

# OPTISCHES MESSVERFAHREN ZUR RÄUMLICHEN FILMHÖHENMESSUNG TRANSPARENTER MEDIEN

S. Lenk, A. Westhoff und C. Wagner  
Deutsches Zentrum für Luft - und Raumfahrt e.V.  
Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik  
Bunsenstraße 10, 37073 Göttingen  
sebastian.lenk@dlr.de

## ABSTRAKT

Vorgestellt wird ein optisches nichtinvasives Messverfahren zur Höhenbestimmung transparenter Medien auf einer zweidimensionalen Messebene. Aufgrund von Lichtbrechung an der Grenzfläche zweier Medien entsteht in der Bildebene einer Kamera ein optischer Lichtstrahlversatz, welcher sich mittels perspektivischer Rückprojektion und räumlicher Strahlkonstruktion in eine Filmhöhe umrechnen lässt. Im Rahmen einer Machbarkeitsstudie werden experimentelle Vorgehensweise, mathematische Auswertung sowie Ergebnisse einer Vermessung dreidimensionaler Tropfengeometrien gezeigt.

## 1 EINLEITUNG

Bei unzähligen physikalischen Prozessen wie z.B. Filmkühlung [1], Kühlung elektrischer Bauteile [2], Wärmeaustauschung [3], Raumluftentfeuchtung [4], Oberflächenbeschichtung [5] oder Transpiration [6] zur Kühlung des menschlichen Körpers kommt es zum Ausbilden von Flüssigkeitsfilmen an Grenzflächen. Dies kann z.B. zu Defekten bei elektronischen Bauteilen oder zu Korrosionsschäden führen. Um die dafür verantwortlichen physikalischen Vorgänge besser zu verstehen, wurden in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Untersuchungen der Kondensatbildung vorgenommen [7, 8, 9]. In vielen Fällen hat die Filmoberfläche zusätzlich starken Einfluß auf thermodynamische und fluiddynamische Prozesse des überströmenden Mediums, sodass Filmhöhenverteilungen derzeit mit einer Reihe von Methoden detailliert untersucht und vermessen werden.

Allerdings sind herkömmliche Methoden zur Messung von Filmhöhenverteilungen meist punktuell, invasiv, nur qualitativ oder vergleichsweise aufwändig [10]. Obwohl inzwischen Messmethoden existieren, welche die meisten Vorteile bisheriger Messverfahren vereinen, sind sie für viele Experimente wie z.B. Untersuchungen zur Kondensatbildung transparenter Medien nicht ohne weiteres geeignet. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist daher die experimentelle Erfassung der Höhenverteilung eines Kondensatfilms über einer Messebene mit möglichst geringem Aufwand. Hierfür wurde ein Messverfahren gesucht, welches eine zweidimensionale, nichtinvasive, eindeutige und vereinfachte Bestimmung der absoluten Filmhöhen auf einer Fläche ermöglicht. Aus diesem Grund ist ausgehend vom Hintergrund-Schlieren-Verfahren (Background-Oriented-Schlieren, BOS) [11, 12] ein optisches Messverfahren zur Höhenmessung transparenter isotroper Medien mit bekanntem Brechungsindex entwickelt worden, welches diese wesentlichen Vorteile aktuell verwendeter Untersuchungsmethoden kombiniert.

Das entwickelte Messverfahren und die verwendeten theoretischen Grundlagen werden in der vorliegenden Arbeit

präsentiert. Zusätzlich wird die experimentelle Vorgehensweise zur Realisierung einer Messung im Sinne einer Machbarkeitsstudie dargestellt. Darüber hinaus werden die Messergebnisse der durchgeführten Studie validiert und diskutiert.

## 2 MESSPRINZIP

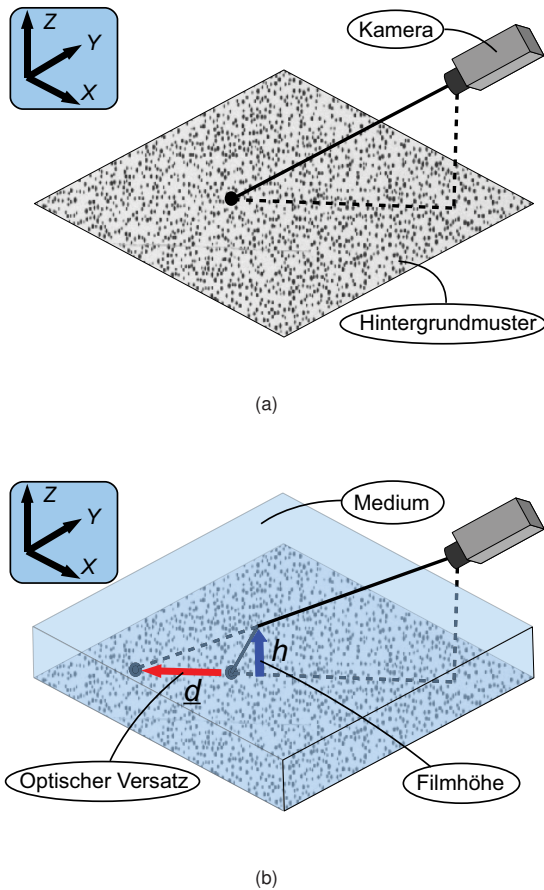
Im Folgenden werden die Grundzüge und die Vorgehensweise beim Einsatz des Messverfahrens vorgestellt und näher erläutert. Prinzipiell werden hierbei die folgenden Teilschritte durchlaufen.

- Bildaufnahme eines transparenten Mediums vor einem Hintergrundmuster zur Bestimmung des optischen Versatzes in der Bildebene anhand des Vergleichs mit einem Referenzbild ohne Flüssigkeitsfilm
- Ermittlung der perspektivischen Transformation
- Bestimmung des räumlichen Projektionszentrums der Kamera
- Rückprojektion des optischen Versatzes in die Gegenstandsebene
- Konstruktion der räumlichen Sichtstrahlen und Berechnung der lokalen Filmhöhen

### 2.1 Bildaufnahme und optischer Versatz

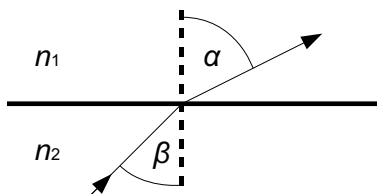
Mithilfe einer digitalen Fotokamera wird ein transparentes Medium vor einem Hintergrundmuster fotografiert. Zusätzlich wird ein Referenzbild ohne Medium aufgenommen. Bei dem in Abb. 1(a) dargestellten Prinzipbild der Referenzaufnahme ist der ungestörte geradlinige Verlauf eines Lichtstrahls von einem Punkt der Gegenstandsebene zur Kamera gezeigt. Im Gegensatz dazu wird der Lichtstrahl in Abb. 1(b) an der Grenzfläche eines über

dem Hintergrundmuster liegenden transparenten Mediums in seiner Ausbreitungsrichtung abgelenkt. Im Vergleich zum Referenzbild fällt der Lichtstrahl dadurch unter verändertem Einfallswinkel in die Kamera ein und führt dort zu einem optischen Bildversatz in der Bildebene.



**Abb. 1:** Nicht gebrochener Strahlverlauf (a) und gebrochener Strahlverlauf (b): Der an der Grenzfläche des transparenten Mediums gebrochene Lichtstrahl fällt im Vergleich zum ungestörten Referenzbild unter verändertem Winkel in die Kamera ein. Es entsteht ein optischer Strahlversatz  $d$  auf der Messebene, welcher von der Filmhöhe  $h$  und dem Blickwinkel der Kamera abhängig ist.

Der physikalische Effekt der Lichtbrechung lässt sich mithilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes (Gl. 1) erfassen.



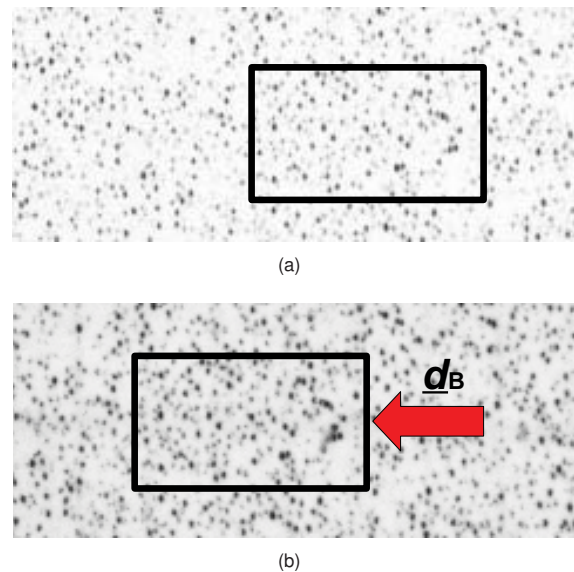
**Abb. 2:** Lichtbrechung: Strahlverlauf an der Grenzfläche zweier unterschiedlich dichter Medien ( $n_1 < n_2$ ) mit dem Eintrittswinkel  $\beta$  und dem Austrittswinkel  $\alpha$ .

Das Gesetz beschreibt die Ablenkung eines Lichtstrahls

an der Grenzfläche zweier Medien mit verschiedenen Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  sowie dem Einfallswinkel  $\beta$  und dem Ausfallswinkel  $\alpha$  entsprechend Abb. 2.

$$(1) \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}$$

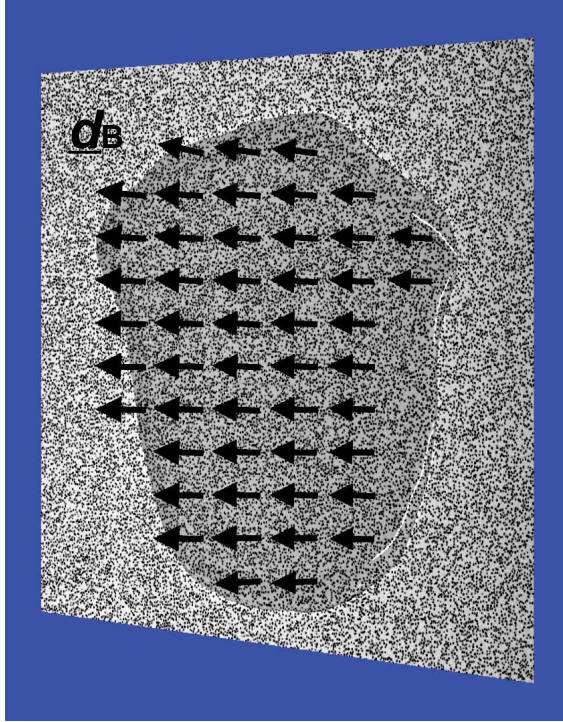
Der optische Versatz wird in dieser Untersuchung in Form einer lokalen Verschiebung des Hintergrundmusters in der Bildebene ermittelt. Als Hintergrund kann beispielsweise ein zufälliges Punktmuster verwendet werden. Der wesentliche Vorteil eines zufälligen Punktmusters ist die hohe lokale Unverwechselbarkeit eines Bildbereichs. Die Ermittlung der Verschiebung lässt sich anhand einer einfachen und eindeutigen automatisierten Auswertung mithilfe von Kreuzkorrelation durchführen. Dabei werden die Punktmuster mittels lokaler Ensemblekorrelation miteinander verglichen [13]. Auf diese Weise wird im Vergleich zum Referenzbild (Abb. 3(a)) der optische Versatz für einen betrachteten Teilbereich des Bilds (Abb. 3(b)) als Verschiebungsvektor  $\underline{d}_B(x, y) = (dx, dy)^T$  an der Bildposition  $(x, y)$  mit den Vektorkomponenten  $(dx, dy)$  in der Bildebene ermittelt. Die zweidimensionale Erfassung des optischen Versatzes ist in Abb. 4 beispielhaft gezeigt. Vor dem Hintergrundbild des zufälligen Punktmusters wird ein Flüssigkeitsfilm fotografiert und der optische Versatz in Form eines Verschiebungsvektorfelds erfasst.



**Abb. 3:** Unverschobenes Punktmuster im Referenzbild (a) und verschobenes Punktmuster (b): Der optische Strahlversatz  $\underline{d}_B$  wird mittels Ensemblekorrelation auf der Bildebene bestimmt.

## 2.2 Perspektivische Transformation

Damit der bildseitige Verschiebungsvektor auf die Messebene rückprojiziert werden kann, wird ein mathematischer Zusammenhang zwischen Bild- und Objektebene aufgestellt. Die Abbildungsvorschrift wird hierbei mit der idealen Lochkamera entsprechend Abb. 5 bestimmt. Das Objekt mit den Koordinaten  $X, Y, Z$  wird aufgrund des geradlinigen Lichtstrahlverlaufs durch das Projektionszentrum  $P_0$  ideal scharf auf der Bildebene im Koordinatensystem  $x, y, z$  abgebildet.

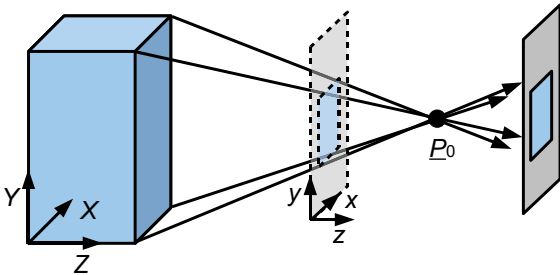


**Abb. 4:** Bild eines Wassertropfens mit Verschiebungsvektoren  $\underline{d}_B$ .

Die perspektivische Projektion des Objekts auf die Bildebene lässt sich mit einer allgemeinen linearen Abbildung in Form einer projektiven Transformation erfassen [14]. Die Direkte Lineare Transformation (DLT) in Gl. 3, welche von Abdel-Aziz et. al. [15] im Jahre 1971 vorgeschlagen wurde, beschreibt die optische Abbildung der idealen Lochkamera mithilfe homogener Koordinaten [16] und einer linearen projektiven Transformationsmatrix  $\underline{H}$ . Die globale Skalierung der Matrixkomponenten in Gl. 4 wird hierbei mittels

$$(2) \quad L_{12} = 1$$

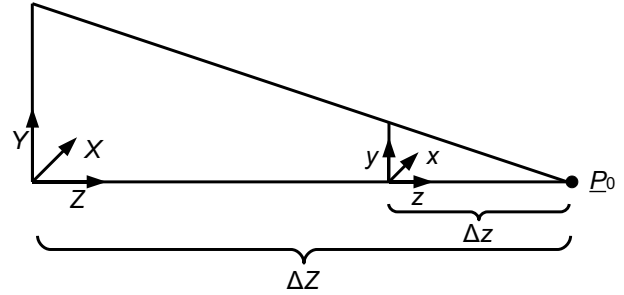
im Sinne einer Normierung festgelegt [13].



**Abb. 5:** Strahlengang eines Lichtstrahls vom Objekt  $(X, Y, Z)$  durch das Projektionszentrum  $\underline{P}_0$  zur Bildebene  $(x, y, z)$

Ein Punkt eines Lichtstrahls zwischen Bild und Objekt lässt sich durch eine homogene Koordinate  $(\omega X, \omega Y, \omega Z, \omega)^T$  mit einem Skalierungsfaktor  $\omega$  beschreiben. Bei der linearen Transformation wird der Gegenstandspunkt  $\underline{P} = (X, Y, Z)^T$  auf der Gegenstandsebene als homogene Koordinate  $\underline{P}_{\text{hom}} = (X, Y, Z, 1)^T$  dargestellt (Gl.

5) und in eine homogene Bildkoordinate  $\underline{p}'_{\text{hom}} = (x', y', \omega)^T$  transformiert (Gl. 6). Hieraus lässt sich die Koordinate  $\underline{p}_{\text{hom}} = (x, y, 1)^T$  berechnen, die den gesuchten kartesischen Bildpunkt  $\underline{p} = (x, y)$  enthält [16]. Der Faktor  $\omega$ , welcher in Abb. 6 prinzipiell veranschaulicht ist, stellt hierbei eine lokale Skalierung der Bildkoordinaten im Sinne eines räumlichen Strahlensatzes ausgehend vom Projektionszentrum dar.



**Abb. 6:** Bei der Zentralprojektion mit dem Projektionszentrum  $\underline{P}_0$  hängen die Bildkoordinaten  $(x, y, z)$  und die Gegenstandskoordinaten  $(X, Y, Z)$  durch den lokalen Skalierungsfaktor  $\omega = \Delta Z / \Delta z$  [17] zusammen.

$$(3) \quad \underline{p}'_{\text{hom}} = \underline{H} \cdot \underline{P}_{\text{hom}}$$

$$(4) \quad \underline{H} = \begin{pmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 \\ L_5 & L_6 & L_7 & L_8 \\ L_9 & L_{10} & L_{11} & L_{12} \end{pmatrix}$$

$$(5) \quad \underline{P}_{\text{hom}} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(6) \quad \underline{p}'_{\text{hom}} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \omega \end{pmatrix} = \omega \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \omega \cdot \underline{p}_{\text{hom}}$$

Durch Normierung der homogenen Bildkoordinaten  $x'$  und  $y'$  auf die aus Gl. 3 bekannte lokale Skalierung  $\omega$  sind die Bildkoordinaten festgelegt und lassen sich mittels  $x = x' / \omega$  sowie  $y = y' / \omega$  berechnen. Demnach werden die Gegenstandspunkte  $X, Y, Z$  mittels Gl. 7 und Gl. 8 in die Bildpunkte  $x, y$  umgerechnet [13].

$$(7) \quad x = \frac{x'}{\omega} = \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3 Z + L_4}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + L_{12}}$$

$$(8) \quad y = \frac{y'}{\omega} = \frac{L_5 X + L_6 Y + L_7 Z + L_8}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + L_{12}}$$

Durch Umstellen des Gleichungssystems aus Gl. 7 und Gl. 8 lassen sich bei bekannter Höhe der Messebene

$$(9) \quad Z = 0$$

die rückprojizierten Gegenstandskoordinaten  $X_G, Y_G$  entsprechend Gl. 10 und Gl. 11 gewinnen.

$$(10) \quad X_G(x, y, Z) = \frac{A_X + B_X + C_X + D_X}{E_X + F_X}$$

$$\begin{aligned} A_X &= x(L_6 - L_8 L_{10}) + y(L_4 L_{10} - L_2) \\ B_X &= Z(L_2 L_7 - L_6 L_3) + xv(L_{10} - L_{10} L_{12}) \\ C_X &= xZ(L_6 L_{11} - L_7 L_{10}) \\ D_X &= yZ(L_3 L_{10} - L_2 L_{11}) + (L_8 L_2 - L_4 L_6) \\ E_X &= x(L_5 L_{10}) - y(L_2 L_9 - L_1 L_{10}) \\ F_X &= (L_1 L_6 - L_2 L_5) \end{aligned}$$

$$(11) \quad Y_G(x, y, Z) = \frac{A_Y + B_Y + C_Y + D_Y}{E_Y + F_Y}$$

$$\begin{aligned} A_Y &= x(L_9L_8 - L_5) + y(L_1 - L_4L_9) \\ B_Y &= Z(L_3L_5 - L_1L_7) + xv(L_9L_{12} - L_9) \\ C_Y &= xZ(L_7L_9 - L_5L_{11}) \\ D_Y &= yZ(L_1L_{11} - L_3L_9) + (L_4L_5 - L_1L_8) \\ E_Y &= x(L_6L_9 - L_5L_{10}) + y(L_{10}L_1 - L_9L_2) \\ F_Y &= (L_5L_2 - L_6L_1) \end{aligned}$$

## 2.3 Projektionszentrum

Das Projektionszentrum  $\underline{P}_0 = (X_0, Y_0, Z_0)^T$  ist der Gegenstandspunkt, durch den alle in die Kamera einfallenden Lichtstrahlen verlaufen. Die Koordinate  $\underline{P}_{0,\text{hom}} = (X_0, Y_0, Z_0, 1)^T$  kann daher durch Projektion aller einfallenden Lichtstrahlen auf den gemeinsamen Punkt des Projektionszentrums und somit durch die bildseitige Bedingung  $\omega_0 = 0$  [13] beschrieben werden.

$$(12) \quad \omega_0 \cdot p_{\text{hom}} = \underline{H} \cdot \underline{P}_{0,\text{hom}} = 0$$

Aus der Lösung des Gleichungssystems 12 ergeben sich dann die kartesischen Gegenstandskoordinaten  $X_0, Y_0, Z_0$  des Projektionszentrums  $P_0$  entsprechend Gl. 13.

$$(13) \quad \underline{P}_0 = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & L_2 & L_3 \\ L_5 & L_6 & L_7 \\ L_9 & L_{10} & L_{11} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -L_4 \\ -L_8 \\ -L_{12} \end{pmatrix}$$

## 2.4 Rückprojektion des optischen Versatzes

Der zuvor in der Bildebene ermittelte Verschiebungsvektor  $\underline{d}_B(x, y) = (dx, dy)^T$  lässt sich mit Gl. 10 und Gl. 11 in einen Verschiebungsvektor  $\underline{d}$  vom Punkt  $\underline{G}_1 = (X_1, Y_1)^T$  zum Punkt  $\underline{G}_2 = (X_2, Y_2)^T$  auf die Gegenstandsebene zurückprojizieren.

$$(14) \quad \underline{d}(X_1, Y_1) = \begin{pmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \end{pmatrix}$$

$$(15) \quad X_1 = X_G(x, y, 0)$$

$$(16) \quad Y_1 = Y_G(x, y, 0)$$

$$(17) \quad X_2 = X_G(x + dx, y + dy, 0)$$

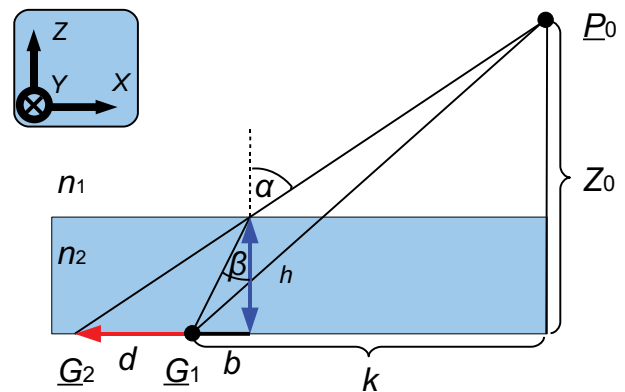
$$(18) \quad Y_2 = Y_G(x + dx, y + dy, 0)$$

Am Gegenstandspunkt  $\underline{G}_1$  ist somit die Verschiebung  $d$  bekannt.

$$(19) \quad d = ||\underline{d}||_2$$

## 2.5 Berechnung der Filmhöhe

Die Umrechnung einer Verschiebung  $d$  in eine entsprechende Filmhöhe  $h$  beruht auf der geometrischen Konstruktion einzelner Lichtstrahlverläufe zwischen Messebene und Kamera entsprechend Abb. 7.



**Abb. 7:** Lichtstrahlkonstruktion: Der Zusammenhang zwischen optischem Versatz und Filmhöhe wird unter Annahme von Parallelität der Grenzfläche zur Messebene geometrisch konstruiert.

Die punktuelle Auswertung der Messgrößen unabhängig voneinander geschieht unter der Annahme einer lokal ebenen Oberflächentopologie, sodass eine eindeutige Konstruktion durchgeführt werden kann. Mithilfe geometrischer Gesetzmäßigkeiten kann dann die nachfolgende Berechnungsformel für die Filmhöhe  $h$  abhängig von der Verschiebung  $d$  aufgestellt werden.

$$(20) \quad \alpha = \frac{\pi}{2} - \arctan \left( \frac{Z_0}{d+k} \right)$$

$$(21) \quad \beta = \arcsin \left( \frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha) \right)$$

$$(22) \quad h = d \cdot \frac{\cos(\alpha) \cos(\beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$$

Mit dem Versatz  $b$  und dem ebenen Kameraabstand  $k$

$$(23) \quad b = \frac{h}{Z_0} (d + k) - d,$$



$$(24) \quad k = \sqrt{(X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2}$$

ergibt sich die tatsächliche Position  $X_h, Y_h$  der berechneten Filmhöhe zu

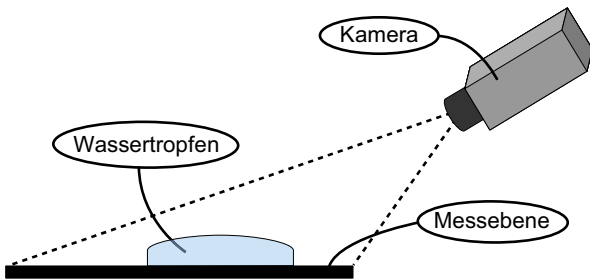
$$(25) \quad X_h = X_1 + b \cdot \left( \frac{X_0 - X_1}{k} \right),$$

$$(26) \quad Y_h = Y_1 + b \cdot \left( \frac{Y_0 - Y_1}{k} \right).$$

### 3 EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG

#### 3.1 Versuchsaufbau

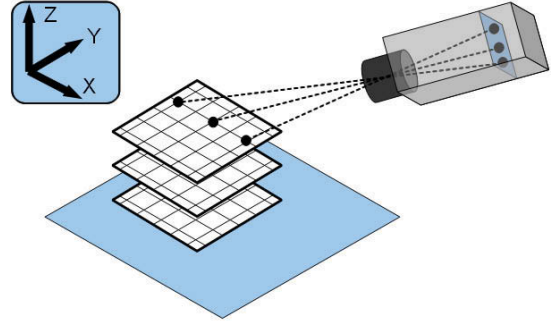
Das oben vorgestellte Messverfahren wurde im Rahmen einer Machbarkeitsstudie eingesetzt, um die Höhenverteilung größerer Wassertropfen auf einer Messebene räumlich zu ermitteln. Der bei der Messung verwendete Versuchsaufbau ist in Abb. 8 dargestellt. Die digitale PCO-4000-Kamera mit einer Pixelauflösung von 4008 x 2672 wurde hierbei im Abstand von mehr als 1500 mm mit einem Blickwinkel von ungefähr 30 Grad im Hauptstrahl zur Messebene befestigt. Darüber hinaus wurde zur optischen Abbildung ein Objektiv mit einer Brennweite von 100 mm verwendet. Der Boden des Messbereichs ist mit einem zufälligen Punktmuster versehen, sodass ein zu vermessender Wassertropfen, welcher die Messebene benetzt, vor dem Hintergrundmuster fotografiert werden kann.



**Abb. 8:** Versuchsaufbau: Mithilfe einer digitalen Kamera werden Wassertropfen auf der Messebene fotografiert.

#### 3.2 Kamerakalibrierung

Die Kalibrierung der Kameras erfolgt mittels Vorgabe von Punktkorrespondenzen der Gegenstandskoordinaten  $X, Y, Z$  und der Bildkoordinaten  $x, y$ . Zur Vorgabe der Gegenstandskoordinaten eignet sich ein ebenes Kalibriergitter mit bekannten Gittermaßen, welches entsprechend Abb. 9 in mehreren Höhenpositionen fotografiert wird. Mittels Mustererkennung lassen sich den Gitterpunkten ihre optischen Abbildungen auf dem Fotosensor zuordnen. Auf diese Weise werden  $n$  Punktkorrespondenzen der Bildpunkte  $\underline{p}^{(n)}$  und Gegenstandspunkte  $\underline{P}^{(n)}$  mit den Koordinaten  $x^{(n)}, y^{(n)}, X^{(n)}, Y^{(n)}, Z^{(n)}$  erzeugt.



**Abb. 9:** Kamerakalibrierung: Das ebene Kalibriergitter mit bekannten Gittermaßen wird in mehreren Höhenpositionen fotografiert.

Aufgrund der starken Dimensionsunterschiede von Objekt und Bild umfassen die Punktkorrespondenzen zumeist mehrere Größenordnungen, sodass daraus numerische Fehler entstehen können. Die schlechte numerische Kondition der Punktkorrespondenzen in Form von homogenen Koordinaten  $\underline{p}_{\text{hom}}^{(n)}$  und  $\underline{P}_{\text{hom}}^{(n)}$  lässt sich mithilfe von Translation und Normierung anhand des Gold Standards [18] durch die Transformationsmatrizen  $\underline{T}_{\text{img}}$  und  $\underline{T}_{\text{obj}}$  mit den Mittelwerten der  $n$  Vektorkomponenten  $\overline{x^{(n)}}, \overline{y^{(n)}}, \overline{X^{(n)}}, \overline{Y^{(n)}}, \overline{Z^{(n)}}$  sowie den Skalierungsfaktoren  $s_{\text{img}}$  und  $s_{\text{obj}}$  mit den Mittelwerten der  $n$  Vektorbeträge  $r_{\text{img}} = \|\underline{p}^{(n)}\|_2$  und  $r_{\text{obj}} = \|\underline{P}^{(n)}\|_2$  verbessern.

$$(27) \quad \tilde{\underline{p}}_{\text{hom}}^{(n)} = \underline{T}_{\text{img}} \cdot \underline{p}_{\text{hom}}^{(n)}$$

$$(28) \quad \tilde{\underline{P}}_{\text{hom}}^{(n)} = \underline{T}_{\text{obj}} \cdot \underline{P}_{\text{hom}}^{(n)}$$

$$(29) \quad \underline{T}_{\text{img}} = \begin{pmatrix} s_{\text{img}} & 0 & 0 \\ 0 & s_{\text{img}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\overline{x^{(n)}} \\ 0 & 1 & -\overline{y^{(n)}} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(30) \quad \underline{T}_{\text{obj}} = \begin{pmatrix} s_{\text{obj}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_{\text{obj}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{\text{obj}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\overline{X^{(n)}} \\ 0 & 1 & 0 & -\overline{Y^{(n)}} \\ 0 & 0 & 1 & -\overline{Z^{(n)}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(31) \quad s_{\text{img}} = \frac{\sqrt{2}}{r_{\text{img}}}$$

$$(32) \quad s_{\text{obj}} = \frac{\sqrt{2}}{r_{\text{obj}}}$$

Jede der nun standardisierten  $n$  Punktkorrespondenzen aus  $\tilde{x}^{(n)}, \tilde{y}^{(n)}, \tilde{X}^{(n)}, \tilde{Y}^{(n)}, \tilde{Z}^{(n)}$  in Form von  $\tilde{\underline{p}}_{\text{hom}}^{(n)}$  und  $\tilde{\underline{P}}_{\text{hom}}^{(n)}$  in Gl. 27 und Gl. 28 muss sowohl Gl. 7 als auch Gl. 8 und somit das Gleichungssystem in Gl. 33 mit  $2n$  Zeilen erfüllen.

Durch Lösung des Gleichungssystems für  $n \geq 6$  Punktkorrespondenzen [19] werden die standardisierten Matrixkomponenten  $\tilde{\underline{L}} = (\tilde{L}_1 \dots \tilde{L}_{11})^T$  und somit die standardisierte Homographie  $\tilde{\underline{H}}$  bestimmt. Das zu erfüllende Gleichungssystem wird durch

$$(33) \quad \tilde{\underline{A}} \cdot \tilde{\underline{L}} = \tilde{\underline{B}}$$

$$\tilde{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \tilde{X}_1 & 0 & \dots & \tilde{X}_n & 0 \\ \tilde{Y}_1 & 0 & \dots & \tilde{Y}_n & 0 \\ \tilde{Z}_1 & 0 & \dots & \tilde{Z}_n & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \tilde{X}_1 & \dots & 0 & \tilde{X}_n \\ 0 & \tilde{Y}_1 & \dots & 0 & \tilde{Y}_n \\ 0 & \tilde{Z}_1 & \dots & 0 & \tilde{Z}_n \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ -\tilde{x}_1\tilde{X}_1 & -\tilde{y}_1\tilde{X}_1 & \dots & -\tilde{x}_n\tilde{X}_n & -\tilde{y}_n\tilde{X}_n \\ -\tilde{x}_1\tilde{Y}_1 & -\tilde{y}_1\tilde{Y}_1 & \dots & -\tilde{x}_n\tilde{Y}_n & -\tilde{y}_n\tilde{Y}_n \\ -\tilde{x}_1\tilde{Z}_1 & -\tilde{y}_1\tilde{Z}_1 & \dots & -\tilde{x}_n\tilde{Z}_n & -\tilde{y}_n\tilde{Z}_n \end{pmatrix}^T$$

$$\tilde{\underline{L}} = (\tilde{L}_1 \quad \tilde{L}_2 \quad \dots \quad \tilde{L}_{10} \quad \tilde{L}_{11})^T$$

$$\tilde{\underline{B}} = (\tilde{u}_1 \quad \tilde{v}_1 \dots \quad \tilde{u}_n \quad \tilde{v}_n)^T$$

beschrieben. Das Gleichungssystem in 33 ist aufgrund von Messfehlern sowie Überbestimmtheit zumeist nicht eindeutig linear lösbar, sodass mittels iterativer Näherungsverfahren wie z.B. einer Methode der kleinsten Fehlerquadrate [19] eine Lösung schrittweise berechnet wird. Die standardisierte Matrix  $\tilde{\underline{H}}$  mit den Komponenten  $\tilde{\underline{L}}$  wird mittels Gl. 34 entsprechend des Gold Standards zurücktransformiert und die Matrixkomponenten hinsichtlich  $L_{12} = 1$  normiert.

$$(34) \quad \underline{H} = \underline{T}_{\text{img}}^{-1} \cdot \tilde{\underline{H}} \cdot \underline{T}_{\text{obj}}$$

Man erhält auf diese Weise die Projektionsmatrix  $\underline{H}$ , mit welcher aus dem optischen Strahlversatz  $\underline{d}_B$  der tatsächliche Versatz  $\underline{d}$  auf der Gegenstandsebene berechnet werden kann.

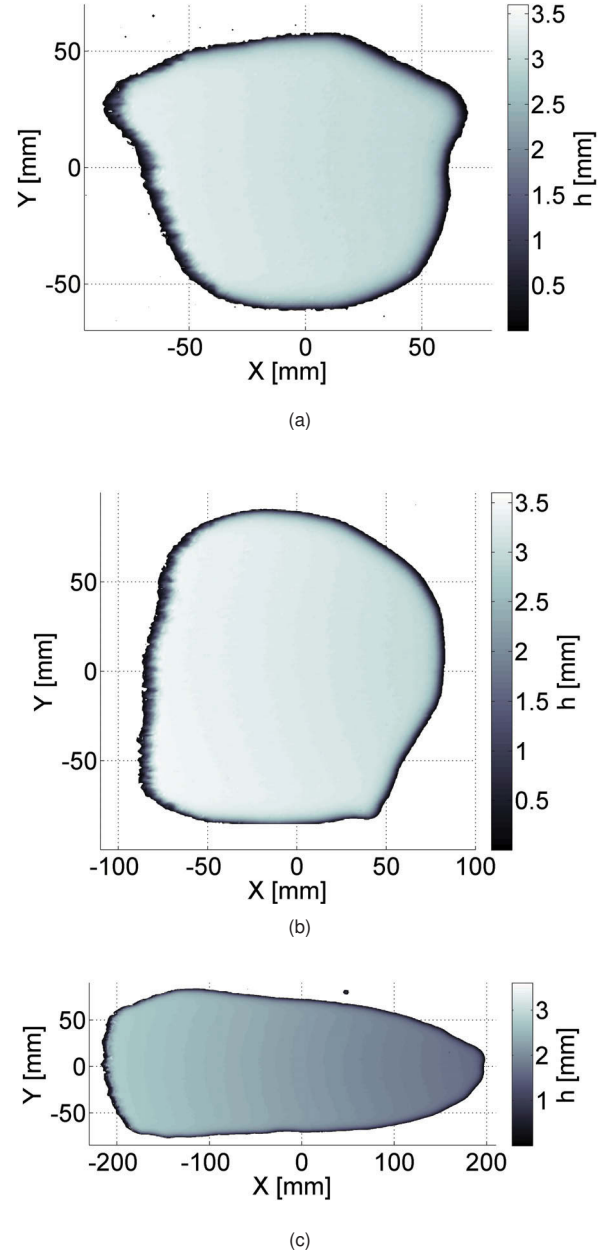
### 3.3 Durchführung

Das entwickelte Messverfahren wurde eingesetzt um Höhenverteilungen von Wassertropfen räumlich zu vermessen. Zur Messung der Filmhöhe wurde der in Abb. 8 dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Hierbei wurde zunächst mit der zuvor kalibrierten Kamera ein ungestörtes Referenzbild des Hintergrundmusters aufgenommen. Danach wurden Wassertropfen auf die Messebene aufgebracht und fotografiert, wobei das Volumen der Flüssigkeitsmenge als definierter Kontrollwert vorgegeben war. Die Ermittlung des optischen Versatzes in der Bildebene durch Kreuzkorrelation geschah mit Korrelationsfenstergrößen von 8 Pixel x 8 Pixel bei einer Schrittweite von 2 Pixeln in jeder Richtung bzw. 75 Prozent Überschneidung der Korrelationsfenster. Der Abbildungsmaßstab (Bild : Objekt) der Kamera betrug 0,034 mm : 1 mm bzw. 1 Pixel : 0,27 mm, sodass die Verschiebungen auf der Messebene in Abständen von ungefähr 0,5 mm erfasst werden konnten. Das rekonstruierte Volumen der räumlich vermessenen Wassertropfen wurde anhand der mittleren Filmhöhe sowie der Bodenfläche des untersuchten Messbereichs mit den Abmessungen  $\Delta X$  und  $\Delta Y$  entsprechend Gl. 35 berechnet.

$$(35) \quad V = \bar{h} \cdot \Delta X \cdot \Delta Y$$

### 3.4 Ergebnisse

Zur Kontrolle und Validierung des Messverfahrens wurden Wassertropfen mit definierten Volumen von 40 ml, 80 ml und 120 ml mithilfe einer Messpipette vorgegeben und mit dem vorgestellten Messverfahren untersucht.



**Abb. 10:** Ergebnisse des rekonstruierten Flüssigkeitsvolumens einer räumlichen Filmhöhenmessung von Wassertropfen: 39.3 ml von 40 ml (a), 74,8 ml von 80 ml (b) und 112,9 ml von 120 ml (c)

Bei der räumlichen Vermessung konnten Wassermengen mit 39,27 ml von 40 ml (Abb. 10(a)), 75,5 ml von 80 ml (Abb. 10(b)) sowie 112,98 ml von 120 ml (Abb. 10(c)) rekonstruiert werden. Die Wassertropfen mit 40 ml und 80 ml Volumen wurden hierbei mit der Messpipette kompakt aufgebracht. Der deutlich flachere Wassertropfen mit 120 ml

Volumen wurde dagegen zur Vergrößerung der benetzten Fläche auf der Messebene verwischt.

Die systematische Unterschätzung der Messergebnisse lässt sich zum einen auf die Vernachlässigung der Neigung der Filmoberfläche zurückführen, da bei kameraseitiger Oberflächenneigung der optische Bildversatz bereits bei kleinen Winkeln bedeutsam abschwächt wird. Zusätzlich werden die Richtungen der Verschiebungsvektoren in der hier vorgestellten Auswertung generell als kamerafluchtend angenommen, sodass seitliche Oberflächenneigungen in ihrem Einfluss nicht berücksichtigt werden. Darüber hinaus werden kamerawärts gerichtete Verschiebungen wie etwa an den vorderen Tropfenrändern in dieser Auswertung generell vernachlässigt. Im Weiteren lassen sich Bereiche wie z.B. kameraabgewandte Tropfenränder, die von der Kamera nicht eingesehen werden können, mit dem vorgestellten Auswerteverfahren nicht erfassen und bleiben unberücksichtigt. Zudem ist eine unbeabsichtigte Veränderung der Kameraposition oder der Kamerageometrie z.B. durch geringes Verstellen der Schärfe ein weiterer unerwünschter Einflussfaktor auf das Auswerteverfahren. Darüber hinaus sind zusätzliche Abweichungen durch Verwendung der Messpipette zur Vorgabe der Flüssigkeitsmengen wahrscheinlich.

### 3.5 Ausblick

Um sowohl eine praxisnahe Umsetzung, als auch eine benutzerfreundliche Anwendung des Verfahrens zu ermöglichen, können Verfahrensschritte automatisiert werden. So lässt sich die Kamerakalibrierung beispielsweise mit der moderneren Methode nach Zhang [20] durchführen. Darüber hinaus können die Verfahrensschritte der Kamerakalibrierung, der Bildverarbeitung sowie der Filmhöhenberechnung in einem gemeinsamen Auswerteverfahren mit einer übergreifenden Benutzeroberfläche zusammengeführt werden.

Die Berechnungsformel in Gl. 22 weist einen näherungsweise linearen Funktionsverlauf der berechneten Filmhöhe  $h$  abhängig von der gemessenen Verschiebung  $d$  auf. Um

eine schnellere Auswertung zu ermöglichen, kann eine Linearisierung des Auswerteverfahrens durchgeführt werden. Die hierbei auftretenden Linearfaktoren zur Umrechnung der Messgröße lassen sich bereits aus der Kamerakalibrierung ermitteln.

Das vorgestellte Messverfahren beruht auf der Annahme einer lokal ebenen Oberflächentopologie. Abhängig von der tatsächlichen Neigung des untersuchten Mediums werden die Oberflächen jedoch verzerrt rekonstruiert, sodass Messabweichungen auftreten. Dies lässt sich durch Berücksichtigung der lokalen Oberflächenneigung in der Strahlkonstruktion vermeiden. Die zusätzliche Messgröße des Neigungswinkels muss hierbei mit erweiterten Methoden wie beispielsweise einer zusätzlichen Kamera erfasst werden.

## 4 ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde ein nichtinvasives Messverfahren zur Vermessung der räumlichen Höhenverteilung transparenter Medien auf einer zweidimensionalen Messebene vorgestellt. Das Verfahren beruht auf der optischen Erfassung lokaler Musterverschiebungen, die aufgrund der Lichtbrechung an der Grenzfläche des zu vermessenden Mediums vor einem Hintergrundmuster entstehen. Mithilfe einer digitalen Kamera wird der optische Versatz im Bild anhand eines Referenzbilds durch Ensemblekorrelation bestimmt, der sich mittels des linearen DLT-Kameramodells sowie mithilfe dreidimensionaler Sichtstrahlverläufe in lokale Filmhöhen umgerechnet wird. Im Rahmen einer Machbarkeitsstudie wurde das entwickelte Messverfahren zur Vermessung mehrerer Wasserfilme eingesetzt und die Ergebnisse durch Kontrolle mit definierten Volumina validiert. Die auftretenden Messabweichungen können auf die Vernachlässigung der lokalen Oberflächenneigung zurückgeführt werden. Die Messgenauigkeit kann daher durch zusätzliche Berücksichtigung der Neigung der Filmoberfläche, beispielsweise durch Verwendung einer weiteren Kamera verbessert und insbesondere an den Tropfenrändern erhöht werden.

## LITERATUR

- [1] Makinde O.D. (2010): *Thermodynamic second law analysis for a gravity-driven variable viscosity liquid film along an inclined heated plate with convective cooling*, Journal of Mechanical Science and Technology, Volume 24, Number 4, Pages 899-908, doi:10.1007/s12206-010-0215-9
- [2] Peles Y., Catano J., Zhou R., Jensen M.K. (2010): *Two-phase refrigerant flow instability analysis and active control in transient electronics cooling systems*, International Journal of Multiphase Flow, doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2010.07.003
- [3] Jeong K., Kessen M.J., Bilirgen H., Levy E.K. (2010): *Analytical modeling of water condensation in condensing heat exchanger*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 53, Issues 11-12, Pages 2361-2368, doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.02.004
- [4] Künzel H.M., Sedlbauer K. (2007): *Raumluftentfeuchtung durch gekühlten Wasserfilm*, Fraunhofer-Institut für Bauphysik IBP, IBP-Mitteilung 481, Forschungsbericht
- [5] Snoeijer J.H., Ziegler J., Andreotti B., Fermigier M., Eggers J. (2008): *Thick Films of Viscous Fluid Coating a Plate Withdrawn from a Liquid Reservoir*, Physical Review Letters 100, Issue 24, doi:10.1103/PhysRevLett.100.244502

- [6] Böhrk H., Piol O., Kuhn M. (2010): *Heat Balance of a Transpiration-Cooled Heat Shield*, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol 24, No.3, doi:10.2514/1.47172
- [7] Jansen R., Wysong I., Gimelshein S., Zeifman M., Buck U. (2010): *Nonequilibrium numerical model of homogeneous condensation in argon and water vapor expansions*, Journal of Chemical Physics, Volume 132, Issue 24, doi:10.1063/1.3447379
- [8] Thiele U. (2010): *Thin film evolution equations from (evaporating) dewetting liquid layers to epitaxial growth*, Journal of Physics: Condensed Matter, Volume 22, Number 8, doi:10.1088/0953-8984/22/8/084019
- [9] Shaw R.A., Lamb D. (1999): *Experimental determination of the thermal accommodation and condensation coefficients of water*, Journal of Chemical Physics, Volume 111, Issue 23, doi:10.1063/1.480419
- [10] Helbig K. (2007): *Messung zur Hydrodynamik und zum Wärmetransport bei der Filmverdampfung*, Dissertationsschrift, Technische Universität Darmstadt
- [11] Meier G.E.A. (1999): *Hintergrund-Schlierenverfahren*, Patentschrift, Deutsches Patentamt, DE 19942856 A1
- [12] Richard H., Raffel M., Rein M., Kompenhans J., Meier G.E.A. (2002): *Demonstration of the applicability of a Background Oriented Schlieren (BOS) method*, Laser Techniques for Fluid Mechanics, Springer Berlin Heidelberg New-York, S.145-156
- [13] Raffel M., Willert C.E., Wereley S.T., Kompenhans J. (2007): *Particle Image Velocimetry - A Practical Guide*, Springer-Verlag, Berlin
- [14] Schreer O. (2005): *Stereoanalyse und Bildsynthese*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- [15] Abdel-Aziz Y.I., Karara H.M. (1971): *Direct linear transformations from comparator into object space coordinates in close-range photogrammetry*, Proceedings of the Symposium on Close-Range Photogrammetry, University of Illinois at Urbana-Campaign, Urbana, Pages 1-18
- [16] Burger W., Burge M. J. (2006): *Digitale Bildverarbeitung - Eine Einführung mit Java und ImageJ*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg
- [17] Steinmüller J. (2008): *Bildanalyse - Von der Bildverarbeitung zur räumlichen Interpretation von Bildern*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg
- [18] Hartley R.I., Zisserman A. (2000): *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press
- [19] Kwon Y.-H. (1998), DLT How to, <http://www.kwon3d.com/theory/dlt/dlt.html> (Geladen am 09 Sep. 2010)
- [20] Zhang Z. (1999): *A Flexible New Technique For Camera Calibration*, Technical Report MSR-TR-98-71, Microsoft Research