

ENTWURF UND ANALYSE VON REGELUNGSKONZEPTEN FÜR EIN ELEKTRISCH BETÄTIGTES BUGFAHRWERK

H. Lüdders, TU Hamburg-Harburg, Institut für Flugzeug-Systemtechnik,
Nesspriel 5, 21129 Hamburg, Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Dieses Paper beschreibt zwei Reglerentwürfe für ein elektrisches Fahrwerk. Das zu betrachtende Fahrwerk weist eine hohe Nichtlinearität aufgrund der gewählten Kinematik auf. Zuerst wird in diesem Paper ein nicht-lineares Simulationsmodell des Fahrwerks mithilfe des physikalischen Modellierungswerkzeuges SimMechanics aufgestellt. Das nichtlineare Modell wird einerseits in verschiedenen Arbeitspunkten linearisiert, um so den Ausgangspunkt für die Entwicklung eines linearen Kaskadenreglers zu geben. Andererseits wird von diesem Modell ein lineares Parameter Variierendes Modell (LPV-Modell) abgeleitet. Auf Basis dieses LPV-Modells wird durch Anwendung der Formfiltermethode ein LPV-Regler für das Fahrwerk entwickelt. Abschließend werden die beiden Reglerkonzepte am nichtlinearen Simulationsmodell getestet und verglichen.

SCHLAGWORTE

Elektrisch betätigtes Fahrwerk; Kinematikmodellierung; LPV

1 EINFÜHRUNG

Heutige Fahrwerksysteme werden üblicherweise mit hydraulischer Energie aus den Konstantdrucknetzen des Flugzeuges betrieben [10]. Das Ein- und Ausfahren der Fahrwerke wird mit Differentialzylindern sichergestellt, die über Drosselschaltungen sowie Endlagendämpfungen gesteuert werden. Da das Ein- und Ausfahren nicht aktiv geregelt wird, ist die Ein- und Ausfahrgeschwindigkeit abhängig von der aktuellen Belastung. Diese Art der Betätigung führt zu hohen energetischen Verlusten durch den Strömungswiderstand an den Drosseln sowie in den Rohrleitungen. Die hydraulischen Rohrleitungen haben des Weiteren eine hohe Systemmasse und sind wartungsintensiv. Im Zusammenhang mit den Technologieentwicklungen des „More Electric Aircraft“ ist ein Ziel, die hydraulische Betätigung von Fahrwerken durch elektrische Lösungen zu ersetzen.

In vorangegangenen Arbeiten am Institut für Flugzeug-Systemtechnik der Technischen Universität Hamburg-Harburg wurde bereits ein systemtechnisches Konzept entwickelt, in dem das Ein- und Ausfahren des Bugfahrwerkes über einen Rotationsaktuator realisiert wird (Bild 1) [4]. Dieser Aktuator besteht aus einem permanent-magneterregten Gleichstrommotor und zwei untersetzenden Getriebestufen.

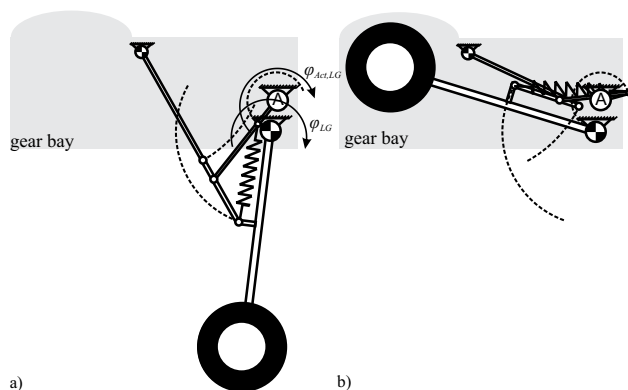


BILD 1: Fahrwerkkinematik; a) eingefahren; b) ausgefahren

Dieses neuartige Konzept stellt jedoch eine Herausforderung an die Regelung dar. Bei der konventionellen hydrau-

lischen Lösung wird das Fahrwerk rein gesteuert betrieben und nur mithilfe der Endlagendämpfung des Differentialzylinders in den Endlagen abgebremst, bevor die Anschläge erreicht werden. Diese Art des Betriebes hat jedoch eine erhöhte Belastung der Komponenten zur Folge und der elektrische Antrieb (inkl. Getriebestufen) könnte so auf Dauer beschädigt werden. Da zusätzlich Leichtbaukomponenten für den Aufbau des neuartigen Fahrwerks eingesetzt werden, ist es sinnvoll, den Ein- und Ausfahrvorgang des elektrisch betätigten Fahrwerks geregelt zu betreiben und so das sichere Erreichen der Endlagen materialschonend zu gewährleisten.

Eine Gesamtregelung der Position des Fahrwerkbeins bietet gegenüber einer Positionsregelung des Antriebs den Vorteil, dass kleine Veränderungen der Geometrie, z.B. durch elastische Verformung oder Spiel einzelner Komponenten, keine Folgen für die Funktionstüchtigkeit des Fahrwerks haben. Die Herausforderung für eine Gesamtregelung liegt darin, dass das Fahrwerk einen großen Winkel überfährt und somit ein stark nichtlineares System darstellt. Zudem existieren zwei Endlagen, die präzise erreicht werden müssen, welches eine Linearisierung um nur einen Arbeitspunkt schwierig macht.

In diesem Paper werden zwei Regelungskonzepte für das elektrisch betätigte Fahrwerk vorgestellt und miteinander verglichen. In einem ersten Schritt wird ein nichtlineares Simulationsmodell des Systems mit Matlab/Simulink und SimMechanics erstellt. Dieses Modell wird für die Reglerauslegung in verschiedenen Arbeitspunkten linearisiert.

Basierend auf den Linearmodellen wird zunächst eine Kaskadenregelung ausgelegt. Dieses Regelungskonzept wird in regelungstechnischen Anwendungen häufig verwendet, um Antriebe unterschiedlichster Ausführungen zu regeln. Diese Regelung wird auf Basis der aufgestellten Reglerentwurfsanforderungen am nichtlinearen Simulationsmodell bewertet.

Die hohe Nichtlinearität des Systems legt es nahe, ein Reglersyntheseverfahren zu verwenden, das gezielt die Nichtlinearität des Systems beim Entwurf berücksichtigt. Aus diesem Grund wird ein zweites Konzept, eine LPV-Regelung, für dieses System ausgelegt. In diesem Zusammenhang werden die Stärken einer LPV-Regelung gegenüber einer

linearen Regelung herausgestellt.

2 Modellierung des Fahrwerks

Bild 1 zeigt ein Schema der Fahrwerkskinematik. Bei dieser Kinematik handelt es sich um eine Sechsgelenk-Kette. Für eine mathematische Beschreibung dieser Kette müssten fünf Differentialgleichungen (eine für jeden Körper) miteinander gekoppelt werden, welches einen sehr großen Aufwand bedeuten würde. Aus diesem Grund ist es üblich, solche Kinematiken mit Mehrkörpersimulationsprogrammen zu beschreiben [4]. Ein mögliches Programm hierfür ist SimMechanics. Mit den Geometrie- und Massewerten des Fahrwerks kann hierfür leicht ein nichtlineares Modell in SimMechanics aufgestellt werden. Ein Schema dieses Modells wird in Bild 2 gezeigt.

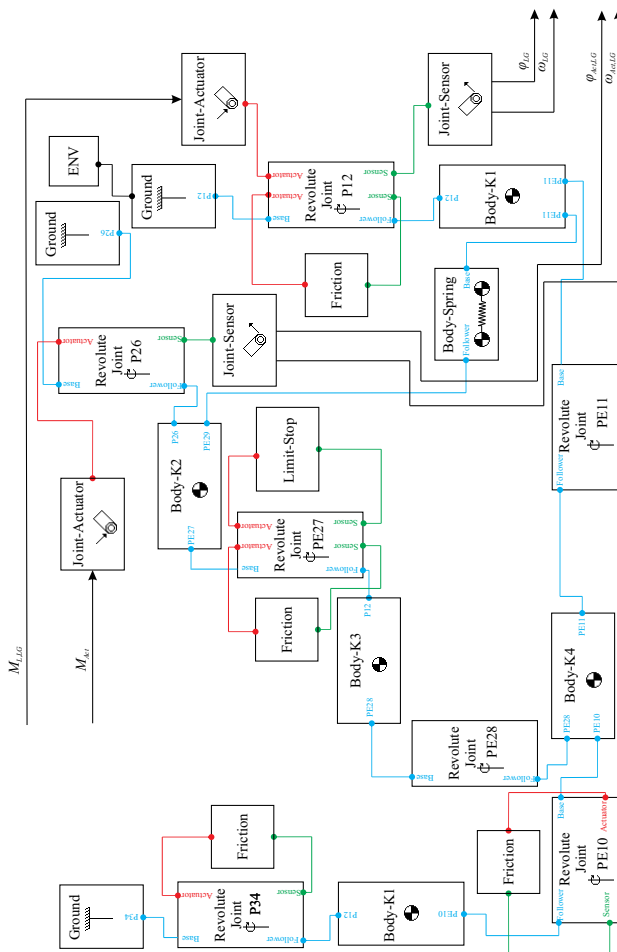


BILD 2: Aufbau des Fahrwerkkinematikmodells

Das Fahrwerk wird über einen elektromechanischen Rotationsaktuator angetrieben. Dieser Rotationsaktuator besteht aus drei Komponenten: einem elektrischen Motor, inkl. Leistungselektronik, und zwei nachgeschalteten Getriebestufen. Jede dieser Komponenten wird durch ein Masse-Feder-Dämpfer Element modelliert, wobei sowohl viskose, coulombsche als auch Haftreibung modelliert wird. Das hierfür benötigte nichtlineare Modell wird unter Simulink aufgestellt. Das Modell für den Rotationsaktuator kann direkt mit dem Kinematikmodell gekoppelt werden, da SimMechanics Teil der Simulink-Umgebung ist. Das Ergebnis der Modellierung ist ein nichtlineares Modell der Ordnung acht, welches

in Bild 3 gezeigt ist. Die Fahrwerkskinematik hat eine Ordnung von zwei, da sie aus steifen Körpern modelliert ist und über einen Freiheitsgrad verfügt.

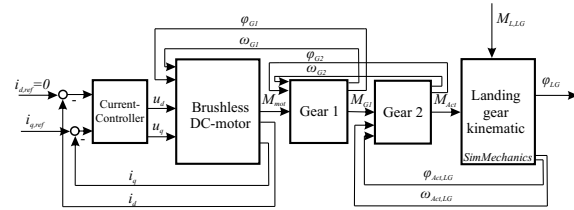


BILD 3: Nichtlineares Simulationsmodell

2.1 Linearisierung des Modells

Viele Reglersyntheseverfahren basieren auf linearen Modellen. Der Grund ist, dass die Systemeigenschaften linearer Systeme leichter zu analysieren sind. Hierfür werden die nichtlinearen Modelle durch Vernachlässigung der Nichtlinearitäten oder durch Jacobi-Linearisierung linearisiert [9].

Aus diesem Grund erscheint es als sinnvoll, ein lineares Modell für das Fahrwerk herzuleiten. Während die Linearisierung der Antriebseinheit kein Problem darstellt (da hier lediglich die nichtlinearen Reibterme aufgelöst werden müssen), liegt die Problematik hier in der Linearisierung der Kinematik. SimMechanics bietet zwar die Möglichkeit, automatisiert in einem beliebigen Arbeitspunkt eine Linearisierung durchzuführen. Die Wahl eines geeigneten Linearisierungspunktes ist aufgrund der hohen Nichtlinearität der Kinematik aber problematisch. Deutlich wird dieses bei der Betrachtung der Übersetzung zwischen dem Antrieb und dem Fahrwerksbein. In Bild 4 ist zu erkennen, dass die Übersetzung zwischen einem Wert von 0 und 1 variiert.

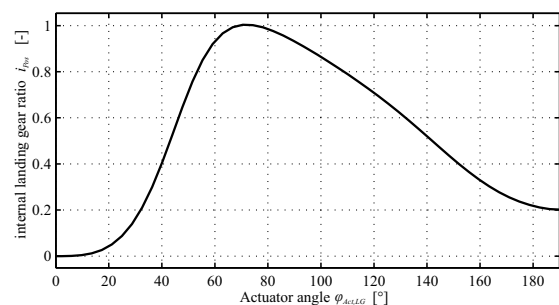


BILD 4: Übersetzung der Fahrwerkskinematik

Für die Fahrwerksregelung gibt es zwei kritische Operationspunkte: die vollständig ausgefahrene Position bei einem Antriebswinkel $\phi_{act, LG} = 0^\circ$ und die vollständig eingefahrene Position bei einem Antriebswinkel bei $\phi_{act, LG} = 190^\circ$. In Bild 5 wird zusätzlich der Verlauf des Fahrwerkswinkels ϕ_{LG} über den Antriebswinkel $\phi_{act, LG}$ betrachtet. Hier wird deutlich, dass es nicht möglich ist, eine einzelne Tangente an diese Kurve zu legen, die beide Endlagen zufriedenstellend beschreibt. Aus diesem Grund werden wie in Bild 5 gezeigt, drei Linearisierungspunkte gewählt.

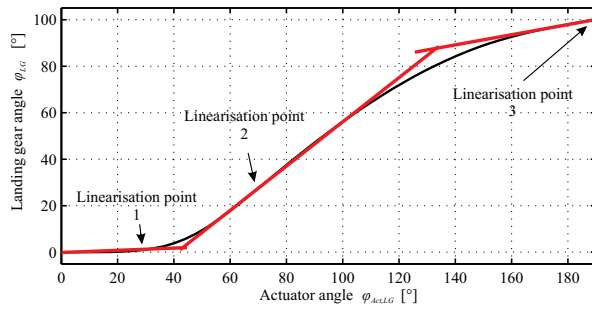


BILD 5: Linearisierungspunkte der Fahrwerkskinematik

Im Idealfall würde der erste Linearisierungspunkt bei $\phi_{act,LG} = 0^\circ$ liegen. Im Linearmodell wäre dann jedoch die Übersetzung zwischen Antrieb und Fahrwerksbein Null und somit für eine Reglerauslegung unbrauchbar. Aus diesem Grund wird der erste Linearisierungspunkt bei einem Winkel von $\phi_{act,LG} = 30^\circ$ gewählt. Um den Linearisierungsfehler möglichst klein zu halten, wird nachträglich die Übersetzung im Linearmodell so angepasst, dass die Linearisierungstangente zu einer Sekante wird, die durch den Nullpunkt geht. Der zweite Linearisierungspunkt wird bei $\phi_{act,LG} = 70^\circ$ gewählt, um eine Beschreibung des mittleren Bereiches zu erhalten. Die zweite Endlage dient als dritter Linearisierungspunkt.

Das Ergebnis der Linearisierung sind drei Linearmodelle achter Ordnung, welche im folgenden am Nichtlinearmodell verifiziert werden.

2.2 Verifikation der Linearmodelle

Bevor die drei Linearmodelle für einen Reglerentwurf verwendet werden können, müssen sie auf ihre Akkuratheit untersucht werden. Aus diesem Grund werden sie mit dem Nichtlinearmodell verglichen. Zwei der drei Linearmodelle sind allerdings instabil. Deshalb wird die Verifikation in einem geschlossenen Regelkreis nach dem in Bild 6 gezeigten Verfahren durchgeführt.

Jedes Linearmodell wird mit dem nichtlinearen Modell um seinem jeweiligen Arbeitspunkt mit einem Sollwertsprung $\tilde{\phi}_{LG,ref}$ verglichen. Der hierfür benötigte Regler K_{val} ist heuristisch ermittelt worden. Das Ergebnis dieser Verifikation ist in den Bildern 7 bis 9 zu sehen.

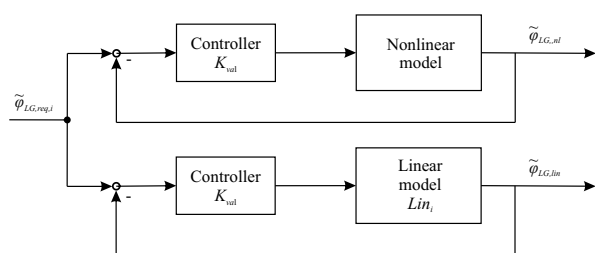


BILD 6: Schema zur Verifikation der linearen Modelle Lin_i $i = 1, 2, 3$ am nichtlinearen Modell

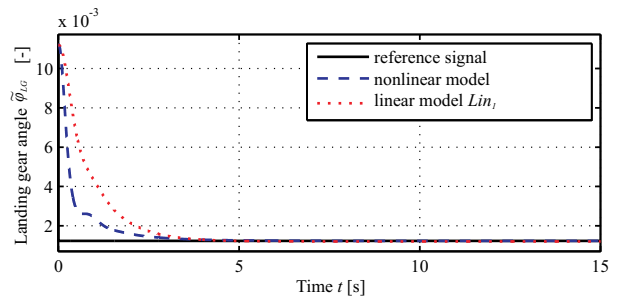


BILD 7: Vergleich zwischen dem linearen Modell Lin_1 und dem nichtlinearen Modell (Geschlossener Regelkreis)

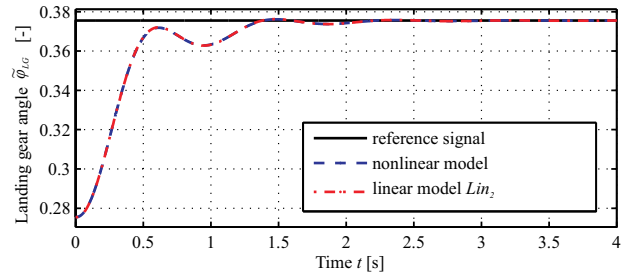


BILD 8: Vergleich zwischen dem linearen Modell Lin_2 und dem nichtlinearen Modell (Geschlossener Regelkreis)

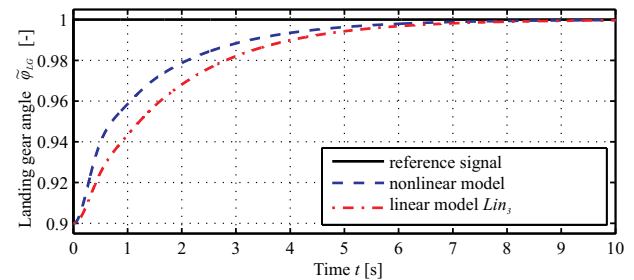


BILD 9: Vergleich zwischen dem linearen Modell Lin_3 und dem nichtlinearen Modell (Geschlossener Regelkreis)

Das Linearmodell Lin_2 (Bild 8) beschreibt die Dynamik des nichtlinearen Modells um dem Arbeitspunkt 2 sehr genau. Der Grund hierfür ist in Bild 5 zu erkennen. Die dort angelegte Tangente unterscheidet sich kaum von der Übersetzungskurve in diesem Punkt. Somit ist eine sehr genaue Beschreibung möglich. Das Linearmodell Lin_2 weist deutlich erkennbare Unterschiede zum Nichtlinearmodell auf. In Bild 7 ist zu erkennen, dass das nichtlineare Modell anfangs deutlich schneller, in der Schlussphase jedoch deutlich langsamer reagiert. Auch dieses lässt sich mithilfe des Bildes 5 erklären. Anfangs wird im Linearisierungspunkt die Übersetzung zu klein angenommen, nahe des Nullpunktes wiederum zu groß. Der Vergleich zwischen dem Linearmodell Lin_3 und dem nichtlinearen Modell zeigt ebenfalls erkennbare Unterschiede.

Die drei entwickelten Linearmodelle stellen eine vernünftige Approximation in der Nähe der Linearisierungspunkte dar. Es wird sich bei der Reglersynthese zeigen, ob die Genauigkeit der Modelle ausreicht, damit ein Regler entwickelt werden kann, der den Anforderungen am Nichtlinearmodell genügt.

2.3 LPV-Modellierung

Die hohe Nichtlinearität des Systems und die schwierige Linearisierung des Modells zeigen die Notwendigkeit auf, einen Regler zu entwickeln, der direkt die Nichtlinearität des Systems beim Entwurf berücksichtigen kann. Ein vielversprechender Ansatz stellt der Entwurf einer LPV-Regelung für das Fahrwerk dar. Für den Entwurf eines solchen Reglers wird jedoch ein LPV-Modell des Systems benötigt, welches im folgenden aus dem Nichtlinearmodell hergeleitet wird. Ein LPV-Modell wird durch ein parameterabhängiges Zustandsraummodell

$$G(\theta) := \begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta(t))x(t) + B(\theta(t))u(t) \\ y(t) = C(\theta(t))x(t) + D(\theta(t))u(t) \end{cases} \quad (1)$$

mit dem Parameterraum

$$\mathcal{P} \in \mathbb{R}^l : \theta \in \mathcal{P}, \forall t > 0. \quad (2)$$

definiert, wobei $x \in \mathbb{R}^n$ der Zustandsraum, $u \in \mathbb{R}^m$ den Eingangsvektor und $y \in \mathbb{R}^p$ den Ausgangsvektor darstellen. Die Matrizen $A(\theta)$, $B(\theta)$, $C(\theta)$, $D(\theta)$ sind analytische Funktionen von θ . Der Parametervektor $\theta(t)$ beschreibt einen zeitabhängigen Parametervektor und ist abhängig vom Messsignalvektor $\rho(t)$, welcher die sogenannten *Scheduling*-Signale zusammenfasst

$$\theta(t) = f_\theta(\rho(t)). \quad (3)$$

Hierbei stellt $f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^l$ die analytische Parameterfunktion dar. Wenn $\rho(t)$ von dem Zustandsvektor oder von den Ein- und Ausgangsvektoren abhängt, wird eine solches LPV-Modell *quasi*-LPV-Modell genannt.

Ein LPV-Modell wird zudem *polytop* genannt, wenn es durch eine lineare Kombination aus einer endlichen Zahl von konstanten Zustandsraummodellen dargestellt werden kann. Die hierfür benötigten Zustandsraummodelle ergeben sich, wenn das LPV-Modell an den Eckpunkten $\theta_{v,i} = \text{const}$ des Parameterraums \mathcal{P} ausgewertet wird. Das LPV-Modell wird somit durch ein Matrix-Polytop beschrieben, dessen konvexe Hülle durch die konstanten Zustandsraummatrizen dargestellt wird [2]. Für das LPV-Modell ergeben sich somit die folgenden Eigenschaften:

$$\begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix} \in \quad (4)$$

$$Co \left\{ \begin{bmatrix} A(\theta_{v1}) & B(\theta_{v1}) \\ C(\theta_{v1}) & D(\theta_{v1}) \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} A(\theta_{vi}) & B(\theta_{vi}) \\ C(\theta_{vi}) & D(\theta_{vi}) \end{bmatrix} \right\} \quad (5)$$

$$= \sum_{i=1}^L \alpha_i \begin{bmatrix} A(\theta_{vi}) & B(\theta_{vi}) \\ C(\theta_{vi}) & D(\theta_{vi}) \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad \alpha_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^L \alpha_i = 1 \quad (6)$$

Ziel des LPV-Regler-Entwurfes soll es sein, einen Regler möglichst kleiner Ordnung zu entwickeln. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, ein LPV-Modell möglichst kleiner Ordnung herzuleiten, da bei dem in diesem Paper gewählten Syntheseverfahren die Ordnung des Reglers direkt von der Ordnung des Modells abhängt. Eine möglichst geringe Ordnung wird in diesem Fall dadurch erreicht, dass die Dynamiken der Antriebseinheit, welche durch den Motor und den beiden Getriebestufen hervorgerufen werden, vernachlässigt werden. Um den hierdurch entstehenden Fehler jedoch möglichst klein zu halten, werden die Trägheiten und die viskosen Reibanteile dieser Komponenten dem ersten Körper der Fahrwerkskinematik zugeordnet. Die anderen Reibanteile des Antriebs werden durch einen zusätzlichen viskosen

Reibanteil abgeschätzt, um Diskontinuitäten in der Kinematik zu vermeiden. Auf diese Weise kann der Aktuator auf einen konstanten Term reduziert werden. Das Bild 10 fasst dieses Vorgehen zusammen.

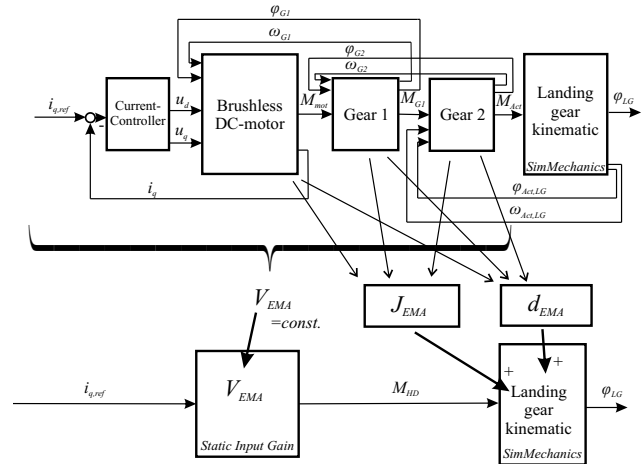


BILD 10: Vorgehen bei der Ordnungsreduktion

Als Ergebnis steht ein ordnungsreduziertes nichtlineares Modell. Das vereinfachte Modell besitzt eine Ordnung von zwei und ist vollständig in SimMechanics beschrieben. Im folgenden wird eine Möglichkeit vorgestellt, wie ein LPV-Modell aus einem SimMechanics-Modell hergeleitet werden kann.

SimMechanics ermöglicht es, dieses Modell in jedem beliebigen Operationspunkt zu linearisieren. Somit ist es möglich, ein LPV-Modell aufzubauen, indem zwischen den Jacobi-linearisierten Modellen interpoliert wird. Es wurde allerdings in [6] gezeigt, dass dieses Vorgehen zu unbefriedigenden Ergebnissen führen kann, wenn auf Basis eines solchen LPV-Modells eine Reglersynthese durchgeführt wird. Der Grund hierfür liegt darin, dass eine solches LPV-Modell auf einer Interpolation von eigenständigen Linearmodellen beruht, welche jeweils bedingt durch die Linearisierung ihre eigenen Zustände, Eingänge und Ausgänge besitzen. Es handelt sich somit im engeren Sinne nicht um ein einzelnes dynamisches System. Die hier vorgestellte Methodik basiert dennoch auf dem Jacobi-Linearisierungsansatz. Es werden aber zusätzliche Informationen berücksichtigt, wie das notwendige Haltemoment für den jeweiligen Linearisierungspunkt.

Für die Fahrwerkskinematik kann die folgende nichtlineare Differentialgleichung aufgestellt werden (lediglich viskose Reibung wird berücksichtigt):

$$J(\varphi_{Act,LG}) \cdot \ddot{\varphi}_{Act,LG} = G(\varphi_{Act,LG}) + d(\varphi_{Act,LG}) \cdot \dot{\varphi}_{Act,LG} + M_{Act,LG} \quad (7)$$

$$\varphi_{LG} = i_{Pos}(\varphi_{Act,LG}) \cdot \varphi_{Act,LG} \quad (8)$$

Alle Größen in (7) und (8) sind Skalare. Die Größe J beschreibt die Trägheit des Systems, welche sich mit dem aktuellen Winkel des Aktuators ändert. G fasst alle Gravitationsmomente und Momente, die aufgrund der internen Federn entstehen, zusammen. Auch diese Größe ändert sich mit dem Aktuatorwinkel. Der Term d fasst die viskose Reibung des Systems zusammen und variiert ebenfalls mit dem

aktuellen Fahrwerkswinkel. $M_{Act, LG}$ ist das Antriebsdrehmoment des Aktuators und ϕ_{LG} beschreibt den Ausfahrwinkel des Fahrwerks. Um ϕ_{LG} aus dem Aktuatorwinkel $\phi_{Act, LG}$ zu berechnen, muss dieser mit der sich verändernden Positionsübersetzung i_{Pos} multipliziert werden. Das folgende Problem ist, dass die Funktionen von Jm G , d und i_{Pos} unbekannt sind und im folgenden identifiziert werden müssen. Die in (7) und (8) dargestellten Gleichungen können wie folgt in eine LPV-Form umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{Act, LG} \\ \ddot{\phi}_{Act, LG} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{G(\phi_{Act, LG})}{J(\phi_{Act, LG}) \cdot \phi_{Act, LG}} & \frac{d(\phi_{Act, LG})}{J(\phi_{Act, LG})} \end{bmatrix}}_{A(\theta)} \begin{bmatrix} \phi_{Act, LG} \\ \dot{\phi}_{Act, LG} \end{bmatrix} \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J(\phi_{Act, LG})} \end{bmatrix}}_{B(\theta)} M_{Act, LG}, \quad (9) \\ \begin{bmatrix} \phi_{Act, LG} \\ \dot{\phi}_{Act, LG} \\ \phi_{LG} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ i_{Pos}(\phi_{Act, LG}) & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C(\theta)} \begin{bmatrix} \phi_{Act, LG} \\ \dot{\phi}_{Act, LG} \end{bmatrix}. \quad (10) \end{aligned}$$

Somit werden die folgenden *Scheduling*-Variablen eingefügt:

$$\theta_{A21} = \frac{G(\phi_{Act, LG})}{J(\phi_{Act, LG}) \cdot \phi_{Act, LG}}, \theta_{A22} = \frac{d(\phi_{Act, LG})}{J(\phi_{Act, LG})}, \quad (11)$$

$$\theta_{B21} = \frac{1}{J(\phi_{Act, LG})}, \theta_{C31} = i_{Pos}(\phi_{Act, LG}). \quad (12)$$

Im folgenden wird gezeigt, welche Informationen aus der Jacobi-Linearisierung gewonnen werden können. Wird die Kinematik bei einem Winkel $\bar{\phi}_{Act, LG}$ linearisiert, verschiebt sich der Operationspunkt zu:

$$\bar{\phi}_{Act, LG} = \phi_{Act, LG} - \bar{\phi}_{Act, LG}. \quad (13)$$

Unter Berücksichtigung dieser Verschiebung ergeben sich die Taylorreihen erster Ordnung für die Terme der Gleichungen (11) und (12) zu:

$$T_1(\ddot{\phi}_{Act, LG}) = \ddot{\bar{\phi}}_{Act, LG} = \ddot{\phi}_{Act, LG}, \quad (14)$$

$$T_1(\dot{\phi}_{Act, LG}) = \dot{\bar{\phi}}_{Act, LG} = \dot{\phi}_{Act, LG}, \quad (15)$$

$$T_1(\phi_{Act, LG}) = \bar{\phi}_{Act, LG} = \phi_{Act, LG} - \bar{\phi}_{Act, LG}, \quad (16)$$

$$T_1(J(\phi_{Act, LG})) = J(\bar{\phi}_{Act, LG}) + \dot{J}(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \bar{\phi}_{Act, LG}, \quad (17)$$

$$T_1(G(\phi_{Act, LG})) = G(\bar{\phi}_{Act, LG}) + \dot{G}(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \bar{\phi}_{Act, LG}, \quad (18)$$

$$T_1(d(\phi_{Act, LG})) = d(\bar{\phi}_{Act, LG}) + \dot{d}(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \bar{\phi}_{Act, LG}, \quad (19)$$

$$T_1(i_{Pos}(\phi_{Act, LG})) = i_{Pos}(\bar{\phi}_{Act, LG}) + \dot{i}_{Pos}(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \bar{\phi}_{Act, LG}. \quad (20)$$

In linearen Differentialgleichungen werden Doppelterme wie $\bar{\phi}_{Act, LG} \cdot \dot{\bar{\phi}}_{Act, LG}$ or $\dot{\bar{\phi}}_{Act, LG} \cdot \bar{\phi}_{Act, LG}$ vernachlässigt. Somit ergibt sich die linearisierte Version von (7) zu:

$$\begin{aligned} J(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \ddot{\bar{\phi}}_{Act, LG} &= \dot{G}(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \bar{\phi}_{Act, LG} \\ &+ d(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \dot{\bar{\phi}}_{Act, LG} + \bar{M}_{Act, LG} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \bar{M}_{Act, LG} &= M_{Act, LG} - \bar{M}_{Act, LG} \\ &= M_{Act, LG} - (-G(\phi_{Act, LG})). \end{aligned} \quad (22)$$

Durch die Transformation dieser Gleichungen in ein Zustandsraummodell wird der folgende Ausdruck erzeugt:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\bar{\phi}}_{Act, LG} \\ \ddot{\bar{\phi}}_{Act, LG} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{\dot{G}(\bar{\phi}_{Act, LG})}{J(\bar{\phi}_{Act, LG})} & \frac{d(\bar{\phi}_{Act, LG})}{J(\bar{\phi}_{Act, LG})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_{Act, LG} \\ \dot{\bar{\phi}}_{Act, LG} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J(\bar{\phi}_{Act, LG})} \end{bmatrix} \bar{M}_{Act, LG}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\bar{\phi}_{LG} = i_{Pos}(\bar{\phi}_{Act, LG}) \cdot \bar{\phi}_{Act, LG}. \quad (24)$$

Aus dem Vergleich (9) mit (23) ergibt sich, dass der Verlauf der Parameter θ_{A22} und θ_{B21} gemessen werden kann, wenn die Kinematik an ausreichend vielen Operationspunkten linearisiert wird, um den gesamten Operationsbereich abzudecken. Um jedoch die Funktionen von θ_{A21} und θ_{C31} zu bestimmen, muss eine andere Methodik verwendet werden.

SimMechanics bietet die Möglichkeit das statische Haltemoment $\bar{M}_{Act, LG}$ zu messen, welches benötigt wird, um die Kinematik im gewünschten Operationspunkt zu halten. Nach (22) ist dieses Moment äquivalent zu $-G(\bar{\phi}_{Act, LG})$. Mit $\frac{1}{J(\bar{\phi}_{Act, LG})} = \theta_{B21}$ und $\bar{\phi}_{Act, LG}$ als Linearisierungswinkel sind alle Größen bekannt um θ_{A21} wie folgt zu bestimmen:

$$\theta_{A21} = \frac{-\bar{M}_{Act, LG}}{\bar{\phi}_{Act, LG}} \theta_{B21}. \quad (25)$$

Die Funktion θ_{C31} kann ebenfalls nicht mit dem Linearisierungsansatz bestimmt werden, da durch die Verschiebung des Operationspunktes der Term $i_{Pos}(\bar{\phi}_{Act, LG})$ ungleich zu $i_{Pos}(\phi_{Act, LG})$ ist. Durch zusätzliches Messen der Größe ϕ_{LG} kann jedoch auch diese Größe bestimmt werden. Somit ergibt sich θ_{C31} zu:

$$\theta_{C31} = i_{Pos}(\phi_{Act, LG}) = \frac{\phi_{LG}(\bar{\phi}_{Act, LG})}{\bar{\phi}_{Act, LG}}. \quad (26)$$

Das vollständig beschriebene Verfahren ist in Bild 11 ersicht-lich.

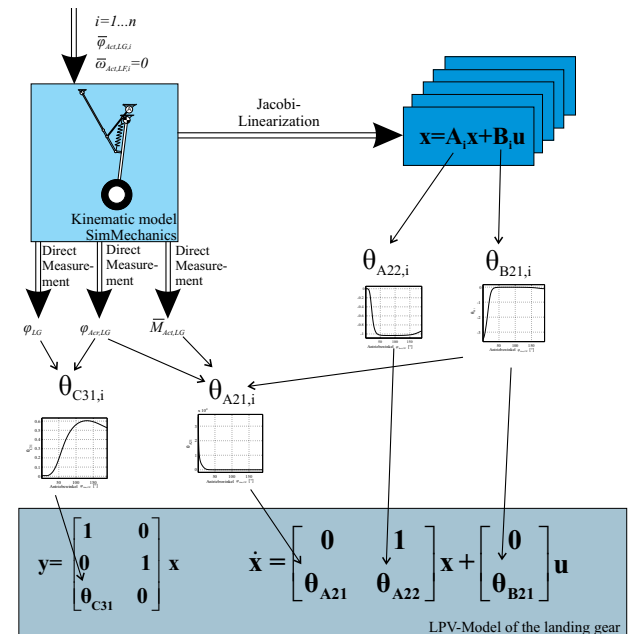


BILD 11: Vorgehen zur Identifikation des LPV-Modells für die Fahrwerkskinematik

Durch die Verlaufsbeobachtung der vier Parameter θ_i zeigt sich, dass der Parameter θ_{A22} als eine affine Funktion des Parameters θ_{B21} approximiert werden kann.

$$\theta_{A22} \approx \theta_{A22}^* = -k_1 \cdot \theta_{B21} - k_2 \quad (27)$$

Die Faktoren k_1 und k_2 sind konstant. Somit bleibt der polynome Charakter des LPV-Modells erhalten.

An dieser Stelle sollte erwähnt werden, dass die oben beschriebene Methodik zur Herleitung eines LPV-Modells auch auf andere physikalisch modellierte Kinematiken mit einem Freiheitsgrad übertragen werden kann.

2.4 Verifikation des LPV-Modells

Wie auch die Linearmodelle, wird das hergeleitete LPV-Modell am nichtlinearen Modell verifiziert. Hierbei wird ähnlich zu Bild 6 eine Testumgebung aufgebaut. Für die Verifikation wird der gleiche Regler K_{val} verwendet. Als Vorgabesignal wird ein Multisin-Signal verwendet, welches das erwartete Frequenzspektrum des Fahrwerks berücksichtigt. Das Ergebnis dieser Verifikation ist in Bild 12 zu sehen.

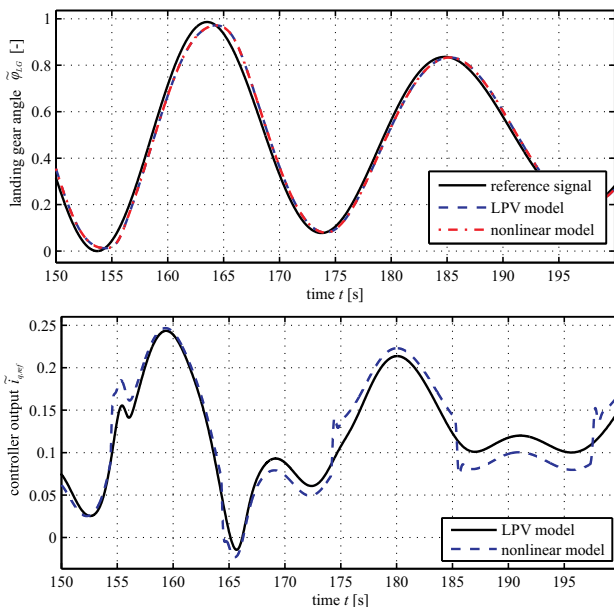


BILD 12: Verifikation des LPV-Modells

Das erste Diagramm vergleicht die beiden Ausgangsgrößen des Systems, während das zweite Diagramm die Stellgröße des Reglers zeigt. In der Ausgangsgröße ist kein Unterschied zwischen dem LPV-Modell und dem nichtlinearen Modell zu erkennen. Es kann allerdings ein Unterschied bei der Stellgröße ausgemacht werden. Der Grund hierfür liegt darin, dass im LPV-Modell lediglich viskose Reibung modelliert ist. Wenn eine Winkelgeschwindigkeit von null kommandiert wird (in den Hoch- und Tiefpunkten des Sollsignals) macht sich dieses in der Stellgröße bemerkbar. Dennoch kann gesagt werden, dass das LPV-Modell das nichtlineare Modell auf eine gute Weise approximiert und im folgenden für einen Reglerentwurf verwendet werden kann.

3 Reglersynthese

Bevor es zur Reglersynthese in diesem Kapitel kommt, werden die Anforderungen an eine Regelung für das Fahrwerk aufgeführt. Danach wird basierend auf den drei entwickelten

Linearmodellen ein Kaskadenregler ausgelegt. Anschließend wird eine LPV-Regelung basierend auf dem LPV-Modell entwickelt. Abschließend werden die beiden Reglerentwürfe miteinander verglichen.

3.1 Reglerentwurfspanforderungen

Die zu entwerfenden Regler sollen am nichtlinearen System getestet werden. Die Regler sollen das Fahrwerk auf einer entwickelten Trajektorie verfahren, welche die Anforderungen an die Dynamik des Fahrwerks zusammenfasst. Das Fahrwerk soll in ca. 8s sanft und ohne Überspringen eingefahren werden, um Strukturschäden auszuschließen. Nach wenigen Sekunden in der eingefahrenen Position soll das Fahrwerks ebenfalls wieder in 8s ausgefahren werden. Zusätzlich soll das Fahrwerk während dieses Vorgangs mit einer Lasttrajektorie beaufschlagt werden, die ein Worst-Case-Szenario definiert. In Bild 13 ist diese Lasttrajektorie in normalisierter Form gezeigt. Die Haupteffekte in dieser Trajektorie basieren auf Lasten durch Flugmanöver und aerodynamische Kräfte.

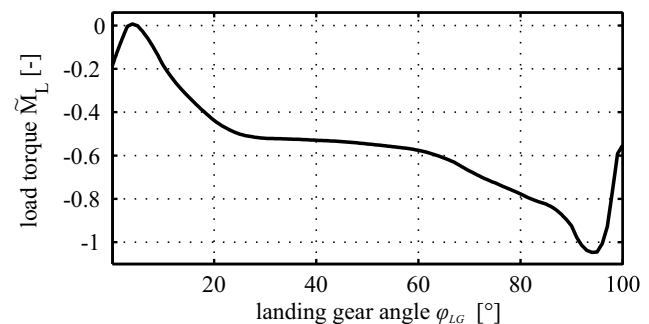


BILD 13: Normalisierte Lasttrajektorie

3.2 Entwurf der Kaskadenregelung

Die wesentlichen Vorzüge einer Kaskadenregelung liegen darin [7], dass

- sich eine transparente Reglerstruktur bildet,
- der Entwurf schrittweise vorgenommen werden kann,
- die einzelnen Reglerteile meist eine einfache Struktur aufweisen,
- in einem gewissen Grad eine Linearisierung der Nichtlinearitäten in den einzelnen Streckenteilen entsteht.

Besonders für Antriebsregelungen stellt es ein effektives Verfahren dar, weil von den einzelnen Streckenteilen je nach Bedarf die Beschleunigungs-, Drehzahl- und Lagegrößen zurückgeführt werden können [7]. So wird automatisch die Forderung erfüllt, dass der innere Regelkreis eine schnellere Dynamik zeigt als der äußere.

Basierend auf den drei Linearmodellen für das Fahrwerk wird an dieser Stelle eine lineare Kaskadenregelung für die Positionsregelung des Fahrwerks entwickelt. Hierbei wird auf die klassischen Reglerentwurfverfahren für einschleifige Regelkreise zurückgegriffen (Nyquist-Kriterium, Wurzelortskurvenbetrachtung). Die Kaskadenregelung wird beim vorliegenden Fahrwerk gemäß Bild 14 aufgebaut. Die Regelung besteht aus den zwei Teilen Positions- und Geschwindigkeitsregelung. Der innere Regelkreis wird mithilfe der Messgröße $\omega_{Act, LG}$ gebildet, die der Ausgangswinkelgeschwindigkeit des Aktuators entspricht. Vorteilhaft ist, dass sich die Nichtlinearität der Fahrwerkskinematik nur indirekt

auf diese Reglerschleife auswirkt. Dieser innere Regelkreis wird somit dafür verwendet, das Fahrwerk stabil zu regeln, ohne die direkte Auswirkung der nichtlinearen Übersetzung der Kinematik zu berücksichtigen. Der äußere Regelkreis wird mit der Messgröße ϕ_{LG} gebildet.

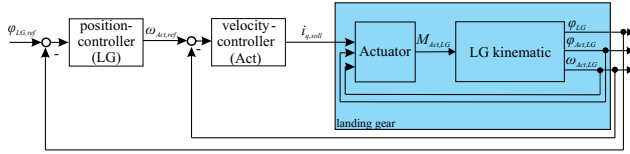


BILD 14: Aufbau der Kaskadenregelung für die vorliegende Fahrwerkskonfiguration

Ziel ist es, eine Regelung zu finden, die alle drei Linearmodelle hinreichend gut regelt. Es hat sich bei der Auslegung gezeigt, dass die besten Ergebnisse mit einem Geschwindigkeitsregler erreicht werden, der die folgende Struktur aufweist:

$$K_{vel} = 0.64 \frac{(s+9)(s+035)}{s^2} \quad (28)$$

Dieser Regler stabilisiert die drei Linearmodelle und erreicht eine hinreichend gute Performanz. Als Positionsregler ist ein Proportionalregler ausreichend. Bei einer Verstärkung von

$$K_{Pos} = 13 \quad (29)$$

wird das Maximum an Dynamik erreicht.

3.3 Entwurf der LPV-Regelung

Eine LPV-Reglersynthese kann verwendet werden, um Regler für nichtlineare Systeme zu entwickeln, welche sich automatisch dem aktuellen Zustand des Systems anpassen und so die Nichtlinearität berücksichtigen. Mit der Existenz einer quadratischen Lyapunov-Funktion P kann also ein LPV-Regler entworfen werden, der Stabilität und ein definiertes Level an Performanz für den gesamten Parameterraum \mathcal{P} garantiert. In [2] wird beschrieben, wie eine Umschreibung der Reglersynthese in das Lösen eines linearen Matrix-Ungleichungssystems (*Linear Matrix Inequality*, LMI) erfolgen kann. Mit diesem LMI-System kann der LPV-Regler für das Fahrwerk unter Verwendung der Formfiltermethode (*mixed sensitivity shaping approach*) bestimmt werden. Die hierfür benötigte verallgemeinerte Regelstrecke ist in Bild 15 gezeigt.

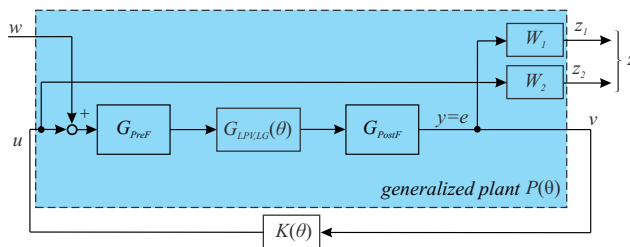


BILD 15: Verallgemeinerte Regelstrecke

Der Block $G_{LPV, LG}$ präsentiert das LPV-Modell zweiter Ordnung des Fahrwerks. G_{Pref} und G_{PostF} sind Vor- und Nachfilter, welche benötigt werden, um die Parameterabhängigkeit in der B- und C-Matrix der verallgemeinerten Regelstrecke in die A-Matrix zu verschieben [2]. Diese Filter besitzen eine Ordnung von eins und sind so gewählt, dass

sie nicht mit den Dynamiken der Strecke interagieren. W_1 und W_2 sind Formfilter (*Shaping filter*) mit einer Ordnung von eins. Mithilfe dieser wird die Möglichkeit gegeben, Designkriterien an die Reglerberechnung zu definieren. Die spezielle Struktur der verallgemeinerten Regelstrecke, welche in Bild 15 gezeigt ist, ermöglicht es, direkten Einfluss auf die Eingangsstörgrößen-Unterdrückung des geschlossenen Regelkreises zu nehmen. Dieser Ansatz erzeugt deutlich bessere Ergebnisse im Gegensatz zum „klassischen“ Formfilteransatz, in dem die Sensitivität und der Stellgrößenaufwand berücksichtigt werden [8].

Mit der Struktur aus Bild 15 und

$$W_1 = \frac{103530}{125s+1}, \quad W_2 = 10 \frac{s+100}{s+10^5} \quad (30)$$

wird der LPV-Regler berechnet und die Reglerentwurfsanforderungen werden getroffen. Das Ergebnis ist ein LPV-Regler $k(\theta)$ der Ordnung fünf. Aufgrund der Rang-Kondition, welche verwendet wurde, um die Ordnung des Reglers zu reduzieren [2], ist der Regler um eine Ordnung kleiner als die verallgemeinerte Regelstrecke. Der LPV-Regler $k(\theta)$ lautet:

$$\dot{x}_k(t) = A_k(\theta(t))x(t) + B_k(\theta(t))e(t) \quad (31)$$

$$u_k(t) = C_k(\theta(t))x_k(t) + D_k(\theta(t))e(t). \quad (32)$$

Dieser bekommt als Eingangsgröße den Regelfehler e . Zusätzlich empfängt der Regler die drei Scheduling Parameter θ_{A21} , θ_{B21} und θ_{C31} . Diese werden durch die in Abschnitt 2.3 identifizierten Funktionen p_{A21} , p_{B21} und p_{C21} in Abhängigkeit des Fahrwerkswinkels ϕ_{LG} bereit gestellt. In Bild 16 ist das Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises mit dem nichtlinearen Modell dargestellt. Es ist zu erkennen, dass auch hier die Vor- und Nachfilter implementiert werden. Der Grund ist, dass auf diesem Weg bessere Ergebnisse erreicht werden können, da so die Strecke eine höhere Ähnlichkeit zum Entwurfsmodell aufweist [2]. Durch Weglassen dieser Filter kann allerdings keine Verschlechterung der Ergebnisse ausgemacht werden.

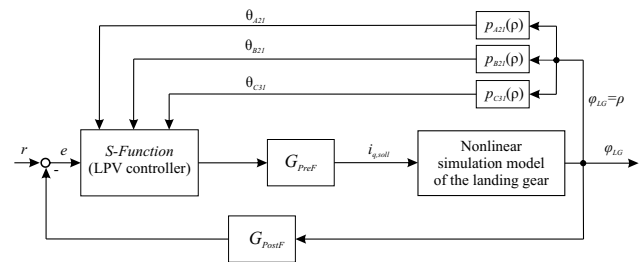


BILD 16: Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises mit LPV-Regler

3.4 Vergleich und Bewertung der entworfenen Regler

Das Bild 17 zeigt den direkten Vergleich der Ergebnisse, die mit den beiden entworfenen Reglern erzielt werden können.

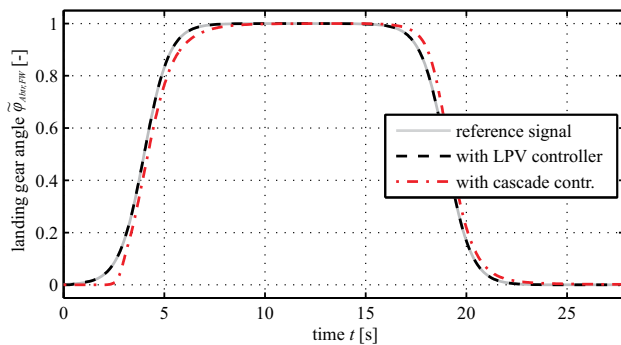


BILD 17: Vergleich der beiden Regler bei einer Sollwertfolge

Die durchgezogene Linie in diesem Diagramm zeigt die Referenztrajektorie, welche ein optimales Verhalten für das Fahrwerk beschreibt. Die gestrichelte Linie zeigt die Systemantwort des nichtlinearen Systems mit angeschlossener LPV-Regler. Die punktgestrichelte Linie stellt die Systemantwort des nichtlinearen Systems mit der entwickelten Kaskadenregelung dar. Bei beiden Reglertests wurde das nichtlineare System mit der in Bild 13 gezeigten Lasttrajektorie beaufschlagt.

Wie zu erkennen ist, folgt das System mit dem LPV-Regler dem Sollsignal deutlich besser als das System mit dem Kaskadenregler. Besonders in der ausgefahrenen Position des Fahrwerks ($\tilde{\varphi}_{LG} = 0$) zeigt sich, dass der Kaskadenregler Schwierigkeiten hat, dem Sollsignal zu folgen und somit die geforderten Anforderungen einzuhalten. Der Grund hierfür liegt hauptsächlich darin, dass der Kaskadenregler sich nicht auf die Nichtlinearität in der Übersetzung der Fahrwerkskinematik einstellen kann. Wie in Bild 4 gezeigt, wird diese in der ausgefahrenen Position zu Null. Um somit in diesem Bereich ein gutes Sollsignalverhalten zu zeigen, müsste die Reglerverstärkung sehr groß werden. Eine solche hohe Reglerverstärkung würde aber zu einer Instabilität in anderen Arbeitspunkten führen. Der LPV-Regler wiederum erkennt die Nichtlinearitäten des Systems und passt seine Stellgröße entsprechend nahezu perfekt an. Aus diesem Grund ist der LPV-Regler in der Lage, eine nahezu perfekte Sollwertfolge zu erreichen. Somit kann der LPV-Regler das Einfahren 3s schneller und das Ausfahren 4s schneller realisieren. Ein schnelleres Einfahren des Fahrwerks bringt den Vorteil mit sich, dass der Luftwiderstand während des Startvorgangs schneller reduziert werden kann.

Ein weiterer Vorteil den der LPV-Regler gegenüber der Kaskadenregelung bietet, ist der, dass nur eine Regelgröße benötigt wird. Der LPV-Regler führt die Regelung lediglich auf Basis des Fahrwerkswinkels aus. Der Kaskadenregler benötigt zudem noch die Winkelgeschwindigkeit des Aktuators.

4 Ausblick

Das aufgestellte nichtlineare Simulationsmodell muss in Zukunft anhand von Messungen an dem vor kurzem fertig gestellten Prüfstand verifiziert werden. Gegebenenfalls sind Parameter anzupassen. Hierbei sollte besonders Bezug auf die Dämpfungs- und Reibwerte genommen werden. Zudem müssen in diesem Zug die entworfenen Regler ausführlich getestet werden.

In diesem Paper konnte gezeigt werden, dass eine LPV-Regelung eine geeignete Strategie darstellt, um das Fahrwerk zu regeln. Deshalb sollten in diese Richtung weitere Anstrengungen unternommen werden. Es sollte über-

prüft werden, ob mithilfe der Methode *Parameter Set Mapping* die Anzahl der *Scheduling*-Parameter reduziert werden kann. Bei dieser Methode wird der Parameterraum des LPV-Modells derart transformiert, dass dieser ordnungsreduziert werden kann, ohne einen nennenswerten Verlust an Akkuratheit hinnehmen zu müssen [5]. Auf diese Weise würde die Online-Berechnung des Reglers deutlich reduziert werden. Basierend auf einem LPV-Modell für das Fahrwerk besteht die Möglichkeit, einen robusten Linear-Regler auszulegen, ohne dass hierfür ein um einen Arbeitspunkt linearisiertes Entwurfsmodell benötigt wird. Ein so ausgelegter robuster Linear-Regler stellt eine Lösung zwischen dem entwickelten Kaskadenregler und dem LPV-Regler dar. Es gilt zu untersuchen, inwieweit ein solcher Regler die Entwurfsanforderungen erfüllen kann und somit eine Alternative zur LPV-Regelung ist. Informationen zu diesem Syntheseverfahren sind in [1] gegeben.

Des Weiteren besteht die Möglichkeit, einen entworfenen LPV-Regler in eine feste, ordnungsreduzierte Struktur wie z.B. die eines PID-Reglers zu überführen [3]. Dieses ermöglicht zum einen, dass die Hardware-Anforderungen für die Implementierung reduziert werden. Zum anderen wird so wahrscheinlich die „Akzeptanz“ erhöht, LPV-Regelstrategien in der Luftfahrt anzuwenden.

LITERATUR

- [1] APKARIAN, P.; BECKER, G.; GAHINET, P.; KAJIWARA, H., „LMI Techniques in Control Engineering from Theory to Practice“ *Workshop notes CDC, Kobe, Japan: IEEE, 1996*
- [2] Apkarian, P.; Gahinet, P.; Becker, G., „Self-scheduled \mathcal{H}_∞ Control of Linear Parameter-varying Systems: a Design Example“ *Automatica*, vol 31, no. 9, 1995, pp. 1251-1261
- [3] CHUGHTAI, S.; WERNER, H., „Synthesis of Low-Order Controllers for LPV Systems using LMIs and evolutionary search“ in *Proc of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 5784-5789, 2006
- [4] Doberstein, D.; Renner, O.; Thielecke F.; Helms O., „Methodik zum Entwurf einer Betätigungskinematik mit Rotatorischem Antrieb für ein Fahrwerk“ *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress DLRK 2009-1261*
- [5] KWIATKOWSKI, A., „LPV Modeling and Application of LPV Controllers to SI Engines“ *Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg, Institut für Regelungstechnik, München: Verlag Dr. Hut, 2008*
- [6] Leith, D.J., Leithead, W.E., „On formulating nonlinear dynamics in LPV form“, in *Proc. of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, 2000, pp. 3526-3527
- [7] LEONHARD, W., „Regelung Elektrischer Antriebe“ *Berlin: Springer-Verlag, 2000*
- [8] LÜDDERS, H.P., „Entwurf und Analyse von Regelungskonzepten für ein elektrisch betätigtes Bugfahrwerk“ *Hamburg University of Technology, Institute of Aircraft Systems Engineering, Diploma-thesis, 2009*
- [9] MAGNUS, K.; MÜLLER H., „Grundlagen der Technischen Mechanik“ *Stuttgart: Teubner 1990*
- [10] Moir, I., „Aircraft Systems- Mechanical, electrical, and avionics subsystems integration“ *John Wiley & Sons, Ltd*