalente Strukturdämpfung ein, liegen die modalen Dämpfungswerte wie erwartet zwischen 2% und 5%.

Ein Vergleich der Ergebnisse einer frequency response Analyse zeigt, dass die dynamischen Antworten im Fall der Dämpfungsmodellierung als äquivalente Strukturdämpfung auf Substrukturebene exakt die gleichen dynamischen Antworten liefert wie das unkondensierte physikalische Modell. Bei Einführung der Dämpfung als viskose Dämpfung auf der Substrukturebene ist das nicht der Fall. Eine ausführliche Beschreibung des Konzepts der äquivalenten Strukturdämpfung und weitere Beispiele sind in [11] veröffentlicht.

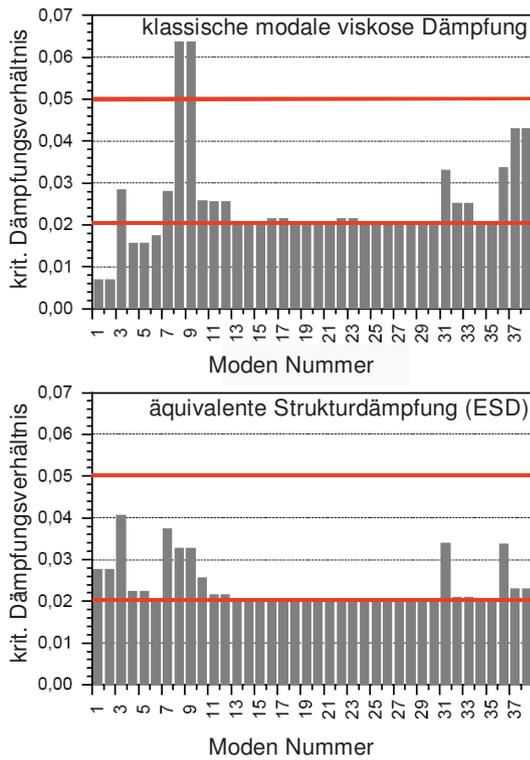


BILD 16. Modale Dämpfungen der gekoppelten Struktur. (i) klassische modale viskose Dämpfung der Substrukturen $\vartheta = 2\%$ bzw. 5% (ii) äquivalente Strukturdämpfung $g = 4\%$ bzw. 10% .

Die Dämpfung der Substrukturen kann aus zwei Anteilen bestehen. Ein Anteil kann aus diskreten Dämpfungselementen resultieren. Das Dämpfungsgesetz solcher Elemente muss bekannt sein und entsprechend modelliert sein. Auch für solche Elemente ist eine Äquivalenzbetrachtung möglich, [12]. Der zweite Anteil ist durch die modale Dämpfung gegeben. Wenn eine Dämpfungsmatrix $[C_{aa}]$ aufgrund diskreter Dämpfungselemente existiert, so wird diese zur äquivalenten Strukturdämpfung $[C_{aa}]_{eq}$ addiert.

Die Dämpfung muss als äquivalente Strukturdämpfung auf der Substrukturebene eingeführt werden. Nach der Kopplung der Substrukturen darf keine Dämpfung mehr eingeführt werden.

Nach der Kopplung der Substrukturen kann eine Überführung der komplexen Bewegungsgleichung

$$(23) -\Omega^2[\hat{M}_{oo}](q_o) + i[\hat{C}_{oo}](q_o) + [\hat{K}_{oo}](q_o) = (F_o(\Omega))$$

in eine reelle Bewegungsgleichung durchgeführt werden. Zunächst wird Gleichung (23) kondensiert. Für proportionale Dämpfung mit kleinen Dämpfungswerten kann die Kondensation mit den reellen Eigenvektoren des ungedämpften Systems durchgeführt werden.

$$(24) [\hat{M}_{oo}][\varphi_{oq}][diag(\omega_i^2)] = [\hat{K}_{oo}][\varphi_{oq}]$$

Damit lautet die Bewegungsgleichung des gekoppelten Systems

$$(25) -\Omega^2[diag(m_i)](q_q) + i[\hat{C}_{qq}](q_q) + [diag(k_i)](q_q) = (F_q(\Omega))$$

mit:

$$[diag(m_i)] = [\varphi_{oq}]^T [\hat{M}_{oo}] [\varphi_{oq}]$$

$$[\hat{C}_{qq}] = [\varphi_{oq}]^T [\hat{C}_{oo}] [\varphi_{oq}]$$

$$[diag(k_i)] = [\varphi_{oq}]^T [\hat{K}_{oo}] [\varphi_{oq}]$$

Die Gleichung (25) kann mit der folgenden reellen Formulierung angenähert werden

$$(26) [diag(m_i)](\ddot{q}_q) + [\hat{D}_{FTMP}](\dot{q}_q) + [diag(k_i)](q_q) = (F_q(t))$$

mit

$$(27) [\hat{D}_{FTMP}] = [\hat{C}_{qq}][diag(\frac{1}{\omega_i})]$$

Weitere Hinweise zu Vernachlässigung von Nebendiagonaltermen sowie der Behandlung nicht proportionaler oder hoher Dämpfung mit komplexen Eigenvektoren befinden sich in [8] und [11].

4.2. Umrechnung der Dämpfung für andere Randbedingungen

Für die Dämpfung wird entweder eine Annahme in Form einer Standart-Strukturdämpfung oder modale Dämpfungen aus dynamischen Tests genommen. Zur Einführung der modalen Dämpfung aus dynamischen Tests oder einer Standart-Systemdämpfung wird zunächst ein dynamisches Modell in Testkonfiguration erstellt. Dieses Modell wird dann auf die Testrandbedingungen kondensiert. Das Modell wird anhand der Testdaten korreliert und die modale Dämpfung als äquivalente modale Strukturdämpfung in das q-set der Dämpfungsmatrix eingeführt. Das t-set sowie alle nicht identifizierten Schwingungsformen erhalten eine Standart-Systemdämpfung. Nach der Modellkorrelation und Einführung der Dämpfung wird die kondensierte Dämpfungsmatrix in die physikalische Dämpfungsmatrix transformiert. Die erhaltene physikalische Dämpfungsmatrix wird als *Inflated Damping Matrix* (IDM) bezeichnet. Anschließend wird die IDM kondensiert. Bei dieser Kondensation werden dann die Randbedingungen berücksichtigt, die das mathematische Modell zur Kopplung mit anderen Substrukturen benötigt. Der Analyseprozess ist im Bild 17 dargestellt.

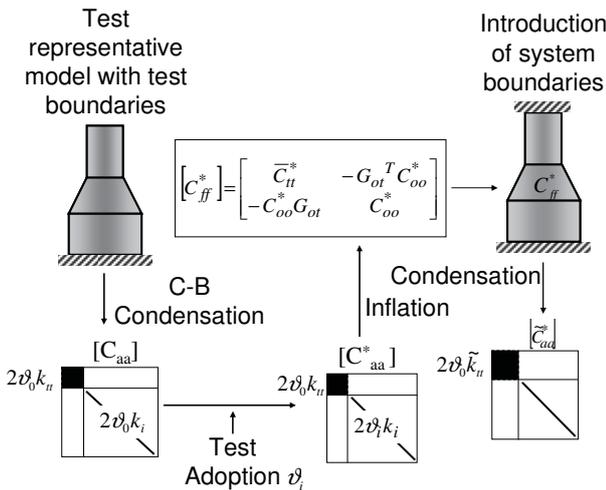


BILD 17. Analyseprozess zur Umrechnung der aus Testdaten erstellten Dämpfungsmatrix auf andere Randbedingungen

Die äquivalente Strukturdämpfung wird auf dem a-set Level eingeführt, siehe Gleichung (22).

$$(28) \quad [C_{aa}^*]_{eq} = \begin{bmatrix} 2v_0 K_{tt} & 0 \\ 0 & diag(2v_0 k_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2v_0 (\bar{K}_{tt} + K_{to} \Phi_{ot}) & 0 \\ 0 & diag(2v_0 k_i) \end{bmatrix}$$

Die physikalische Dämpfungsmatrix auf dem f-set Level ist

$$(29) \quad [C_{ff}^*] = \begin{bmatrix} \bar{C}_{tt}^* & -\Phi_{ot}^T C_{oo}^* \\ -C_{oo}^* \Phi_{ot} & C_{oo}^* \end{bmatrix}$$

mit

$$(30) \quad \begin{aligned} \bar{C}_{tt}^* &= 2v_0 (\bar{K}_{tt} + K_{to} \Phi_{ot}) - C_{to}^* \Phi_{to} \\ C_{oo}^* &= 2v_0 K_{oo} + M_{oo} \phi_{oq} [diag(c_i^* - 2v_0 \omega_i^2)] \phi_{oq}^T M_{oo} \\ c_i^* &= 2v_0 \omega_i^2 \end{aligned}$$

Eine ausführliche Ableitung der Gleichungen (29) und (30) wird in [13] angegeben.

Die berechnete physikalische Dämpfungsmatrix $[C_{ff}^*]$ kann jetzt mit der gleichen Transformation wie die Massen- und Steifigkeitsmatrix unter Berücksichtigung der für die Substrukturkopplung notwendigen Randbedingungen kondensiert werden.

4.3. Aufteilung der Dämpfung auf Teilstrukturen

Dynamische Tests werden nicht nur mit den interessierenden Substrukturen durchgeführt. Häufig beinhaltet der Testaufbau auch Testadapter sowie dummy Strukturen. Eine weitere Frage die sich dadurch stellt, ist

die nach der Möglichkeit die im Test ermittelte modale Dämpfung den jeweiligen im Test beteiligten Substrukturen zuzuweisen. Das Bild 18 zeigt die Modaltestkonfiguration der ESC-A Oberstufe.

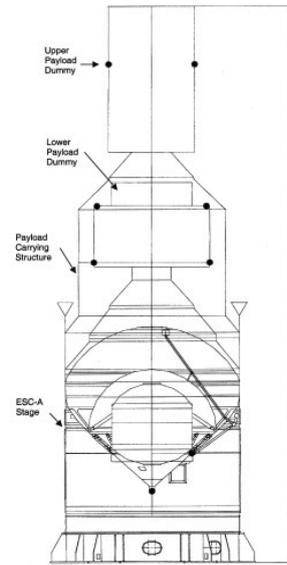


BILD 18. Modaltestkonfiguration der ESC-A Oberstufe

Nach der Berechnung der Inflated Damping Matrix (IDM) $[C_{ff}^*]$, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, kann es von Interesse sein, die Matrix aufzuteilen, um die Dämpfung einzelnen Substrukturen zuzuordnen. Der Algorithmus, der das bewerkstelligt, extrahiert eine Substruktur aus der gekoppelten Struktur und erstellt eine entsprechende Substrukturdämpfungsmatrix, sowie eine Dämpfungsmatrix für den Rest der Struktur, [13]

5. REFERENZEN

- [1] A. Rittweger, R. Gajdacz, S. Dieker
The Influence of Compressibility on the Dynamic Behaviour of the ESC-A Tanks
First European Conference on Launcher Technology, Toulouse, France, 1999
- [2] J. Albus, S. Dieker, H. Öry, A. Rittweger
Parametric Instability of Pressurized Propellant Tanks
Acta Astronautica 62 (2008) 212 – 223
- [3] A. Rittweger
Statik, Stabilität und Eigenschwingungen anisotroper Rotationsschalen beliebigen Meridians mit der Übertragungsmatrizenmethode
Dissertation an der RWTH Aachen, 1992
- [4] A. Grillenbeck
Konsistente Elementmatrizen für die dynamische Analyse orthotroper, durch Innendruck vorgespannter Rotationsschalen und für die Schalenpole
Dissertation an der Universität der Bundeswehr München, Neubiberg, 1992.

- [5] C.A. Brebbia, J.C.F. Telles, L.C. Wrobel
Boundary-Element-Technique-Theory and Application
in Engineering
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 1984
- [6] S. Dieker
An Approach for the 3D Dynamic Mathematical
Modelization of Big Structures with Special Respect
to ARIANE 5
Acta Astronautica 34 (1994), 139-149
- [7] S. Dieker
Ein verallgemeinertes Verfahren der
Substrukturtechnik für den Aufbau dynamischer
Superelemente
Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraum-
forschung, 15, 379-385, 1991
- [8] S. Dieker, K. Abdoly, A. Rittweger
Flexible Boundary Method in Dynamic Substructure
Technique Including Different Component Damping
AIAA Journal, Vol. 48, No. 11, 2631-2638, November
2010
- [9] R.R. Craig, Jr., M.C.C. Bampton
Coupling of Substructures for Dynamic Analysis
AIAA Journal, Vol.6, No, 7, 1313-1319, July 1968
- [10] R.M. Hintz
Analytical Methods in Component Modal Synthesis
AIAA Journal, Vol.13, No. 8, 1007-1016, 1975
- [11] A. Rittweger, S. Dieker, K. Abdoly, J. Albus
Coupled Dynamic Load Analysis With Different
Component Damping of the Substructures
59th International Astronautical Congress, Glasgow,
Scotland 2008, paper IAC-08-C2.3.3
- [12] A. Rittweger, J. Albus, E. Hornung, H. Öry, P. Mourey
Passive Damping Devices for Aerospace Structures
Acta Astronautica, Vol. 50, No. 10, pp. 597-608, 2002
- [13] J. Albus, W. Beuchel, S. Dieker
A Consistent Approach of Damping Treatment in
Coupled Dynamic Analysis and Test
62nd International Astronautical Congress, Cape-
Town, South Africa, 2011, IAC paper IA C-11.C2.1.2