

EINFLUSS VON FASERWELLIGKEITEN UND PORIGKEITEN AUF DAS MECHANISCHE VERHALTEN VON FASERVERBUND-STRUKTUREN

S. Mittelstedt & K. Schulte,

Technische Universität Hamburg-Harburg, Institut für Kunststoffe und Verbundwerkstoffe
Neßpriel 5 (THF), D-21129 Hamburg

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird der Einfluss von Poren auf die elastischen Eigenschaften einer unidirektionalen Laminateinzelschicht aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff unter Berücksichtigung der damit einher gehenden Faserwelligkeiten untersucht. Die Untersuchungen basieren auf der Betrachtung einer repräsentativen Einheitszelle, die mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode unter elementaren Lastfällen analysiert wird. Die Einheitszelle wird dabei mit periodischen Randbedingungen versehen. Es zeigt sich, dass die Anwesenheit einer Pore und die damit hervorgerufenen Faserwelligkeiten z.T. erhebliche Einflüsse auf die elastischen Eigenschaften eines Faserverbundmaterials haben.

1. EINLEITUNG

Faserverbundlaminate für die Anwendung im Leichtbau werden in der Regel aus Einzelschichten zusammengesetzt, mit unidirektionalen Fasern im Matrixmaterial. Dabei kann es aus vielen Gründen dazu kommen, dass die Faserausrichtung lokal von der ideal geraden Verlaufsform abweicht und es daher zu sog. Faserwelligkeiten kommt. Der vorliegende Beitrag ist dem Einfluss solcher Faserwelligkeiten auf das mechanische Verhalten von Faserverbundstrukturen gewidmet. Faserwelligkeiten können ihre Ursache in Ungenauigkeiten bei der Herstellung oder lokalen Defekten wie Poren haben.

In diesem Beitrag wird untersucht, wie sich Poren in einer repräsentativen Einheitszelle, in Kombination mit Welligkeiten der sie umhüllenden Fasern, auf die elastischen Eigenschaften des Faserverbundmaterials auswirken. Diese Untersuchungen werden numerisch mit Hilfe der Methode der finiten Elemente durchgeführt. Dafür wird eine repräsentative Einheitszelle mit periodischen Randbedingungen versehen und geeignet vernetzt. Für alle Untersuchungen werden die wesentlichen elastischen und geometrischen Parameter untersucht und deren Einfluss auf das mechanische Verhalten einer repräsentativen Einheitszelle diskutiert. Es ergeben sich z.T. massive Abminderungen der effektiven elastischen Eigenschaften, weshalb solche Effekte auch in der Praxis geeignet berücksichtigt werden müssen.

Die Ermittlung effektiver elastischer Eigenschaften faserverstärkter Kunststoffe und dabei im speziellen die Analyse des Einflusses von Poren und Faserwelligkeiten auf die elastischen Eigenschaften eines Faserverbundmaterials wurden in den letzten beiden Jahrzehnten verstärkt untersucht (für einen allgemeinen Überblick über dieses Thema wird auf die Arbeit von Piggott [1] verwiesen), wobei hier neben einfachen analytischen Ansätzen im wesentlichen rein numerische Verfahren verwendet wurden. Analytische Modelle zur Vorhersage der Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften eines Faserverbundwerkstoffes mit Faserwelligkeiten

wurden von Bogetti et al. [2], Hsiao und Daniel [3,4] sowie Chun et al. [7] vorgestellt. Sun und Vaidya [5] untersuchten repräsentative Einheitszellen eines Verbundwerkstoffes unter elementaren Lastfällen auf numerischem Wege und ermittelten hieraus die effektiven elastischen Eigenschaften eines Faserverbundwerkstoffes. Mit Hilfe der Betrachtung einer repräsentativen Einheitszelle in Verbindung mit einer Finite-Elemente-Modellierung ermittelten Noh und Whitcomb [6] die effektiven elastischen Eigenschaften eines Faserverbundlaminats, in dem Schichtrisse auftraten. Eine aufwändige Finite-Elemente-Simulation einer repräsentativen Einheitszelle eines Faserverbundwerkstoffes mit Faserwelligkeiten wurde von Garnich und Karami [8] vorgestellt. Huang und Talreja [9] verwendeten eine 3D-Finite-Elemente-Vernetzung zur Analyse des Einflusses von Poren auf die elastischen Eigenschaften eines Faserverbundwerkstoffes. Ein analytisches mikromechanisches Modell zur Analyse von Faserverbundlaminaten mit Poren wurde von Tsukrov et al. [10] vorgestellt. Rai et al. [11] betrachteten das Beulverhalten von Faserverbundplatten mit Faserwelligkeiten unter ebener Schubbelastung und verwendeten die Ritz-Methode. Purol et al. [12] untersuchten auf numerischem Wege den Einfluss von herstellbedingten Faserwelligkeiten auf die elastischen Eigenschaften und auf das Stabilitätsverhalten von dünnwandigen ausgesteiften Leichtbaustrukturen im Flugzeugbau.

2. MODELLIERUNGSANSATZ

2.1. Diskretisierung

Die effektiven Eigenschaften einer repräsentativen Einheitszelle mit einer Pore und den daraus resultierenden Welligkeiten der Fasern werden mit Hilfe der Methode der finiten Elemente (kurz: FEM) ermittelt. Die repräsentative Einheitszelle ist in Bild 1 dargestellt. Das eingesetzte Berechnungsprogramm ist ANSYS Version 10.0. Die Diskretisierung wurde mit 4-Knoten-Scheibenelementen durchgeführt.

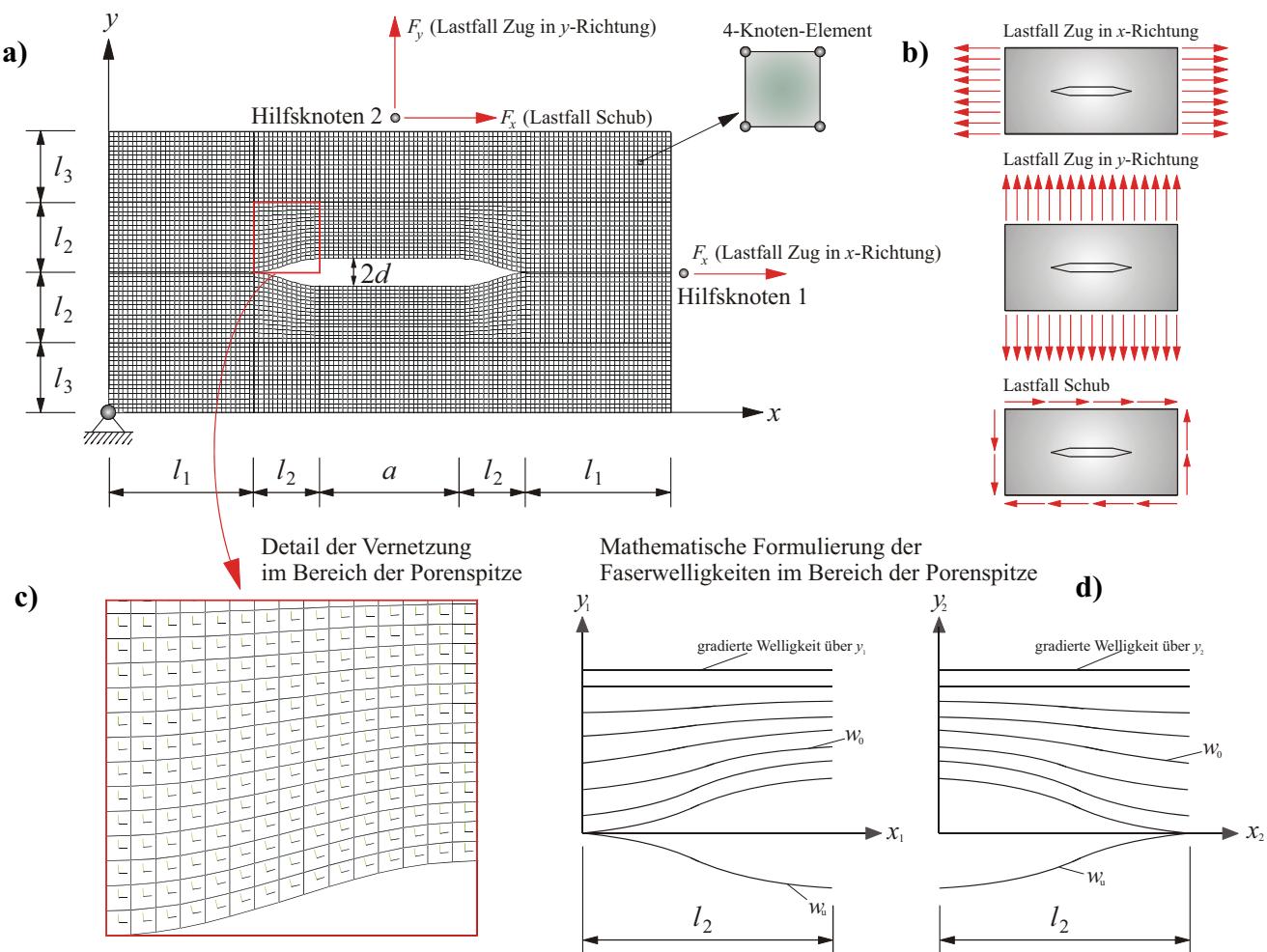


BILD 1. Repräsentative Einheitszelle sowie typische verwendete Vernetzung mit 4-Knoten-Scheibenelementen (a, links oben), untersuchte elementare Lastfälle (b, rechts oben), Detail der Vernetzung im Bereich der Faserwelligkeiten (c, links unten), mathematische Formulierung der Faserwelligkeiten (d, rechts unten).

Ein solches Element ist in der ANSYS-Elementbibliothek unter der Bezeichnung PLANE42 verfügbar. Die Pore wird als ein Zylinder der Länge a mit dem Durchmesser $2d$ modelliert, der an beiden Enden durch einen spitz zulaufenden Bereich abgeschlossen wird.

2.2. Faserwelligkeiten

Bild 1 zeigt den Faserverlauf, der durch die Pore gestört wird. Hierbei werden in einem lokalen Bereich der Abmessung $l_2 \times l_2$ Welligkeiten modelliert. Um die Welligkeiten mathematisch abzubilden, werden zusätzlich zwei lokale Bezugssysteme x_1, y_1 und x_2, y_2 angeordnet. Durch die Pore werden die Fasern mit größer werdender Entfernung von der Porenspitze sukzessive dichter gepackt sein, als es im ungestörten Bereich der Fall ist. Deshalb ist dort ein entsprechend höherer Faservolumengehalt anzusetzen. In einem Bereich beidseits der Pore mit den Abmessungen $a \times l_2$ wird die dichtere Faserpackung als konstant angenommen.

Die Faserwelligkeiten werden mit Hilfe eines einfachen mathematischen Ansatzes beschrieben. Es wird angenommen, dass eine einfache Cosinus-Funktion den Welligkeitsverlauf in Bezug auf die x -Achse hinreichend beschreibt (s. Bild 1d). Solche Ansätze finden sich auch in

der Literatur sehr häufig. Es sei aber darauf hingewiesen, dass eigentlich eine genauere experimentelle Ermittlung des Welligkeitsverlaufs notwendig ist. Hinsichtlich der y -Richtung wird ein graderter Verlauf der Faserwelligkeit angenommen, was bedeutet, dass die Welligkeiten mit zunehmender Entfernung von der Pore abnehmen. Es wurde weiter angenommen, dass dieser Verlauf linear über y ist. Die folgenden einfachen mathematischen Ansätze für die Welligkeiten wurden verwendet (s. auch Bild 1d):

Links von der Pore:

$$(1) \quad w_0(x_1, y_1) = \frac{d}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi x_1}{l_2} \right) \right] \left(1 - \frac{y_1}{l_2} \right)$$

$$(2) \quad w_u(x_1, y_1) = -\frac{d}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi x_1}{l_2} \right) \right] \left(1 + \frac{y_1}{l_2} \right)$$

Rechts von der Pore:

$$(3) \quad w_0(x_2, y_2) = \frac{d}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi x_2}{l_2} \right) \right] \left(1 - \frac{y_2}{l_2} \right)$$

$$(4) \quad w_u(x_2, y_2) = -\frac{d}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi x_2}{l_2} \right) \right] \left(1 + \frac{y_2}{l_2} \right)$$

Die Welligkeiten wurden in dem FEM-Modell wie folgt modelliert (Bild 1c). In jedem Element des Umgebungsreichs mit der Abmessung $l_2 \times l_2$ wurde der Schwerpunkt des Elements berechnet und dann mit den oben dargestellten Ansatzfunktionen der Winkel der Welligkeit wie folgt ermittelt:

Links von der Pore:

$$(5) \quad \theta_o = \arctan \left\{ \frac{\partial w_o}{\partial x_1} \right\} = \arctan \left\{ \frac{\pi d}{2l_2} \sin \left(\frac{\pi x_1}{l_2} \right) \left(1 - \frac{y_1}{l_2} \right) \right\}$$

$$(6) \quad \theta_u = \arctan \left\{ \frac{\partial w_u}{\partial x_1} \right\} = \arctan \left\{ -\frac{\pi d}{2l_2} \sin \left(\frac{\pi x_1}{l_2} \right) \left(1 + \frac{y_1}{l_2} \right) \right\}$$

Rechts von der Pore:

$$(7) \quad \theta_o = \arctan \left\{ \frac{\partial w_o}{\partial x_2} \right\} = \arctan \left\{ -\frac{\pi d}{2l_2} \sin \left(\frac{\pi x_2}{l_2} \right) \left(1 - \frac{y_2}{l_2} \right) \right\}$$

$$(8) \quad \theta_u = \arctan \left\{ \frac{\partial w_u}{\partial x_2} \right\} = \arctan \left\{ \frac{\pi d}{2l_2} \sin \left(\frac{\pi x_2}{l_2} \right) \left(1 + \frac{y_2}{l_2} \right) \right\}$$

Hiernach wurde in jedem Element das Elementkoordinatensystem um den jeweiligen Winkel gedreht, um die Faserausrichtung darzustellen (Bild 1c).

2.3. Materialmodellierung

Die zweidimensionalen Eigenschaften bzw. Ingenieurkonstanten des Faserverbundwerkstoffes wurden aus den Eigenschaften der Fasern (E_{f0} , E_{f90} , G_f , ν_f) und der Matrix (E_m , G_m , ν_m) sowie deren jeweiligen Volumenanteilen v_f und v_m (wobei stets $v_f + v_m = 1$ gilt) mit Hilfe klassischer Mischungsregeln ermittelt:

$$(9) \quad E_{11} = E_{f0}v_f + E_m v_m$$

$$(10) \quad E_{22} = \frac{E_{f90}E_m}{v_f E_m + v_m E_{f90}}$$

$$(11) \quad G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f G_m + v_m G_f}$$

$$(12) \quad \nu_{12} = \nu_f v_f + \nu_m v_m$$

Hierin sind E_{11} und E_{22} die effektiven E-Moduln des Faserverbundwerkstoffes, G_{12} ist der effektive Gleitmodul. Die effektive Querdehnungszahl wird als ν_{12} bezeichnet.

Die folgenden Zahlenwerte wurden in der vorliegenden Untersuchung verwendet:

$$E_m = 3350 \text{ MPa}$$

$$E_{f0} = 29400 \text{ MPa}$$

$$E_{f90} = 15000 \text{ MPa}$$

$$G_f = 15000 \text{ MPa}$$

$$\nu_m = 0.35$$

$$\nu_f = 0.20$$

Der Gleitmodul des isotropen Matrixmaterials kann dann gemäß

$$(13) \quad G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}$$

berechnet werden und muss nicht vorgegeben werden.

In der unmittelbaren Umgebung der Pore werden die Fasern dichter gepackt als in der restlichen Einheitszelle. Der dadurch entstehende höhere Faservolumenanteil kann aus einem einfachen Dreisatz ermittelt werden als:

$$(14) \quad \bar{v}_f = \frac{2l_2 v_f}{2(l_2 - w_o)} \text{ bzw. } \bar{v}_f = \frac{2l_2 v_f}{2(l_2 - w_u)}$$

Mit diesem neuen Wert wurden die effektiven Eigenschaften für diesen Bereich der Einheitszelle berechnet und die Eigenschaften der betreffenden Elemente modifiziert.

3. LASTFÄLLE UND RANDBEDINGUNGEN

Es wurden die elementaren Lastfälle „Zug in x-Richtung“ (Lastfall 1), „Zug in y-Richtung“ (Lastfall 2) und „Schub“ (Lastfall 3) betrachtet (s. dazu Bild 1b). Hierbei wurde die Einheitszelle mit periodischen Randbedingungen versehen. Dafür wurden die beiden Hilfsknoten 1 und 2 (Bild 1a) angeordnet, auf die die Belastung in Form von Einzelkräften aufgebracht wurde. In Bild 2a-c sind typische Verformungsbilder der repräsentativen Einheitszelle unter den betrachteten Lastfällen dargestellt. Die Vernetzung wurde mit den Daten $a=10 \text{ mm}$, $d=1 \text{ mm}$, $l_1=10 \text{ mm}$, $l_2=5 \text{ mm}$, $l_3=5 \text{ mm}$ erstellt.

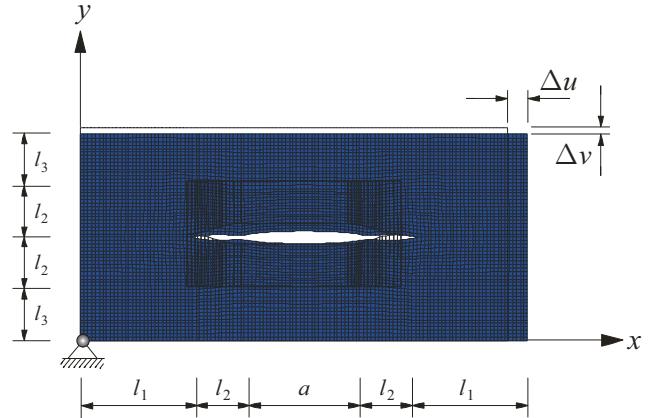


Bild 2a. Verformungsbild für Lastfall 1.

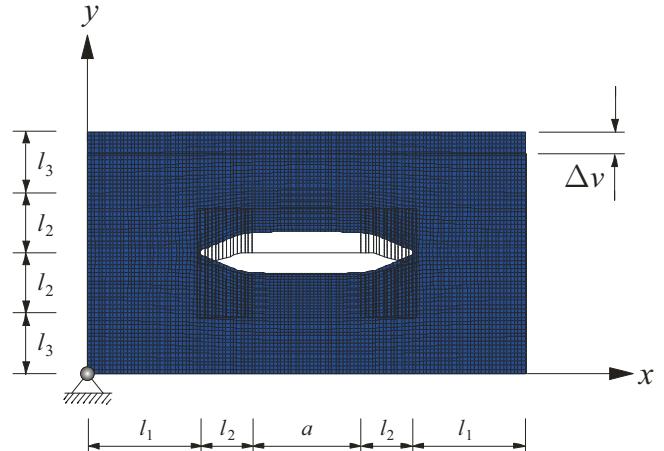


Bild 2b. Verformungsbild für Lastfall 2.

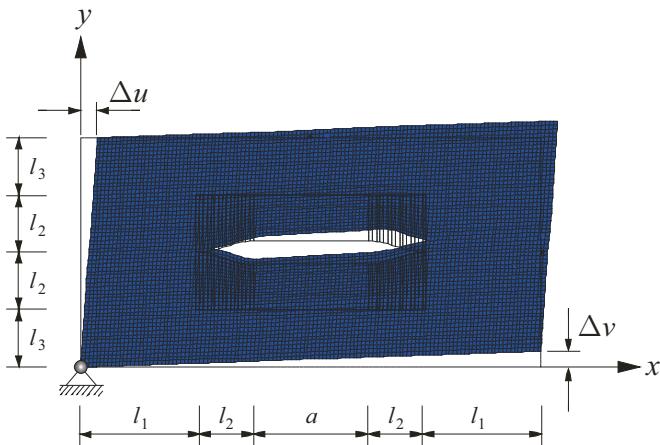


Bild 2c. Verformungsbild für Lastfall 3.

Das FEM-Modell soll simulieren, dass die Einheitszelle repräsentativ für eine theoretisch unendlich ausgedehnte Struktur ist. Die Einheitszelle wiederholt sich also auf allen Seiten, sowohl links und rechts als auch oben und unten, unendlich oft. Die entsprechenden periodischen Randbedingungen lauten dann für alle Knoten des linken und des rechten Rands der Einheitszelle an einer beliebigen Stelle $y = \text{const.}$:

$$(15) u_{\text{links}} - u_{\text{rechts}} = u_1$$

$$(16) v_{\text{links}} - v_{\text{rechts}} = v_1$$

Analog gilt für den oberen und den unteren Rand der Einheitszelle:

$$(17) u_{\text{oben}} - u_{\text{unten}} = u_2$$

$$(18) v_{\text{oben}} - v_{\text{unten}} = v_2$$

Diese periodischen Randbedingungen wurden im entwickelten Finite-Elemente-Code über sog. Constraint Equations (Kopplungsgleichungen) formuliert. Um den Schublastfall zu realisieren, wurde außerdem noch die Zwangsbedingung $u_2 = v_1$ eingefügt. Des Weiteren musste noch ein Knoten des Finite-Elemente-Modells gegen beide Translationen in der Ebene gesperrt werden. Hierzu wurde der Eckknoten an der Stelle $x = 0$ und $y = 0$ ausgewählt (s. Bild 1a und die daraus resultierenden Verformungsbilder in Bild 2a-c). Es ist interessant zu beobachten, dass bei den Lastfällen 1 und 2 die Rechteckform der Einheitszelle erhalten bleibt. Die Ränder der Einheitszelle bleiben dabei gerade.

4. ERGEBNISSE

4.1. Spannungsberechnungen

Für die beiden Lastfälle „Zug in y -Richtung“ (Lastfall 2) und „Schub“ (Lastfall 3) wurden zunächst die Spannungsverläufe in der Einheitszelle unter einer Einheitsbelastung $p = 1 \text{ N/mm}$ berechnet. Die Spannungen σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} im Umgebungsbereich der Pore sind in Bild 3a,b dargestellt, die Vernetzung beruht auf den Abmessungen $a=10\text{mm}$, $d=1\text{mm}$, $l_1=10\text{mm}$, $l_2=5\text{mm}$, $l_3=5\text{mm}$, der Faservolumengehalt betrug $v_f = 0.6$. Die Spannungen sind auf das globale Koordinatensystem x , y bezogen und nicht auf die Elementkoordinatensysteme.

Lastfall 2:

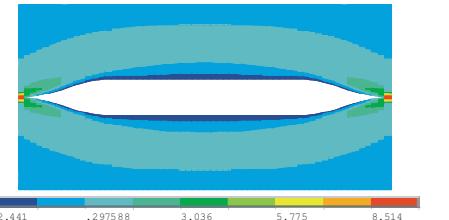
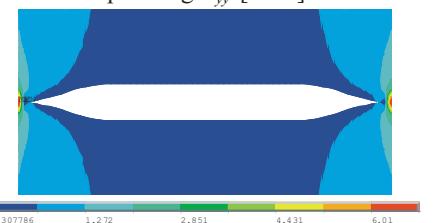
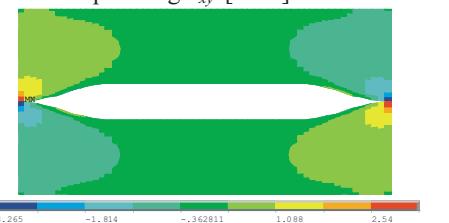
Normalspannung σ_{xx} [MPa]Normalspannung σ_{yy} [MPa]Schubspannung τ_{xy} [MPa]

Bild 3a. Spannungsverläufe im Porenbereich für Lastfall 2.

Lastfall 3:

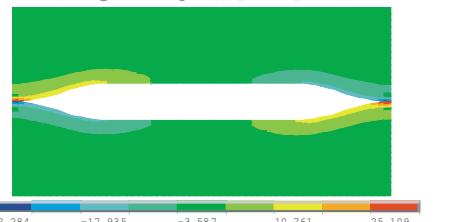
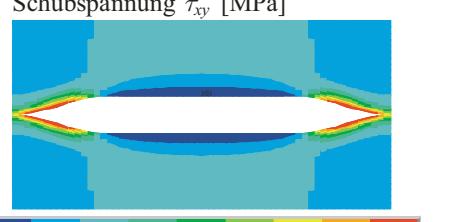
Normalspannung σ_{xx} [MPa]Normalspannung σ_{yy} [MPa]Schubspannung τ_{xy} [MPa]

Bild 3b. Spannungsverläufe im Porenbereich für Lastfall 3.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Pore für teilweise erhebliche Spannungskonzentrationen sorgt. Bemerkenswert ist bei beiden Lastfällen das simultane Auftreten aller ebenen Spannungskomponenten σ_{xx} , σ_{yy} und τ_{xy} , die unter den elementaren Lastfällen in einer Einheitszelle ohne Pore gemeinsam nicht vorkommen würden. Das zeigt die Komplexität der betrachteten Poresituation. Es zeigt sich bei beiden Lastfällen, dass z.T. erhebliche Konzentrationen aller Spannungen, vor allem an den Porespitzen, auftreten. Aus Sicht einer bruchmechanischen Bewertung einer solchen Situation ist hier vor allem zu beachten, dass es sich um lokal singuläre Spannungsfelder handelt. Das bedeutet, dass zumindest theoretisch die Spannungen gegen unendliche Werte streben, je mehr man sich der Porespitze nähert. Das hat natürlich erhebliche Auswirkungen auf das Versagensverhalten einer solchen Einheitszelle. Versagensanalysen sollen in späteren Arbeiten durchgeführt werden. Das hier auftretende komplexe Spannungsbild muss dann durch geeignete Versagenskriterien berücksichtigt werden. Auch muss die Vernetzung durch eine Verfeinerung im Nahbereich der Porespitze angepasst werden, um das potentiell singuläre Spannungsfeld abzubilden.

4.2. Effektive Eigenschaften

Das Finite-Elemente-Modell wurde danach dazu verwendet, um die effektiven Eigenschaften der Einheitszelle mit Pore zu ermitteln.

4.2.1. Elastizitätsmodul E_{xx}

Die Ermittlung des effektiven E-Moduls E_{xx} erfolgte aus der Analyse des Lastfalls 1. Hierzu wurde die Verschiebung Δu des rechten Randes analysiert (Bild 2a). Die Dehnung ε_{xx} kann dann berechnet werden als:

$$(19) \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\Delta u}{a + 2(l_1 + l_2)}$$

Die dazu äquivalente Spannung σ_{xx} ergibt sich aus der auf Hilfsknoten 1 aufgebrachten Einzelkraft F_x , die sich gleichmäßig auf den Rand verteilt, so dass gilt:

$$(20) \quad \sigma_{xx} = \frac{F_x}{2(l_2 + l_3)}$$

Aus dem Hookeschen Gesetz $\sigma_{xx} = E_{xx}\varepsilon_{xx}$ kann dann der effektive E-Modul E_{xx} bestimmt werden:

$$(21) \quad E_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{F_x[a + 2(l_1 + l_2)]}{2\Delta u(l_2 + l_3)}$$

4.2.2. Querdehnungszahl ν_{xy}

Die Querdehnungszahl ν_{xy} ist definiert als:

$$(22) \quad \nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}}$$

Die Dehnung ε_{xx} ist bereits bekannt (s.o.). Die Dehnung ε_{yy} wurde so berechnet, dass für Lastfall 1 in dem FEM-Netz die Verschiebung Δv des oberen Randes berechnet wurde

(Bild 2a). Teilt man diese durch die Höhe $2l_2 + 2l_3$ der Einheitszelle, erhält man die Dehnung ε_{yy} :

$$(23) \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\Delta v}{2(l_2 + l_3)}$$

Dann kann man die effektive Querdehnungszahl ν_{xy} der Einheitszelle bestimmen:

$$(24) \quad \nu_{xy} = -\frac{\Delta v[a + 2(l_1 + l_2)]}{2\Delta u(l_2 + l_3)}$$

4.2.3. Elastizitätsmodul E_{yy}

Der E-Modul E_{yy} wird aus Lastfall 2 wie E_{xx} berechnet (Bild 2b). Man erhält:

$$(25) \quad E_{yy} = \frac{\sigma_{yy}}{\varepsilon_{yy}} = \frac{2F_y(l_2 + l_3)}{\Delta v[a + 2(l_1 + l_2)]}$$

4.2.4. Schubmodul G_{xy}

Der Schubmodul G_{xy} lässt sich aus Lastfall 3 berechnen. Hierzu werden die Knotenverschiebungen Δu und Δv gemäß Bild 2c aus der Finite-Elemente-Berechnung abgegriffen. Die Schubverzerrung γ_{xy} der Einheitszelle berechnet sich dann als:

$$(26) \quad \gamma_{xy} = \frac{\Delta u}{2(l_2 + l_3)} + \frac{\Delta v}{a + 2(l_1 + l_2)}$$

Die auf die Einheitszelle wirkende Schubspannung τ_{xy} ergibt sich aus der auf den Hilfsknoten 2 wirkenden Kraft F_x , die sich gleichmäßig über den Rand der Einheitszelle verteilt:

$$(27) \quad \tau_{xy} = \frac{F_x}{2(l_1 + 2l_2 + l_3) + a}$$

Aus dem Hookeschen Gesetz $\tau_{xy} = G_{xy}\gamma_{xy}$ kann dann der effektive Gleitmodul G_{xy} berechnet werden als:

$$(28) \quad G_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}} = \frac{F_x}{[2(l_1 + 2l_2 + l_3) + a] \left[\frac{\Delta u}{2(l_2 + l_3)} + \frac{\Delta v}{a + 2(l_1 + l_2)} \right]}$$

4.2.5. Parameterstudien

Um einen ersten Eindruck über den Einfluss einer Pore und der damit einhergehenden Faserwelligkeiten zu erhalten, wurden einige Parameter variiert und die daraus resultierenden effektiven elastischen Eigenschaften E_{xx} , E_{yy} , G_{xy} und ν_{xy} berechnet.

4.2.5.1. Einfluss der Größe der repräsentativen Einheitszelle

Als erste Parameterstudie wurden die Abmessungen der Einheitszelle variiert, wobei die Abmessungen der Pore nicht verändert wurden. Da die Finite-Elemente-Simulation unter periodischen Randbedingungen durchgeführt wurde und unterstellt wird, dass sich die repräsentative Einheitszelle in regelmäßigen Abständen wiederholt, kommt diese Untersuchung einer Variation des Abstandes e benachbarter Poren gleich, s. Bild 4. Die folgenden Ergebnisse wurden mit den Daten $a = 10\text{mm}$, $d = 1\text{mm}$, $l_2 =$

5mm berechnet. Die Ergebnisse dieser Parametervariation sind in Bild 5a-d dargestellt. Die horizontalen Linien in Bild 5a-d sind dabei jeweils die effektiven elastischen Eigenschaften des ungestörten Faserverbundmaterials. Alle Berechnungen wurden für die Faservolumenengehalte $v_f = 0.4$, $v_f = 0.5$ und $v_f = 0.6$ durchgeführt.

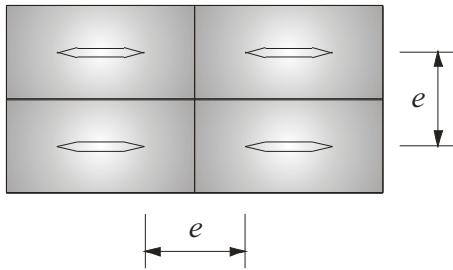


Bild 4. Variation des Porenabstandes e .

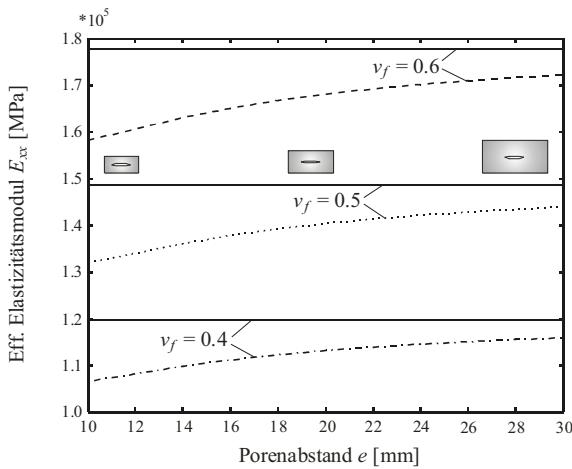


Bild 5a. Effektiver Elastizitätsmodul E_{xx} der Einheitszelle bei einer Variation des Porenabstandes e .

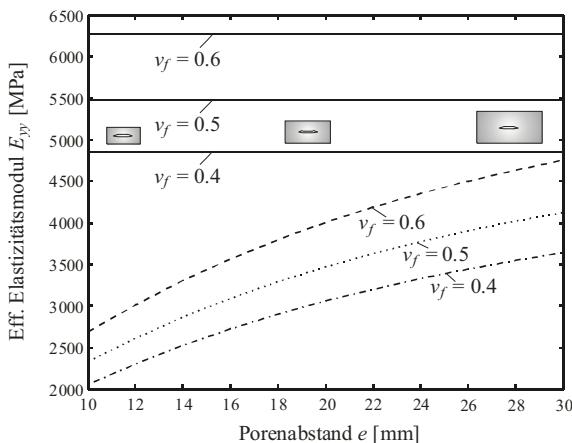


Bild 5b. Effektiver Elastizitätsmodul E_{yy} der Einheitszelle bei einer Variation des Porenabstandes e .

Die in Bild 5a-d gezeigten Ergebnisse decken auf, dass sich z.T. erhebliche Einflüsse der Pore und der dadurch verursachten Welligkeiten der Fasern auf die effektiven elastischen Eigenschaften der Einheitszelle zeigen. Während sich erwartungsgemäß eine eher untergeordnete Beeinflussung des effektiven Elastizitätsmoduls E_{xx} zeigt

(Bild 5a, die „lange“ Porenachse verläuft in Materialhauptrichtung, so dass sich hier eine maximale Absenkung von E_{xx} um rund 10% ergibt), so werden vor allem der effektive Elastizitätsmodul E_{yy} (Bild 5b) sowie die effektive Querdehnungszahl ν_{xy} (Bild 5d) erheblich durch die Anwesenheit und die Abmessungen der Pore beeinflusst.

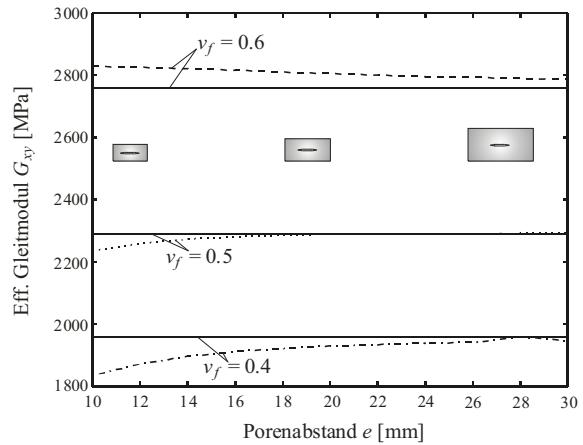


Bild 5c. Effektiver Gleitmodul G_{xy} der Einheitszelle bei einer Variation des Porenabstandes e .

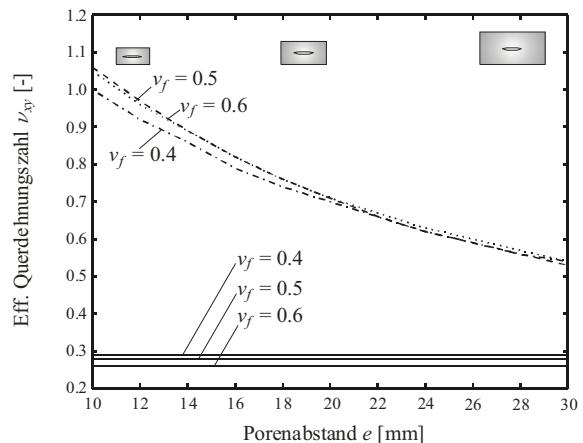


Bild 5d. Effektive Querdehnungszahl ν_{xy} der Einheitszelle bei einer Variation des Porenabstandes e .

Während E_{yy} erwartungsgemäß bei kleinem Porenabstand e absinkt, steigt die Querdehnungszahl ν_{xy} deutlich an und erreicht im Rahmen dieser Parameterstudie gar Werte von etwa 1.0. Beide Ergebnisse lassen sich aus der Anwesenheit der Pore erklären, die hinsichtlich E_{yy} und ν_{xy} für ein deutliches „Weicherwerden“ der Einheitszelle sorgt. Dieser Einfluss ist umso größer, je kleiner der Porenabstand e ist. Die Beeinflussung des Gleitmoduls G_{xy} (Bild 5c) hingegen fällt äußerst gering aus. Bei einem Faservolumenengehalt von $v_f = 0.6$ liegt der effektive Gleitmodul sogar leicht über dem Wert für G_{xy} für das ungestörte Faserverbundmaterial. Das Ergebnis lässt sich dadurch erklären, dass ein reiner Schubspannungszustand einem Spannungszustand entspricht, bei dem eine Zugnormalspannung und eine gleich große Drucknormalspannung unter einem Winkel von 45° auftreten. Deren Verläufe werden zwar durch die Pore lokal gestört, aber hierbei kommt den effektiven

elastischen Eigenschaften zugute, dass um die Pore herum lokal eine deutlich höhere Faserpackung vorliegt, die für wesentlich höhere Steifigkeiten sorgt und damit der Einheitszelle eine, trotz der Pore, signifikante effektive Schubsteifigkeit G_{xy} verleiht. In allen Ergebnissen der Bilder 5a-d ist der Einfluss des Faservolumenanteiles v_f deutlich erkennbar. Eine Ausnahme bildet aber die effektive Querdehnungszahl ν_{xy} , bei der sich zeigt, dass sich bei den unterschiedlichen Werten für v_f qualitativ und quantitativ sehr ähnliche Ergebnisse für ν_{xy} ergeben.

4.2.5.2. Einfluss der Länge der Pore

Als weitere Parameterstudie wurde die Länge a der Pore variiert. Hierbei wurden die Parameter $d = 1\text{mm}$, $l_2 = 5\text{mm}$ konstant gehalten. Die Höhe der Einheitszelle wurde mit $2(l_2 + l_3) = 20\text{mm}$ fixiert, so dass $l_1 = 5\text{mm}$. Die Breite der Einheitszelle wurde mit $2(l_1 + l_2) + a = 30\text{mm}$ festgehalten, daher berechnet sich l_1 als $l_1 = 0.5(20\text{mm} - a)$. Die Ergebnisse sind in Bild 6a-d dargestellt.

Bei der Variation der Porengröße fällt auf, dass der effektive Elastizitätsmodul E_{xx} fast konstant bleibt. Der effektive E-Modul E_{yy} wird dagegen bei steigender Länge a kleiner. Das erklärt sich daraus, dass durch die Pore die Einheitszelle in y -Richtung „weicher“ wird. Außerdem erhöht sich die effektive Querdehnungszahl ν_{xy} durch eine steigende Porengröße a . Das kann man damit erklären, dass bei steigender Porengröße a die Dehnungen ε_{yy} in y -Richtung ansteigen. Auch für diese Parametervariation bleibt der Gleitmodul G_{xy} mehr oder weniger unverändert.

5. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In diesem Beitrag wurden die effektiven elastischen Eigenschaften einer repräsentativen Einheitszelle eines Faserverbundmaterials ermittelt, wobei die Einheitszelle eine Pore enthält. Die dadurch entstehenden Faserwelligkeiten wurden mittels einfacher Ansatzfunktionen abgebildet. Die Berechnungen wurden mit der Finite-Elemente-Methode durchgeführt. Es zeigten sich durch Betrachtung elementarer Lastfälle z.T. erhebliche Einflüsse der Pore und der Faserwelligkeiten auf die elastischen Eigenschaften der Einheitszelle.

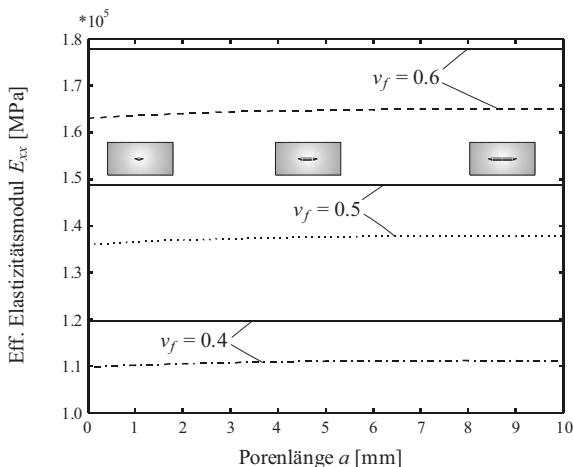


Bild 6a. Effektiver Elastizitätsmodul E_{xx} der Einheitszelle bei einer Variation der Porengröße a .

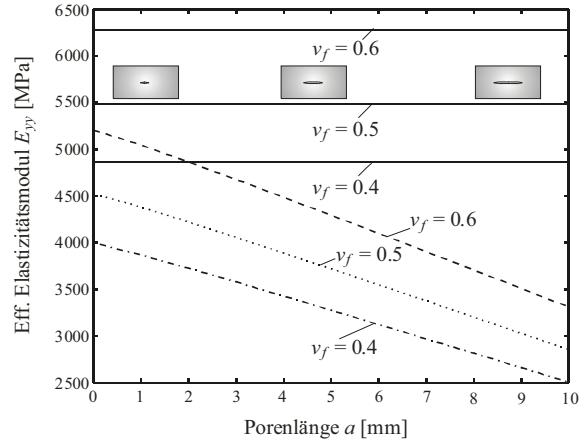


Bild 6b. Effektiver Elastizitätsmodul E_{yy} der Einheitszelle bei einer Variation der Porengröße a .

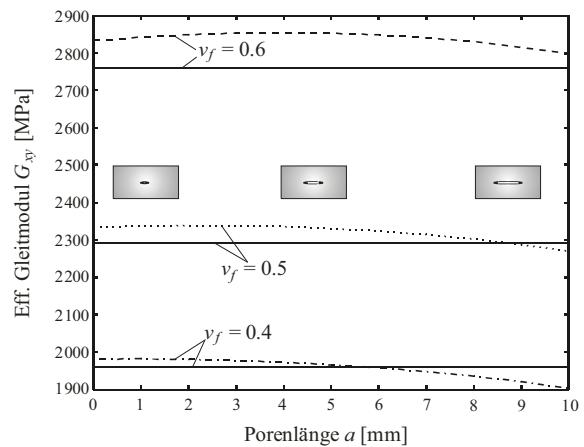


Bild 6c. Effektiver Gleitmodul G_{xy} der Einheitszelle bei einer Variation der Porengröße a .

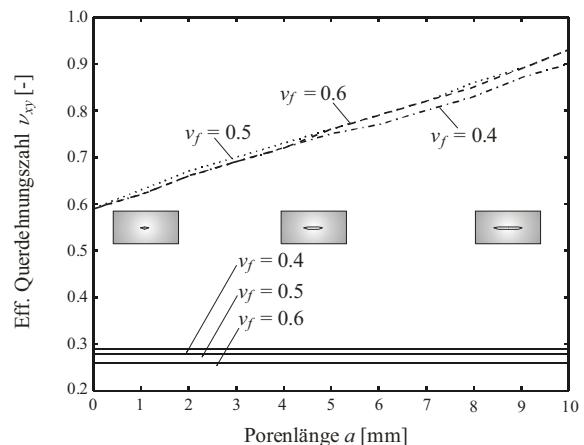


Bild 6d. Effektive Querdehnungszahl ν_{xy} der Einheitszelle bei einer Variation der Porengröße a .

Zukünftige Untersuchungen sollten die folgenden Punkte beinhalten:

Zum einen sollte ermittelt werden, welche effektiven elastischen Eigenschaften sich ergeben, wenn eine Einheitszelle betrachtet wird, bei der die Belastung unter

einem Winkel zur Pore angreift. Dieser Fall ist für die praktische Anwendung von großem Interesse, denn in einem Faserverbundlaminat können die Einzelschichten einen beliebigen Orientierungswinkel aufweisen.

Desweiteren sollten verfeinerte Ansätze für die Modellierung entwickelt werden, wobei hier vor allem auf eine enge Korrelation mit experimentellen Befunden aus bildgebenden Verfahren geachtet werden sollte. Die Forschungen werden vor allem darauf abzielen, realistischere Verteilungen von Poren in einem Faserverbundwerkstoff zu ermitteln und diese in eine numerische Modellierung mit einfließen zu lassen. Wenn möglich sollten hieraus statistische Modelle entwickelt werden. Diese Untersuchungen sind derzeit in Arbeit und die Ergebnisse werden in zukünftigen Berichten enthalten sein.

Ein weiterer Punkt ist die Erweiterung der in diesem Beitrag gezeigten Vorgehensweise auf eine 3D-Modellierung. Auch dieser Punkt ist derzeit in Entwicklung, und die entsprechenden Resultate werden in künftigen Publikationen diskutiert werden.

Abschließend wäre es wünschenswert, Versagensanalysen an einem Faserverbundwerkstoff durchzuführen, der Poren enthält. Hier sollte nicht nur an die Bewertung des ersten Schadenseintritts gedacht werden, sondern es wäre wünschenswert, Aussagen über einen progressiven Schadensfortschritt zu treffen. Mit einer solchen Modellbildung könnten wertvolle Aussagen über die Zuverlässigkeit und die Lebensdauer eines Faserverbundwerkstoffs erarbeitet werden.

LITERATUR

- [1] Piggott MR (1995). *The effect of fibre waviness on the mechanical properties of unidirectional fibre composites: a review*, Composites Science and Technology 53:201-205.
- [2] Bogetti TA, Gillespie JW, Lamontia MA (1992). *Influence of ply waviness on the stiffness and strength reduction on composite laminates*, Journal of Thermoplastic Composite Materials 5:344-369.
- [3] Hsiao HM, Daniel IM (1996a). *Elastic properties of composites with fiber waviness*, Composites Part A 27A:931-941.
- [4] Hsiao HM, Daniel IM (1996b). *Effect of fiber waviness on stiffness and strength reduction of unidirectional composites under compressive loading*, Composites Science and Technology 56:581-593.
- [5] Sun CT, Vaidya RS (1996). *Prediction of composite properties from a representative volume element*, Composites Science and Technology 56:171-179.
- [6] Noh J, Whitcomb J (2001). *Effect of various parameters on the effective properties of a cracked ply*, Journal of Composite Materials 35:689-712.
- [7] Chun HJ, Shin JY, Daniel IM (2001). *Effects of material and geometric nonlinearities on the tensile and compressive behaviour of composite materials with fiber waviness*, Composites Science and Technology 61:125-134.
- [8] Garnich MR, Karami G (2004). *Finite element micromechanics for stiffness and strength of wavy fiber composites*, Journal of Composite Materials 38:273-292.
- [9] Huang H, Talreja R (2005). *Effects of void geometry on elastic properties of unidirectional fiber reinforced composites*, Composites Science and Technology 65:1964-1981.
- [10] Tsukrov I, Piat R, Novak J, Schnack E (2005). *Micromechanical modeling of porous carbon/carbon composites*, Mechanics of Advanced Materials and Structures 12:43-54.
- [11] Rai HG, Honein EV, Dibo RA, Ayoub PN (2008). *The influence of fiber waviness on the critical buckling load of multilayered composites*, Proceedings: 28th Riso International Symposium on Materials Science, pp. 249-255.
- [12] Purol H, Herrmann AS, Endo VT, Al-Qureshi HA (2009). *Fiber waviness characterization and numerical analysis of curved structural profiles for aircraft applications*, Proceedings: 2009 Brazilian Symposium on Aerospace Engineering and Applications, CD-ROM Proceedings.