

IDENTIFIZIERUNG EINER 2-PUNKT-AERODYNAMIK FÜR DAS MOTORSEGELFLUGZEUG STEMME S6

S. Speck¹

Technische Universität Berlin
Fachgebiet Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität
Marchstraße 12, 10587 Berlin

Zusammenfassung

Fliegenden Messplattformen soll es zukünftig ermöglicht werden, auch in gestörter Atmosphäre ruhig und präzise zu operieren, um somit die Genauigkeit der Messungen zu erhöhen und das Zeitfenster im Tagesverlauf zu vergrößern, in dem Messflüge aus meteorologischer Sicht stattfinden können. Böenlastabminderungssysteme als mögliche Ausbaustufe von Flugregelungssystemen stellen eine Lösung hierfür dar und beinhalten als wesentlichen Bestandteil eine sogenannte Böenvorsteuerung, deren Entwicklung eine genaue Kenntnis der Regelstrecke voraussetzt.

Grundlage für die Realisierung der anvisierten Böenvorsteuerung ist ein 2-Punkt-Aerodynamik-Modell für die Längsbewegung, welches im Rahmen dieser Arbeit erstellt wird. Eine 2-Punkt-Aerodynamik leistet eine differenzierte Beschreibung der Auswirkungen von Böen und Stellflächenausschlägen an der Flügel-Rumpf-Kombination und am Höhenleitwerk. Die Parameter des aerodynamischen Modells werden mit dem Ausgangsfehlerverfahren nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip identifiziert. Zu diesem Zweck wird ein bestehendes Simulationsmodell des Flugzeugs um einen 2-Punkt-Aerodynamik Ansatz erweitert und derart modifiziert, dass eine Identifikation der Parameter in der Optimierungsumgebung Matlab/MOPS² durchgeführt werden kann. Die Qualität der identifizierten Aerodynamik wird anhand verschiedener Kriterien bewertet. Mit Validierungsmanövern erfolgt eine Aussage über die Generalisierbarkeit des gewählten Modellansatzes. Insgesamt zeigt das nichtlineare Flugzeugmodell mit der identifizierten 2-Punkt-Aerodynamik eine sehr gute Wiedergabe der Dynamik des Originalflugzeugs.

1. EINLEITUNG

Für zivile Messaufgaben in den Bereichen Geoexploration, Umwelt- und Katastrophenschutz werden zunehmend fliegende Messplattformen auf Basis von Flugzeugderivaten der allgemeinen Luftfahrt eingesetzt. Die Qualität der aufgenommenen Daten ist in den meisten Fällen nicht nur von der eingesetzten Sensorik abhängig, sondern wird zusätzlich maßgeblich von der Präzision der lateralen und vertikalen Flugbahnführung sowie der Stabilisierung der Flugzeuglage mitbestimmt. Speziell bei Flügen in niedriger Höhe, die in Gebieten bodennaher Turbulenzen stattfinden, stören vertikale Böen die Bewegung des Flugzeugs und setzen hierdurch die Messgenauigkeit der Nutzlast herab. Um den hohen Anforderungen dieser Luftarbeitsflüge zu begegnen und die Piloten bei der Flugzeugführung zu entlasten, muss ein automatisches Flugsteuerungssystem eine hohe Wirksamkeit und damit hohe Autorität über die Stellflächen erhalten. Die Rechnerplattform, welche im Projekt LAPAZ



BILD 1. Das Motorsegelflugzeug STEMME S6

(Luft-Arbeits-Plattform für die Allgemeine Zivilluftfahrt) in Kooperation mit der Stemme AG und dem Institut für

¹ Technische Universität München, Lehrstuhl für Luftfahrtssysteme, Boltzmannstraße 15, 85747 Garching, Tel.: 089-289-15989, E-mail: sebastian.speck@tum.de

² MOPS (Multi Objectiv Parameter Synthesis) ist eine Optimierungsumgebung des Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR), entwickelt und programmiert am Institut für Robotik und Mechatronik

Luftfahrtsysteme der Universität Stuttgart entwickelt wird, eignet sich hierfür. Eine effektive technische Umsetzung für ein Böenlastminderungssystem ist die Störgrößen-aufschaltung der Turbulenz (Böenvorsteuerung), die einer dem Basisregelkreis überlagerten Steuerung zur Kompensation der Auswirkungen erfassbarer Störungen entspricht. Um die parasitären Effekte einer Böe zu vermindern, wird diese bereits vor dem Wirksamwerden am Flügel durch einen vorgelagerten Anstellwinkelsensor detektiert, um mit dieser Information zeitlich koordinierte Stellflächenausschläge an Flügel und Leitwerk zur Kompensation der zusätzlich auftretenden Kräfte und Momente zu erzeugen. Voraussetzung für die Entwicklung eines solchen Steuerungsgesetzes ist eine genaue Kenntnis der Regelstrecke.

Im Rahmen der Diplomarbeit, die diesem Manuskript zugrundeliegt, wird hierfür ein aerodynamisches 2-Punkt-Modell des Motorsegelflugzeuges STEMME S6 (BILD 1) entwickelt, das die Wirkungen von Wind und den primären Stellflächen zur Böenkompensation (Wölbklappen und Höhenruder) an der Flügel-Rumpf-Kombination und am Höhenleitwerk getrennt voneinander beschreibt. Dazu werden Laufzeiteffekte des durch den Flügel und die Wölbklappen induzierten Abwindfeldes am Höhenleitwerk berücksichtigt. Die Flügel-Leitwerks-Interferenz wird somit in ihrer zeitlichen Abfolge realitätsnah mit einem Zeitverzug modelliert.

Die Parameter der 2-Punkt-Aerodynamik werden dabei aus einem Vergleich der Zeitschriebe ausgewählter Flugversuche mit der Modellantwort bestimmt. Hierfür wird das Ausgangsfehler-Verfahren nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip praktisch umgesetzt und auf das vorhandene Simulationsmodell der STEMME S6 angewendet. Eine geeignete Zielfunktion wird formuliert, die das Kriterium der Parameteridentifikation bildet. Die Optimierungsumgebung MOPS (Multi Objective Parameter Synthesis) des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) stellt geeignete Algorithmen für die damit durchzuführende Extremwertsuche zur Verfügung. In einem Postprocessing wird eine Flugbahnrekonstruktion zur Verbesserung der Qualität der aufgezeichneten Flugversuchsdaten und zur Bestimmung von Sensorfehlern durchgeführt. Noch verbleibende stochastische Fehler werden als Prozessrauschen aufgefasst und in der Parameteridentifikation als vorhandene instationäre Windanteile (Turbulenz) berücksichtigt.

2. PROBLEMDEFINITION

Ausgehend von der Annahme eines starren Flugzeugs werden dessen aerodynamische Parameter in der Längsbewegung identifiziert. Die Aufstellung der betreffenden Kräfte- und Momentengleichungen ergibt ein System von sechs Differentialgleichungen. Hinzu kommen drei Differentialgleichungen zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen den körperfesten Drehraten und den Eulerwinkeln sowie drei Differentialgleichungen zur Bestimmung der geodätischen Position aus den Bahngrößen. Zu diesen zwölf Differentialgleichungen kommen drei kinematische Beziehungen aus dem Zusammenhang von Flug-, Bahn- und Windgeschwindigkeit. In ihrer Gesamtheit beschreiben diese vollständig die Starrkörperflugzeugbewegung.

Das zunächst zu modellierende und anschließend zu identifizierende Aerodynamikmodell ist parametrisch aufgebaut und enthält sowohl die Beiwerte der Flügel-Rumpf-Kombination als auch die des Höhenleitwerks. Der physikalische Sachverhalt, dass das Abwindfeld des

Tragflügels die Leitwerksumströmung beeinflusst, wird über Laufzeiten berücksichtigt. Die Beiwerte dieses nichtlinearen Aerodynamikmodells werden durch eine Optimierung anhand eines geeigneten Kriteriums ermittelt. Die aerodynamische Modellbildung, das Verfahren und die Strategie zur Identifikation der Parameter aus Flugversuchsdaten, sowie die gewählten Auswertungs- und Validierungsverfahren werden im nachfolgenden beschrieben.

2.1. Flugversuchsdaten

Die Messausrüstung besteht aus Inertialgrößen-, Luftdaten- und Knüppelwegsensoren. Die Messanlage arbeitet mit einer Abtastrate von 100Hz. Ein Tiefpass-Filter beseitigt das typische Frequenzband des Messrauschens, ohne dass Nutzsignal signifikant zu beeinträchtigen. Im Rahmen einer Flugbahnrekonstruktion wird geprüft, ob die gemessenen Anstell- und Schiebewinkel mit denen aus den linearen Beschleunigungen und Drehraten rekonstruierten übereinstimmen. Hierbei werden systematische Fehler in den Amplituden wie Nullpunktfehler (Bias) und Verstärkung (Gain) und nach der Rohdatenaufbereitung noch vorhandene Rauschanteile aus den Luftdaten entfernt. Als Ergebnis liegen die Luftdaten versehen mit Korrekturfaktoren und Offset-Konstanten vor. Noch vorhandene Abweichungen (Residuen) zwischen den korrigierten und den rekonstruierten Luftdaten haben keinen systematischen Charakter mehr. Sie entstehen aufgrund nicht modellierter Dynamiken (z.B. Turbulenz) oder Modellunsicherheiten und werden als Prozessrauschen aufgefasst.

2.2. Randbedingungen

Das Motorsegelflugzeug STEMME S6 ist eine konventionelle Drachenkonfiguration mit einem T-Leitwerk. Aufgrund der Leitwerkshochlage wird eine mäßige Beeinflussung der Leitwerksumströmung durch das Abwindfeld des stromaufwärts befindlichen Tragflügels erwartet. Das Abwindfeld und der Abwindwinkelgradient am Höhenleitwerk werden nicht direkt gemessen, sondern müssen mit identifiziert werden.

2.3. Lösungsansatz

Zur aerodynamischen Modellierung wird ein parametrischer Ansatz gewählt. Dieser wird in das Simulationsmodell des Motorsegelflugzeuges STEMME S6 integriert und bildet zusammen mit diesem einen sogenannten „Grey-Box“-Ansatz. Als Kompromiss zwischen einem „White-Box“- und einem „Black-Box“-Ansatz sind hierbei physikalische Zusammenhänge zwar phänomenologisch ausgeführt, eine Quantifizierung der enthaltenden Parameter erfolgt jedoch erst durch einen Vergleich des Modellverhaltens mit dem des realen Systems im Flugversuch. Hierfür kommt das Ausgangsfehlerverfahren nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip zur Anwendung. Um eine möglichst gute Konvergenz zu erzielen, werden die Startparameter für die Simulation aus einer mit dem Gleichungsfehlerverfahren identifizierten 1-Punkt-Aerodynamik und andere mithilfe von Handbuchmethoden errechnet.

3. AERODYNAMISCHE MODELLBILDUNG

Bei einer 2-Punkt-Aerodynamik werden die Kräfte und Momente an der Flügel-Rumpf-Kombination und am Leitwerk getrennt voneinander betrachtet. Daher stehen auftretende Interferenzen zwischen den beiden umström-

ten Körpern im Mittelpunkt der Modellbildung. Die Flügel-Leitwerksinterferenz wird hauptsächlich durch das am Höhenleitwerk auftretende induzierte Abwindfeld des Flügels beschrieben. Es wird gezeigt, dass durch die räumliche Ausdehnung des Modellansatzes auf den Flügel und das Leitwerk Laufzeiteffekte direkt mit modelliert werden können, ohne dass es einer Totzeitnäherung bedarf, wie sie im Falle von 1-Punkt-Aerodynamikmodellen oft zur Anwendung kommt, bei der alle auftretenden Kräfte und Momente im Schwerpunkt angreifend formuliert sind.

3.1. Annahmen und Vereinfachungen

Die Grundlage für die Aufstellung der aerodynamischen Kräfte- und Momentengleichungen bildet ein vereinfachtes Modell der geometrischen und strömungsphysikalischen Besonderheiten des Flugzeugs (BILD 2). Hierin sind A_{FR} , W_F und M_{0FR} die Auftriebskraft, die Widerstandskraft und das Nullmoment der Flügel-Rumpfkombination. A_H und W_H sind die Auftriebskraft und die Widerstandskraft des Höhenleitwerks, α ist der Anstellwinkel der Flügel-Rumpfkombination und α_H ist der effektive Anstellwinkel am Höhenleitwerk.

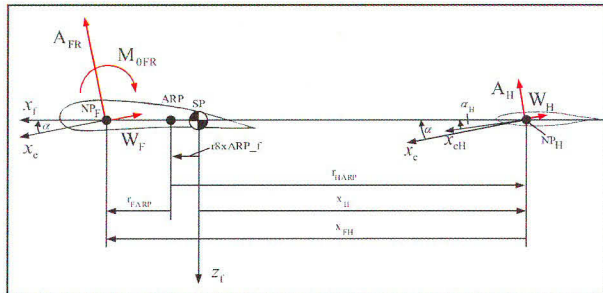


BILD 2. Darstellung der vereinfachten Flügel- und Leitwerksanordnung der Stemme S6 zur Ableitung der aerodynamischen Kräfte- und Momentengleichungen

Die für die Modellierung getroffenen Festlegungen und Vereinfachungen lauten im Einzelnen:

- Luftkräfte greifen jeweils in den Neutralpunkten an.
- Neutralpunkte liegen auf einer Wirkungslinie mit dem Schwerpunkt.
- Der Aerodynamische Referenzpunkt (ARP) ist ein flugzeugfester Bezugspunkt.
- Das Höhenleitwerk liegt nicht im Totwassergebiet des Flügels. Der Staudruck am Höhenleitwerk gleicht somit dem der ungestörten Anströmung des Flügels: $q_H/q = 1$ (Staudruckverhältnis)
- Es entsteht kein Zusatzauftrieb am Tragflügel aufgrund einer Nickbewegung: $C_{AqFR} = 0$

3.2. Aufstellen der Kräfte- und Momentengleichungen

Für den Gesamtauftriebsbeiwert ergibt sich nach BILD 2 unter den getroffenen Annahmen folgende Bilanzgleichung:

$$(1) \quad C_A = C_{A0} + C_{AFR} + C_{AH} \cdot \frac{S_H}{S}$$

Der Auftriebsbeiwert der Flügel-Rumpfkombination C_{AFR} enthält neben dem linearen Term für den Auftriebsanstieg

die Terme für den Auftriebsbeitrag aufgrund von Wölbklappenausschlägen. Hierfür wird eine kubische Funktion angesetzt:

$$(2) \quad C_{AFR} = C_{A0FR} \cdot \alpha + \sum_{i=1}^3 C_{A\eta Ki} \cdot \eta_K^i$$

Die berücksichtigte räumliche Trennung des Höhenleitwerks von der Flügel-Rumpfkombination ist das Merkmal einer 2-Punkt-Aerodynamik. Die wesentlichen Effekte werden mittels eines Ansatzes für den Höhenleitwerks-Auftriebsbeiwert beschrieben. In diesem Kontext ist die Zusammensetzung des effektiven Höhenleitwerks-Anstellwinkels α_H aufwendiger zu modellieren und wird wie folgt beschrieben:

$$(3) \quad C_{AH} = C_{A\alpha H} \cdot \left[\alpha - \frac{\partial \varepsilon_H}{\partial \alpha} \cdot \alpha(t - \tau) - \frac{\partial \varepsilon_H}{\partial \eta_K} \cdot \eta_K(t - \tau) + \frac{\alpha_{dyn.}}{\arctan\left(\frac{q_K(-x_H)}{V_H}\right)} \right] + \frac{C_{A\eta H}}{\frac{\partial C_{AH}}{\partial \eta}} \cdot \eta$$

$\varepsilon_{H\alpha}$ berücksichtigt den durch den Flügel verursachten Abwind. Bei Flugzeugen in Drachenkonfiguration trifft die Strömung zunächst auf den Tragflügel und erreicht das Leitwerk erst nach einer Totzeit $\tau = x_{FH}/V_A$, wobei x_{FH} der aus BILD 2 bekannte Neutralpunktastand vom Flügel zum Leitwerk ist. Die Totzeit verringert sich demnach mit steigender Fluggeschwindigkeit. Der auf das Leitwerk im aktuellen Zeitschritt $t = 0$ treffende Abwind ist ursächlich auf das Wirbelsystem des davorliegenden Flügels zum Zeitpunkt $t = -\tau$ zurückzuführen.

BILD 3 verdeutlicht den Unterschied zwischen den Abwindwinkel-Verläufen (a) bei Berücksichtigung und (b) ohne die Berücksichtigung von Laufzeiteffekten.

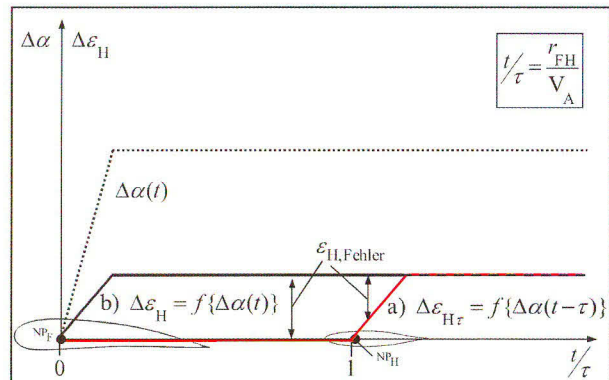


BILD 3. Vergleich der Abwindwinkelverläufe

- a) unter der Berücksichtigung von Laufzeiteffekten
- b) bei Vernachlässigung der Laufzeiteffekte

Hierfür wird der Anstellwinkel ab dem dimensionslosen Zeitpunkt $t = 0$ aus der Referenzlage um den Betrag $\Delta\alpha$ erhöht. Der Flügel erzeugt in diesem Moment bereits ein verändertes Abwindfeld, der daraus resultierende Abwindwinkel am Leitwerk ε_H wächst jedoch erst an, sobald das Abwindfeld das Leitwerk nach der Laufzeit $t/\tau = 1$ erreicht hat. Der Abwindwinkel ist somit eine Funktion des Anstellwinkels am Flügel vor τ -Sekunden. Werden

Laufzeiteffekte nicht betrachtet, so gibt die in schwarz durchgezogene Linie den prinzipiellen Verlauf des Abwindwinkels wieder. Er steigt simultan mit der Erhöhung des Anstellwinkels an, bleibt bei stationärem Anstellwinkel konstant, um schließlich nach der dimensionslosen Zeit $t/\tau = 1$ dem verzögerten Abwindwinkel zu gleichen. Bis zu diesem Moment ist der Abwindwinkel am Leitwerk somit fehlerbehaftet. Der Fehler $\varepsilon_{H, \text{Fehler}} = \Delta \varepsilon_{H\tau} - \Delta \varepsilon_H$ verschwindet, sobald der Anstellwinkel sich nicht mehr ändert. Laufzeiteffekte spielen somit nur bei instationären Anströmsituationen eine Rolle.

Der Term $\varepsilon_{H\eta_K}$ in Gleichung (3) beschreibt den Einfluss eines Hinterkantenklappenaustrags η_K auf die Leitwerks-umströmung bei ansonsten unveränderten Randbedingungen.

Der Nickdämpfungsanteil α_{dyn} ist keine gesondert zu identifizierende Einflussgröße, sondern in seiner Ausprägung vom Auftriebsanstieg $C_{A\alpha H}$ des Höhenleitwerks bestimmt.

Der Term $C_{A\eta H}$ beschreibt den Zusatzauftrieb des Höhenleitwerks aufgrund eines Höhenruderausschlags (Höhenruderwirksamkeit). Ein Höhenruder trägt in der selben Weise zur Vergrößerung des effektiven Anstellwinkels am Höhenleitwerk bei wie eine Wölbklappe am Tragflügel. Dementsprechend könnte die Höhenruderwirksamkeit auch als Zusatzanstellwinkel $\partial\alpha_H/\partial\eta \cdot \eta$ und nicht wie geschehen als Zusatzauftrieb berücksichtigt werden. Für eine getrennte Identifizierung von $C_{A\alpha H}$ und $\partial\alpha_H/\partial\eta$ wäre jedoch eine Verstellung der Höhenflossentrimmung nötig. Diese Möglichkeit besteht bei der Stemme S6 nicht, so dass beide Derivativa durch den Term $C_{A\eta H}$ als Produkt identifiziert werden müssen.

Der Widerstandsbeiwert für die Identifizierung setzt sich zusammen aus einem Nullwiderstandsbeiwert, einem quadratischen Anteil am Widerstand als Funktion des Auftriebsbeiwertes (nach [1]) sowie einem Term 2. Ordnung für den Widerstand aufgrund eines Hinterkantenklappen-Ausschlages:

$$(4) \quad C_W = C_{W0} + \frac{C_A^2}{\pi \cdot \Lambda \cdot e} + \sum_{i=1}^2 C_{W\eta_{K^i}} \cdot \eta_{K^i}$$

Während die Streckung Λ des Flügels als konstruktive Größe bekannt ist, muss der Oswaldfaktor e im Rahmen der Parameterschätzung bestimmt werden. Es bleibt anzumerken, dass e hier für den Abminderungsfaktor aller auftriebserzeugenden Flächen des Flugzeugs in ihrer Gesamtheit steht. Es wird deswegen erwartet, dass dieser deutlich größer ausfällt als der für eine einzelne Tragfläche übliche Wert von $e_{\text{Flügel}} \approx 0,9$. Eine Momentenbilanz um den Aerodynamischen Referenzpunkt (ARP) ergibt in Beiwertschreibweise:

$$(5) \quad C_M = C_{M0FR} + C_{AFR} \cdot \frac{r_{FARP}}{l_\mu} + C_{AH} \cdot \frac{S_H}{S} \cdot \frac{r_{HARP}}{l_\mu} \\ + C_{MqFR} \cdot \frac{l_\mu}{V_A} \cdot q_K + \sum_{i=1}^3 C_{M\eta_K i} \cdot \eta_K^i$$

Hierbei beschreibt C_{MqFR} den Anteil der Flügel-Rumpf-Kombination an der Nickdämpfung und $C_{M\eta_K}$ den Einfluss eines Wöblklappenausschlags auf den Momentenhaushalt um die Flugzeugquerachse.

Durch Substitution der Hebelarme kann gemäß BILD 2 für den Auftriebsbeiwert der Flügel-Rumpf-Kombination C_{AFR}

der Gesamtauftriebsbeiwert C_A geschrieben werden (vgl. [1]):

$$(6) \quad C_M = C_{M025} + C_A \cdot \frac{r_{FARP}}{l_\mu} - C_{AH} \cdot \frac{S_H}{S} \cdot \frac{x_{FH}}{l_\mu} \\ + C_{MqFR} \cdot \frac{l_\mu}{V_A} \cdot q_K + \sum_{i=1}^3 C_{M\eta_K i} \cdot \eta_K^i$$

3.3. Laufzeitmodellierung

Das in Abschnitt 3.2 beschriebene Aerodynamikmodell wurde mit einer Embedded Matlab Funktion in das Simulationsmodell unter Matlab/Simulink implementiert. Die Laufzeitmodellierung ist als Blockschaltbild in Simulink aufgebaut worden (vgl. BILD 4) und dient der Ermittlung der aktuell vorherrschenden Anströmsituation am Leitwerk, welche in einem kontinuierlichen Vorgang durch den Flügel vor $t = -\tau$ Sekunden (Laufzeit) beeinflusst worden ist:

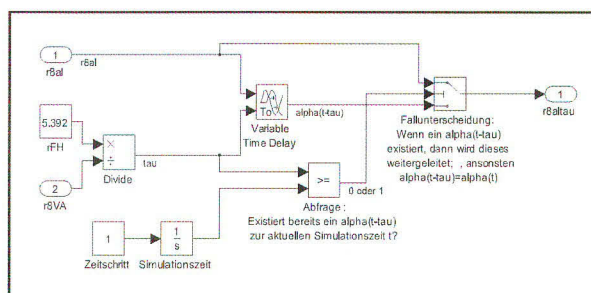


BILD 4. Laufzeitmodellierung des Flügelabwindes unter Matlab/Simulink implementiert

Als Eingangsgrößen benötigt der Funktionsblock die zu verzögernden Größen selbst. Diese sind der Anstellwinkel α (r8al) bzw. der Wölbklappenausschlag η_K . Weiterhin berechnet der Block aus dem Neutralpunktstand (rH) vom Flügel zum Höhenleitwerk und der aktuell vorliegenden Fluggeschwindigkeit (r8VA) die Laufzeit (r8altau). Die übrigen Teile des Funktionsblocks dienen der Glättung der zu verzögernden Zustände in den ersten Subsekunden der Simulation.

In BILD 5 wird die Funktionsweise der erstellten Laufzeitmodellierung gezeigt. Der blaue Graph des verzögerten Anstellwinkels ist im stationären Fall mit dem grünen, aktuellen Anstellwinkel des Flügels deckungsgleich. Verlässt der Anstellwinkel diese Referenzlage (hier $+1^\circ$), so bleibt der verzögerte Anstellwinkel innerhalb der Totzeit τ davon unbeeinflusst. Erst danach erfolgt eine Wiedergabe des unverzögerten Anstellwinkelverlaufs äquivalent zu einer Phasenverschiebung. Es ist deutlich zu erkennen, dass in Bereichen steiler Flanken die größten Abweichungen vorliegen, während die Kurvenverläufe bei konstanten Anstellwinkeln stets nach der Totzeit τ wieder identisch sind.

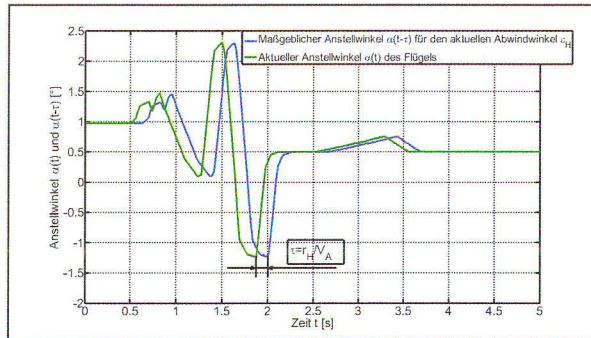


BILD 5. Verläufe des unverzögerten und des verzögerten Anstellwinkels zur Überprüfung des erstellten Funktions-Blocks für die entstehende Totzeit aufgrund von Laufzeiteffekten

4. PARAMETERIDENTIFIZIERUNG

Die in Kapitel 3 aufgestellten Beiwertgleichungen sind derart parametrisiert, dass eine Identifizierung mit dem Ausgangsfehlerverfahren durchführbar ist. Die gezielte Formulierung von physikalisch begründbaren Zusammenhängen innerhalb des aerodynamischen Modellansatzes begünstigt in diesem Fall einen eindeutigen und unkorrelierten finalen Parametersatz. Im Folgenden wird das Verfahren dargestellt, mit dem die Parameterschätzung auf Basis dieses Ansatzes durchgeführt worden ist.

4.1. Das Ausgangsfehler-Verfahren nach dem Maximum-Likelihood Prinzip

Der Ablauf des Maximum-Likelihood-Prinzips ist in BILD 6 schematisch dargestellt. Grundsätzlich geht es beim Ausgangsfehlerverfahren darum, die Residuen (Differenzen) $\underline{z}(k) - \underline{y}(k)$ aus Versuchen hervorgehender Messgrößen $\underline{z}(k)$ und den Ausgangsgrößen $\underline{y}(k)$ des simulierten Systemverhaltens über alle diskreten Zeitschritte k hinweg im Mittel zu minimieren:

$$(7) \quad \overline{\underline{z}(k) - \underline{y}(k)} \rightarrow 0$$

Das Maximum-Likelihood-Prinzip, eine Variante des Ausgangsfehlerverfahrens, beruht auf Wahrscheinlichkeitsansätzen und ist robust gegenüber Messrauschen. Einer der Vorzüge dieses Prinzips ist, dass die Fehler der zu bestimmenden Parameter für eine unendlich große Stichprobe theoretisch gegen Null gehen. Die Parameter werden bei diesem Verfahren als Ziel dahingehend optimiert, den Ereignissen $\underline{z}(k) - \underline{y}(k) = 0$ die größte Wahrscheinlichkeit zu verleihen [6].

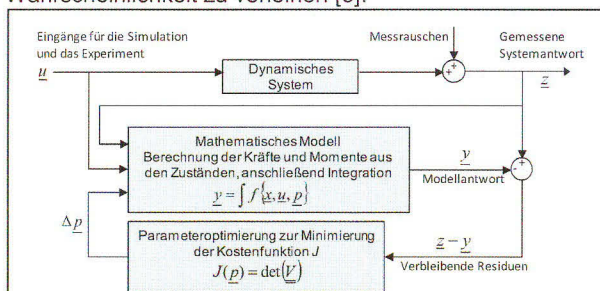


BILD 6. Blockschaftbild zum Ablauf des Ausgangsfehler-Verfahrens zur Parameterschätzung (nach [2])

Das aufgestellte, parametrische Simulationsmodell und

das in Teilaspekten zu imitierende reale dynamische System werden mit denselben Steuergrößen \underline{u} angeregt. Die gemessene Systemantwort \underline{z} wird mit der Modellantwort \underline{y} in jedem Zeitschritt miteinander verglichen (Residuenbildung) und durch eine Parametervariation $\Delta \underline{p}$ minimiert. Da \underline{z} mit einem Messrauschen beaufschlagt ist, führt eine unmittelbare Minimierung der Residuen jedoch auf einen fehlerbehafteten Parametersatz \underline{p} . Mithilfe der Kriteriumsformulierung nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip wird diesem Defizit entgegengewirkt.

4.2. Das Optimierungskriterium nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip

Das Maximum-Likelihood-Prinzip nach Fisher [3] nähert sich dem Problem aus dem weiter oben beschriebenen Grund mit einem statistischen Ansatz, der auf die Formulierung eines Optimierungskriteriums in Form einer Kostenfunktion bzw. Likelihood-Funktion $J(\underline{p})$ führt. Diese basiert auf folgender Überlegung [2]:

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine vorher bestimmte Abfolge von Beobachtergrößen (z_1, z_2, \dots, z_N) eines angeregten Systems sich bei selbiger Anregung auch aus dessen Systemmodell ergibt, ist abhängig von den aktuellen Modellparametern \underline{p} . Die Gesamtwahrscheinlichkeit setzt sich wiederum aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten der Einzelereignisse zusammen:

$$(8) \quad \rho(\underline{z}|\underline{p}) = \rho(z_1|\underline{p}) \cdot \rho(z_2|\underline{p}) \dots \cdot \rho(z_N|\underline{p})$$

Gleichung (8) ist bereits der allgemeinste Ausdruck für die Likelihood-Funktion. Nimmt diese den Wert 1 (Maximum) an, so ist ein Satz an Parametern gefunden, der die Wiedergabe der Abfolge an vorgegebenen Beobachtergrößen durch das Systemmodell zu 100% wahrscheinlich macht.

Die gesuchten Parameter, die zu dieser höchstmöglichen Wahrscheinlichkeit führen, ergeben sich somit durch Lösen der ersten Ableitung der Likelihood-Funktion nach dem Parametervektor \underline{p} :

$$(9) \quad \frac{\partial \rho(\underline{z}|\underline{p})}{\partial \underline{p}} = 0$$

Das Maximum-Likelihood-Prinzip geht von einem normalverteilten Messrauschen aus, so dass die dazugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung einen exponentiellen Charakter hat:

$$(10) \quad \rho(\underline{z}) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot \exp \left[-\frac{(\underline{z} - \underline{m})^2}{2 \cdot \sigma^2} \right]$$

Da Gleichung (10) auch logarithmiert denselben optimalen Satz an Parametern liefert, der mathematische Umgang sich dadurch jedoch erheblich vereinfacht, wird hieraus:

$$(11) \quad \frac{\partial \ln \rho(\underline{z}|\underline{p})}{\partial \underline{p}} = 0$$

Der Ausdruck (11) muss schließlich durch Anwenden der Annahme, nach der das Messrauschen ein normalverteiltes weißes Rauschen ist, ausgeschrieben werden. Hierfür sind einige Umformungen notwendig, wofür an dieser Stelle auf die Literatur [2] verwiesen wird. Es ergibt

sich aus Gleichung (8) die negative, logarithmierte Likelihood-Funktion, die für eine Parameterschätzung zu minimieren ist:

$$(12) \quad J(\underline{p}, \underline{V}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\underline{z}(k) - \underline{y}(k)]^T \underline{V}^{-1} [\underline{z}(k) - \underline{y}(k)] + \frac{N}{2} \ln[\det(\underline{V})] + \frac{N n_y}{2} \ln(2\pi)$$

N beschreibt die Größe des Datensatzes, der abhängig von der Manöverlänge schwankt. n_y steht für die Anzahl der Beobachtergrößen (Dimension des Ausgangsgrößenvektors \underline{y}). Die Messfehler-Kovarianzmatrix \underline{V} enthält auf ihrer Hauptdiagonalen die Varianzen der Messfehler $\underline{z}(k) - \underline{y}(k)$ einer Messreihe für jedes verwendete Optimierungskriterium. Im Falle der Längsbewegung der STEMME S6 sind dies: Der Anstellwinkel α , die Fluggeschwindigkeit V_A , die Nickrate q_k und der Nickwinkel θ . Die Varianzen ebenso wie die Parameter sind unbekannt und müssen demnach identifiziert werden. Es ergibt sich ein zweistufiger Schätzvorgang, der sich wie folgt darstellt:

Zunächst wird das Kostenfunktional aus Gl. 12 partiell nach der Messfehler-Kovarianzmatrix \underline{V} abgeleitet, zur Minimumsuche zu Null gesetzt und nach \underline{V} umgestellt. Für den aktuellen Parametersatz des Iterationsschrittes ist die Kovarianzmatrix geschätzt und kann wiederum in die Likelihood-Funktion (Gl. 12) zur Suche eines verbesserten Parametervektors \underline{p} , wie in Gleichung (11) beschrieben, eingesetzt werden.

Da sowohl die Anzahl der Beobachtergrößen n_y , als auch die Anzahl der Datenpunkte N konstante Werte während der gesamten Parameterschätzung annehmen, sind der erste und der letzte Term auf der rechten Seite von Gleichung (12) bei der Minimumsuche irrelevant. Somit verbleibt als Kostenfunktion lediglich der Term, der die Messfehler-Kovarianzmatrix enthält. Im Sinne einer Parameterschätzung ist demnach ausschließlich der Ausdruck

$$(13) \quad J(\underline{p}) = \det(\underline{V})$$

in jedem Iterationsschritt zu berechnen und durch geeignete Variationen des Parametervektors \underline{p} zu minimieren (vgl. dazu BILD 6).

Hierzu ist ein nichtlineares Optimierungsverfahren anzuwenden. Bei der Auswahl des Optimierers ist darauf zu achten, dass mit diesem eine globale Konvergenz der Kostenfunktion erreicht werden kann.

4.3. Verwendete Optimierungsalgorithmen

Folgende Voraussetzungen sollte ein Optimierungsalgorithmus zur Minimierung der Maximum-Likelihood-Funktion erfüllen:

- Er muss auf multimodale Kostenfunktionale anwendbar sein. Diese enthalten neben dem globalen Optimum noch mindestens ein Nebenoptimum.
- Er muss über eine ausreichende Robustheit gegenüber ungenauen Startparametern verfügen.

Für die hier vorliegende Anwendung kam sowohl ein direkter, als auch ein Gradienten basierter Optimierungsalgorithmus zum Einsatz.

4.3.1. Das Simplex-Verfahren

Das Simplex-Verfahren von Nelder und Mead [2] zählt zu den direkten Optimierungsalgorithmen, auch Hillclimbing-/Downhill-Suchalgorithmen genannt. Für die Optimierung der Kostenfunktion wird in jedem Iterationsschritt lediglich der aktuelle Wert der Funktion selbst benötigt. Gradienteninformationen, die etwas über die Topologie des Kostenfunktionals verraten, bleiben hierbei unberücksichtigt. Dem Nachteil einer kleinen Konvergenzgeschwindigkeit steht die ausgeprägte Robustheit dieses Verfahrens gegenüber schlechten Startparametern und einer unstetigen und verrauschten Topologie des Kostenfunktionals gegenüber. Das Simplex-Suchverfahren kommt in dieser Untersuchung für die globale Suche zum Einsatz.

4.3.2. Die Sequenzielle Quadratische Programmierung (SQP)

Die Sequentielle Quadratische Programmierung (SQP) zählt zu den Gradienten basierten Verfahren vom Quasi-Newton-Typ und ist in der Literatur ebenfalls unter dem Begriff Lagrange-Newton-Verfahren zu finden. Zum Lokalisieren des Minimums nach Richtung und Schrittweite werden somit Steigungs- (Term 1) und Krümmungsinformationen (Term 2) der als Taylorreihe 3. Ordnung entwickelten Funktion J verwendet (siehe Gl. 14 und 15).

$$(14) \quad J(\underline{p} + \Delta \underline{p}) \approx J(\underline{p}) + \frac{dJ(\underline{p})}{d\underline{p}} \big|_{\underline{p}_i} \Delta \underline{p} + \frac{1}{2} \Delta \underline{p}^T \frac{d^2 J(\underline{p})}{d\underline{p}^2} \big|_{\underline{p}_i} \Delta \underline{p}$$

$$(15) \quad \frac{dJ(\underline{p})}{d\underline{p}} \big|_{\underline{p}_{i+1}} = \underbrace{\frac{dJ(\underline{p})}{d\underline{p}} \big|_{\underline{p}_i}}_{\text{Term 1}} + \underbrace{\Delta \underline{p}^T \frac{d^2 J(\underline{p})}{d\underline{p}^2} \big|_{\underline{p}_i}}_{\text{Term 2}} = \underline{0}^T$$

Der Index i ist hier der Iterationsschritt, \underline{p}_i entsprechend der aktuelle und \underline{p}_{i+1} der verbesserten Parametervektor der darauffolgenden Iteration. Das Verfahren konvergiert sehr schnell, überwindet jedoch keine Nebenminima und ist somit für eine globale Suche ungeeignet.

5. PARAMETERIDENTIFIZIERUNG

5.1. Manöverauswahl

Die richtige Manöverauswahl ist bei einer Systemidentifikation von essentieller Bedeutung. Hierdurch wird maßgeblich die Genauigkeit und der Gültigkeitsbereich des Modells bestimmt. Der Informationsgehalt der Manöver, im statistischen Sinne die „Stichprobe“ des realen Systems, muss auf den späteren Einsatzzweck abgestimmt sein. Für eine Böen-vorsteuerung kommt es auf eine genaue Modellierung der Dynamik im Frequenzbereich der Anstellwinkelschwingung, eine gute Wiedergabe der Wirksamkeiten des Höhenruders und der Wölbklappen, sowie auf eine präzise Abbildung der aufgelösten Polare im linearen Bereich an. Nach diesen Prämissen wurden drei Manöver für die Identifizierung ausgewählt:

1. Anstellwinkelschwingungs-Manöver mit einer 3-2-1 Anregung durch eine Höhenrudereingabe
2. Direct-Lift-Control(DLC)-Klappenmanöver mit einem Frequenz-Sweep als Wölbklappensteuereingabe
3. Wölbklappenmanöver, langsames Fahren der DLC-Klappen von bei konstanter Geschwindigkeit

5.2. Strategie der Parameterschätzung

Zunächst wird mit dem Simplex-Verfahren global gesucht, um schließlich für die Feinsuche auf die Sequentielle Quadratische Programmierung auszuweichen, mit dem Ziel, die Konvergenzgeschwindigkeit in der Nähe des Optimums zu steigern. Als Zustandsgrößen (Objectives) für die Kriteriumsformulierung wurden in der Längsbewegung die Fluggeschwindigkeit, der Anstellwinkel, der Längslagewinkel und die Nickrate verwendet. Es wurden alle in Abschnitt 5.1 genannten Manöver (Cases) simultan und gleichrangig optimiert. Die Identifikation wurde somit als Multi-Case-Multi-Objective-Optimierung durchgeführt, wobei insgesamt 18 aerodynamische Parameter bestimmt wurden.

5.3. Ergebnisse

Die Zeitverläufe der Zustandsgrößen bei der Optimierung werden exemplarisch nur anhand des Anstellwinkel-Manövers gezeigt. Für die vollständige Dokumentation der Ergebnisse wird auf die gleichnamige Diplomarbeit [5] verwiesen.

Das folgende Bild zeigt die Verläufe der verwendeten Zustandsgrößen im Vorfeld der Optimierung:

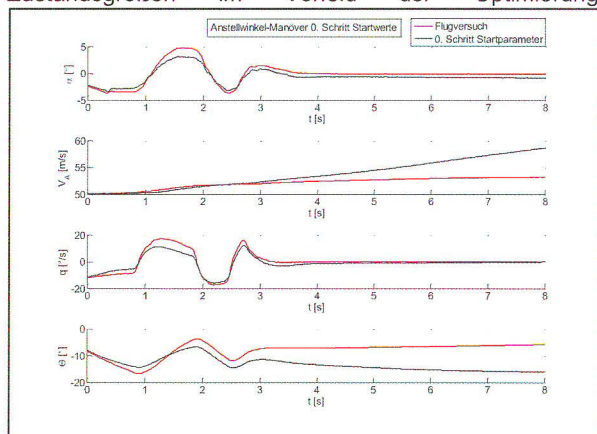


BILD 7. Vergleich der Zustände des Flugversuchs mit den Simulations-Zuständen bei nichtoptimierten Startwerten

Wie BILD 7 zeigt, ergeben die gewählten Startparameter im Simulationszeitraum keine Singularitäten, wie es bei sehr weit entfernt gewählten Parametern der Fall ist. Die auftretenden Residuen sind aber schon wenige Sekunden nach Simulationsbeginn beträchtlich.

5.3.1. 1. Schritt der Optimierung: Simplex

Bild 8 zeigt den Verlauf der Zustände nach dem ersten Schritt der Optimierung mit dem Gradienten freien Simplex-Suchalgorithmus. Besonders innerhalb der ersten drei Sekunden im Bereich der Anregung und kurz danach findet eine deutlich bessere Approximation der Dynamik des Flugzeugs statt:

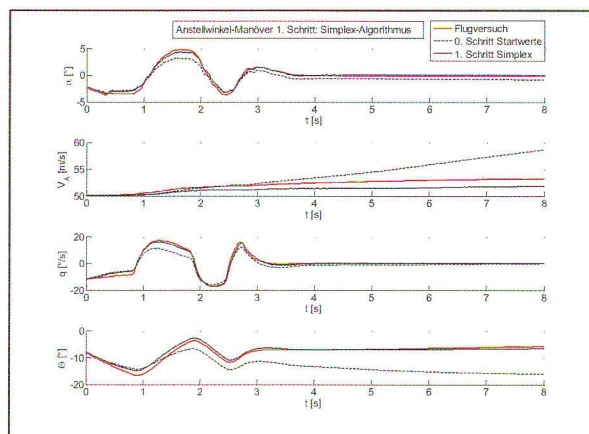


BILD 8. Vergleich der Zustände des Flugversuchs mit den Simulations-Zuständen nach dem ersten Schritt der Optimierung mit dem Simplex-Algorithmus

5.3.2. 2. Schritt der Optimierung SQP

Nachdem der Optimierer in eine lokale Suche übergeblendet hat, wurde der Suchvorgang abgeschlossen und Gradienten basiert mit dem SQP-Algorithmus fortgeführt. Bild 9 zeigt die Zeitverläufe der Zustände nach dem zweiten und finalen Schritt der Optimierung:

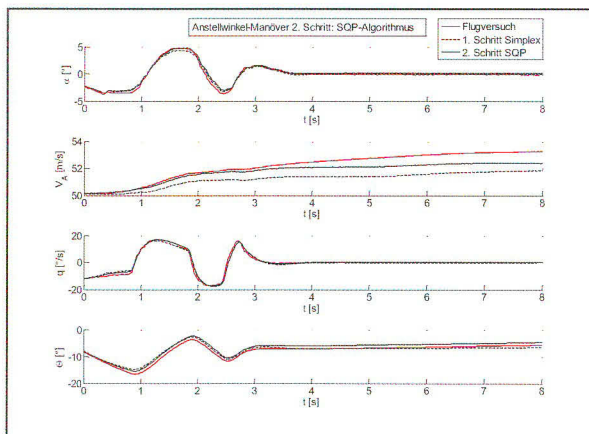


BILD 9. Vergleich der Zustände des Flugversuchs mit den Simulations-Zuständen nach dem finalen Schritt der Optimierung mit dem SQP-Algorithmus

6. AUSWERTUNG UND VALIDIERUNG

An eine vollständige Parameteridentifizierung schließt sich stets eine Bewertung der erzielten Ergebnisse an. Diese steht in dieser Untersuchung auf drei Säulen: Die *statistische Auswertung* der Ergebnisse trifft eine Aussage über Eindeutigkeiten und Genauigkeiten der gefundenen Parameter, die *Plausibilitätsprüfung* beinhaltet eine physikalische Interpretation und einen empirischen Vergleich mit ähnlichen Systemen oder weiteren Informationsquellen über das System (z.B. Pilotenbeobachtungen), *Validierungsexperimente* lassen eine Aussage über die Generalisierbarkeit der gefundenen Lösung zu.

Die statistische Auswertung wurde anhand der Fisher-Informationsmatrix durchgeführt, zu deren Bildung die Auswirkungen infinitesimaler Variationen der Einträge des Parametervektors um den gefundenen Lösungsvektor untersucht werden. Daraus gehen die Standard-

abweichungen und Korrelationen der Parameter hervor. TAB 1 enthält die Standardabweichungen der Parameter nach dem letzten Schritt der Optimierung, die als Indikatoren für die Identifizierbarkeit herangezogen werden können. Kleine Standardabweichungen ergeben sich generell bei einem Stichprobenumfang mit großem Informationsgehalt und speziell für Parameter, die einen besonders signifikanten Einfluss auf das dynamische Verhalten des betrachteten Systems ausüben. Terme höherer Ordnung, wie z.B. der kubische Anteil C_{AHK3} sind oftmals schlecht identifizierbar. Auf der anderen Seite steht den ungenau zu bestimmenden Parametern höherer Ordnung jedoch ein geringerer Einfluss auf die Gesamtgüte des Modells gegenüber, da die höheren Potenzen der entsprechenden Variablen (sofern gilt $|\text{Betrag der Zustandsgröße}| < 1$) sich auf das Systemverhalten nur wenig auswirken. Aufgrund der Leitwerkshochlage ist die Beeinflussung der Leitwerksumströmung durch das Abwindfeld des Tragflügels nur wenig ausgeprägt. Dies zeigt die Identifizierung des Abwindwinkelgradienten $\partial \varepsilon_H / \partial \alpha$ mit einem gefundenen Wert von 0,182. Die Topologie des Kostenfunktionsals ist an der Stelle des identifizierten Parametervektors in Richtung des Abwindwinkelgradienten bildlich gesprochen sehr eben, so dass kleine Variationen sich nur wenig auf den Funktionswert $J(\theta)$ auswirken. Als Folge ergibt sich die relativ große Standardabweichung von über 8%. Über den Höhenleitwerksauftriebsanstieg $C_{A\alpha H}$ werden sowohl statische als auch dynamische Anteile des Höhenleitwerks am Kraft- und Momentenhaushalt des Flugzeugs formuliert (s. Gl. 3). Es besteht seitens $C_{A\alpha H}$ somit ein prägender Einfluss auf das Kostenfunktional, womit eine gute Identifizierbarkeit einhergeht (vgl. TAB 1).

| Identifizierter Parameter | Standardabweichung [%] |
|--|------------------------|
| C_{A0} | 0,4 |
| $C_{A\alpha FR}$ | 1,3 |
| $C_{A\alpha H}$ | 1,2 |
| $C_{A\eta K1/2/3}$ | 1,6/9,5/13,9 |
| $\partial \varepsilon_H / \partial \alpha$ | 8,2 |
| $\partial \varepsilon_H / \partial \eta_K$ | 8,8 |
| $\partial C_{AH} / \partial \eta$ | 1,0 |
| C_{W0} | 3,6 |
| Oswaldfaktor e | 11,6 |
| $C_{W\eta K1/2}$ | 8,5/1,4 |
| $C_{M025} = C_M(\alpha = 0)$ | 4,2 |
| $C_{M\eta K1/2/3}$ | 4,1/4,0/20,8 |
| C_{MqFR} | 6,7 |

TAB 1. Standardabweichungen der identifizierten Parameter

Für die Plausibilitätsprüfung wurden Polaren erstellt und ausgewertet, Längsstabilitätsuntersuchungen durchgeführt sowie der Wölbklappeneinfluss festgestellt. Aus dem Momentenverlauf, der ebenfalls aus den Parametern errechnet wurde, konnte die Trimmgeschwindigkeit bei freiem Höhenruder im Horizontalflug bestimmt und mit von den Identifizierungsflügen unabhängigen Flugversuchen abgeglichen werden (s. [5]).

Die Validierungsexperimente bestätigten überdies die Güte des gefundenen Parametersatzes. Ein ebenfalls von

den Identifizierungsflügen unabhängig aufgenommenes Anstellwinkelmanöver sowie ein Ausschussmanöver belegen die Übertragbarkeit des aufgestellten Aerodynamikmodells. BILD 10 zeigt dies exemplarisch anhand des Anstellwinkelmanövers:

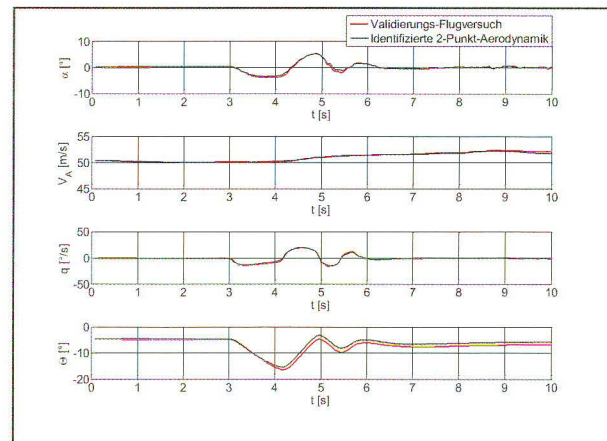


BILD 10. Zeitschriebe der Zustände von Experiment und Simulation eines Anstellwinkelmanövers als Validierungs-Flugversuch für das identifizierte Aerodynamikmodell

Die folgende Tabelle (TAB 2) quantifiziert die auftretenden Residuen des Anstellwinkel-Validierungsmanövers. Die Abweichungen der Zustandsgrößenverläufe zwischen dem Flugversuch und der Simulation bewegen sich in deren Größenordnung im Bereich der Messgenauigkeit der verwendeten Sensorik, womit die Validierung das aufgestellte Modell mit dem gefundenen Parametersatz in seiner Gültigkeit bestätigt.

| Zustandsgröße | Maximale Abweichung | Mittlere Abweichung |
|---------------|---------------------|---------------------|
| α | 0,7° | 0,2° |
| V_A | 0,4 m/s | 0,1 m/s |
| q | 2,9 °/s | 0,4 °/s |
| θ | 1,5° | 0,7° |

TAB 2. Maximale und mittlere Residuen bei der Validierung des Aerodynamikmodells anhand des Anstellwinkelschwingungsmanövers

7. RESÜMEE

In dieser Arbeit wurde die Identifizierung einer parametrischen 2-Punkt-Aerodynamik mit dem Ausgangsfehlervorgehen durchgeführt. Zu diesem Zweck wurden Flugversuchsdaten mit den entsprechenden Zuständen aus einem Simulationsmodell des Motorsegelflugzeugs STEMME S6 abgeglichen und daraus die entsprechenden Modellparameter bestimmt. Das erstellte 2-Punkt-Aerodynamikmodell wurde entwickelt, um den Anforderungen einer Böenvorsteuerung gerecht zu werden. Mit der 2-Punkt-Aerodynamik werden Laufzeiteffekte des vom Flügel induzierten Abwindfeldes auf das Höhenleitwerk direkt mit modelliert. Als Stellglieder wurden sowohl das Höhenruder als auch die Wölbklappen mit Direct-Lift-Control(DLC)-Fähigkeiten in ihrer Wirksamkeit bestimmt. Die Maximum-Likelihood-Methode berücksichtigt aufgrund ihres stochastischen Ansatzes Messrauschen der Sensorik. Prozessrauschen, welches durch Windeinflüsse hervorgerufen werden kann, führt ohne Gegenmaßnahmen zu fehlerhaften Parametern. Im Rahmen dieser

Untersuchung sollten aerodynamische Parameter-identifikationen auch aus Flugversuchsdaten unter instationärem Windeinfluss vorgenommen werden. Hierfür wurde die Simulation durch einen Eingang für eine dynamische Atmosphäre erweitert. Die durch die Flugbahnrekonstruktion ermittelten Windkomponenten konnten so bei der Bestimmung der Parameter mit einbezogen werden.

Das Simulationsmodell zeigt mit der identifizierten 2-Punkt-Aerodynamik eine sehr gute Abbildung des dynamischen Verhaltens der STEMME S6. Die Auswertung und Validierung des Modells belegen die gute Identifizierbarkeit der Parameter des gemachten Ansatzes. Um eine Bestimmung der nur schwer zu quantifizierenden Fehler des instationären Windes aus der Flugbahnrekonstruktion zu vermeiden, kommt in einem nächsten Schritt für die Identifizierung auch die Filterfehlermethode in Frage. Diese verfügt nach [2] neben der Berücksichtigung von Messrauschen über eine Möglichkeit, vorhandenes Prozessrauschen (z.B. Turbulenz) anhand eines geeigneten Modellansatzes in einem Vorgang mit zu identifizieren. Zur Lösung der daraus hervorgehenden stochastischen Differentialgleichungen bietet sich ein Extended Kalman Filter als Zustandsschätzer an.

Danksagung

Dieses Manuskript basiert auf einer gleichnamigen Diplomarbeit, welche an der Technischen Universität Berlin am Fachgebiet Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität verfasst wurde.

An dieser Stelle möchte ich meinem Betreuer Dipl.-Ing. Arndt Hoffmann für die intensiven Fachgespräche und die immer freundliche Unterstützung danken. Ein besonderer Dank gilt außerdem Prof. Dr.-Ing. Robert Luckner für eine interessante Zeit an seinem Fachgebiet und dass er mir diese sehr herausfordernde und spannende Diplomarbeit ermöglicht hat.

Referenzen

- [1] Mönnich, W.: Ein 2-Punkt-Aerodynamikmodell für die Identifizierung. In: Systemidentifikation in der Fahrzeugdynamik DFVLR-Mitt. 87-22 (1987), S.193-207
- [2] Jategaonkar, R. V.: Flight Vehicle System Identification. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2006
- [3] Fisher, R. A.: Statistical methods for research workers. Edinburgh-London: Oliver and Boyd, 1941
- [4] Nelder, J. A.; Mead, R. A.: A Simplex Method for Function Minimization. In: Computer Journal 7 (1965), S.308-313
- [5] Speck, S.: Identifizierung einer 2-Punkt-Aerodynamik für das Motorsegelflugzeug STEMME S6 – Diplomarbeit. Technische Universität Berlin, 2010
- [6] Thielecke, F.: Systemidentifizierung – Eine Einführung für Ingenieure. Braunschweig: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Flugsystemtechnik, 2007