

METHODE ZUR FLUGMECHANISCHEN SIMULATION EINES ELASTISCHEN FLUGZEUGS BEI WINDSTÖRUNGEN IM ZEITBEREICH

F. J. Silvestre und R. Luckner
Technische Universität Berlin
Institut für Luft- und Raumfahrt
Fachgebiet Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität
Marchstraße 12, D-10587 Berlin

Übersicht

Ein Modell für die Simulation eines elastischen Flugzeugs unter Wirkung einer beliebigen Bö wird im Zeitbereich entwickelt. Es basiert auf der Annahme, dass die elastischen Verformungen klein sind, und verwendet Streifenmethode zum Berechnen der inkrementellen aerodynamischen Kräfte und Momente. Die zeitliche Verzögerung der durch die Bö induzierten aerodynamischen Kräfte und Momente wird mit der Küssner-Funktion für jeden Streifen modelliert. Am Beispiel des Motorseglers Stemme S6 wird das Verfahren für die Simulation einer $1-\cos$ Bö demonstriert. Außerdem werden Analysen über den Einfluss der Elastizität auf die Strukturbelastung, die erzeugten Beschleunigungen, die Verformung des Flugzeuges, und die im Flug zu messenden Daten durchgeführt und diskutiert.

NOMENKLATUR

Symbole

$\mathbf{K}_{g,B}, \mathbf{M}_{g,B}$	= inkrementelle, durch die Bö induzierte Kraft und Moment
\mathbf{K}	= Steifigkeitsmatrix
n	= Anzahl der ausgewählten elastischen Eigenformen
Q_η	= generalisierte Kraft an einem elastischen Freiheitsgrad
$w_g, w_{g,max}, x_0, x_{max}$	= Parameter der $1-\cos$ Bö (s. BILD 1)
λ_1^e, λ_2^e	= Zeitverzögerungsgrößen bzgl. der Elastizität
λ_1^g, λ_2^g	= Zeitverzögerungsgrößen bzgl. der Bö
μ, ξ, ω_n	= modale Mass, Dämpfung und Frequenz
ϕ_{EA}	= um die Elastische Achse linearisierte elastische Auslenkung
$\frac{d\phi_{EA}}{dx}$	= um die Elastische Achse linearisierte elastische Torsion

Indexe

B	= körperfestes Koordinatensystem
EA	= Elastische Achse
F	= Flügel
g	= Bö
HL	= Höhenleitwerk
i, j, k, l	= eine(r,s) der elastischen Eigenformen, Streifen des Flügels, Streifen des Höhenleitwerks, Freiheitsgraden
$inertial$	= inertiales Koordinatensystem
NP	= Neutralpunkt
S	= Sensor
SP	= Schwerpunkt

1 EINLEITUNG

Die üblichen Methoden zur Untersuchung aeroelastischer Phänomene sind Frequenzbereichsmethoden. Allerdings gibt es Anwendungen, bei denen die Simulation elastischer Flugzeuge im Zeitbereich notwendig oder zumindest vorteilhaft ist. Mit dem Begriff "Simulation elastischer Flugzeuge" ist eine Simulation gemeint, bei der Flugmechanik und Aeroelastik gekoppelt sind. Beispiele solcher Verwendungszwecke sind:

- Nichtlineare Analyse von Kopplungen zwischen den elastischen und den flugmechanischen Eigenbewegungen;
- Nichtlineare Analyse von Kopplungen zwischen dem elastischen Flugzeug und dem Flugregler (Aeroservoelastizität);
- Nichtlineare Berechnung von Strukturbelastungen, die aus atmosphärischen Störungen (diskreten Böen) entstehen;
- Untersuchung des elastischen Flugzeugs in Echtzeit (*Pilot-in-the-loop, Hardware-in-the-loop*).

Das zunehmende Interesse an aeroservoelastischen Simulationen resultiert aus dem Ziel, Flugzeugentwürfe zu optimieren und dementsprechend das Strukturleergewicht kontinuierlich zu reduzieren. Dadurch erhöht sich die Flexibilität der Struktur, und der Frequenzabstand zwischen flugmechanischen und aeroelastischen Eigenbewegungsformen wird geringer, d.h. beim Flugzeugentwurf muss die Aeroelastizität frühzeitig in der flugmechanischen Modellierung berücksichtigt und bei der Auslegung von Flugreglern betrachtet werden.

Dieser Artikel basiert auf (und ist eine Erweiterung von) dem beim *International Forum on Aeroelastic and Structural Dynamics*, IFASD 2009, vorgestellten Ansatz [1], in dem ein nichtlineares flugmechanisches Modell [2] und die

durch die Struktureigenformen dargestellte Strukturdynamik [3] gekoppelt sind. Ähnlich wie die Formulierung der inkrementellen, durch die Elastizität verursachten aerodynamischen Kräfte mithilfe der Wagner-Funktion, wird hier eine instationäre Streifenmethode dargestellt. Dabei wird die inkrementelle, aus Windstörungen (diskreten Böen) resultierende Aerodynamik durch die Küssner-Funktion im Zeitbereich modelliert.

Diese Arbeit wird in Verbindung mit dem Projekt LAPAZ durchgeführt, einer Kooperation zwischen dem Fachgebiet Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität des Institutes für Luft- und Raumfahrt der TU-Berlin, der Firma STEMME und des Institutes für Luftfahrtssysteme der Universität Stuttgart für die Entwicklung des Steuerungssystems für den Motorsegler Stemme S6. Von großem Belang sind die induzierten Geschwindigkeiten am Messsensor für Anstellwinkel und Schiebewinkel. Dieser Sensor befindet sich an der Spitze eines Kohlefaserrohrs, das unter dem rechten Flügel aufgebaut ist.

In Kapitel 2 wird die Modellierung der Dynamik des elastischen Flugzeugs kurz dargestellt. Kapitel 3 enthält die Beschreibung der Böenmodellierung, und Kapitel 4 zeigt die angenommene Modellierung für die Dynamik des Anstellwinkel- und Schiebewinkelsensors. Kapitel 5 stellt die wichtigsten Ergebnisse dar und Kapitel 6 fasst die Arbeit zusammen.

2 DYNAMIK DES ELASTISCHEN FLUGZEUGS - VORHANDENES MODELL

In [1] wird eine Methodik im Zeitbereich zur Berechnung des dynamischen Verhaltens eines elastischen Flugzeugs bei Ausschlagen der Stellflächen beschrieben. Charakteristika dieser neuen Methodik sind:

- Gekoppelte Simulation der nichtlinearen Flugmechanik und der Strukturdynamik;
- Große Ähnlichkeit mit der klassischen Flugmechanik;
- Geringe Anzahl der Freiheitsgraden;
- Nicht rechenzeitaufwendig und deswegen geeignet für Echtzeitsimulationen;
- Bereit für die Kopplung mit Reglern;
- Verwendbar für die Durchführung von Stabilitätsanalysen;
- Die Berechnungen erfolgen im Zeitbereich.

Dieses Verfahren ermöglicht auch die Berechnung von Böenlasten, die auf die Struktur wirken, was für die Analyse der Leistung von Böenlastminderungsreglern notwendig ist. Außerdem können die durch die Struktur am Messsensor induzierten Geschwindigkeiten bestimmt werden, was für die Analyse der Qualität der gemessenen Daten eine entscheidende Rolle spielt.

Diese Methodik basiert auf den in [4] mittels der Lagrange-Mechanik abgeleiteten Bewegungsgleichungen eines flexiblen Flugzeugs. Kinetische, Potential- und Dissipationsenergie beinhalten die Beiträge der Elastizität und die folgenden Vereinfachungen werden angenommen:

- Die elastischen Verformungen sind senkrecht zu den Tragflächen;
- Die elastischen Verformungen sind klein im Vergleich zu der Translation und Rotation des Flugzeugs;
- Das Bezugssystem sind die sogenannten *mean axes*.

Durch die Annahme von kleinen elastischen Auslenkungen kann dieses Bezugssystem als koinzident zu dem körperfesten Koordinatensystem betrachtet werden, was letztendlich die Inertialkopplung zwischen den elastischen Freiheitsgraden und denen der Bewegung des Flugzeugs annulliert. Die Struktur wird durch die elastischen Eigenformen repräsentiert. Die Aerodynamik wird mit einer zweidimensionalen, instationären Streifenmethode modelliert, die auf der Wagner-Funktion [5] basiert. Den Gleichgewichtszustand rechnet man aber mit quasi-stationären Aerodynamik durch erweiterte, elastische Stabilitätsderivative. Die Bewegungsgleichungen folgen in Gl. (1), (2) und (3).

(1)

$$\dot{u} = \frac{X}{m} + rv - qw - g \sin \theta$$

$$\dot{v} = \frac{Y}{m} + pw - ru + g \cos \theta \sin \phi$$

$$\dot{w} = \frac{Z}{m} + qu - pv + g \cos \theta \cos \phi$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{xz}\dot{r} - I_{yz}(q^2 - r^2) - (I_{yy} - I_{zz})qr - p(I_{xz}q - I_{xy}r) = \underline{L}$$

$$-I_{xy}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} - I_{yz}\dot{r} - I_{xz}(r^2 - p^2) - (I_{zz} - I_{xx})rp - q(I_{xy}r - I_{yz}p) = \underline{M}$$

$$-I_{xz}\dot{p} - I_{yz}\dot{q} + I_{zz}\dot{r} - I_{xy}(p^2 - q^2) - (I_{xx} - I_{yy})pq - r(I_{yz}p - I_{xz}q) = \underline{N}$$

$$\dot{x} = u \cos \theta \cos \psi + v(\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi) + w(\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi)$$

$$\dot{y} = u \cos \theta \sin \psi + v(\cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi) + w(-\cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi)$$

$$\dot{H} = u \sin \theta - v \cos \theta \sin \phi - w \cos \theta \cos \phi$$

$$\dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi$$

$$\dot{\psi} = (r \cos \phi + q \sin \phi) \sec \theta$$

(2)

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_i \\ \ddot{\eta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_{n,i}^2 & -2\xi_i\omega_{n,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_i \\ \dot{\eta}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{Q_{\eta_i}}{\mu_i}, \quad i = 1 : n$$

(3)

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{1,l}^e \\ \dot{\lambda}_{2,l}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.041V/\frac{\bar{c}}{2} & 0 \\ 0 & -0.32V\frac{\bar{c}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{1,l}^e \\ \lambda_{2,l}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.165 \\ -0.335 \end{bmatrix} \frac{d\Lambda_L}{dt}, \quad l = 1 : n + 6,$$

wobei u, v, w die Komponenten der Fluggeschwindigkeit; p, q, r die Komponenten der Winkelgeschwindigkeit; X, Y, Z die Komponenten der externen Kraft (aerodynamischen und antreibenden); und $\underline{L}, \underline{M}, \underline{M}$ die Komponenten der externen Momente im körperfesten Koordinatensystem sind. ψ, θ und ϕ sind die Eulerwinkel; x, y und z die Koordinaten im inertialen Bezugssystem; und $H = -z$ die Flughöhe. η_i ist die modale Amplitude der i -ten elastischen Eigenform; $\mu_i, \xi_i, \omega_{n,i}$ und Q_{η_i} die modalen Massen, Dämpfungen, Frequenzen bzw. Kräfte für die n ausgewählten elastischen Eigenformen. $\lambda_{1,l}^e$ und $\lambda_{2,l}^e$ sind die dementsprechenden Verzögerungsgrößen, die der Wagner-Funktion nach der Jones'schen Näherung entsprechen, für die 6 Freiheitsgrade der Translation und Rotation und die n ausgewählten elastischen Eigenformen. Letztendlich repräsentiert Λ_l für jeden Freiheitsgrad die Summe der Beiträge aller Streifen zur dementsprechenden generalisierten Kräfte, die durch die elastischen Auslenkungen induziert werden [1, 6].

Dieses Verfahren wurde durch die Flatterrechnung der Stemme S6 validiert, indem die Diagramme $V-g$ (aerodynamische Dämpfungen) und $V-f$ (Frequenzen) dargestellt und mit denen aus der g -Methode der kommerziellen Software ZAERO [7] verglichen wurden.¹

Hier ist zu beachten, dass die Annahme der mittleren aerodynamischen Flügeltiefe \bar{c} für die Berechnung der Verzögerung aller Streifen eine Vereinfachung darstellt. Durch diese Vereinfachung sinkt erheblich die Anzahl der Gleichungen. Allerdings schließt sie die Bestimmung der Lastverteilung auf das gesamte Flugzeug aus, indem nur die Summe aller Streifen gerechnet wird. Für den Zweck dieser Arbeit muss diese Vereinfachung aufgehoben werden, d.h. Gl. (3) muss für jeden Streifen verwendet werden ($l = 1 : s$, wobei s die Anzahl der Streifen ist).

3 BÖENMODELLIERUNG

Windstörungen haben einen signifikanten Einfluss auf die Belastung der Flugzeugstruktur. Beim Strukturentwurf sind in der Regel zwei idealisierte Fälle zu berücksichtigen [8]: 1) kontinuierliche Turbulenz und 2) diskrete Bö. Der erste Fall wird normalerweise im Frequenzbereich durch die Spektralanalyse (PSD - *Power Spectral Density*) betrachtet, während der zweite im Zeitbereich durch das 1-cos Böenmodell beschrieben wird [9]. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf die Auswertung der am Messsensor, durch die Elastizität induzierten Geschwindigkeit bzw. der Böenlasten durch Zeitsimulationen mit dem diskreten 1-cos Böenmodell, das in BILD 1 dargestellt wird. Nach der Definition der EASA Zulassungsvorschrift CS-23 [8] lautet das Geschwindigkeitsprofil einer vertikalen 1-cos Bö in einem erdfesten ("inertialen") Koordinatensystem:

$$(4) \quad w_g(x) = \begin{cases} -\frac{w_{g,max}}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \frac{x-x_0}{x_{max}-x_0} \right) \right], & \text{für } (x-x_0) \in [0, 2(x_{max}-x_0)] \\ 0, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Gemäß [8] müssen nur symmetrische Böen, jeweils ver-

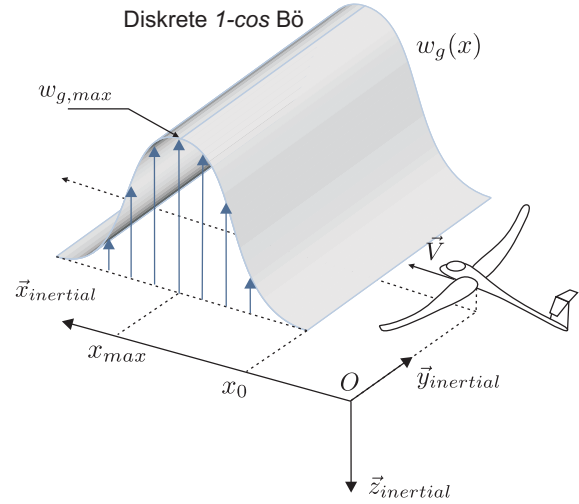


BILD 1: Definition des 1-cos Böenmodells nach CS/AMC 23.333 [8]

tikal und seitlich, betrachtet werden, d.h. jeder Schnitt der Bö senkrecht zu der Flugrichtung hat die selben Geschwindigkeiten. In dieser Arbeit wird nur die vertikale Bö berücksichtigt. Bevor die Kräfte auf dem gesamten Flugzeug nach einer beliebigen Bö abgeleitet werden, wird das Küssner-Problem vorgestellt.

3.1 Das Küssner-Problem

Küssner [10] hat untersucht, wie sich der Auftrieb ändert, wenn eine ebene Platte horizontal in eine Vertikalbö mit diskontinuierlicher Zunahme der Vertikalgeschwindigkeit (vertikale, scharfkantige Bö) hineinfliegt. Wobei die Platte in ihrer Lage fixiert ist (s. BILD 2, in dem ein Profil die ebene Platte ersetzt). Daraus kann der resultierende Auftrieb (A_F), der an der 25% Linie des Profils angreift, wie folgt bestimmt werden [11]:

$$(5) \quad A_F(\tau) = \frac{1}{2} \rho V c C_{A,\alpha} w_0 \psi(\tau)$$

wobei $\tau = Vt/(\frac{c}{2})$ die dimensionslose Zeit in Anzahl von geflogenen Halbflügeltiefen, $\psi(\tau)$ ($\tau > 0$) die Küssner-Funktion, w_0 die Geschwindigkeit der Bö, V die horizontale Fluggeschwindigkeit des Profils, c seine Flügeltiefe, $C_{A,\alpha}$ der Auftriebsanstieg ($= 2\pi$ für die ebene Platte), und ρ die Luftdichte ist.

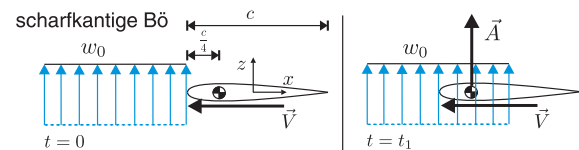


BILD 2: Küssner-Problem

¹ Die Flatterrechnung für die Stemme S6 wurde vom Institut für Zuverlässigkeitstechnik an der Technischen Universität Hamburg-Harburg mit ZAERO durchgeführt [12].

3.2 Beliebige Bö

Unter Anwendung des Duhamel-Integrals kann, basierend auf der Antwort des Profils nach der scharfkantigen Bö, der aus einer beliebigen Bö resultierende Auftrieb ermittelt werden [11, 13, 9]. Dieses wird durch Gl. (6) nach der Transformation der dimensionslosen Zeit τ in die Zeit t beschrieben.

(6)

$$A(t) = \frac{1}{2} \rho V c_{A,\alpha} \left[w_g(0) \psi(t) + \int_{\sigma=0}^t \frac{dw_g(\sigma)}{d\sigma} \psi(t-\sigma) d\sigma \right].$$

Wir nehmen die algebraische Annäherung der Küssner-Funktion $\psi(t) \approx 1 - 0,5e^{-0,13Vt/\frac{c}{2}} - 0,5e^{-Vt/\frac{c}{2}}$ an [11]. Somit kann das Integral in Gl. (6) folgendermaßen gerechnet werden²:

(7)

$$\int_{\sigma=0}^t \frac{dw_g(\sigma)}{d\sigma} \psi(t-\sigma) d\sigma = w_g(t) - w_g(0) + \lambda_1^g(t) + \lambda_2^g(t),$$

wobei sich die Verzögerungszustände (*lag states*) λ_1^g und λ_2^g folgendermaßen berechnen lassen:

(8)

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_1(t) \\ \dot{\lambda}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,130V/\frac{c}{2} & 0 \\ 0 & -V/\frac{c}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1(t) \\ \lambda_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} \frac{dw_g(t)}{dt}.$$

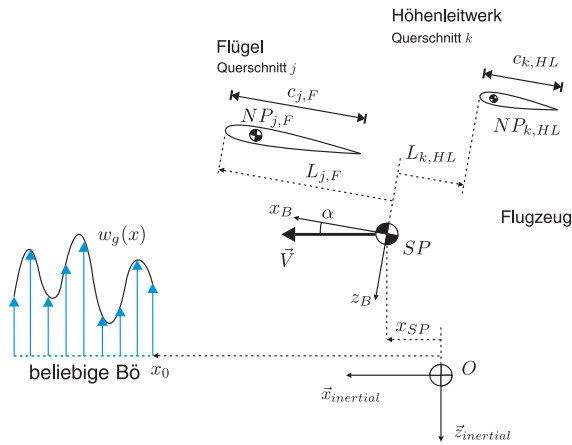


BILD 3: Auftreten einer vertikalen Bö im Horizontalflug

Um die gesamte, durch die Bö verursachte Belastung zu berechnen, müssen die inkrementellen Auftriebsbeiträge der einzelnen Streifen bestimmt werden. Die geometrischen Verhältnisse zeigt BILD 3, im einzelnen den Schwerpunkt des Flugzeuges (SP), die Streifen j des Flügels (Index j,F) bzw. k des Höhenleitwerks (Index k,HL) und die beliebige, im inertialen Koordinatensystem definierte Bö. Der Streifen j des Flügels hat die Flügeltiefe $c_{j,F}$ und seine Vorderkante die x -Koordinate $L_{j,F}$ im körperfesten Koordinatensystem. Der Streifen k des Höhenleitwerks hat hingegen die Flügeltiefe $c_{k,HL}$ und seine Vorderkante die x -Koordinate $L_{k,HL}$ im körperfesten

Koordinatensystem. Die inkrementellen Auftriebe im unten definierten aerodynamischen Koordinatensystem (x - und z -Achsen umgekehrt im Vergleich zu dem von Küssner definierten) folgen:

(9)

$$A_{j,F}(t) = \frac{1}{2} \rho V c_{j,F} (C_{A,\alpha})_{j,F} [w_g(x_{SP}(t) - x_0 + L_{j,F} \cos \alpha) + (\lambda_1^g)_{j,F}(t) + (\lambda_2^g)_{j,F}(t)],$$

für den j -ten Streifen des Flügels und

(10)

$$A_{k,HL}(t) = \frac{1}{2} \rho V c_{k,HL} (C_{A,\alpha})_{k,HL} [w_g(x_{SP}(t) - x_0 + L_{k,HL} \cos \alpha) + (\lambda_1^g)_{k,HL}(t) + (\lambda_2^g)_{k,HL}(t)],$$

für den k -ten Streifen des Höhenleitwerks. Da die Bö die Vorderkanten der Streifen in unterschiedlichen Zeiten erreicht, stellen Strecken $L_{j,F} \cos \alpha$ und $L_{k,HL} \cos \alpha$ die Eindringtiefe der Bö dar. Nach der Transformation in das körperfeste Koordinatensystem (durch die Matrix $\mathbf{L}_{B/A}$) und der Summe des Beitrages aller Streifen kann die resultierende Kraft $\mathbf{K}_{g,B}$ abgeleitet werden. Unter der Voraussetzung, dass $\mathbf{A}_{j,F}$ und $\mathbf{A}_{k,HL}$ die Kraftvektoren im aerodynamischen Koordinatensystem sind (z.B. $\mathbf{A}_{j,F} = [0 \ 0 \ 1]^T A_{j,F}$), folgt:

(11)

$$\mathbf{K}_{g,B} = \mathbf{L}_{B/A} \left(\int_F \mathbf{A}_{j,F} dy + \int_{HL} \mathbf{A}_{k,HL} dy \right) \approx \mathbf{L}_{B/A} \left(\sum_{j=1}^{n_F} \mathbf{A}_{j,F} \Delta y_j + \sum_{k=1}^{n_{HL}} \mathbf{A}_{k,HL} \Delta y_k \right),$$

wobei n_F und n_{HL} die Anzahl der Streifen des Flügels bzw. des Höhenleitwerks sind. Die Momente um den Schwerpunkt des Flugzeuges $\mathbf{M}_{g,B}$ ergeben sich zu:

(12)

$$\mathbf{M}_{g,B} \approx \sum_{j=1}^{n_F} \mathbf{r}_{1/4j,F} \times (\mathbf{L}_{B/A} \mathbf{A}_{j,F}) \Delta y_j + \sum_{k=1}^{n_{HL}} \mathbf{r}_{1/4k,HL} \times (\mathbf{L}_{B/A} \mathbf{A}_{k,HL}) \Delta y_k.$$

Die z -Komponente der i -ten elastischen Eigenform des Flugzeugs im körperfesten Koordinatensystem wird mit $\phi^i(x, y)$ berechnet. Nach ihrer Linearisierung um die Elastische Achse (EA) [6, 1] können die entsprechenden Auslenkungen und Drehungen bestimmt werden: ϕ_{EA}^i bzw.

² S. [1], wo die gleiche Prozedur für die Faltung des durch die elastische Strukturverformung induzierten Abwindes mit der Wagner-Funktion beschrieben ist

$\frac{\partial \phi_{EA}^i}{\partial x}$. Die Abstände zwischen der $\frac{1}{4}$ -Flügeltiefe und der Elastischen Achse, jeweils für Flügel und Höhenleitwerk, sind $a_{j,F} = (x_{1/4j,F} - x_{EAj,F})$ und $a_{k,HL} = (x_{1/4k,HL} - x_{EAk,HL})$. Der Beitrag der Bö für die generalisierte Kraft der i -ten elastischen Eigenform lässt sich somit schreiben:

(13)

$$Q_g^i \approx \sum_{j=1}^{n_F} A_{j,F} \cos \alpha \left(\phi_{EAj,F}^i + a_{j,F} \frac{\partial \phi_{EAj,F}^i}{\partial x} \right) \Delta y_j + \sum_{k=1}^{n_{HL}} A_{k,HL} \cos \alpha \left(\phi_{EAk,HL}^i + a_{k,HL} \frac{\partial \phi_{EAk,HL}^i}{\partial x} \right) \Delta y_j.$$

4 Modellierung der Dynamik des Messensors

Die Messsensoren von α und β sind an einem Messbau befestigt, der an zwei Punkten am Flügel fixiert ist, s. BILD 4. BILD 5 zeigt das mit dem Messsensor ausgerüstete Flugzeug.

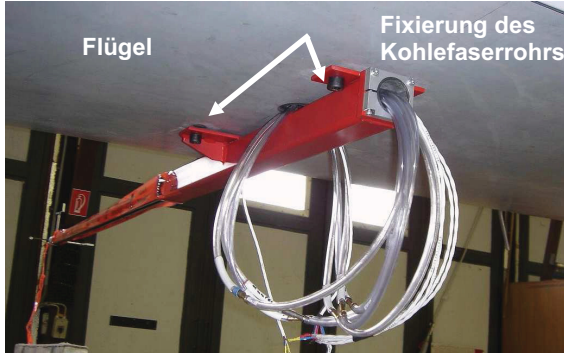


BILD 4: Fixierung des Kohlefaserrohrs am Flügel



BILD 5: S15 (Prototyp der S6 im Projekt LAPAZ) ausgerüstet mit dem Kohlefaserrohr

Die Dynamik des Messensors wird hier vereinfacht, indem die Struktur Messsensor-Kohlefaserrohr durch eine einzige Masse m an der Spitze und einem Balken zwischen dieser und dem Flügel repräsentiert wird (s. BILD 6). Die Masse m ist die Summe der Masse des Messensors und der Hälfte des Rohrs. Das Gleiche gilt für das Trägheitsmoment I_{yy} . Wenn z_S und θ_S die Auslenkung und die Rotation des Sensors sind und z_F und θ_F die des Flügelstreifens, an dem das Rohr fixiert ist, folgt laut Balkentheorie nach Euler-Bernoulli [14]:

$$(14) \quad \begin{bmatrix} Q_F \\ M_F \\ -Q_S \\ -M_S \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \begin{bmatrix} z_F \\ \theta_F \\ z_S \\ \theta_S \end{bmatrix},$$

wobei \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix des Balkens ist.³

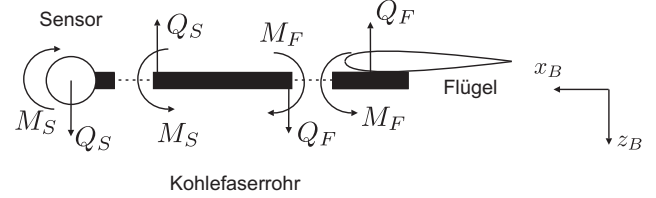


BILD 6: Kraftverteilung am Flügel und am Messsensor

Die Bewegung des Sensors relativ zu einem Gleichgewichtszustand lässt sich daher wie folgt schreiben:

$$(15) \quad \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_S \\ \ddot{\theta}_S \end{bmatrix} + \mathbf{D} \begin{bmatrix} z_S \\ \theta_S \end{bmatrix} = -\mathbf{C} \begin{bmatrix} z_F \\ \theta_F \end{bmatrix}.$$

Auslenkung z_F und Rotation des Flügels θ_F setzen sich aus der vertikalen Bewegung und Rotation des Schwerpunktes und der elastischen Verformung am Ort des Streifens zusammen:

(16)

$$z_F = -\Delta H - L_{j,F} \sin(\Delta\theta) + \sum_{i=1}^n \left[\eta_i \phi_{EAj,F}^i + (a_{j,F} + c_{j,F}/4) \eta_i \frac{\partial \phi_{EAj,F}^i}{\partial x} \right],$$

$$\theta_F = \Delta\theta - \sum_{i=1}^n \eta_i \frac{\partial \phi_{EAj,F}^i}{\partial x}.$$

5 SIMULATION

Das Gleichungssystem (1) mit Zusatz der Gleichungen (8) – für jeden Streifen – und (15) wurde in MATLAB programmiert. Der Flügel der S6 wurde in 80 Streifen unterteilt, und das Höhenleitwerk in 40. Daher ergeben sich 12 Gleichungen der Flugmechanik, 32 der elastischen Freiheitsgrade, 240 der aus der Wagner-Funktion resultierenden Verzögerungszustände, 240 der aus der Küssner-Funktion resultierenden Verzögerungszustände, und 4 der Dynamik des Messensors (insgesamt 528 Gleichungen).

Für die Simulationen wurde das Flugzeug in der Konfiguration der TAB. 1 angenommen, wobei V_A die *design maneuvering speed* bedeutet [15].

3. S. ANHANG für den algebraischen Ausdruck von \mathbf{K} .

Eigenschaft	Wert	Einheit
Gewicht	9408	N
Geschwindigkeit (V_A)	55	m/s
Höhe	1900	m
Lage des SP (hinter der Nase)	2,605	m
Klappenstellung	4,2 (5) ⁴	°

TAB. 1: Flugkonfiguration zur Simulation

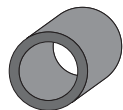
Die Eigenformen der S6 wurden mittels eines Stand-schwingversuches am Institut für Zuverlässigkeitstechnik der Technischen Universität Hamburg–Harburg gemessen [12]. Für die Modellierung des elastischen Flugzeuges wurden die ersten 16 symmetrischen und antisymmetrischen Eigenformen berücksichtigt. Das Verfahren läuft mit allen 16 elastischen Eigenformen [6], obwohl für die Analyse dieser Arbeit (vertikale, symmetrische Bö) nur die symmetrischen Eigenformen wichtig sind. Sie sind in TAB. 2 zusammengefasst. Die Strukturdämpfungen, auch wenn im Schwingversuch bestimmt, wurden hier vernachlässigt (konservative Näherung).

#	Eigenform	Frequenz [Hz]
1	1. Biegung, Flügel	3,29
2	1. Swing, Flügel	7,39
3	1. Biegung, Rumpf	9,02
4	2. Biegung, Flügel	11,55
5	2. Biegung, Rumpf	19,74
6	3. Biegung, Flügel	21,02
7	2. Swing, Flügel	25,32
8	1. Torsion, Flügel	27,87

TAB. 2: Erste 8 symmetrische Eigenformen der S6

Die Eigenschaften des Kohlefaserrohrs, das den Messensor trägt, sind in TAB. 3 zu sehen. Zwei spannweiteige Positionen für die Fixierung des Rohrs am Flügel wurden angenommen: Position 1 (2,0m von der Symmetrieebene entfernt), und Position 2 (3,5m von der Symmetrieebene entfernt).⁵

Eigenschaft	Wert	Einheit
Dichte	1600	kg/m ³
Elastizitätsmodul	70	GPa
Externer Durchmesser	0,04	m
Interner Durchmesser	0,03	m
Länge	3,00	m



TAB. 3: Eigenschaften des Kohlefaserrohrs

Böen mit $w_{g,max}$ von 7,5 und 15m/s von unten nach oben ($-z_{inertial}$) wurden simuliert. Für alle Simulationen befindet sich die Bö zum Zeitpunkt 0s 2m vor dem Schwerpunkt ($x_0 = 2m$), d.h. sie trifft auf die Vorderkante des ersten Flügelstreifens nach 30ms und auf die des Höhenleitwerkstreifens nach 130ms. Böentiefen ($x_{max} - x_0$) von 6 bis 107m wurden angenommen. Dieses entspricht Anregungsfrequenzen bei gegebener Fluggeschwindigkeit von 4,58 bis 0,51Hz.⁶

Alle Simulationen wurden auf einem Standard-PC mit AMD Athlon (tm) 64×2 Dual Core, 2,10GHz, 2GB RAM durchgeführt. Die Schrittweite der Simulation war 20ms, das entspricht einer Frequenz von 500Hz.

5.1 Biegemoment an der Flügelwurzel

Das Biegemoment an der Flügelwurzel im instationären Übergang⁷ besteht aus fünf Anteilen, die von den folgenden, verschiedenen Quellen erzeugt werden [11]: a) Bö, b) Bewegung des Flugzeuges, c) elastische Auslenkungen, d) Trägheit aufgrund von (b), und e) Trägheit aufgrund von (c).

BILD 7 stellt das inkrementelle Biegemoment an der Flügelwurzel (positiv wenn die unteren Fasern des Flügels zugbelastet sind) für alle simulierten Böentiefen dar. Es wurden auch die zwei Ansätze verglichen: das Starrkörpermodell und das elastische Flugzeug (der letzte im instationären Fall). Der Unterschied zwischen beiden Modellen, obwohl nicht so groß, wird deutlich. In den meisten Fällen erhöht die Flexibilität die Spitzenbelastungen. Z.B. für die Böentiefe von 15m sind die Anteile des Biegemomentes in BILD 9 dargestellt. Die Bö erzeugt inkrementelle Kräfte auf der Flügelfläche nach oben (positives Biegemoment), und dadurch wird der Flügel elastisch nach oben beschleunigt. Diese elastische Auslenkung erzeugt inkrementelle, aerodynamische Kräfte in die Gegenrichtung (negatives Biegemoment), und entsprechend deren Beschleunigung werden Trägheitskräfte auch in die Gegenrichtung generiert, was den Effekt der Bö mindert. Wenn die elastische Auslenkung die Richtung wechselt, dann wird der Effekt der Bö sinngemäß verschärft. Der erste Effekt ist größer bei kleineren Böentiefen, da die erste Biegung des Flügels stärker angeregt wird (vgl. BILD 8 für eine Böentiefe von 6m, was einer Anregungsfrequenz von $f = 4,58\text{Hz}$ entspricht). Da der Flügel ziemlich steif ist, gibt es kaum Unterschied in der Dynamik der Bewegung des Flugzeugs nach beiden Ansätzen. Daher sind die oben genannten Anteile b) und d) sehr ähnlich für beide Modelle (vgl. BILDER 8 und 9).

Nachdem das Höhenleitwerk von der Bö getroffen wird, wird ein negatives Nickmoment erzeugt und das Flugzeug beginnt abzunicken. Dadurch biegen sich die Flügel nach unten und bewirken ein zusätzliches negatives Biegemoment an der Flügelwurzel. Je länger die Böentiefe ist, desto stärker taucht das Flugzeug, und desto größer ist dieser Effekt. Die Amplituden werden aber schwächer, wie in BILD 7 zu sehen ist.

4. Bei Flugversuchen wurde ein Unterschied von ca. 15% zwischen Soll- und Istwert der Klappenstellung beobachtet.

5. Während der Flugversuche war das Rohr an Position 1.

6. Nach dem Zulassungsvorschrift CS-23 muss für diese Kategorie von Flugzeugen nur die Böentiefe von $25\bar{c}$ simuliert werden.

7. In dem theoretischen Fall des Küssner-Problems würde der instationäre Übergang dem Zeitraum zwischen Auftreten der Bö und dem Einstellen des neuen Trimmzustandes entsprechen.

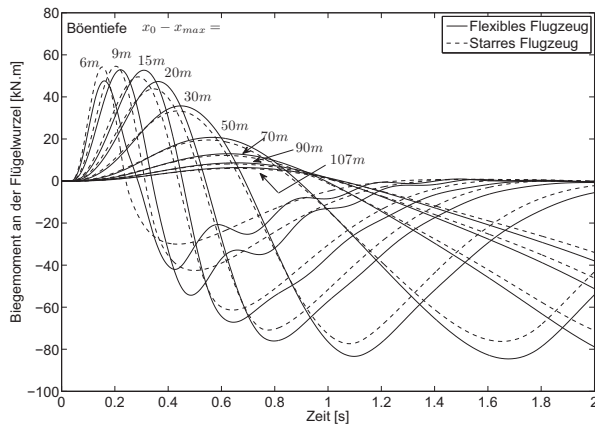


BILD 7: Biegemoment an der Flügelwurzel für verschiedene Böentiefen und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$, nach den Modellen des flexiblen und starren Flugzeugs

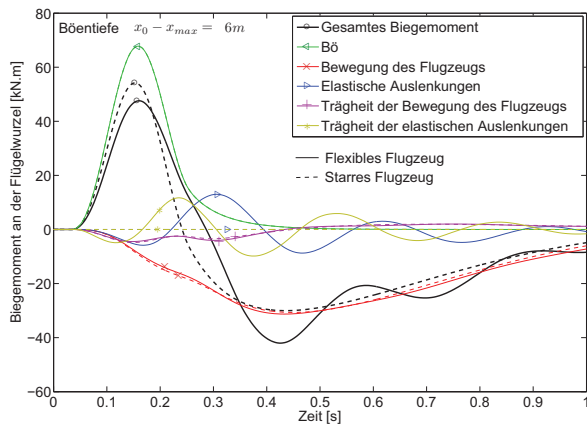


BILD 8: Anteile des Biegemomentes an der Flügelwurzel für eine Böentiefe von 6m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$

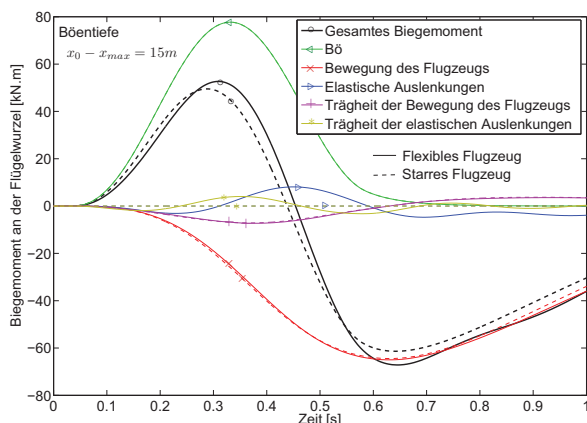


BILD 9: Anteile des Biegemomentes an der Flügelwurzel für eine Böentiefe von 15m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$

von 9m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$. Es gibt kaum Unterschied in den Beschleunigungen am Höhenleitwerk für flexibles und starres Flugzeug, da die erste Biegung des Rumpfes kaum angeregt wurde (kleine Schwingungen in der roten Kurve, für das flexible Flugzeug). Die Frequenz dieser Eigenform liegt bei 9,02Hz, viel höher als die Anregungsfrequenz der Bö. Auf der anderen Seite gibt es einen Unterschied von mehr als 1g in der Beschleunigung an der Flügelwurzel zwischen dem starren und dem flexiblen Modell, da die erste Biegung des Flügels angeregt wird, wie vorher erwähnt. Wobei die elastische Auslenkung in dieser Position höchstens 0,03m beträgt. Die Beschleunigungen am Messsensor an Position 1 und 2 sind natürlich gleich nach dem Modell des starren Flugzeugs. Wenn die Elastizität betrachtet wird, können an der Position 2 die höchsten Beschleunigungen beobachtet werden. D.h. die Flexibilität in diesem Fall hat den Effekt der Bö verstärkt. An der Position 1 hingegen hat die Flexibilität den Effekt der Bö verringert. Das kann dadurch erklärt werden, dass die elastischen Auslenkungen der ersten Biegung des Flügels für Position 1 und 2 umgekehrt sind.

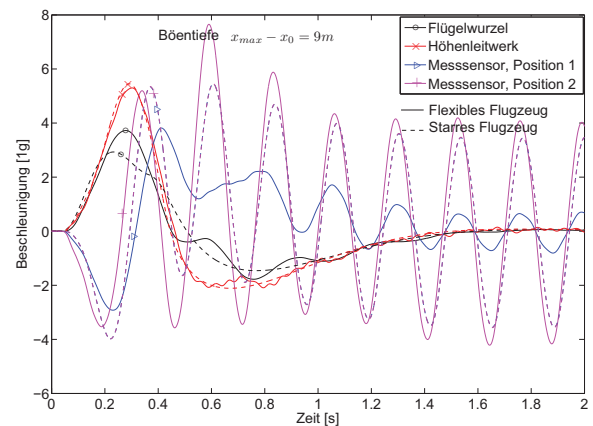


BILD 10: Beschleunigungen an verschiedenen Stellen des Flugzeugs für eine Böentiefe von 9m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$

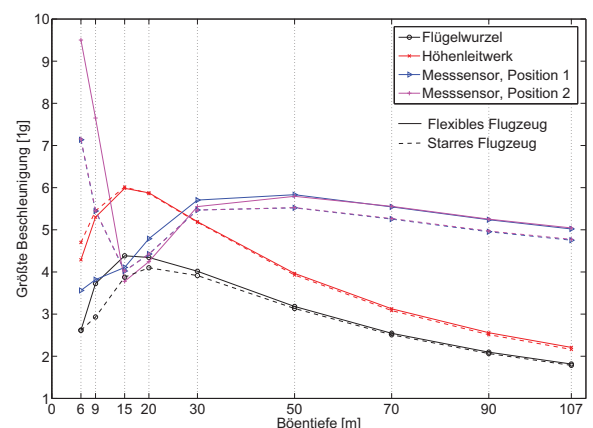


BILD 11: Größte Beschleunigungen für die simulierten Böentiefen und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$

5.2 Beschleunigungen

BILD 10 stellt die Beschleunigungen an der Flügelwurzel, am Höhenleitwerk, und am Messsensor für eine Böentiefe

In BILD 11 werden die höchsten Beschleunigungen für alle simulierten Böentiefen gezeigt. Da die berücksichtigten Frequenzen des Kohlenfaserrohrs um 4,3 und 17,1Hz liegen, ist zu erwarten, dass die dementsprechenden

größten Beschleunigungen für Position 2 bei Böen höherer Frequenzen (kürzerer Böentiefen) ausgelöst werden. Der umgekehrte Effekt ist für Position 1 zu erwarten. Für die Beschleunigungen an der Flügelwurzel und am Höhenleitwerk zeigt sich die Böentiefe von 15m die Kritische. Für größere Böenlängen spielt die von der Dynamik des Flugzeuges erzeugte Beschleunigung die größte Rolle, und deswegen erfährt der Messsensor an beiden Positionen ähnliche Beschleunigungen. BILD 12 zeigt die induzierte, vertikale Geschwindigkeit am Messsensor aufgrund sowohl der Bewegung des Flugzeugs als auch der Elastizität für eine Böentiefe von 9m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$. Die (nur) durch die Elastizität verursachten Abweichungen des Anstellwinkels werden in BILD 13 dargestellt. Abweichungen von $\pm 2^\circ$ sind zu erwarten. Die Auslenkungen des Messensors bleiben trotzdem klein (zwischen -10 und $+15\text{cm}$) auch in diesem Extremfall, und an der Position 1 wird die Elastizität die Auslenkung vermindern (vgl. BILD 14).

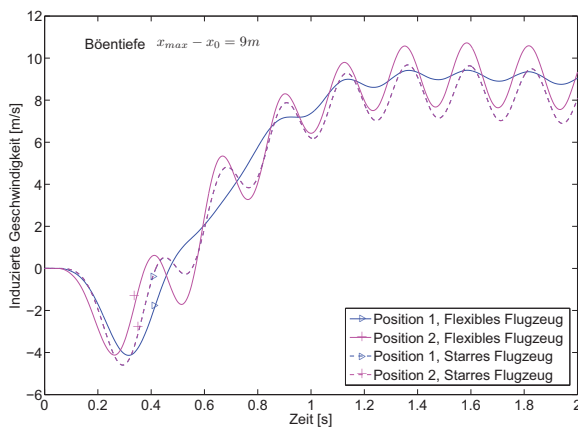


BILD 12: Induzierte Geschwindigkeit am Messsensor für eine Böentiefe von 9m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$

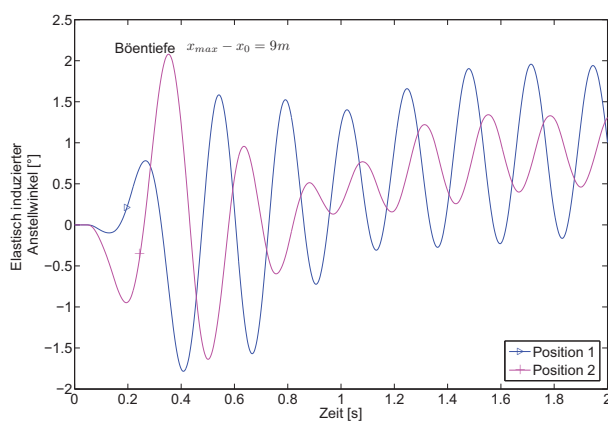


BILD 13: Elastisch induzierter Anstellwinkel am Messsensor für eine Böentiefe von 9m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$

5.3 Dynamik des Flugzeuges

Die flugmechanischen Zustandsgrößen werden für eine Böentiefe von 9 und 20m und $w_{g,max} = 7,5\text{m/s}$ in BILD 15 nach den Modellen des flexiblen und starren Flugzeugs dargestellt. Nur die Abweichung vom Gleichgewichtszustand wird gezeigt. Kleine Unterschiede sind bemerkbar,

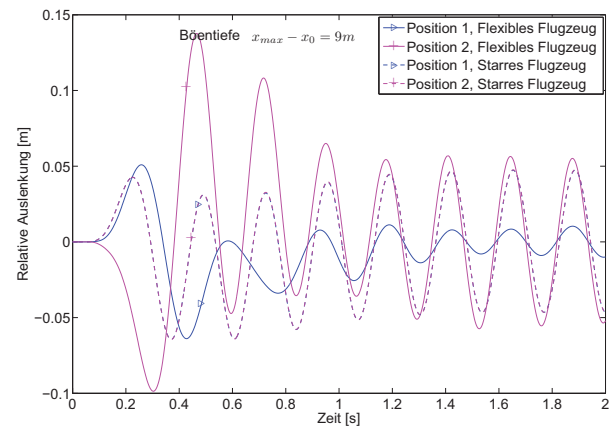


BILD 14: Relative Auslenkung des Messensors für eine Böentiefe von 9m und $w_{g,max} = 15\text{m/s}$

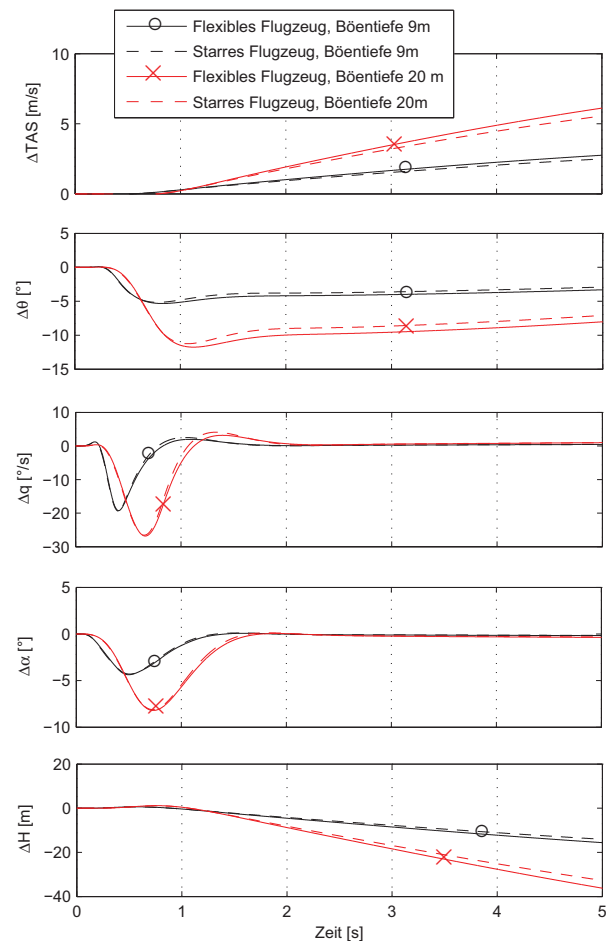


BILD 15: Flugmechanische Zustandsgrößen nach einer Bö mit Böentiefen von 9 und 20m, $w_{g,max} = 7,5\text{m/s}$

die aber mit der Erhöhung der Böentiefe zunehmen (in der Phygoide). Die Amplituden der elastischen Eigenformen sind in BILD 16 zu sehen. Wie vorher erwähnt, wurde die erste Biegung des Flügels dank ihrer kleinsten Frequenz am stärksten angeregt. Da die Torsionssteifigkeit der Flügel sehr hoch ist, wird die Torsion kaum angeregt (ihre Frequenz liegt bei 27,87Hz). Die dementsprechenden

den, generalisierten Kräfte werden in BILD 17 dargestellt. Zusätzlich wird in BILD 19 das Verhalten des Flugzeugs in 100s dargestellt, und in BILD 18 die Verformung des Flugzeugs während 1s, die mit einem Faktor 10 multipliziert wurde. Die Verformung enthält aber die Verformung im Gleichgewichtszustand ($\Delta t = 0$ s). Die maximale Verschiebung an der Flügelspitze (relativ zum Gleichgewichtszustand) erreicht 20cm nach oben und 22cm nach unten.

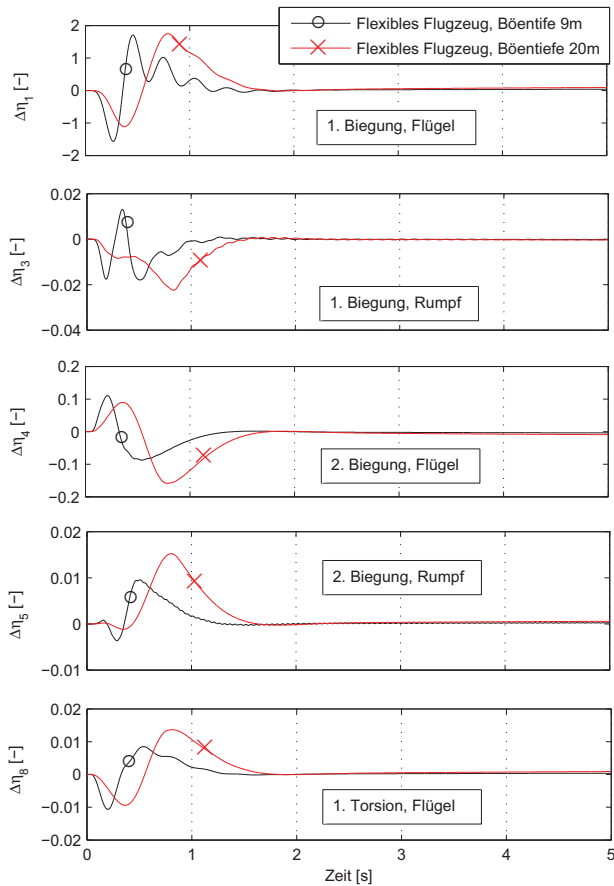


BILD 16: Modale Amplituden nach einer Bö mit Böentiefen von 9 und 20m, $w_{g,max} = 7,5$ m/s

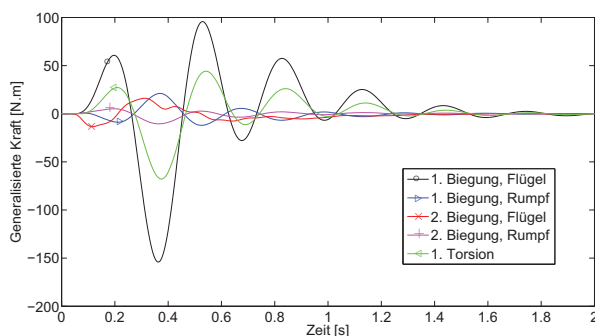


BILD 17: Generalisierte Kräfte an den elastischen Freiheitsgraden nach einer Bö mit einer Böentiefe von 9m, $w_{g,max} = 7,5$ m/s

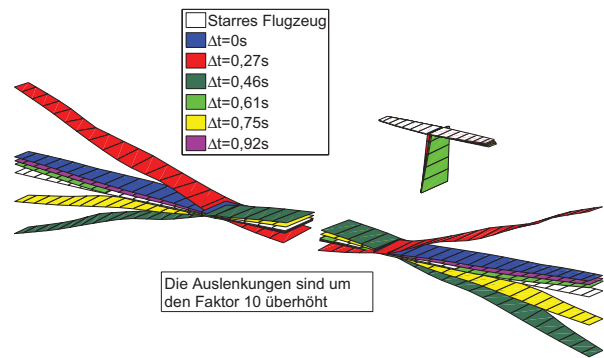


BILD 18: Elastische Auslenkungen des Flugzeugs nach einer Bö mit Böentiefe von 9m in 1s, $w_{g,max} = 7,5$ m/s

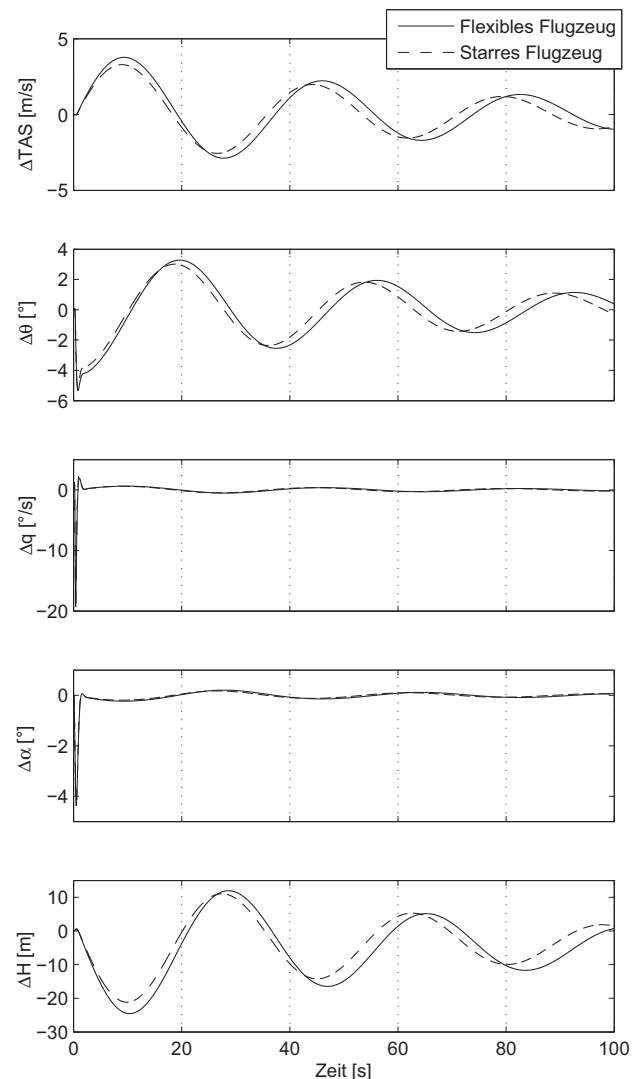


BILD 19: Flugmechanische Zustandsgrößen nach einer Bö mit Böentiefe von 9m in 100s, $w_{g,max} = 7,5$ m/s

6 ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde mit der in dieser Arbeit entwickelten Methodik gezeigt, dass Simulationen der gekoppelten Flugmechanik und Strukturdynamik im Zeitbereich frühzeitig im Flugzeugentwurf durchgeführt werden können. Auch wenn die

Einfachheit der Streifentheorie detaillierte Analysen (z.B. von Flattern oder der Berechnung von Böenlasten) mit der benötigten Genauigkeit einschränkt, können wichtige Informationen der gegenseitigen Einflüsse zwischen Flugmechanik und Aeroelastizität gewonnen werden. Dies sind nur innerhalb der vorausgesetzten Annahmen zutreffend. Z.B.:

- Für den Motorsegler Stemme S6 sind die zu erwartenden Beschleunigungen am Sensor für Anstellwinkel und Schiebewinkel in der Ordnung von 2,5 bis 9,5g für den Extremfall einer Bö mit Spitzengeschwindigkeit von 15m/s, je nachdem wo der Sensor positioniert wird. Das bedeutet einen Unterschied von über 2g im Vergleich zu dem Modell des starren Flugzeugs.
- Die Abweichung des gemessenen Anstellwinkels kann bis $\pm 2^\circ$ erreichen (das ist natürlich abhängig von den Eigenschaften des Rohrs und davon, wo der Sensor liegt);
- Die Berücksichtigung der Elastizität kann in 3 – 5% das Biegemoment an der Flügelwurzel verschärfen;
- Nur die erste Eigenform dieses Flugzeugs wird angeregt;
- Die Flugmechanik wird durch Elastizität kaum beeinflusst, d.h. für flugmechanische Simulationen (z.B. für Analysen der Leitung des Autopiloten) kann das klassische Modell des Starrkörpers angenommen werden.

Große Vorteile dieses Verfahrens sind, dass die nichtlineare Flugmechanik betrachtet wird und die Kopplung von Reglern möglich ist. Der letzte Punkt und die dadurch notwendige Stabilitätsanalyse sind die Themen der nächsten Arbeiten.

7 DANKSAGUNG

F. Silvestre möchte sich beim DAAD (dem Deutschen Akademischen Austauschdienst) für die Förderung dieser Recherche im Rahmen seiner Promotion, und ebenfalls beim Fachgebiet Flugmechanik, Flugregelung und Aeroelastizität der Technischen Universität Berlin für die finanzielle Unterstützung bezüglich der Teilnahme am DGLR Kongress 2010, herzlich bedanken.

ANHANG

Für einen Balken mit Länge L und Biegesteifigkeit EI_b lassen sich die Submatrizen der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} in Gl. (14) folglich schreiben:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} \\ -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_b}{L} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{12EI_b}{L^3} & -\frac{6EI_b}{L^2} \\ \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -\frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ -\frac{6EI_b}{L^2} & \frac{2EI_b}{L} \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_b}{L^3} & \frac{6EI_b}{L^2} \\ \frac{6EI_b}{L^2} & \frac{4EI_b}{L} \end{bmatrix}$$

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Silvestre, F. J.; Luckner, R., *Integrated Model for the Flight Mechanics of a Flexible Aircraft in the Time Domain*, Proceedings of the International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics (IFASD), Seattle, USA, June, 2009.
- [2] Stevens, B. L.; Lewis, F. L., *Aircraft control and Simulation*, 2nd ed., John Wiley & Sons Inc, 2003.
- [3] Bismarck-Nasr, M. N., *Structural Dynamics in Aeronautical Engineering*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Reston, 1999.
- [4] Waszak, M. R.; Schmidt, D. K., *Flight Dynamics of Aeroelastic Vehicles*, AIAA - Journal of Aircraft, Vol. 25, No. 6, 1988.
- [5] Wagner, H., *Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln*, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 5, s. 17–35, 1925.
- [6] Silvestre, F. J.; Özkök, B.; Luckner, R.; Weltin, U., *A comparison study on the quasi-steady approach for modeling the airframe vibration of a motor glider during flight*, Proceedings of the European Air and Space Conference CEAS, Manchester, United Kingdom, October, 2009 (accepted for publication).
- [7] ZONA Technology, *ZAERO Theoretical Manual*, Version 8.2, ZONA 02 - 12.4, 2008.
- [8] EASA European Aviation Safety Agency, *Certification Specifications for Normal, Utility, Aerobatic, and Commuter Category Aeroplanes CS-23*, 2003.
- [9] Wright, J. R.; Cooper, J. E., *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*, John Wiley & Sons Ltd, 2007.
- [10] Küssner, H. G., *Zusammenfassender Bericht über den instationären Auftrieb von Flügeln*, Luftfahrtforschung, Bd. 18, Nr.12, S. 410-424, 1936.
- [11] Bisplinghoff, R. L.; Ashley, H.; Halfman, R. L., *Aeroelasticity*, Dover Publ., Mineola, N.Y., 1996.
- [12] Weltin, U., *Flattersicherheit S6T*, Internal Report, Hamburg, Germany, 2008 (not published).
- [13] Förssching, H. W., *Grundlagen der Aeroelastik*, Springer-Verlag, 1974.
- [14] Luckner, R., *Eigenschwingungen eines elastischen Flugzeugs*, Braunschweig, 1975.
- [15] STEMME, *Database for Design – LAPAZ – Demonstrator Aircraft*, Technical (Internal) Report, 2007.
- [16] EASA European Aviation Safety Agency, *Certification Specifications for Sailplanes and Powered Sailplanes CS-22*, 2003.
- [17] EASA European Aviation Safety Agency, *Certification Specifications for Large Aeroplanes CS-25*, 2003.