

# GRENZEN DER NUMERISCHEN AUSLEGUNG VON MINIATURISIERTEN PNEUMATISCHEN SONDEN ZUR STRÖMUNGSFELDMESSUNG

M. Restemeier, J. Niewöhner, T. Pöhler, P. Jeschke

Institut für Strahltriebe und Turboarbeitsmaschinen

RWTH Aachen, Templergraben 55, 52062 Aachen

## Zusammenfassung

Im Rahmen der Neuinstrumentierung einer 1,5-stufigen Versuchsturbine wurde am Institut für Strahltriebe und Turboarbeitsmaschinen eine neue, pneumatisch messende Sonde ausgelegt. Besonderheit ist die Bauform, die im Vergleich zur üblichen Kugelkopfform eine nach innen gewölbte Anordnung der Messbohrungen aufweist. Diese liegen in einem Keil mit  $120^\circ$  Öffnungswinkel. Der Querschnitt der Sonde passt somit in einen Kreis von 4mm Durchmesser. Um die Entwicklungszeit kurz zu halten, wurden numerische Vorstudien und eine komplette numerische Kalibrierung der Sonde anhand eines 3D-CAD-Modells durchgeführt. Die Kalibrierung umfasste dabei den angestrebten Machzahl und Winkelbereich. Dabei wurden akzeptable Sensitivitäten in Dreh- und Nickwinkel errechnet. Ebenso konnten die Kalibrierdaten mit den bisherigen gebauten Sonden in der herkömmlichen Bauart verglichen werden. Nach der Fertigung der Sonde anhand eines CAD/CAM Prozesses auf einer mehrachsigen Fräsmaschine wurde die Sonde im Freistrahl des Instituts kalibriert und die Daten der Kalibrierung auf Plausibilität geprüft. Beim Betrachten der charakteristischen Eichflächen der Sonde waren zunächst keine Auffälligkeiten erkennbar. Erst eine detaillierte Untersuchung der Kennfelder mit Hilfe eines verfeinerten Messgitters um die Nullposition zeigt lokal starke Abweichungen zwischen Messpunkten und Kalibrierfunktion. Die Drücke der seitlichen Bohrungen nehmen nicht monoton mit dem Drehwinkel zu bzw. ab, sondern zeigen reproduzierbar nicht monotones Verhalten. Die maximalen Abweichungen zwischen Polynom und Messwert treten hier nicht wie üblich am Rand des Winkelbereichs auf, sondern rund um den Nullpunkt. Damit ist diese Bauart der Sonde für den praktischen Einsatz in der Strömungsmessung nicht geeignet. Ursache für die beobachteten Verläufe sind Strömungsablösungen an den seitlichen Bohrungen, die in der Numerik so nicht vorhergesagt werden. Es folgt die Feststellung, dass mit den zur Verfügung stehenden numerischen Methoden eine Unsicherheit bei der Sondenauslegung verbleibt, deren Effekt erst nach Fertigung und Versuch bestimmt werden kann.

## 1. EINLEITUNG

Die Untersuchung von Strömungsfeldern mit pneumatisch messenden Sonden hat am Institut für Strahltriebe und Turboarbeitsmaschinen eine lange Tradition. Insbesondere bei der detaillierten Vermessung von Rotor-Stator-Interaktion in Turbinen und Verdichtern sind die zeitgemittelten Daten von stationären pneumatischen Sonden unverzichtbar, um die zeitauf lösenden Sondenmesstechniken wie Hitzdraht- oder Halbleiterdruckaufnehmersonden zu validieren. Gerade in Prüfständen mit realitätsnahen Beschleunigungen und Machzahlen ergeben sich dabei immer mehr Restriktionen bezüglich der Bauform der Sonde. Zur Untersuchung des Einflusses des Axialpaltes zwischen den Schaufelreihen auf Strömung und Wirkungsgrade an der 1,5-stufigen Axialturbine des Institutes ist der

maximale Sondendurchmesser durch den kleinsten Abstand begrenzt. Die in der vorliegenden Arbeit untersuchte Sonde ist eine Neuentwicklung mit dem Ziel, den effektiven Sondendurchmesser zu verringern und gleichzeitig die Vorteile einer Fünflochsonde zu erhalten. Dazu bietet sich eine einfache Skalierung des gesamten Sondenkopfes [7] oder eine neuartige Bauform an. Da die Ausgleichszeiten der Bohrungsdrücke nicht durch kleinere Durchmesser signifikant verändert werden sollten, ist hier der Ansatz einer neuen Bauart gewählt worden. Die Bauform ist angelehnt an eine Sonde, die kommerziell vertrieben wird und an der Technischen Universität Wien in mehreren Arbeiten untersucht wurde. [3],[4]

Besonderheit der Sonde ist die konkave Form des eigentlichen Messbereichs, wie in Bild 2 und 5 zu sehen ist. Die Sonde soll dabei für Machzahlen bis  $Ma=0,8$  und in einem Winkelbereich von  $\pm 25^\circ$  einsetzbar sein.

Um die Entwicklungszeit und den fertigungstechnischen Aufwand gering zu halten, ist bei der Auslegung eine numerische Untersuchung vorangestellt worden, in der potentielle Schwachstellen des Designs frühzeitig erkannt und verbessert werden können [1].

Insbesondere ist dabei der Einfluss des Schaftes auf die Umströmung des Sondenkopfes und der realisierte Öffnungswinkel des konkaven Messvolumens von Interesse.

Der Einfluss des Sondenschaftes auf die Umströmung und die statischen Drücke in den Messbohrungen ist bei dieser Bauform potentiell größer als bei der herkömmlichen Bauform von Fünflochsonden mit vorstehendem Kopf. Dieser Einfluss kann zwar in der Kalibrierung eliminiert werden [6], sollte aber aufgrund der Einschränkung der Kalibrierung auf homogene Zuströmbedingungen so gering wie möglich sein. Der Öffnungswinkel wiederum steht in direktem Zusammenhang mit der Sensitivität der Sonde im Bezug auf den Nickwinkel. Eine hohe Sensitivität ist wünschenswert, um auch bei kleinen Änderungen des Anströmwinkels große Änderungen der Bohrungsdrücke und damit kleine Messfehler zu erhalten.

## 2. CFD DESIGN DER SONDE

### 2.1. Konstruktion

Die Konstruktion der Sonde wurde ausgehend von einem ersten Entwurf mit einem Öffnungswinkel von  $90^\circ$  für die Auswölbung und einem Winkel von  $70^\circ$  zwischen den seitlichen Bohrungen (s. Bild 1) mittels 3D Navier-Stokes-Strömungslösung begonnen. Dabei sollte bei der Nachrechnung der gesamte spätere Betriebsbereich der Sonde abgedeckt werden. Hierfür sind Winkel sowie Machzahl variiert worden. Zum Transfer der mit Autodesk Inventor konstruierten Sondengeometrien zum Netzgenerator ICEM CFD wurde das STL-Format zum Datenaustausch verwendet.

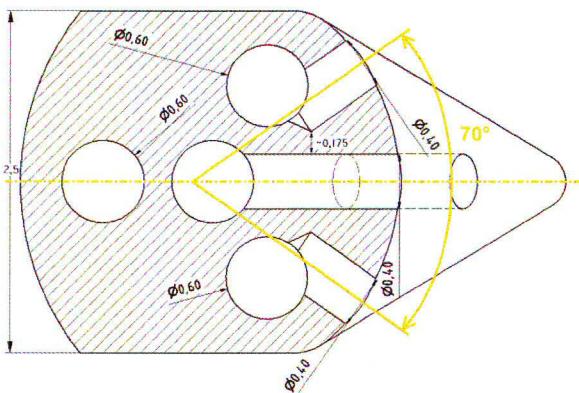


BILD 1. Schnitt durch den Sondenkopf

### 2.2. Numerische Simulation

Die numerische Untersuchung der Strömung um einen Sondenkopf ist in der Vergangenheit immer wieder angewendet worden, um die Wechselwirkung zwischen Sonde und umgebender Geometrie zu untersuchen [11], sowie zur numerischen Kalibrierung einer Sonde selbst [2], [8], [9].

#### 2.2.1. Netzerstellung

Die in ICEM eingelesene Sondengeometrie wurde für verschiedene Winkelvariationen vernetzt. Dazu wurde zunächst ein die Sonde umgebendes rechteckiges Volumen erzeugt, welches die Grenzen des untersuchten Strömungsgebiets absteckt und als Bilanzraum dient. Für diese Box wurde eine Länge von 300mm (X) sowie eine Breite (Z) und Höhe (Y) von 150mm gewählt. Dies entspricht einer dimensionslosen Größe von etwa 75x38x38 Sondendurchmessern.

Als Koordinatenursprung des gesamten Untersuchungsgebiets wurde der Mittelpunkt der Öffnung der mittleren Sondenbohrung definiert. Dieser Punkt ist auch gleichzeitig der Fixpunkt, um welchen die Sonde für die verschiedenen Anströmwinkel gedreht wird. Für jeden Anströmwinkel wurde demnach ein eigenes Netz erstellt. Da sich der Einfluss der Sonde vor allem stromab bemerkbar macht, ist das Simulationsvolumen so um die Sonde angeordnet, dass der Abstand der Eintrittsebene zum Ursprung 125mm und der Abstand der Austrittsebene 175mm betragen. Die obere Begrenzungsfläche ist 90mm vom Mittelpunkt entfernt, während der Abstand zur unteren Wand nur 60mm groß ist. Dies ist so gewählt, um einen Einfluss von möglichen Wechselwirkungen zwischen Sondenschaft und der oberen Wand auf den Sondenkopf so gering wie möglich zu halten.

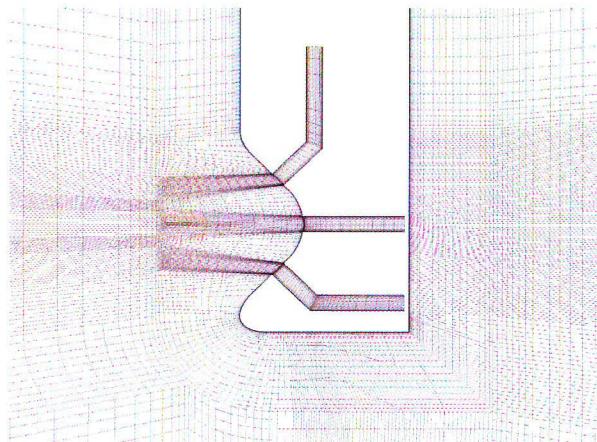


BILD 2. Strukturiertes Netz im Mittelschnitt

Die Netze basieren auf einem blockstrukturierten Ansatz und weisen in Wandnähe eine Verfeinerung zur akkurate Auflösung der Grenzschichten sowie der Transition auf. Zielgröße ist dabei einen dimensionslosen Wandabstand von  $y^+=1$  aufzulösen. Der blockstrukturierte Ansatz (Bild 1) liefert eine gute Netzqualität auf Kosten von relativ großen Netzknotenzahlen. Im verwendeten Netz sind die minimalen Zellwinkel  $>38^\circ$  und die Netzgröße beträgt rund 5,5 Millionen Hexaeder.

#### 2.2.2. Grundgleichungen und Verfahren

Für alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeföhrten Simulationen wurde das kommerzielle Softwarepaket Ansys CFX verwendet. Gelöst wurden die Grundgleichungen für reibungsbehaftete, turbulente, kompressible, stationäre Strömung. Eventuelle periodisch instationäre Effekte, etwa im Nachlauf, sind daher nicht in den Ergebnissen enthalten [5]. Die zeitliche und räumliche

Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen erfolgte mit einem Blending-Faktor von 0,75 zwischen Genauigkeit erster und zweiter Ordnung. Als Turbulenzmodell kam das SST-Modell zum Einsatz. Lediglich die Simulation der Anströmung bei  $Ma=0,7$  mit  $\alpha=0^\circ$  und  $\gamma=-25^\circ$  konnte aufgrund von starken Konvergenzproblemen nur im Upwindverfahren erster Ordnung durchgeführt werden. Der verwendete physikalische Zeitschritt betrug  $10^{-5}$  s was einem dimensionslosen Zeitschritt von

$$\Delta t^+ = \Delta t \frac{c}{d} \approx 0,3$$

entspricht. Besonderes Augenmerk wurde auf die akkurate Vorausberechnung der laminaren und turbulenten Grenzschichten auf der Sondenoberfläche gelegt. Die Reynoldszahl, gebildet mit der Anströmgeschwindigkeit des Freistrahls und der Breite des Sondenkopfes, beträgt je nach Machzahl  $Re_d=5.000$  bis  $Re_d=30.000$ , was einen laminaren Charakter der Grenzschicht ab dem Staupunkt zur Folge hat.

### 2.2.3. Randbedingungen

Die Randbedingungen für das Berechnungsgebiet sind entsprechend der Kalibrierung im Freistahl gewählt. Die Umrandung des Berechnungsgebietes ist mit reibungsfreien Wänden ausgeführt. Auf der Sonde selber wurde Haftbedingung vorgegeben. Am Eintritt herrscht konstanter Totaldruck, während am Austritt statischer Druck vorgegeben wurde. Die Totaltemperatur am Eintritt wurde ebenfalls entsprechend dem Freistahl gewählt. Die Machzahl stellt sich demzufolge für das Strömungsfeld ein. Die Strömungsrichtung der Anströmung liegt jeweils normal zur Eintrittsebene.

### 2.2.4. Konvergenz und Rechenzeiten

Die numerischen Rechnungen wurden auf dem Rechencluster des Instituts durchgeführt. Dabei wurde eine Rechnung auf 8 CPU Kerne verteilt und benötigte bis zur Konvergenz rund 10 Stunden. Als konvergiert wurde die Rechnung definiert, wenn alle Residuen der zu lösenden Gleichungen unter eine Grenze von  $10^{-4}$  abgesunken sind. Dazu waren in der Regel je nach untersuchter Konfiguration etwa 250 Iterationen notwendig.

### 2.2.5. Ergebnisse

Zur Vergleichbarkeit der Sonde mit existierenden Sonden und um allgemein die Qualität der Sonde beurteilen zu können, werden mit den fünf Bohrungsdrücken wie bei einer Sondenkalibrierung die entsprechenden Kenngrößen  $k_\omega$ ,  $k_y$  und  $k_{Ma}$  berechnet. Die genaue Vorgehensweise dabei wird in Kapitel 4.2 für den Experimentellen Fall erläutert. Als Referenz für die simulierte Fünflochsonde dient dabei die am Institut für Strahltriebe und Turboarbeitsmaschinen verwendete 5-Loch-Halbkugelkopf-Sonde (Bild 7). Diese Sonde wird seit Jahren in zahlreichen Experimenten verwendet und ihre Qualität und Charakteristik ist somit zu genüge bekannt.

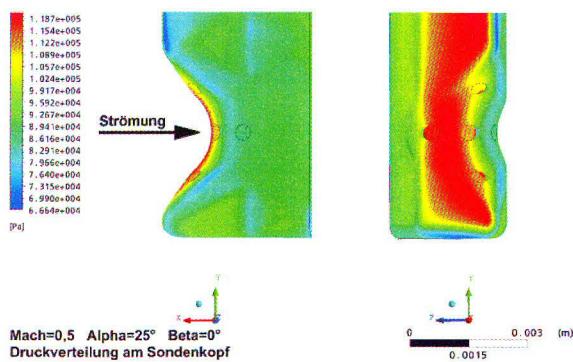


BILD 3. Statische Druckverteilung

Aus der Kalibrierung dieser Referenzsonde liegen die Sondendrücke für alle Anströmverhältnisse vor, so dass die aus den Drücken gebildeten Kenngrößen  $k_\omega$ ,  $k_y$  und  $k_{Ma}$  mit den Kennzahlen der simulierten Sonde verglichen werden können. In Bild 3 ist die Druckverteilung auf der Oberfläche des simulierten Sondenkopfes dargestellt. Die Druckinformationen für die Auswertung wurden am Ende des vernetzten Teils der Messbohrungen flächengemittelt.

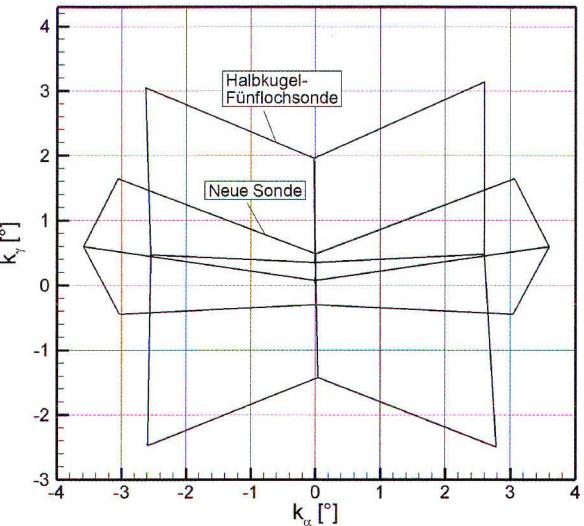


BILD 4. Vergleich der Kennfelder zwischen Neuentwicklung und Kugelkopfsonde

In Bild 4 ist zu sehen, wie sich das Kennfeld der simulierten Sonde im Vergleich zur Halbkugelkopfsonde des Instituts in einem Bereich von jeweils  $\pm 25^\circ$  Anströmwinkelvariation darstellt. Die schmale Linie bezeichnet dabei die Halbkugelkopfsonde. In horizontaler Richtung ist die Sensitivität in Richtung des Drehwinkels dargestellt, in vertikaler Richtung die des Nickwinkels. Insbesondere in dieser Richtung weist die Sonde eine erheblich reduzierte Empfindlichkeit auf. Dieses Verhalten ist allen untersuchten Konfigurationen zueigen. Eine Untersuchung dieser Abhängigkeit hat für den Öffnungswinkel einen optimalen Wert von  $120^\circ$  ergeben. Dieses Ergebnis deutet auf eine Zunahme der Messfehler im Bereich des Nickwinkels im Vergleich zur Halbkugel-Fünflochsonde hin.

## 3. FERTIGUNG

Der Kopf der Sonde wurde auf einer institutseigenen mehrachsigen Fräsmaschine mittels Kugelfräser aus

rostfreiem Stahl gefertigt. Dabei wurde der Sondenkörper von hinten mit einer Tasche versehen, um die Röhrchen für die Anschlüsse an den Bohrungen im Inneren des Schafes zu verlegen. Die Messbohrungen weisen einen Durchmesser von 0,4mm auf, was einen Kompromiss zwischen Fertigbarkeit und aerodynamischen Verhalten darstellt. In Bild 5 ist eine stark vergrößerte Ansicht zu sehen, in der zusätzlich an der unteren Kante eine Bohrung zur Aufnahme einer Kielschen Sonde zur Messung der Totaltemperatur angebracht ist. Diese Konfiguration hat aufgrund des großen Abstandes zwischen pneumatischem Messvolumen und Temperatormessstelle messtechnische Nachteile und ist als Test gefertigt worden. Auch ist die Oberfläche der Sonde noch nicht poliert, was deutlich an der Oberflächenruhigkeit im Bereich des Überganges vom Schaft zu den angefrästen Flächen mit den Messbohrungen zu erkennen ist. Der Schaft der Sonde ist Stoffschlüssig durch Löten mit dem Kopf verbunden und weist einen Durchmesser von 7mm auf (nicht dargestellt).

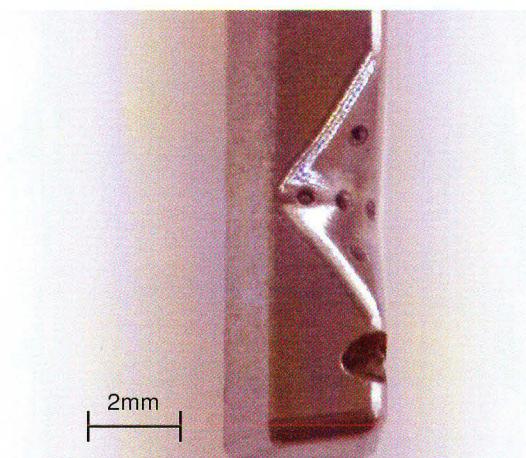


BILD 5. CNC gefräster Prototyp Sondenkopf

#### 4. KALIBRIERUNG

##### 4.1. Vorgehen bei der Kalibrierung

Die Sonde wird im Kalibrierkanal des Institutes für Strahlantriebe und Turboarbeitsmaschinen kalibriert. Der Kanal kann bei Machzahlen von 0,05 bis 0,95 betrieben werden. Die Sonde wird in eine Verstellvorrichtung montiert, mit der der Umfangswinkel der Sonde eingestellt werden kann. Die Verstellvorrichtung wird während der Kalibrierung an eine weitere, am Kalibrierkanal angebrachte Vorrichtung befestigt, mit der die Einstellung des Nickwinkels möglich ist (Bild 6). Die Versorgung des Kalibrierkanals erfolgt durch einen Radialverdichter.

Die Kalibrierung der Sonde erfolgt im Freistrahlgang, so dass der statische Druck dem Umgebungsdruck entspricht. Ein Betrieb im aufgeladenen Zustand, d.h. mit geschlossenem Rohrsystem, ist nicht möglich. Eine unabhängige Einstellung von Reynolds- und Machzahl wird dadurch verhindert. Durch die Bildung von dimensionslosen Kennzahlen werden die Ergebnisse der Kalibrierung jedoch unabhängig vom Druckniveau formuliert, so dass ein Einsatz der Sonde in Prüfständen mit höherem statischem Druckniveau ohne Einschränkungen erfolgen kann. Dies gilt für Sonden mit kugelförmigem Kopf in einem Reynoldszahl-Bereich von  $2 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^5$

im subsonischen Bereich bis zu einer Machzahl von 0,9 [12], [13].

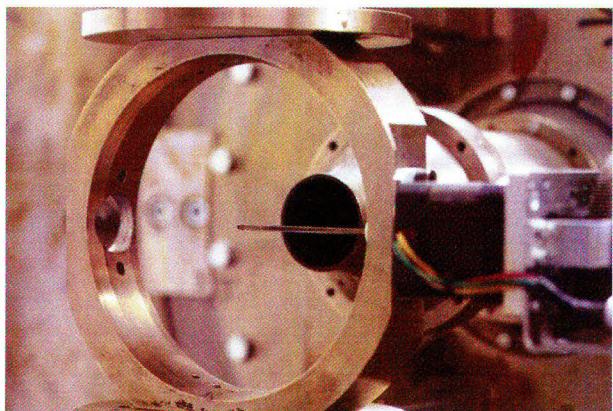


BILD 6. Freistrahlgang mit Verstellvorrichtung

Bei der Kalibrierung sind die Strömungsgrößen, für die die Sonde kalibriert wird, bekannt. Die Strömungswinkel werden durch die Verstellvorrichtungen definiert eingestellt. Der Totaldruck kann im Beruhigungskessel, der sich vor der Austrittsdüse befindet, bestimmt werden. Der statische Druck wird durch die Aufnahme des Umgebungsdrucks erfasst. Die Machzahl kann über das Verhältnis von statischem Druck zu Totaldruck berechnet werden. Ziel der Kalibrierung ist es, für jede der gesuchten Strömungsgrößen eine Kalibrierfunktion zu finden, die von den fünf Sondendrücken abhängt.

Während der Kalibrierung wird zunächst für eine bestimmte Machzahl eine Reihe von Umfangs- und Nickwinkeln systematisch variiert, so dass sich ein Netz von Messpunkten ergibt. Die Grenzen für die Einstellung der beiden Winkel ergeben sich aus der Geometrie der Sonde. Bei zu großen Winkeln löst die Strömung bereits vor der Bohrung, die aus der Strömung herausgedreht ist, vom Sondenkopf ab. Erfahrungsgemäß können Halbkugel-Fünflochsonden in einem Bereich von maximal  $\pm 25^\circ$  (für Umfangs- und Nickwinkel) eingesetzt werden. Der gleiche Winkelbereich wird zunächst auch für die neue Sonde verwendet. Die gesamte Prozedur wird für verschiedene Machzahlen wiederholt. Sinnvollerweise wird die Sonde nur in dem Machzahl-Bereich kalibriert, in dem sie später auch zum Einsatz kommt. In diesem Fall wird die Sonde von  $Ma = 0,1 - 0,6$  in Schritten von 0,1 kalibriert.

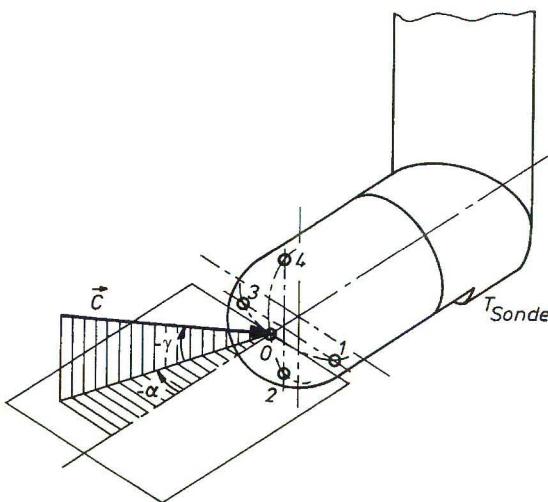


BILD 7. Winkeldefinition der Fünflochsonde

#### 4.2. Bestimmung der Kalibrierfunktionen

Für die folgenden Ausführungen sind in Bild 7 die Bohrungsnummern und die Anströmwinkel definiert. Zur Auswertung der Kalibrierdaten werden aus den Sondendrücken dimensionslose Kennzahlen gebildet, die im Wesentlichen den Einfluss einer Strömungsgröße wiedergeben:

$$k_\alpha = \frac{p_3 - p_1}{\Delta p}$$

$$k_\gamma = \frac{p_4 - p_2}{\Delta p}$$

$$k_{Ma} = \frac{\Delta p}{p_0}$$

$$\text{mit } \Delta p = p_0 - \frac{p_1 + p_3}{2}$$

Mit den Kennzahlen wird für jede der Strömungsgrößen ( $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $Ma$ ,  $p_t$ ,  $p$ ), die im Folgenden allgemein mit  $Y$  bezeichnet werden, eine Kalibrierfunktion gebildet:

$$Y = f(k_\alpha, k_\gamma, k_{Ma})$$

Der statische Druck und der Totaldruck werden nicht direkt mit einer Funktion berechnet, sondern es werden Kennzahlen  $k_p$  und  $k_{pt}$  gebildet, um die bei der Kalibrierung aufgenommenen Werte vom Druckniveau unabhängig zu machen und bei verschiedenen, vom Umgebungsdruck abweichenden statischen Drücken verwenden zu können.

$$k_p = \frac{p_0 - p}{\Delta p} = f(k_\alpha, k_\gamma, k_{Ma})$$

(statische Druck-Kennwertfunktion)

$$k_{pt} = \frac{p_t - p_0}{\Delta p} = f(k_\alpha, k_\gamma, k_{Ma})$$

(Totaldruck-Kennwertfunktion)

Aus diesen Gleichungen können die einzelnen Strömungsgrößen bei der Messung mit Hilfe der Sondendrücke bzw. den daraus gebildeten Kennzahlen  $k_\alpha$ ,  $k_\gamma$  und  $k_{Ma}$  entweder direkt ( $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $Ma$ ) oder durch einfache Umformung ( $k_{pt}$  nach  $p_t$  bzw.  $k_p$  nach  $p$  auflösen) gewonnen werden.

Die Kalibrierfunktionen lassen sich nach [10] durch mehrparametrische Polynome der Form

$$Y = f(k_\alpha, k_\gamma, k_{Ma}) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n C_{Y,ijk} \cdot k_\alpha^i \cdot k_\gamma^j \cdot k_{Ma}^k$$

annähern, wobei die Indizes  $l$ ,  $m$  und  $n$  für den Grad des Polynoms stehen.  $C_{Y,ijk}$  sind die Koeffizienten, die bei der Kalibrierung für die jeweilige Strömungs- bzw. Kenngröße ermittelt werden, d.h. für jede Strömungsgröße muss ein eigener Koeffizientendatensatz erstellt werden.

Die Bestimmung der Koeffizienten  $C_{Y,ijk}$  erfolgt aus der Gesamtheit aller Kalibrierdaten und Kennzahlen. Es ergeben sich für jede Strömungsgröße so viele Gleichungen der oben genannten Form, wie bei der Kalibrierung Messpunkte aufgenommen wurden. Daraus entsteht ein Gleichungssystem, das in Vektorschreibweise wie folgt dargestellt werden kann:

$$A \cdot \bar{C} = \bar{Y}$$

Die Matrix A enthält die Kennwerte  $k_\alpha$ ,  $k_\gamma$  und  $k_{Ma}$ , die mit den entsprechenden Exponenten potenziert und anschließend miteinander multipliziert werden.

$$A = \left( \begin{array}{cccc} k_{\alpha_{111}}^0 \cdot k_{\gamma_{111}}^0 \cdot k_{Ma_{111}}^0 & k_{\alpha_{111}}^1 \cdot k_{\gamma_{111}}^1 \cdot k_{Ma_{111}}^1 & \dots & k_{\alpha_{111}}^l \cdot k_{\gamma_{111}}^m \cdot k_{Ma_{111}}^n \\ k_{\alpha_{112}}^0 \cdot k_{\gamma_{112}}^0 \cdot k_{Ma_{112}}^0 & k_{\alpha_{112}}^1 \cdot k_{\gamma_{112}}^1 \cdot k_{Ma_{112}}^1 & \dots & k_{\alpha_{112}}^l \cdot k_{\gamma_{112}}^m \cdot k_{Ma_{112}}^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{\alpha_{rst}}^0 \cdot k_{\gamma_{rst}}^0 \cdot k_{Ma_{rst}}^0 & k_{\alpha_{rst}}^1 \cdot k_{\gamma_{rst}}^1 \cdot k_{Ma_{rst}}^1 & \dots & k_{\alpha_{rst}}^l \cdot k_{\gamma_{rst}}^m \cdot k_{Ma_{rst}}^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{\alpha_{uvw}}^0 \cdot k_{\gamma_{uvw}}^0 \cdot k_{Ma_{uvw}}^0 & k_{\alpha_{uvw}}^1 \cdot k_{\gamma_{uvw}}^1 \cdot k_{Ma_{uvw}}^1 & \dots & k_{\alpha_{uvw}}^l \cdot k_{\gamma_{uvw}}^m \cdot k_{Ma_{uvw}}^n \end{array} \right)$$

Der Vektor C beinhaltet alle zu bestimmenden Koeffizienten eines Polynoms, während der Vektor Y die bei der Kalibrierung bekannten Werte einer Strömungsgröße enthält. Da in der Regel mehr Messpunkte bei der Kalibrierung (= Anzahl der Zeilen der Matrix A)

aufgenommen werden als Koeffizienten für das Polynom (= Anzahl der Spalten der Matrix A) zu bestimmen sind, entsteht ein überbestimmtes Gleichungssystem. Für jede der gesuchten Strömungsgrößen entsteht ein derartiges Gleichungssystem, wobei die Matrix A jeweils identisch ist, da die Kennwerte  $k_\alpha$ ,  $k_y$  und  $k_{Ma}$  immer mit den gleichen Sondendrücken gebildet werden, während sich der Vektor Y unterscheidet.

#### 4.3. Resultierendes Gleichungssystem

Da ein überbestimmtes Gleichungssystem in der Regel keine eindeutige Lösung besitzt, wird mit Hilfe der Ausgleichsrechnung eine Funktion bestimmt, die sich so gut wie möglich den vorhandenen Daten anpasst. Dies geschieht nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Dazu wird entsprechend der euklidischen Norm (2-Norm) die Größe des Residuenvektors R, der die einzelnen Abstände zwischen Messpunkten und Polynom beinhaltet, berechnet:

$$\|\vec{Y} - A \cdot \vec{C}\|_2 = \|\vec{R}\|_2 = \sqrt{r_{Y,111}^2 + \dots + r_{Y,lmn}^2}$$

Damit kann das Ausgleichsproblem in Kurzform wie folgt beschrieben werden:

$$\min \|\vec{Y} - A \cdot \vec{C}\|_2 \text{ bzw. } \min \|\vec{R}\|_2$$

Zur numerischen Behandlung dieses Problems steht eine Vielzahl an numerischen Methoden zur Verfügung, z.B. das Orthogonalisierungsverfahren mit QR-Zerlegung der Matrix A als direktes Verfahren oder verschiedene iterative Verfahren, die in den Toolboxen der gängigen Softwarepakete implementiert sind und deren Algorithmen hier nicht weiter erläutert werden.

In der Regel werden für jede Strömungsgröße mehrere Polynome mit unterschiedlichen Polynomgraden berechnet, beispielsweise von  $l,m,n = 3,3,3$  bis  $l,m,n = 6,6,6$  mit allen dazwischen liegenden Variationsmöglichkeiten. Um das geeignete Polynom zu bestimmen, werden für alle bei der Kalibrierung aufgezeichneten Messpunkte die Kennwerte  $k_\alpha$ ,  $k_y$  und  $k_{Ma}$  berechnet, in die Polynome eingesetzt und die jeweilige Abweichung zur tatsächlich eingestellten Strömungsgröße berechnet. Anschließend wird der Mittelwert der Fehler über alle Messpunkte berechnet. Die Polynome mit dem jeweils geringsten mittleren Fehler für die gesuchten Strömungsgrößen werden für die Messungen mit der Sonde verwendet.

### 5. AUSWERTUNG DER ERGEBNISSE DER KALIBRIERUNG

#### 5.1. Genauigkeit der neuen Sonde

Für alle Strömungsgrößen wurde bei der Bestimmung des geeigneten Polynoms die maximalen Polynomgrade  $l,m,n$  auf 6,6,6 festgelegt. In der Regel ergeben sich für die Polynome mit dem maximalen Grad 6,6,6 die geringsten Fehler, da sie sich an die einzelnen Stützstellen am besten anpassen können. Bei höheren Polynomgraden besteht die Gefahr, dass die Funktionen

sich den Stützstellen zwar noch genauer annähern, zwischen den Stützstellen jedoch zum Schwingen neigen und die Genauigkeit dadurch deutlich verringert wird. Der mittlere und der maximale Fehler, die sich ergeben, wenn die Strömungsgrößen mit den bei der Kalibrierung aufgezeichneten Drücken bzw. Kenngrößen berechnet werden und die Differenz zu den tatsächlichen Werten der Strömungsgrößen gebildet wird, sind in Tabelle 1 exemplarisch für den Umfangswinkel Alpha dargestellt.

	Mittlerer Fehler	Maximaler Fehler
Neue Sonde	0,366°	2,361°
Halbkugel-Fünflochsonde	0,144°	0,941°

TAB 1. Mittlerer und maximaler Fehler des Polynoms zur Berechnung des Umfangswinkels

Es ist zu sehen, dass sowohl der mittlere als auch der maximale Fehler bei der neuen Sonde deutlich größer sind als bei einer Halbkugel-Fünflochsonde.

Um diesen Sachverhalt erklären zu können, wurden die Druckverläufe an den einzelnen Bohrungen im kalibrierten Winkelbereich untersucht. Im Gegensatz zur Kalibrierung, bei der der Umfangswinkel in Schritten von 5° variiert wurde, ist der Umfangswinkel Alpha für diese Untersuchungen bei einer weiteren Messung in 1°-Schritten verstellt worden. Das Ergebnis für drei Nickwinkel (Gamma = -4°, 0°, 4°) ist in Bild 8 zu sehen. Dargestellt ist der Druckverlauf der Bohrungen 1 und 3 bei einer Machzahl Ma=0,3 in einem Bereich des Umfangswinkels von -14° bis 14°.

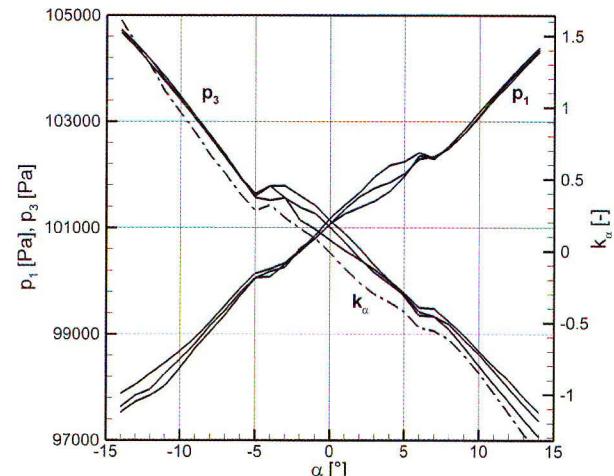


BILD 8. Druckverlauf der lateralen Bohrungen

Durch die feine Auflösung ist zu erkennen, dass sich ein nicht monotoner Verlauf der Drücke ergibt, wie er bei einer Variation des Umfangswinkels für die Drücke p1 und p3 eigentlich zu erwarten ist. Bei Alpha = -5° und Alpha = 7° kommt es zu einem Anstieg der zuvor monoton fallenden bzw. einem Abfallen der zuvor monoton steigenden Druckverläufe für p3 bzw. p1. Dies deutet auf ein Ablösen der Strömung vom Sondenkopf vor dem Erreichen der Bohrungen hin. Durch den Verlauf der Drücke ist eine eindeutige Zuordnung von Druck und Winkel nicht mehr gegeben. Dies wird deutlich, wenn man

den Verlauf des Kennwertes  $k_\alpha$  ebenfalls in das Diagramm einzeichnet (Strich-Punkt-Linie). Bei Alpha = -5° ist zu erkennen, dass einem  $k_\alpha$ -Wert zwei Umfangswinkel Alpha zugeordnet sind. Bei Alpha = 7° bleibt der Verlauf zwar monoton fallend, jedoch ändert sich der Gradient. Auch dieser Effekt ist von einem Polynom schwer zu erfassen und führt zu einer Abweichung zwischen Polynom und Messwerten.

## 5.2. Darstellung der Eichräume

Da p3 und p1 auch in die Bezugsgröße  $\Delta p$  eingehen, mit der die Ergebnisse der Kalibrierung unabhängig vom Druckniveau gemacht werden, sind alle Kennwerte  $k_\alpha$ ,  $k_\gamma$  und  $k_{Ma}$  von den nicht monotonen Druckverläufen p1 und p3 betroffen. Das Resultat ist zu erkennen, wenn man den Eichraum, d.h. die Kenngrößen  $k_\alpha$ ,  $k_\gamma$  und  $k_{Ma}$  in einem dreidimensionalen Diagramm aufträgt (Bild 9 und 10).

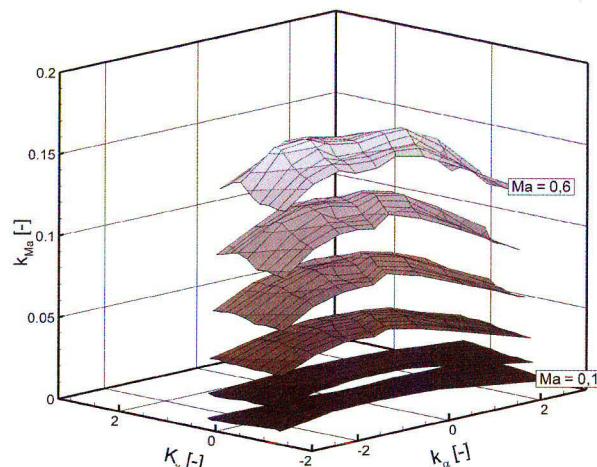


BILD 9. Eichraum der neuen Sonde

In Bild 9 ist der Eichraum der neuen Sonde dargestellt. Jede Fläche entspricht einer bei der Kalibrierung eingestellten Machzahl, wobei der größten Machzahl die oberste Fläche zuzuordnen ist. Es ist zu erkennen, dass sich für die Eichflächen, d.h. für den Verlauf der Kennzahl  $k_{Ma}$ , ein ungleichmäßiger Verlauf ergibt. Es bilden sich um die Mittelpunkte der Flächen „Dellen“ aus, die für größere Machzahlen ausgeprägter ausfallen. Dieser Verlauf entsteht auf Grund der Tatsache, dass die Bezugsgröße  $\Delta p$  und damit auch die Drücke p1 und p3 in die Kennzahl  $k_{Ma}$  eingehen. Diese „Dellen“ können von dem Polynom nicht bzw. schlecht erfasst werden, zumal sie bei kleinen Machzahlen fast gar nicht auftreten und bei großen Machzahlen sehr ausgeprägt sind. Aufgrund dessen kommt es in diesen Bereichen zu großen Abweichungen zwischen den berechneten Strömungsgrößen des Approximationspolynoms und den tatsächlich bei der Kalibrierung gemessenen Punkten des Eichraums.

In Bild 10 ist der Eichraum einer Halbkugel-Fünflochsonde dargestellt. Es ergeben sich gleichmäßig leicht gewölbte Eichflächen. Dieser Eichraum kann von einem Approximationspolynom deutlich besser wiedergegeben werden, woraus der deutlich geringere Fehler bei der Bestimmung des Umfangswinkels resultiert.

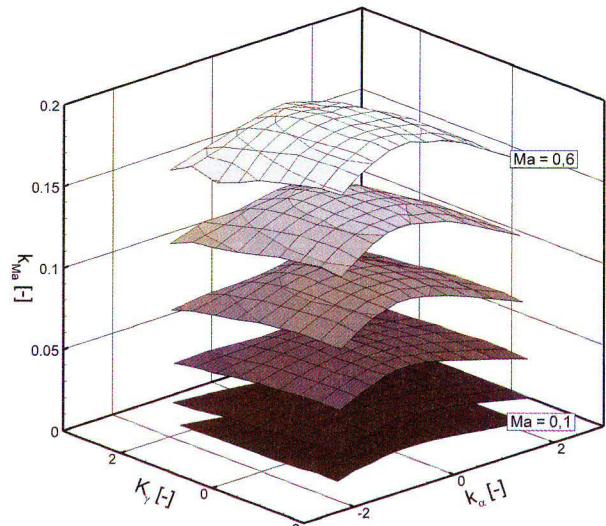


BILD 10. Eichraum der Halbkugel-Fünflochsonde

## 5.3. Verteilung der Fehler

Für jeden Punkt, der bei der Kalibrierung aufgenommen wurde, können mit den Sondendrücken und den Polynomen die gesuchten Strömungsgrößen berechnen und mit den bei der Kalibrierung bekannten Werten der Strömungsgrößen verglichen werden. Die Abweichungen lassen sich für jede Machzahl in einem Diagramm über den eingestellten Winkeln Alpha und Gamma auftragen (Bild 11).

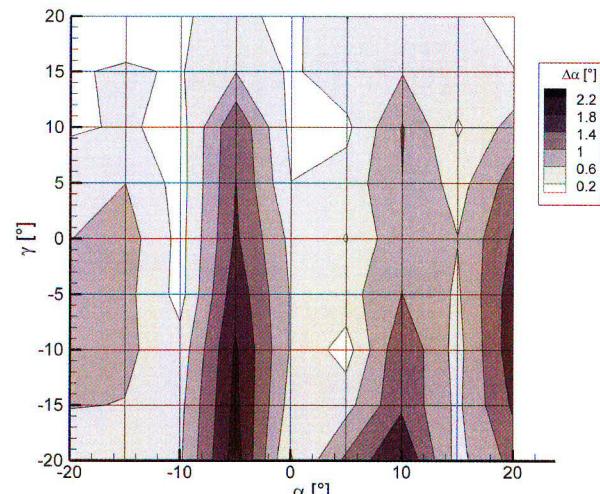


BILD 11. Fehlerverteilung des Polynoms der neuen Sonde für  $\alpha$

Für die neue Sonde ist die Abweichung des Umfangswinkels Alpha bei der Machzahl 0,4 im gesamten Winkelbereich (Alpha, Gamma  $\pm 20^\circ$ ) dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass an den Stellen, an denen die Druckverläufe nicht monoton verlaufen und daraus resultierend die „Dellen“ in den Eichflächen entstehen, die Abweichungen zwischen Approximationspolynom und Stützstellen am größten sind (Alpha= -5° und 10°). Der maximale Fehler ist größer als 2° und damit für eine Sondenmessung unakzeptabel groß. Zudem tritt der maximale Fehler in der Nähe der Nullposition der Sonde auf, was sich als besonders problematisch erweist, da die Sonden bei den Messungen am Turbinen-Prüfstand auf

den Austrittswinkel der davor liegenden Schaufelreihe ausgerichtet werden. Würden die Sonden immer entlang der Maschinenachse ausgerichtet, so würden die Winkel, unter denen die Strömung auf die Sonde trifft, außerhalb des kalibrierten Bereichs liegen. Aufgrund der Ausrichtung der Sonden ist zu erwarten, dass die Strömung unter einem relativen Winkel von ungefähr  $0^\circ$  auf die Sonde trifft, so dass die Messgenauigkeit in diesem Bereich möglichst hoch sein sollte.

Die Verteilung der Fehler für die Halbkugel-Fünflochsonde ist in Bild 12 dargestellt.

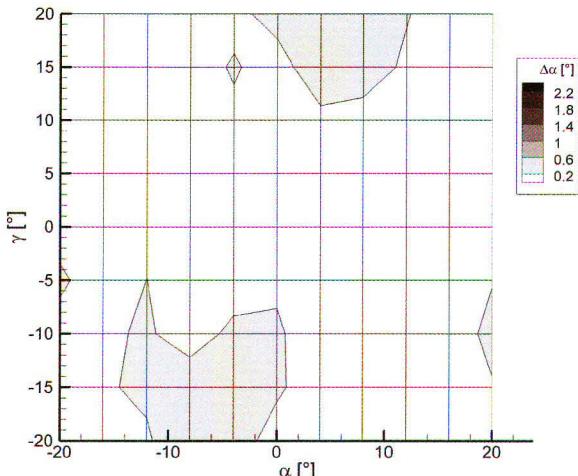


BILD 12. Fehlerverteilung des Polynoms der Halbkugel-Fünflochsonde für  $\alpha$

Der Fehler im Bereich um die Nullposition ist kleiner als  $0,2^\circ$ . Lediglich in den Randzonen des Kalibrierbereichs ergeben sich größere Abweichungen, die größer als  $0,2^\circ$  sind. Damit eignet sich die Sonde aufgrund der Tatsache, dass die Sonden im Prüfstand auf die zu erwartende Strömung ausgerichtet werden und die Sonde relativ gesehen unter  $0^\circ$  angeströmt werden, hervorragend für die Messaufgabe.

In Bild 13 ist die Häufigkeitsverteilung des Fehlers bei der Bestimmung des Umfangswinkels Alpha abgebildet. Die Kurve für die neue Sonde liegt vollständig oberhalb der Kurve für die Halbkugel-Fünflochsonde. Während bei der Halbkugel-Fünflochsonde weniger als 5% der bei Kalibrierung aufgenommenen Messpunkte stärker als  $0,5^\circ$  vom Polynom abweichen, sind es bei der neuen Sonde ca. 25%. In dem Diagramm spiegelt sich der große Fehler des Polynoms zur Bestimmung des Umfangswinkels wieder.

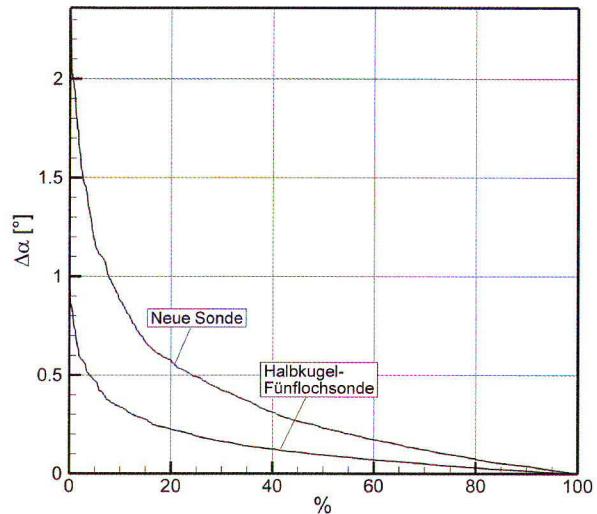


BILD 13. Fehlerhäufigkeitsverteilung des Polynoms für  $\alpha$

#### 5.4. Auflösungsvermögen der neuen Sonde

Wird eine der Eichflächen ( $Ma = 0,6$ ) aus den dreidimensionalen Diagrammen (Bild 9 und 10) auf die  $k_\alpha$ - $k_\gamma$ -Ebene projiziert, so ergibt sich für die Halbkugel-Fünflochsonde der typische Verlauf, der sich auch potentialtheoretisch für eine umströmte Halbkugel erwarten lässt („Schmetterlingskurven“, großes Netz in Bild 14). Die Eichfläche der neuen Sonde (kleines Netz) ist in  $k_\alpha$ -Richtung etwas größer als die der Halbkugel-Fünflochsonde. Entscheidend ist jedoch, dass die Eichfläche der neuen Sonde in  $k_\gamma$ -Richtung deutlich eingeschnürt ist. Dies resultiert aus einer deutlich geringeren Auflösung des Nickwinkels  $\gamma$  durch die Drücke der Bohrungen 2 und 4, was sich in einem kleineren Wertebereich des Kennwertes  $k_\gamma$  wieder spiegelt. Die Druckdifferenz  $p_4-p_2$ , die linear in den Kennwert  $k_\gamma$  eingeht, ist bei der neuen Sonde pro Grad des Nickwinkels um den Faktor 4-5 (je nach Machzahl) kleiner gegenüber der Halbkugel-Fünflochsonde. Wird die Sonde also unter einem veränderten Nickwinkel angeströmt, so resultiert dies in einer deutlich geringeren Änderung der Druckdifferenz  $p_4-p_2$  als bei der Halbkugel-Fünflochsonde. Damit verringert sich die Messgenauigkeit der Sonde vor allem für den Nickwinkel erheblich. Da der Kennwert  $k_\gamma$  jedoch auch in die Polynome zur Bestimmung der anderen Strömungsgrößen mit eingeht, hat dies auch einen Einfluss auf deren Bestimmung, wenn auch in abgeschwächter Form.

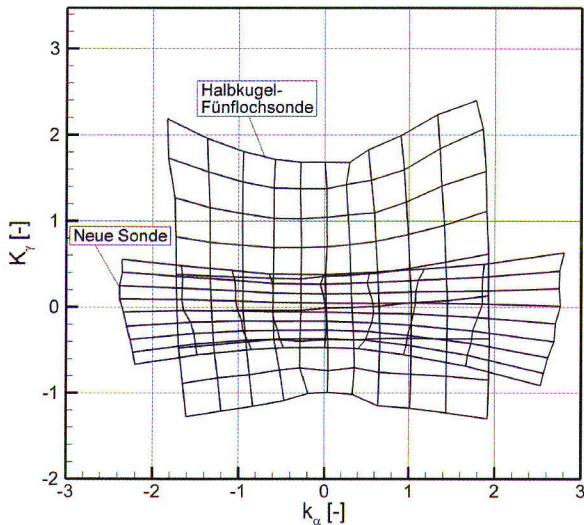


BILD 14. Eichflächen bei Ma=0,6

## 6. FAZIT UND AUSBLICK

Es bleiben mit den heutigen Methoden zur Vorausberechnung nur schwer kalkulierbare Abweichungen zwischen Experiment und Numerik bestehen, die eine vollständige rechnergestützte Auslegung von pneumatischen Sonden erschweren. Trotz alledem bleiben die Rechnungen ein wichtiges Hilfsmittel bei der Entwicklung neuer Sonden in der Turbomaschinensensortechnik. In Zukunft ist auch die Anwendung von erweiterten numerischen Verfahren, wie zum Beispiel LES, in Erwägung zu ziehen. Eine Berücksichtigung von Oberflächenrauhigkeiten, mechanischen Graten sowie geometrischen Abweichungen zwischen Soll- und Ist-Kontur könnte die Vorhersagegenauigkeit der numerischen Simulationen weiter verbessern. Ob die Berücksichtigung dieser zusätzlichen Einflussgrößen ausreicht, um die Güte der Vorausberechnung zu erhöhen, werden erst weitere Untersuchungen mit Experimenten im Freistrahl ergeben. Für den speziellen Fall der hier untersuchten Sondengeometrie ist ein möglicher Lösungsansatz, den Abstand der seitlichen Bohrungen zur Mittelbohrung zu verändern, um etwaige Ablösungen zu beeinflussen.

## 7. REFERENZEN

- [1] Th. Depolt and W. Koschel "Investigation on Optimizing the Design Process of Multi-Hole Pressure Probes for Transonic Flow with Panel Methods", IEEE, 1991
- [2] I. M. Milanovic and I. M. Kalkhoran "Numerical calibration of a conical five-hole probe for supersonic measurements", Meas. Sci. Technol. 11, 2000
- [3] Chondrokostas "Calibration of Pneumatic Five-Hole Probes in the Free-Jet Wind Tunnel", Diplomarbeit, TU Wien, 2005
- [4] Rempelbauer "Vorausberechnung der Kalibrierkurven einer pneumatischen Fünflochsonde mittels CFD-Simulation", Diplomarbeit, TU Wien, 2008
- [5] R. Willinger: "Vorausberechnung der Kalibrierkurven von pneumatischen Strömungssonden mittels CFD"; Technischer Bericht, TU Wien, 2003.
- [6] F. Vinnemeier and L. Simon and W. Koschel „Korrektur des Kopfgeometrieeinflusses einer Fünfloch-Drucksonde auf die Messergebnisse“, Technisches Messen, 1991
- [7] P M Ligmani, B A Singer and L R Baun "Miniature five-hole pressure probe for measurement of three mean velocity components in low-speed flows" J. Phys. E: Sci. Instrum. 22, 1989
- [8] S.-H. Kim et al. "Calibration of a Five-Hole Multi-Function Probe for Helicopter Air Data Sensors" Int. J. of Aeronautical & Space Sciences, Vol. 10, No. 2, 2009
- [9] M. M. De Guzman, C. A. J. Fletcher and J. D. Hooper "Computational Investigation of Cobra Probe Operation" Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow, Vol. 4, 1994
- [10] Gallus, H. E. et al., Multiparameter approximation of calibrating values for multihole probes, Measuring techniques in transonic and supersonic cascade flow, Communication de l'Institut de Thermique Appliquée, Lausanne, 1976
- [11] V. Malviya, R. Mishra, and E. Palmer "CFD Investigation on 3-Dimensional Interference of a Five-Hole Probe in an Automotive Wheel Arch", Advances in Mechanical Engineering, Volume 2010
- [12] Fiedler, O., Strömungs- und Durchflußmesstechnik, R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1992
- [13] Walraevens, R. E., Experimentelle Analyse dreidimensionaler instationärer Strömungseffekte in einer 1 ½ -stufigen Axialturbine, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 7, Nr. 385, Düsseldorf, VDI-Verlag, 2000