

# Multi-Phasen Lenkkonzept mit virtuellem Lagebild für einen Lenkflugkörper mittlerer Reichweite

M. Ganser und T. Kuhn  
Diehl BGT Defence GmbH & Co. KG  
Alte Nußdorfer Strasse 13, 88662 Überlingen  
Deutschland

## Zusammenfassung

Dieser Beitrag beschreibt die Elemente eines Lenkkonzepts für einen Boden-Luft Lenkflugkörper. Die Basis des vorgeschlagenen Lenkkonzepts ist ein virtuelles Lagebild des Einsatzszenarios, welches in der Flugsoftware aus Bodenradardaten mithilfe eines Kalman Filters fortwährend geschätzt wird. Das virtuelle Lagebild erlaubt die Schätzung eines voraussichtlichen Trefferorts (Predicted Impact Point). Das Lenkkonzept unterteilt sich zeitlich in eine Pitch-Over-Phase, eine energieoptimale Streckenflug-Lenkung zum voraussichtlichen Trefferort und eine Endgame-Lenkung. Die Streckenflug-Lenkung ist als Sollbahn-Lenkung realisiert, wobei die Bahnen aus einer modellbasierten Offline-Optimierung resultieren. Dieser Beitrag konzentriert sich auf die Beschreibung der Trajektorienerzeugung und der zugehörigen Streckenflug-Lenkung. Abschließend wird ein Simulationsbeispiel vorgestellt.

## 1. EINLEITUNG

Das Ziel bei der Auslegung einer Lenkung für einen Lenkflugkörper ist die Minimierung der Trefferablage bei Maximierung der Bekämpfungsreichweite, wobei zusätzliche Bedingungen für die Endgeometrie gefordert sein können.

Für das Erreichen dieses Ziels stellt sich für die Lenkung die Aufgabe, den Lenkflugkörper mit maximaler kinetischer Energie in die Endphase zu überführen. Hierdurch wird im Allgemeinen die Manövriergängigkeit des Lenkflugkörpers erhöht, was wiederum in einer verminderteren Trefferablage resultiert. Auch bei vorhandenen Bedingungen an die Endgeometrie wirkt sich eine erhöhte Energiereserve immer positiv auf die Trefferleistung aus. Die Flugphase, bei welcher der Energieverlust minimiert werden soll, wird Streckenflug-Phase (auch: Midcourse-Phase) genannt. Die Beachtung dieses Ziels der Energieerhaltung ist für Lenkflugkörper mittlerer und großer Reichweite besonders wichtig. Hier ergeben sich für den Streckenflug im Allgemeinen überhöhte Flugbahnen, um den geringen Luftwiderstand auszunutzen.

Aus diesen Gründen existieren in der Literatur einige Ansätze, den begrenzten Energievorrat eines Lenkflugkörpers in Form der chemischen Energie des Treibstoffes, über die Missionsspanne hinweg zu konservieren.

Robb [1] beschreibt mit „shortest path“- und „earliest intercept line“-Methoden den Weg, während der Midcourse-Phase eine Erreichbarkeitsoptimierung durchzuführen, um zu schützende Gebiete während der Mission bei unbekanntem Zielmanöver möglichst lange abdecken zu können. Die Energieoptimierung spielt hier eine implizite Rolle.

Lin [2] stellt einen Ansatz für die analytische Bestimmung einer Optimaltrajektorie zur Verfügung, der häufig zitiert wird.

Für analytische Ansätze darf gesagt werden, dass die Eleganz der geschlossenen Lösungen durch vereinfachende Annahmen über Nebenbedingungen, Beschränkungen und

spezifische Eigenschaften des Flugkörpers (z.B. detailliertes Schubprofil, Aerodynamik, Atmosphärenmodell, Limiter) erkauft wird.

Chang [3] bestimmt mit einem analytischen Ansatz aus der optimalen Regelung und einem iterierenden Verfahren („simplified Runge-Kutta grade“) die Optimaltrajektorie durch die Maximierung der Endgeschwindigkeit.

Qi [4] löst mit einem einfachen analytischen Ansatz in jedem Zyklus N nichtlineare Optimierungsprobleme mithilfe eines genetischen Algorithmus, indem die Zieltrajektorie in N Elemente zerlegt wird. Die Flugzeit und der Energieverlust werden minimiert. Bei manövrirenden Zielen muss für jeden der N Abschnitte der Trajektorie erneut optimiert werden. Aus den Aussagen kann interpretiert werden, dass der Ansatz für eine operationelle Implementierung zu rechenaufwändig ist.

Raju [5] ergänzt die bekannte Proportionalnavigation um ein „Virtual Silding Target“ (VST), mit dem Effekt eine Überhöhung der Flugbahn zu erzielen. Singh [6] greift die Methode auf. Das VST ist allerdings nur ein indirektes Instrument um die Flugbahn zu formen, was es erschwert bzw. verhindert, die Flugbahn tatsächlich nach Gesichtspunkten der Optimalität auszulegen. Dafür sind der Implementierungsaufwand und die operationelle Rechneranforderung gering.

In der vorliegenden Arbeit wird eine modellbasierte Bestimmung von Optimaltrajektorien für die Midcourse-Phase vorgestellt. Darüber hinaus werden ausgewählte Komponenten der Flugsoftware, welche zum Abfliegen dieser offline bestimmten Trajektorien nötig sind, erläutert. In Kapitel 2 wird die Trajektorienoptimierung vorgestellt. Das iterative Optimierungsverfahren ruft ein kinematisches Modell des betrachteten Lenkflugkörpers mit variablen Trajektorienparametern. Die offline erzeugten Optimaltrajektorien werden für den festgelegten Definitionsraum als Datenbasis abgelegt und stehen der Flugsoftware zur Verfügung.

Online wird aus den Optimaltrajektorien die gültige Trajektorie interpoliert. Dazu wird der Zielzustand und

daraus resultierend der Predicted Impact Point (PIP) benötigt. In Kapitel 3 wird das Verfahren zur Bestimmung dieser Größen vorgestellt.

Einen Überblick über die Phasen der Lenkung und eine detaillierte Beschreibung der Sollbahnenlenkung der Mid-course-Phase werden in Kapitel 4 dargelegt.

Abschließend werden in Kapitel 5 relevante Ergebnisse eines Simulationsbeispiels präsentiert.

## 2. OPTIMALTRAJEKTORIEN

Die Optimaltrajektorien verstehen sich als Flugbahnen vom Startort (Ursprung des Referenzsystems (Index  $N$ ), siehe BILD 1) zum PIP.

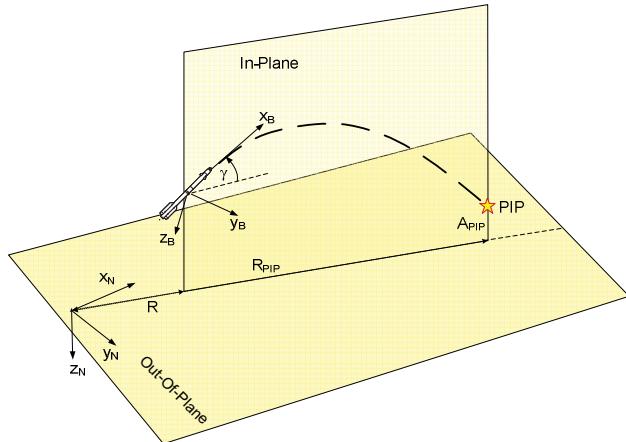


BILD 1. Referenzkoordinaten  $N$ , „In-Plane“, „Out-Of-Plane“

Für die Optimierung wird der erreichbare Raum gerastert und für jeden Rasterpunkt eine optimale Trajektorie bestimmt. Jeder Rasterpunkt ist über seine Entfernung  $R_{PIP}$  in der XN/YN Ebene und seine Höhe  $A_{PIP}$  definiert.

## 2.1. Simulationsmodell

Üblicherweise werden während der Entwicklung von Lenkflugkörpersystemen Simulationsmodelle mit unterschiedlich ausgeprägtem Detaillierungsgrad erstellt. Der hier beschriebene Ansatz erlaubt die direkte Benutzung eines solchen Simulationsmodells bei der Optimierung, womit sämtliche Eigenschaften des Flugkörpers in die Trajektorienform eingehen. Natürlich können auch vereinfachte kinematische Modelle benutzt werden.

## 2.2. Optimierung

Die Optimaltrajektorien verstehen sich, wie erwähnt, als Flugbahnen vom Ursprung des Referenzsystems (0,0) zum PIP. Sie sind nur in der In-Plane Ebene definiert. Die Trajektorien werden zur besseren Skalierbarkeit mit der Entfernung des PIP über Grund normiert. Es gilt für die PIP-Entfernung über Grund

$$(1) \quad R_{PIP} = \sqrt{(x_N^{PIP})^2 + (y_N^{PIP})^2},$$

und die für die Höhe des PIP

$$(2) \quad A_{PIP} = -z_N^{PIP}.$$

Die Normierung erfolgt über die Entfernung des PIP über Grund

$$(3) \quad \bar{R} = \frac{R}{R_{PIP}} = -\frac{\sqrt{x_N^2 + y_N^2}}{\sqrt{(x_N^{PIP})^2 + (y_N^{PIP})^2}}$$

$$(4) \quad \bar{A} = \frac{A}{R_{PIP}} = \frac{-z_G}{\sqrt{(x_N^{PIP})^2 + (y_N^{PIP})^2}},$$

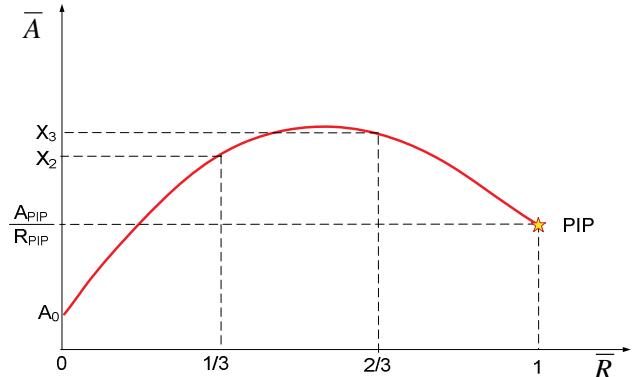
wobei  $\bar{A}$  die normierte Flughöhe ist und  $\bar{R}$  die normierte Flugstrecke über Grund. Die Berechnung der Trajektorien erfolgt offline. Die Ergebnisse der Optimierung werden in der Datenbasis der Lenkung zur online Verwendung als Polynome dritter Ordnung abgelegt. Damit ist die Form der Trajektorie eingeschränkt, aber wie sich gezeigt hat, ist der Freiheitsgrad ausreichend.

Bei der Optimierung werden die normierten Höhen nach einem bzw. zwei Drittel der zurückgelegten Strecke über Grund als zu optimierende Parameter verwendet

$$(5) \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Die Stützstellen zur Bestimmung der Parameter des Polynoms und damit der Optimaltrajektorie sind in BILD 2 dargestellt.

Die normierten Höhen an den Stellen 0 und 1 der Flugbahn, also  $A_0$  und  $A_{PIP} / R_{PIP}$  sind fest definiert über die Höhe des Startorts  $A_0$ , bzw. die Höhe  $A_{PIP}$  und Entfernung  $R_{PIP}$  des PIP.



## BILD 2. Mögliche Trajektorie mit Stützstellen für die Optimierung

Die normierte Flugbahn ergibt sich aus dem Polynom

$$(6) \quad \bar{A} = a_0 + a_1 \bar{R} + a_2 \bar{R}^2 + a_3 \bar{R}^3.$$

Die Koeffizienten  $a_i$  des Polynoms dritter Ordnung ergeben sich eindeutig aus den Stützstellen der Kurve:

$$(7) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \begin{pmatrix} A_0 \\ x_2 \\ x_3 \\ \frac{A_{PIP}}{R_{PIP}} \end{pmatrix}.$$

Aufgrund der konstanten Matrix

$$(8) \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{27} \\ 1 & \frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{8}{27} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ist auch die Umrechnungsmatrix von den Stützstellen bzw. den Optimierungsparametern in die Koeffizienten des Polynoms konstant. Es gilt:

$$(9) \quad (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{11}{2} & 9 & -\frac{9}{2} & 1 \\ 9 & -\frac{45}{2} & 18 & -\frac{9}{2} \\ -\frac{9}{2} & \frac{27}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Zu Beginn der Optimierung ist eine Reihe von Verfahrensparametern einzustellen. So ist vor allen Dingen zu definieren, in welchem Wertebereich, also für welche PIP-Entferungen (über Grund) und für welche PIP-Höhen, Optimaltrajektorien generiert werden sollen (PIP-Grid). Weiterhin ist zu definieren, welche Gipfelhöhe von den Optimaltrajektorien nicht überschritten bzw. welche Mindesthöhe nicht unterschritten werden darf. Letztere Beschränkung soll für den Bereich von 20% bis 80% der Flugstrecke über Grund gelten. Auch wird definiert, welche Ablage vom PIP im Endpunkt der Trajektorie noch als Treffer akzeptiert wird.

Das Ziel der Optimierung ist es, eine Balance zwischen der Endgeschwindigkeit  $V(t_{Mission})$  und der Flugzeit  $t_{Mission}$  zu erreichen, sowie die genannten Randbedingungen einzuhalten. Dabei soll  $V(t_{Mission})$  maximiert und  $t_{Mission}$  minimiert werden. Damit ergibt sich das Gütekriterium

$$(10) \quad J(\vec{x}) = k_1 \cdot V(t_{Mission}) + k_2 \cdot t_{Mission} + \vec{k} \cdot \vec{c}.$$

Die Gewichtung  $k_1$  ist negativ,  $k_2$  positiv. Durch den Summand  $\vec{k} \cdot \vec{c}$  sind Randbedingungen zusammengefasst, also z.B. das genannte Einhalten des zulässigen Höhenbereichs des Flugkörpers und das Sicherstellen eines Treffers. Als Randbedingung kann hier auch eine Anforderung an die Endgeometrie berücksichtigt werden. Die optimalen Trajektorienparameter werden durch die numerische Lösung der Optimierungsaufgabe

$$(11) \quad \vec{x}_{opt} \rightarrow \min\{J(\vec{x})\}$$

bestimmt.

Zur Berechnung des Wertes des Gütekriteriums (10) wird eine kinematische Simulation ausgeführt. Diese bildet alle typischen bzw. gewünschten Eigenschaften des Flugkörpers ab. Die Simulation berechnet den Flug entlang der durch den aktuellen Parametersatz der Optimier-

ungsiteration beschriebene Trajektorie. Dabei werden die für das Gütekriterium relevanten Größen aufgezeichnet und dem Optimierungsverfahren zur Verfügung gestellt. Als Optimierungsverfahren kommt hier die Nelder-Mead Simplex Methode zum Einsatz [7].

Die Optimierung wird für jeden definierten Rasterpunkt innerhalb des möglichen Reichweitenbereichs ausgeführt. Für jeden dieser Rasterpunkte werden die Koeffizienten  $a_i$  des bahnbeschreibenden Polynoms, sowie die Flugzeit  $t_{Mission}$  in einer Datenbasis abgespeichert. Diese wird von der Flugsoftware ausgelesen. Der Speicherplatzbedarf ist gering, da für jede Trajektorie fünf Parameter gespeichert werden.

### 3. VIRTUELLES LAGEBILD

Für die Midcourse-Lenkung wird der Zustand (Position, Geschwindigkeit, Lage) des Lenkflugkörpers, der Zielzustand und die Position des PIP benötigt.

Die Position, Geschwindigkeit sowie Lage des Lenkflugkörpers wird über die lenkflugkörpereigenen Sensoren erfasst. Diese Größen werden hier als gegeben vorausgesetzt.

Der Zielzustand und die Position des PIP werden im Folgenden behandelt.

#### 3.1. Zielzustand

Während der Midcourse Phase wird die Flugsoftware über eine Funkverbindung zum Führungssystem mit Zielposition und Zielgeschwindigkeit versorgt. Die Informationen werden mit einer niedrigen Aktualisierungsrate übertragen. Mit Hilfe eines Kalman Filters [8] erfolgt eine Zielzustandsschätzung, sodass auch in den Sendepausen der Funkverbindung fortwährend geschätzte Größen vorhanden sind. In der Endgame-Phase kann das Kalman Filter zusätzlich Daten eines IR-Suchers oder Radarsuchers verwenden, um eine präzisere Zustandschätzung des Ziels zu erreichen. Dieser Beitrag beschränkt sich auf die Zielzustandsschätzung während der Midcourse-Phase.

Das Kalman Filter wird als Singer Filter neunter Ordnung angesetzt. D.h., die vektorielle Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Ziels in Referenzkoordinaten (Index  $N$ , siehe auch BILD 1) werden als Zustandsgrößen verwendet.

$$(12) \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{X}_N^{Tgt} \\ \vec{V}_N^{Tgt} \\ \vec{A}_N^{Tgt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_N^{Tgt} \\ y_N^{Tgt} \\ z_N^{Tgt} \\ \dot{x}_N^{Tgt} \\ \dot{y}_N^{Tgt} \\ \dot{z}_N^{Tgt} \\ \ddot{x}_N^{Tgt} \\ \ddot{y}_N^{Tgt} \\ \ddot{z}_N^{Tgt} \end{pmatrix}$$

Die Zustandsübergangsmatrix hängt nur von der Schrittweite  $\Delta T$  ab und ist wie folgt definiert:

$$A(T) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 & 0 & \Delta T^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 & 0 & \Delta T^2/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 & 0 & \Delta T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Es ist offensichtlich, dass das zugrundeliegende Zustandsmodell linear ist. Damit kann die Aktualisierung von  $A$  als Jakobimatrix entfallen. Ebenso kann auf die Jacobimatrizen  $F$  (partielle Ableitung der Zustandsgleichungen nach den Quellen des Zustandsrauschens) und  $G$  (partielle Ableitung der Ausgänge nach den Quellen des Messrauschens) verzichtet werden, da jeder Zustand und jeder Messwert mit einer unabhängigen Rauschquelle modelliert wird.

Im Falle der Verfügbarkeit von neuen Daten über die Funkstrecke, gestaltet sich die Aufstellung der Matrizen und Vektoren für den Filterschritt wie folgt.

Die Jakobimatrix  $C_F$  (partielle Ableitung der Messgrößen nach den Zuständen) bestimmt sich zu:

$$(14) \quad C_F = \frac{\partial y}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Der Messvektor  $y(k)$  besteht aus der Positions- und Geschwindigkeitsmessung des Ziels, welche über die Funkstrecke übertragen werden ( $UL$ ). Die Daten werden vorab einer Zeitstempelkorrektur unterzogen (+):

$$(15) \quad y(k) = \begin{pmatrix} \vec{X}_N^{UL}(+) \\ \vec{V}_N^{UL}(+) \end{pmatrix}$$

Die a priori Vorhersage der Messgrößen bestimmt sich aus dem Zustandsvektor:

$$(16) \quad \bar{y}(k) = \bar{x}(k) = \begin{pmatrix} \vec{X}_N^{Tgt} \\ \vec{V}_N^{Tgt} \end{pmatrix}$$

Sind Messwerte vorhanden, wird die Berechnung des Kalman Filterschrittes durchgeführt. Die Gleichungen (17) - (19) und (22) bis (23) sind die bekannten Elemente des Kalman Filter Algorithmus.

Zunächst wird die Kalmanverstärkung  $K$  berechnet:

$$(17) \quad K = \frac{\bar{P}(k)C_F}{C_F\bar{P}(k)C_F^T + R_F}$$

Die Kovarianzmatrix des Messrauschens  $R_F$  bestimmt sich aus den Eigenschaften des Einweissystems.

Mit der Kalman Verstärkung wird die a posteriori Korrektur der Präzisionsmatrix und des Zustandsvektors vorge-

nommen.

$$(18) \quad \hat{x}(k) = \bar{x}(k) + K(y(k) - \bar{y}(k))$$

$$(19) \quad \hat{P}(k) = \bar{P}(k) - K C_F \bar{P}(k)$$

Sollten keine neuen Messwerte zur Verfügung stehen (Zeit zwischen zwei Nachrichten), kann kein Filterschritt gerechnet werden und die a posteriori Korrektur wird von der a priori Vorhersage des letzten Zyklus gebildet. In diesem Falle gilt

$$(20) \quad \hat{x}(k) = \bar{x}(k)$$

$$(21) \quad \hat{P}(k) = \bar{P}(k),$$

mit der Präzisionsmatrix  $P$ .

Der Algorithmus des Kalman Filters endet mit der a priori Vorhersage der Zustände und der Präzisionsmatrix für den nächsten Zyklus. Diese Prädiktion verwendet die Zustandsübergangsmatrix  $A$  mit der Abtastzeit  $\Delta T$ .

$$(22) \quad \bar{x}(k+1) = A(\Delta T)\hat{x}(k)$$

$$(23) \quad \bar{P}(k+1) = A(\Delta T)\hat{P}(k)A^T(\Delta T) + Q$$

Damit stehen die a priori Vorhersagen für den nächsten Zyklus zur Verfügung.

Der Vektor der a posteriori korrigierten Zustände  $\hat{x}(k)$  aus Gleichung (18) bzw. (20) ist der Ausgang und somit das auszuwertende Ergebnis der Zielzustandsschätzung (vgl. Gleichung (12)):

$$(24) \quad \hat{x}(k) = \begin{pmatrix} \hat{\vec{X}}_N^{Tgt} \\ \hat{\vec{V}}_N^{Tgt} \\ \hat{\vec{A}}_N^{Tgt} \end{pmatrix}$$

Mit den prädizierten Zuständen  $\hat{\vec{X}}_N^{Tgt}$  und  $\hat{\vec{V}}_N^{Tgt}$ , also Zielposition und Zielgeschwindigkeit in Referenzkoordinaten, wird die Vorhersage des PIP möglich.

### 3.2. Predicted Impact Point (PIP)

Mit den Ergebnissen der Zielzustandsschätzung (Kapitel 3.1) und der abgeschätzten Restflugzeit (Kapitel 3.2.1) kann eine Vorhersage für den Predicted Impact Point in Referenz Koordinaten  $\hat{\vec{X}}_N^{PIP}$  durchgeführt werden.

Bei Annahme eines Ziels mit konstanter Geschwindigkeit lässt sich der PIP wie folgt berechnen:

$$(25) \quad \hat{\vec{X}}_N^{PIP} = \hat{\vec{X}}_N^{Tgt} + t_{go} \hat{\vec{V}}_N^{Tgt}$$

Durch Bewertung von  $\hat{\vec{A}}_N^{Tgt}$  und  $\hat{\vec{V}}_N^{Tgt}$  aus Gleichung (24) über die Zeit kann eine Klassifizierung des Ziels erfolgen. Z.B. kann eine ballistische Flugbahn auf einen ballistischen Flugkörper hindeuten, oder ein charakteristischer Querbeschleunigungsverlauf auf einen zuordbaren Ziel-

typ. Durch eine solche Klassifizierung und der damit verbundenen Annahme über die zu erwartende weitere Flugbahn kann die Gleichung (25) dementsprechend abgeändert werden, um den PIP besser vorherzusagen.

Die letzte fehlende Größe, um Gleichung (25) berechnen zu können, ist die erwartete Restflugzeit  $t_{go}$ , welche im folgenden Kapitel bestimmt wird.

### 3.2.1. Time-to-go

Mit der Entfernung des PIP vom Startpunkt über Grund und der Höhe des PIP wird per Table-Lookup die nach Kapitel 2.2 erstellte Datenbasis ausgelesen. Hier sind die Optimaltrajektorien in Form der Polynomkoeffizienten der Stützstellen sowie die zugehörige Missionszeit abgelegt. Die Missionszeit wird interpoliert:

$$(26) \quad t_{Mission} \leftarrow Table(T_{Mission}, R_{PIP}, A_{PIP})$$

Dabei ist  $T_{Mission}$  die mehrdimensionale Struktur, in der die Ergebnisse der Trajektorienoptimierung abgespeichert wurden.

Aus der Missionszeit und der bereits verstrichenen Flugzeit  $t_{Guide}$  wird die geplante Restflugzeit bestimmt

$$(27) \quad t_{go}^{plan} = t_{Mission} - t_{Guide}.$$

Diese geplante Restflugzeit wird nach unten mit Null begrenzt, und nach oben mit dem Maximalwert  $t_{go}^{\max}$ .

Schließlich wird ein Faktor  $0 \leq W_{Plan} \leq 1$  bestimmt, der bezeichneten soll, in welchem Maße dem geplanten Wert der Restflugzeit vertraut werden kann

$$(28) \quad W_{Plan} = 1 - \max \left\{ 1, \frac{t_{Guide}}{t_{Mission}} \right\}.$$

Ist die Flugzeit noch sehr klein im Vergleich zur geplanten Missionszeit, so darf dem Plan vertraut werden. Ist die verstrichene Flugzeit jedoch bereits in der Nähe der geplanten Missionszeit, so befindet sich der Lenkflugkörper bereits im direkten Anflug auf den PIP und die Gleichung

$$(29) \quad t_{go}^{est} = -\frac{R_{LOS}}{\dot{R}_{LOS}}$$

liefert einen besseren Wert. Dabei entspricht  $R_{LOS}$  der Schrägentfernung zwischen Ziel und Lenkflugkörper und  $\dot{R}_{LOS}$  der Annäherungsgeschwindigkeit.

Die für die Aktualisierung des PIP anzusetzende Restflugzeit ergibt sich aus der gewichteten Addition der geschätzten und der geplanten Restflugzeit.

$$(30) \quad t_{go} = (1 - W_{Plan}) t_{go}^{est} + W_{Plan} t_{go}^{plan}$$

Mit dieser Restflugzeit wird der neue PIP berechnet.

Man sieht, dass die Bestimmung von  $t_{go}$  und der Koordinaten des PIP ein iterativer Prozess ist, wobei die zwei

Größen abwechselnd, je einmal pro Zeitschritt berechnet werden.

Ein Startwert für  $t_{Mission}$  bzw.  $\hat{X}_N^{PIP}$  wird aus der Datenbasis der Trajektorienoptimierung unter der Bedingung des Zielzustandes bestimmt.

## 4. LENKUNG

### 4.1. Phasen der Lenkung

Über die Missionsdauer des Lenkflugkörpers hinweg lässt sich das Lenkgesetz in drei Phasen mit unterschiedlichen Aufgaben bei der Berechnung des Lenkkommandos unterteilen:

- 1) Pitch-Over-Lenkung
- 2) Midcourse-Lenkung
- 3) Endgame-Lenkung

Die Pitch-Over-Lenkung beginnt nach Start des Lenkflugkörpers. Aufgabe ist es, den Flugkörper in Richtung PIP zu schwenken und damit den Anfangsbahnwinkel auf den gewünschten Bahnwinkel für die Midcourse-Phase einzustellen.

Die Midcourse-Lenkung ist dafür verantwortlich, den PIP zu aktualisieren und den Flugkörper auf einer Optimaltrajektorie in diesen zu lenken. Dabei soll der Energieverlust möglichst gering sein. Sobald ausreichende Annäherung an das Ziel gegeben ist, wird auf Endgame-Lenkung umgeschaltet.

Die Endgame-Lenkung muss das Treffen des Ziels unter den geforderten Nebenbedingungen sicherstellen. Dabei werden üblicherweise über einen Flugkörpersensor präzise Zielinformationen mit hoher Aktualisierungsrate bereitgestellt.

Ist das Ziel zu Missionsbeginn schon hinreichend nahe am Startort, so kann die Pitch-Over- oder die Midcourse-Phase übersprungen werden.

Innerhalb dieses Beitrags wird die Midcourse-Phase näher erläutert.

### 4.2. Midcourse-Lenkung

Die Bahnlenkung geht von einer Trennung zwischen In-Plane und Out-Of-Plane Lenkung aus. Die beiden Ebenen sind in BILD 1 dargestellt.

Die In-Plane wird durch den Gravitationsvektor (und damit die Z-Achse des Guidance Koordinatensystems), sowie den aktuellen Ort des Flugkörpers und den aktuellen PIP aufgespannt. Die Optimaltrajektorie ist in der In-Plane definiert. Senkrecht zu dieser Ebene steht die Out-Of-Plane.

Zuerst wird die über der PIP-Entfernung (vom Startpunkt) normierte zurückgelegte Strecke über Grund bestimmt.

$$(31) \quad \bar{R} = \frac{R}{R_{PIP}} \quad 0 \leq \bar{R} \leq 1$$

Dieser Wert symbolisiert den prozentualen Anteil der bislang zurückgelegten Strecke über Grund. Das Polynom

der Optimaltrajektorie ist für dieses normierte Intervall definiert. Mit diesem Wert wird die über die PIP-Entfernung normierte Sollflughöhe  $\bar{A}$  bestimmt

$$(32) \quad \bar{A} = a_0 + a_1 \bar{R} + a_2 \bar{R}^2 + a_3 \bar{R}^3,$$

wobei der Vektor der Polynomkoeffizienten  $\vec{a}$  vier Elemente besitzt. Diese werden aus der Datenbasis interpoliert

$$(33) \quad \vec{a} \leftarrow \text{Table}(A_{poly}, R_{PIP}, A_{PIP}).$$

$A_{poly}$  ist die mehrdimensionale Struktur, in der die Ergebnisse der Trajektorienoptimierung abgespeichert wurden. Darüber hinaus werden die erste und die zweite Ableitung des Polynoms berechnet:

$$(34) \quad \frac{d\bar{A}}{d\bar{R}} = a_1 + 2a_2 \bar{R} + 3a_3 \bar{R}^2$$

$$(35) \quad \frac{d^2\bar{A}}{d\bar{R}^2} = 2a_2 + 6a_3 \bar{R}$$

Die tatsächliche Sollflughöhe wird durch Entnormierung bestimmt.

$$(36) \quad A_{com} = R_{PIP} \bar{A}$$

Die Krümmung der Trajektorie (der Sollbahnwinkel entspricht der ersten Ableitung) bedarf keiner Entnormierung, so dass für den Sollbahnwinkel gilt:

$$(37) \quad \gamma_{com} = \tan^{-1} \frac{d\bar{A}}{d\bar{R}}$$

Für die Solländerung des Bahnwinkels gilt:

$$(38) \quad \dot{\gamma}_{com} = \frac{V_0}{R_{PIP} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{A}}{d\bar{R}} \right)^2 \right)} \frac{d^2\bar{A}}{d\bar{R}^2}$$

Die Einhaltung der geforderten Flughöhe wird durch einen Offset auf den Sollbahnwinkel bewirkt.

$$(39) \quad \Delta\gamma_{com} = K_{Alt} \cos \gamma (A_{com} - A)$$

D.h., nur für den waagerechten Flug geht dieser Korrekturterm in vollem Umfang in die Lenkung ein. Die Regelabweichung für den In-Plane Bahnwinkel ergibt sich aus:

$$(40) \quad E_\gamma = \gamma_{com} + \Delta\gamma_{com} - \gamma$$

Der Sollwert für den Out-Of-Plane Bahnwinkel ergibt sich aus der Position von PIP und Flugkörper zueinander.

$$(41) \quad \chi_{com} = \arctan \frac{y_N^{PIP} - y_N}{x_N^{PIP} - x_N}$$

Entsprechend gilt für den Out-of-Plane Bahnwinkelfehler:

$$(42) \quad E_\chi = \chi_{com} - \chi$$

Das Kommando für die In-Plane Querbeschleunigung lautet entsprechend:

$$(43) \quad a_m = -V_0 \left( \dot{\gamma}_{com} + \frac{E_\gamma}{T_0} \right)$$

$T_0$  ist die Zeitkonstante der Lenkung.

Das Kommando für die Out-Of-Plane Querbeschleunigung berechnet sich zu

$$(44) \quad a_{Out} = \frac{V_G E_\chi}{T_0},$$

mit der Geschwindigkeit über Grund

$$(45) \quad V_G = \sqrt{(\dot{x}_N)^2 + (\dot{y}_N)^2}.$$

## 5. SIMULATIONSBEISPIEL

Das Lenkkonzept wird in einem Szenario wie in BILD 3 skizziert mit Hilfe einer 6-Freiheitsgrade-Simulation getestet. Das Ziel bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit in x-Richtung auf den Startort zu.

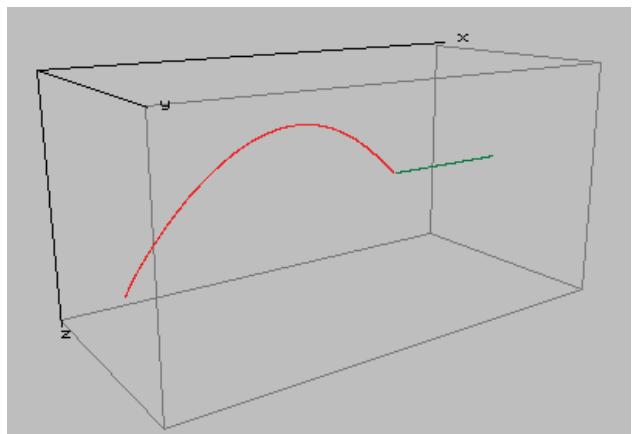


BILD 3. Testszenario: Rote Kurve: Flugkörper; grüne Gerade: Ziel

Die Parameter des Polynoms für die Sollflugbahn ergeben sich hier zu

$$(46) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0050 \\ 1.5416 \\ -1.3064 \\ 0.0086 \end{pmatrix}.$$

Damit ergibt sich die Flugbahn, wie in BILD 3 und BILD 6 zu sehen.

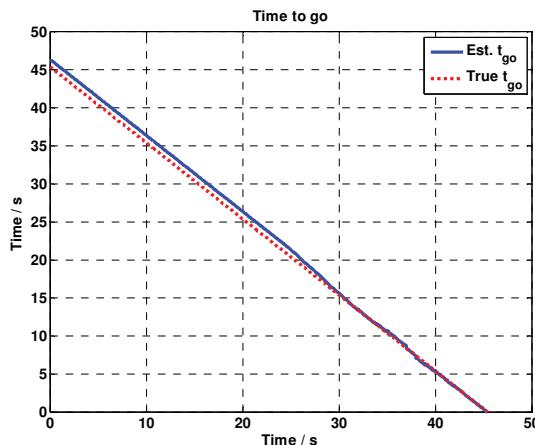


BILD 4. Vergleich von geschätzter (Est.  $t_{go}$ ) gegenüber tatsächlicher (True  $t_{go}$ ) Restflugzeit

Bei der Betrachtung von BILD 4 sieht man, dass die Restflugzeitschätzung nach Gleichung (30) für die gesamte Mission gute Ergebnisse liefert.

Da die Einweisdaten fehlerbehaftet sind, spiegeln sich diese Unsicherheiten bei der Schätzung des Zielzustandes und in Folge bei der Schätzung des PIP wider. In BILD 5 erkennt man, dass der Fehler erwartungsgemäß mit geringer werdender Restflugzeit kleiner wird.

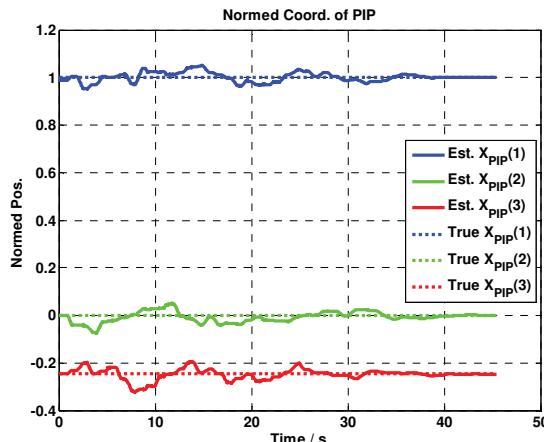


BILD 5. Vergleich geschätzte (Est.) PIP-Koordinaten mit tatsächlichen (True) PIP-Koordinaten

In BILD 6 sieht man den Vergleich von Soll-Trajektorie mit der Ist-Trajektorie sowie den Soll-Bahnwinkel mit seinem Ist-Wert. Man erkennt, dass die Sollwerte gut eingehalten werden. Das Absinken der Soll-Werte auf 0 bei der x-Position von ca. 0.85 stellt den Wechsel in die Endgame-Phase dar. Hier sind keine Sollwerte mehr vorhanden.

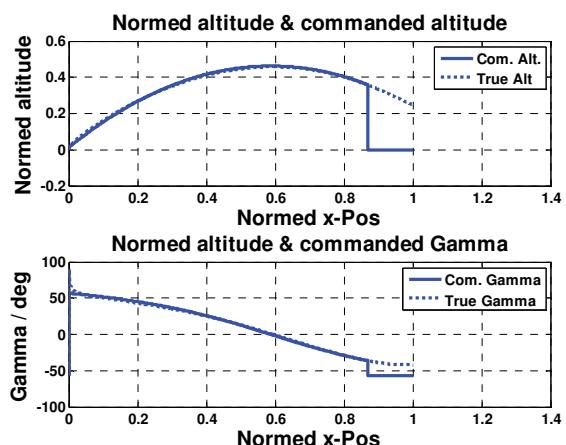


BILD 6. Vergleich Soll-Höhe und Soll-Bahnwinkels gegen die Ist-Werte

## 6. AUSBLICK

Das Lenkgesetz wurde für eine Vielzahl von Szenarien in einer detaillierten 6-Freiheitsgrade-Flugkörpersimulation getestet. Es wurden Robustheitsuntersuchungen, auch für manövrierende Ziele, und Variationen der Parameter nach dem Monte-Carlo Verfahren durchgeführt. Das Lenkgesetz erweist sich als leistungsfähig und robust.

## 7. ZUSAMMENFASSUNG

Im vorliegenden Beitrag wurde ein Lenkgesetz für die Midcourse-Phase für einen Boden-Luft Lenkflugkörper vorgestellt. Optimale Flugbahnen im Sinne des Gütekriteriums (10) werden modellbasiert offline erzeugt und als Datenbasis in der Flugsoftware online verwendet. Die Optimaltrajektorie mit dem PIP als Endpunkt ist Eingang für die vorgestellte Sollbahnenlenkung. Wichtige zu schätzende Größen sind der Zielzustand (12), die verbleibende Restflugzeit (30), und daraus resultierend der Predicted Impact Point (25).

Im Gegensatz zu den analytischen Ansätzen [2]-[4], hat die Bestimmung der Optimaltrajektorien unter der Verwendung eines Simulationsmodells den besonderen Vorteil, dass sämtliche spezifische Eigenschaften des Flugkörpers in die Form der Flugbahn eingehen. So können statt vereinfachten Flugkörpereigenschaften detaillierte Modelle von z.B. Widerstand, Masse, Schubprofil, Aerodynamik oder sogar Eigenschaften der Flugregelung berücksichtigt werden. Die Güte der Optimaltrajektorien kann dementsprechend mit der Güte des Simulationsmodells gesteuert werden.

Da die rechenintensive Optimierung offline stattfindet, und die Trajektorien in einer Datenbasis abgelegt werden, wird die operationelle Hardware entlastet.

Im Gegensatz zu den Ansätzen mit „Virtual Sliding Target“ [5][6] ist die hier vorgestellte Optimierung eine direkte Minimierung des Gütekriteriums, wodurch das gewünschte Verhalten direkt beeinflusst werden kann. Durch diese Art der Optimierung werden direkt die bestmöglichen Anfangsbedingungen für die Endgame-Phase geschaffen.

## 8. LITERATUR

- [1] Matt Robb, Brian A. White, A. Tsourdos, and David Rulloda, "Reachability Guidance: A novel concept to improve mid-course guidance", *American Control Conference*, pp. 339-345, 2005
- [2] C.F. Lin, L.L. Tsai, "Analytical Solution of Optimal Trajectory-Shaping Guidance", *Journal of Guidance*, Vol. 10, No.1, 1987
- [3] Chang C. et al., "Kinetic Optimal Midcourse Guidance Law for Air-to-Air Missiles", *Journal of Beijing Institute of Technology*, Vol. 18, No.4, pp. 452-456, 2009
- [4] Zhen-Qiang Qi, Guang-Da Hu, Zhao-Hua Yang, Fu-En Zhang, "Flight guidance control using genetic algorithm combined with singular perturbation technique", *Proceedings of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp. 1034-1038, 2003
- [5] P.A. Raju, D. Ghose, "Empirical Virtual Sliding Target Guidance Law Design: An Aerodynamic Approach", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, Vol. AES-39, No. 4, pp. 1179-1190, Oct. 2003
- [6] Anup Singh, D. Ghose and A.K. Sarkar, "Launch Envelope Optimization of VST Guidance Law for Vertical Plane Engagements", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco*, 2005
- [7] Lagarias, J.C., J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, "Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions," *SIAM Journal of Optimization*, Vol. 9 Number 1, pp. 112-147, 1998.
- [8] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, „Kalman Filtering – Theory and Practice using MATLAB”, Wiley, 2001