

ZUM EINSATZ STATISTISCHER VERFAHREN IM HUBSCHRAUBERVORENTWURF

M. Lier, K.-O. Nolte, J. Götz

DLR, Institut für Flugsystemtechnik, Lilienthalplatz 7, 38108 Braunschweig, Deutschland

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag stellt ein integriertes, statistisch basiertes Werkzeug zum Hubschraubervorentwurf vor und beleuchtet dabei zwei Aspekte der Thematik. Zum einen werden Abhängigkeiten zwischen Parametern von 77 existenten Hubschraubermustern mittels Hauptkomponenten- und Korrelationsanalyse untersucht. Daraus lässt sich ableiten, inwiefern flugmechanisch motivierte Eingangsgrößen für eine statistische Auswertung geeignet sind. Des Weiteren wird ein multivariates Regressionsverfahren erörtert, mit dem eine Abschätzung wesentlicher Entwurfparameter möglich ist. Im Gegensatz zu den meisten bisherigen Untersuchungen wurden hier Polynomansätze höherer Ordnung verwendet und mehrere statistische Methoden miteinander kombiniert, sodass eine automatische Reduktion der Komplexität der Regressionsfunktionen ermöglicht wird. Das von den Autoren entwickelte Werkzeug ist universell, auch außerhalb des Hubschraubervorentwurfs anwendbar. Ziel des vorliegenden Beitrags ist die Untersuchung der Eignung statistischer Verfahren für den Hubschraubervorentwurf.

NOMENKLATUR

\underline{b}	Koeffizientenvektor
g	maximaler Grad der Regressionsfunktion
n	Anzahl der Stichproben/Hubschraubermuster
r_{ij}	Korrelationskoeffizient zwischen den Merkmalen i und j
s_i	Standardabweichung des Merkmals i
s_{ij}	Kovarianz der Merkmale i und j
s_e	Summe der Fehlerquadrate
x_{ri}	Wert des Parameters i der Stichprobe/des Hubschraubermusters r
\bar{x}_i	Arithmetisches Mittel des Parameters i
\hat{x}_{ij}	normierter Wert des Parameters i der Stichprobe/des Hubschraubermusters r
\tilde{y}	Regressionsansatz
\underline{y}	Vektor der Zielvariable
A	Rotorkreisfläche
T	Hauptrotorschub
P	Hauptrotorleistung
\underline{P}	Transformationsmatrix = Matrix der Hauptkomponenten
\underline{R}_x	Korrelationsmatrix der Datenmatrix X
$\hat{\underline{X}}$	normierte Datenmatrix
\underline{Y}	transformierte Datenmatrix
\underline{Z}	Matrix der erklärenden Variablen

α	Irrtumswahrscheinlichkeit
ν	Freiheitsgrade des Regressionsproblems
ρ	Luftdichte
$\underline{\Sigma}_x$	Kovarianzmatrix der Datenmatrix X

Hinzu kommen die untersuchten Entwurfparameter (siehe TAB 1).

1. EINLEITUNG

Für die konzeptionelle Auslegung eines Hubschraubers sind meist nur die Missions- und Leistungsanforderungen bekannt. Daher sind erste Konzeptstudien bisher vorwiegend erfahrungsbasiert. Der weitere Entwurfsprozess wird von den Ergebnissen in dieser Phase jedoch maßgeblich beeinflusst. Die Verfügbarkeit eines fundierten und verlässlichen Verfahrens zur statistischen Abschätzung der grundlegenden Designparameter ist daher von außerordentlichem Nutzen und verkürzt Entwicklungszeit und -kosten erheblich. Jedoch erlaubt die Statistik immer nur einen Blick in die Vergangenheit, die Extrapolation der Ergebnisse in die Zukunft ist nur beschränkt möglich, da z.B. neue Technologien keine Berücksichtigung finden.

Der statistische Vorentwurf von Hubschraubern wird nur sporadisch, aber bereits seit mehreren Jahrzehnten in der Literatur behandelt. Eine der ersten Anwendungen erfolgte im Rahmen des Hubschrauberentwurfswerkzeugs *HESCOMP*, das 1979 beschrieben wurde [1]. In den letzten Jahren finden sich Abhandlungen zum Thema von *Rand* und *Khromov* aus 2002 [2], sowie von *Kim* und *Oh* aus 2007 [3]. In beiden Veröffentlichungen werden Potenzfunktionen als Regressionsansatz gewählt und die Auswahl der Eingangsparameter stützt sich auf flugmechanische Überlegungen. Jüngere Arbeiten fanden auch im Rahmen des EU-Projekts *VIVACE* am niederländischen Luft- und Raumfahrtlabor (*NLR*) statt [4].

Die Erstellung einer verlässlichen und umfangreichen Datenbasis ist sehr aufwendig, danach sind statistische Verfahren aber ohne größeren Aufwand anwendbar. Die Anwendung statistischer Methoden im Vorentwurf von Hubschraubern ist jedoch tendenziell problematischer als bei Starrflüglern. Dies liegt zum einen an der weitaus kleineren Anzahl existenter Hubschraubermuster, zum anderen aber auch daran, dass sich Hubschrauber für verschiedene Missionen teilweise sehr stark unterscheiden und im Vergleich zum Starrflügler vielfältigere Anwendungsbereiche existieren.

2. ENTWURFSPROZESS

Der Entwurfsprozess für Hubschrauber unterscheidet sich nur unwesentlich von dem für Starrflügler. Parametrische Entwurfsverfahren sind für Flächenflugzeuge seit mehreren Jahrzehnten bekannt und werden erfolgreich angewendet (vgl. weiterführend z.B. [5]) Für Hubschrauber existieren automatisierte Verfahren zum Vorentwurf nur sehr begrenzt [1], [6], [7]. Gekennzeichnet sind sie durch ihren iterativen Aufbau, denn anfängliche Annahmen werden im Laufe des Prozesses durch genauere Abschätzungen oder endgültige Werte ersetzt. Eingangswerte des Entwurfsprozesses für Hubschrauber sind im Wesentlichen die Missionsanforderungen (Reichweite, Nutzlast, Reisegeschwindigkeit, maximale Schwebeflugdauer, Dienstgipfelhöhe). Dazu kommen eventuelle Konstruktionsvorgaben (Blattanzahl und -belastung, Blattspitzengeschwindigkeit, Triebwerksanzahl) und Anfangsannahmen über die Effizienz des Hubschraubers (Figure of Merit, Auftriebs-Widerstands-Verhältnis, Getriebeverluste usw.) [8].

Die einzelnen Schritte eines (allgemeinen) Entwurfsprozesses für Luftfahrzeuge sind in BILD 1 dargestellt. Ist über das zu entwerfende Luftfahrzeug so gut wie nichts bekannt (z.B. Entwurf neuartiger Konfigurationen, innovative Rotorblätter), so steht der explorative Entwurf (Expertenbefragung, Literaturanalyse usw.) am Anfang der Entwurfskette. In der Regel kann man jedoch auf gewisse Erfahrungswerte zurückgreifen, sodass der Konzeptentwurf die erste Phase darstellt. Hier wird die Konfiguration des Hubschraubers (Anzahl der Rotoren, zusätzliche Schub- oder Antriebselemente, Drehmomentenausgleich usw.) festgelegt sowie erste Kostenabschätzungen und Machbarkeitsstudien durchgeführt. Danach schließt sich der Vorentwurf im engeren Sinne an. Basierend auf der Konfiguration müssen alle Systeme des Hubschraubers ausgelegt und alle Aspekte des Gesamtsystems in Bezug auf die Anforderungen abgeschätzt und analysiert werden, sodass eine Kombination von parametrischen Verfahren und Optimierung den Kern des Prozesses bildet. In dieser Phase sind statistische Methoden ein hilfreiches Werkzeug. Auf Grund der kurzen Iterationszyklen sind aufwendige flugmechanische Rechnungen gerade in den Anfangsphasen des Vorentwurfs nicht durchführbar. Schon deshalb sind statistische Verfahren in Verbindung mit Handbuchmethoden die bevorzugten Werkzeuge in diesem Entwurfsstadium. Die Statistik liefert in Bezug auf wichtige Entwurfsparameter erste Anhaltspunkte, die dem Entwurfsingenieur einerseits einen Eindruck des Gesamtsystems verschaffen, andererseits als Startwerte für nachfolgende Optimierungen dienen können. Am Ende des Entwurfsprozesses steht der Detailentwurf, der in der Fertigstellung der Konstruktionszeichnungen kulminiert.

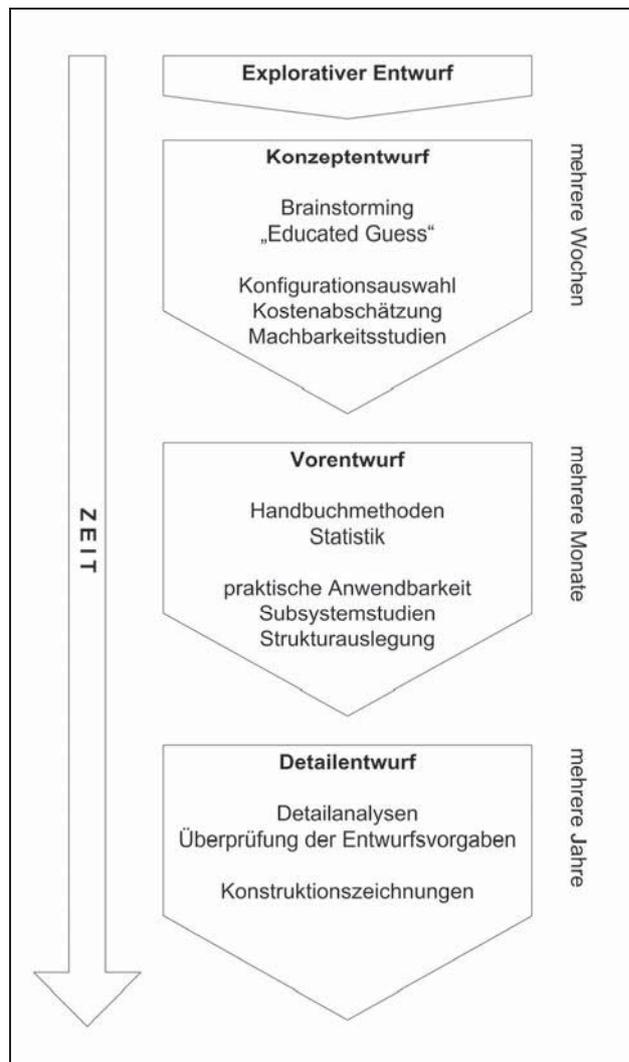


BILD 1. Schema eines allgemeinen Entwurfsprozesses (nach [9])

3. DATENBASIS

Grundlage der Untersuchungen ist eine umfangreiche Datenbank existenter Hubschrauber, die im Wesentlichen unter Zuhilfenahme von [10] und [11] erstellt wurde. Sie enthält 144 Hubschraubermuster konventioneller Bauart (Haupt-/Heckrotor oder Fenestron) und 28 unkonventionelle Konfigurationen mit jeweils bis zu 85 technischen Daten aus den Bereichen Haupt- und Heckrotor, Geometrie, Triebwerk, Flugleistungen und Massen. Durchschnittlich sind 68% der Daten je Muster vorhanden. Die Verfügbarkeit ist beschränkt bei sehr speziellen Daten (z.B. Blattmasse, Verwindung) sowie bei militärischen Mustern oder Prototypen. Eine weitere Schwierigkeit ist der Umgang mit verschiedenen Versionen eines Hubschraubermusters. Diese verringern die Güte der statistischen Ergebnisse, da sich hier meist nur wenige Daten ändern und so annähernd linear abhängige Spalten in der Datenmatrix auftreten. Des Weiteren resultiert aus der Berücksichtigung mehrerer Versionen effektiv eine höhere Gewichtung des betreffenden Musters. Es ist also angebracht, jeweils nur eine Version in die Analyse aufzunehmen.

Da das hier vorgestellte Verfahren vollständig besetzte Eingangsmatrizen benötigt (siehe Abschnitt 4.1), wurde aus der Gesamtdatenbasis ein Teildatensatz extrahiert. Dieser enthält 77 vorwiegend leichte und mittelschwere Hubschraubermuster konventioneller Bauart (siehe BILD 2) mit je 18 technischen Daten (siehe TAB 1). Alle im Weiteren beschriebenen Verfahren wurden mit diesem Teildatensatz durchgeführt.

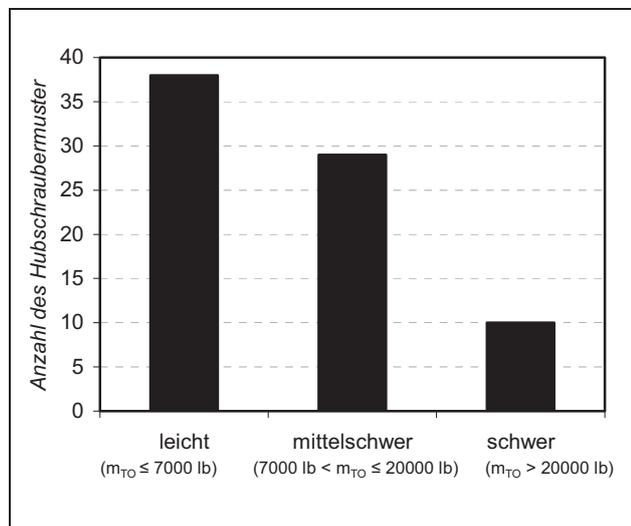


BILD 2. Massenverteilung der Hubschraubermuster in der Datenbasis (Teildatensatz) (Einteilung nach FAR)

$N_{b,MR}$	Anzahl der Hauptrotorblätter
R_{MR}	Hauptrotorradius
Ω_{MR}	Winkelgeschwindigkeit des Hauptrotors
$N_{b,TR}$	Anzahl der Heckrotorblätter
R_{TR}	Heckrotorradius
l_b	Rumpflänge
l_{TR}	Hebelarm des Heckrotors
w	Breite (Landwerk)
h	Gesamthöhe des Hubschraubers
N_E	Anzahl der Triebwerke
P_{TO}	Gesamtstartleistung
V_{max}	Höchstgeschwindigkeit
R_{max}	Reichweite
H_{max}	Dienstgipfelhöhe
m_E	Leermasse
m_P	Nutzlast
m_F	Treibstoffkapazität
m_{TO}	Maximales Abfluggewicht

TAB 1. Parameter des Teildatensatzes

Um Aussagen über die Anwendbarkeit statistischer Verfahren zur Bestimmung bestimmter Parameter des Hubschraubervorentwurfs zu treffen, werden statistische Zusammenhänge innerhalb der Datenbank untersucht. Dazu bieten sich Verfahren der Korrelations- und Varianzanalyse an.

3.1. Korrelation

Korrelation beschreibt die Beziehungen zwischen statistischen Größen. Der dimensionslose Korrelationskoeffizient (nach *Pearson*) ist ein Maß für den linearen Zusammenhang zwischen intervallskalierten Merkmalen. Er nimmt Werte zwischen -1 und 1 an, ein vollständig positiver linearer Zusammenhang führt zu einem Wert von 1, ein vollständig negativer linearer Zusammenhang zu -1. Ist der Korrelationskoeffizient 0, so liegt kein linearer Zusammenhang vor. Über nichtlineare Zusammenhänge lässt sich jedoch keine Aussage treffen.

Der Korrelationskoeffizient zwischen zwei Merkmalen i und j berechnet sich aus der Kovarianz der Merkmale geteilt durch das Produkt ihrer Standardabweichungen:

$$(1) \quad r_{ij} = \frac{s_{ij}}{s_i s_j} = \frac{\sum_{r=1}^n (x_{ri} - \bar{x}_i)(x_{rj} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{r=1}^n (x_{ri} - \bar{x}_i)^2 \cdot \sum_{r=1}^n (x_{rj} - \bar{x}_j)^2}}$$

Die Korrelationskoeffizienten zwischen allen 18 technischen Daten wurden bestimmt (siehe TAB 2). Erwartungsgemäß spiegeln sich grundlegende physikalische Zusammenhänge hier wieder. So existiert eine starke negative Korrelation zwischen Rotorradius und Winkelgeschwindigkeit, sodass die Blattspitzengeschwindigkeit beschränkt bleibt (zur Eingrenzung von Kompressibilitätsverlusten am vorlaufenden Blatt). Es besteht weiterhin ein Zusammenhang zwischen den geometrischen Daten (Rotorradius und Rumpfabmessungen), der aus der Ähnlichkeit der Proportionen (zumindest konventioneller) Hubschrauber resultiert. Auch Leer- und Abflugmasse stehen mit den Abmessungen in Beziehung. Haupteinflussfaktor für die benötigte Triebwerksleistung sind die Massen. Zwischen den Flugleistungen (insbesondere der Maximalgeschwindigkeit) und der verfügbaren Startleistung besteht nur ein geringer statistischer Zusammenhang. Auffällig ist der Zusammenhang zwischen Abflugmasse und Startleistung, der vollständig linear erkannt wird. Dies widerspricht der flugmechanischen Abschätzung, die von einer nichtlinearen Beziehung (vgl. *Bendemann'sche Formel* (z.B. in [8]) $T = (2\rho AP^2)^{1/5}$) ausgeht. Diese einfache flugmechanische Abschätzung vernachlässigt jedoch zusätzliche Anforderungen, beispielsweise beim Triebwerksausfall (OEI). Statistisch betrachtet ist natürlich die Stichprobenauswahl ein weiterer Einflussfaktor für dieses Ergebnis.

BILD 3 zeigt die durchschnittliche Korrelation der Parameter. Hieraus ist klar ersichtlich, dass eine Vorhersage der Flugleistungen (Höchstgeschwindigkeit, Reichweite, Dienstgipfelhöhe) mit statistischen Methoden nur begrenzt möglich sein wird. Die sehr niedrige Korrelation weist darauf hin, dass (neben vernachlässigbaren linearen Abhängigkeiten) auch nichtlineare Zusammenhänge (zumindest für monotone Funktionen) nur begrenzt vorhanden sind. Auch die Anzahl der Haupt- und insbesondere der Heckrotorblätter ist bis auf die evidente Relation zum Rotorradius nur schwach zu anderen Größen korreliert. Beim Heckrotor kommt erschwerend hinzu, dass im Datensatz sowohl klassische Heckrotorkonfigurationen als auch Muster mit Fenestron vorhanden sind. Auf weitere Auswirkungen dieses Umstandes wird in einem nachfolgenden Abschnitt eingegangen. Die für die Dimensionierung eines Hubschraubers im Vorentwurf wichtigen geometrischen Parameter sowie die Leistungsanforderungen und Massen sind dagegen statistisch gut zu erfassen.

Datenanteile minimiert werden. Die Kovarianzmatrix kann dabei wie folgt interpretiert werden. Die Varianzen im Datensatz sind auf der Hauptdiagonalen wiedergegeben, die Redundanzen durch ihre restlichen Elemente. Hieraus ergibt sich, dass eine Diagonalisierung der Kovarianzmatrix erforderlich ist, um die Hauptkomponenten zu bestimmen.

Gesucht ist demnach eine orthonormale Basis \underline{P} , sodass die Kovarianzmatrix der transformierten Datenmatrix

$$(4) \underline{Y} = \underline{\hat{X}}\underline{P}$$

diagonal ist. Für die Kovarianzmatrix des transformierten Datensatzes lässt sich zeigen, dass

$$(5) \underline{\Sigma}_Y = \frac{1}{n-1} \underline{Y}^T \underline{Y} = \frac{1}{n-1} (\underline{\hat{X}}\underline{P})^T (\underline{\hat{X}}\underline{P}) \\ = \frac{1}{n-1} \underline{P}^T \underline{\hat{X}}^T \underline{\hat{X}} \underline{P} = \underline{P}^T \left(\frac{1}{n-1} \underline{\hat{X}}^T \underline{\hat{X}} \right) \underline{P}$$

und somit

$$(6) \underline{\Sigma}_Y = \underline{P}^T \underline{\Sigma}_X \underline{P}$$

Daher ist \underline{P} die Matrix der Eigenvektoren von $\underline{\Sigma}_X$, welche wiederum wegen (4) die Koeffizientenvektoren der Hauptkomponenten sind. Es lässt sich weiterhin zeigen, dass der Quotient aus dem jeweiligen Eigenwert und der Summe aller Eigenwerte den Anteil der Hauptkomponente an der Gesamtvarianz des Datensatzes darstellt (siehe weiterführend z.B. [13]).

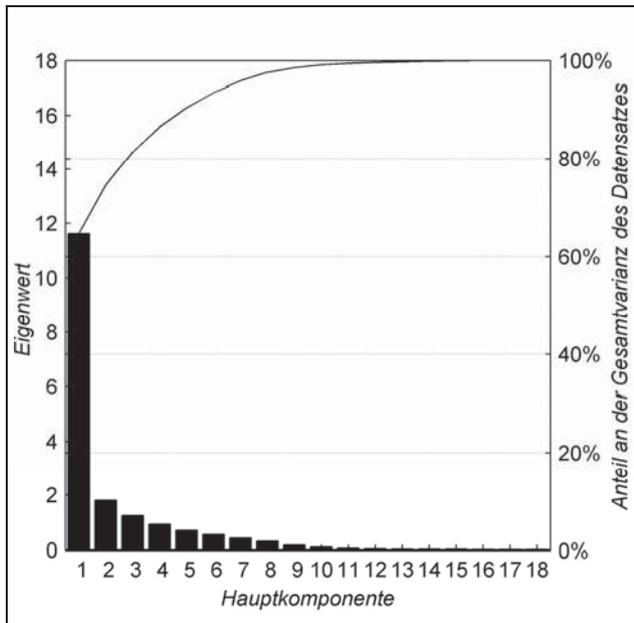


BILD 4. Pareto diagramm der Hauptkomponenten

Die Anwendung der Hauptkomponentenanalyse auf den Datensatz ergibt, dass fast 70% der Varianz durch nur eine Hauptkomponente beschrieben werden können (BILD 4). Die technischen Daten eines (konventionellen) Hubschraubers sind also in hohem Maße voneinander abhängig. Es gilt also herauszufinden, welche Größen zur Beschreibung des Gesamtsystems Hubschrauber wesentlich sind. Bisher wurde meist die maximale Abflugmasse als

Parameter zur statistischen Beschreibung verwendet (vgl. auch [2], [14]). Dieser Ansatz lässt sich statistisch nicht untermauern.

TAB 3 zeigt die Zusammensetzung der ersten Hauptkomponente aus den Ursprungsgrößen des Datensatzes. Es ist unmittelbar ersichtlich, dass alle technischen Daten nahezu gleiche Anteile an der ersten Hauptkomponente aufweisen. Die Flugleistungsparameter stellen analog zum Ergebnis der Korrelationsanalyse den geringsten Anteil dar. Ein statistischer Vorentwurf, der ausschließlich die maximale Abflugmasse als Designparameter verwendet ist demnach nur bedingt geeignet und wird suboptimale Ergebnisse liefern. Die Beschreibung des Datensatzes mit nur einer oder wenigen Größen wäre vielmehr nur dann zulässig, wenn die erste(n) Hauptkomponente(n) überwiegend durch diese Größen beschrieben würde(n).

Eigenvektor	Größe	Anteil
0,21	N _{b,MR}	5,3%
0,28	R _{MR}	7,2%
-0,24	Ω _{MR}	6,0%
0,04	N _{b,TR}	1,1%
0,28	R _{TR}	7,1%
0,29	l _b	7,3%
0,28	l _{TR}	7,1%
0,25	w	6,3%
0,29	h	7,3%
0,18	N _E	4,5%
0,28	P _{TO}	7,2%
0,11	V _{max}	2,9%
0,08	R _{max}	2,0%
0,03	H _{max}	0,9%
0,28	m _E	7,2%
0,27	m _P	6,8%
0,27	m _F	6,7%
0,28	m _{TO}	7,2%

TAB 3. Zusammensetzung der ersten Hauptkomponente

4. REGRESSION

In diesem Abschnitt wird ein Regressionsverfahren für den Hubschraubervorentwurf vorgestellt, das im Prinzip aber auch für universelle Anwendungen geeignet ist. Ziel der Regression ist es, eine Zielvariable in Abhängigkeit von einer oder mehreren erklärenden Variablen mit der geringsten Abweichung zum gesamten Eingangsdatensatz abzubilden. Die Regression ist vollautomatisch durchführbar, da sie im Wesentlichen nur auf der Lösung linearer Gleichungssysteme beruht. Das Regressionsverfahren wird dabei um eine Methodik zur Bestimmung der minimalen notwendigen Komplexität der Regressionsfunktion erweitert (siehe weiterführend und zu ähnlichen Verfahren z.B. [15])

4.1. Regressionsverfahren

Für die Bestimmung der Regressionsfunktion wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate verwendet. Für lineare Regressionsansätze mit k erklärenden Variablen ξ_i und Koeffizienten b_0, \dots, b_k

$$(7) \tilde{y}(\xi_1, \dots, \xi_k) = b_0 + b_1 \xi_1 + \dots + b_k \xi_k$$

ergibt sich die Summe der Fehlerquadrate

$$(8) s_\varepsilon = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}(x_{i1}, \dots, x_{ik}))^2.$$

Die Minimierung der Fehlerquadrate erfolgt durch Nullsetzen der partiellen Ableitung von s_ε nach den Koeffizienten. Mit der Matrix der erklärenden Variablen

$$(9) \underline{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

entsteht daraus ein lineares Gleichungssystem mit dem Koeffizientenvektor als Lösungsmenge

$$(10) \underline{\underline{Z}}\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{y}} \Rightarrow \underline{\underline{b}} = (\underline{\underline{Z}}^T \underline{\underline{Z}})^{-1} \underline{\underline{Z}}^T \underline{\underline{y}}.$$

Bei der Verwendung von Polynomansätzen mit Koppeltermen vom Grad g und k erklärenden Variablen der Form

$$(11) \tilde{y}(\xi_1, \dots, \xi_k) = b_0 + \sum_{e=1}^g \sum_{j=1}^k b_j \xi_j^e + \sum_{p=1}^k \sum_{q=2}^k \prod_{\substack{a,b>0 \\ a+b \leq g}} b_p \xi_p^a \xi_q^b$$

wird jedes Monom durch eine Variable z_i ($i = 1, \dots, m-1$) substituiert. Die Matrix der erklärenden Variablen $\underline{\underline{Z}}$ ist eine $m \times n$ -Matrix, wobei m die Anzahl der Monome eines Polynoms vom Grad g (mit Koppeltermen) mit k Variablen (und daher gleichzeitig die Anzahl der Koeffizienten) ist:

$$(12) m = \binom{g+k}{g} = \frac{(g+k)!}{g! k!}$$

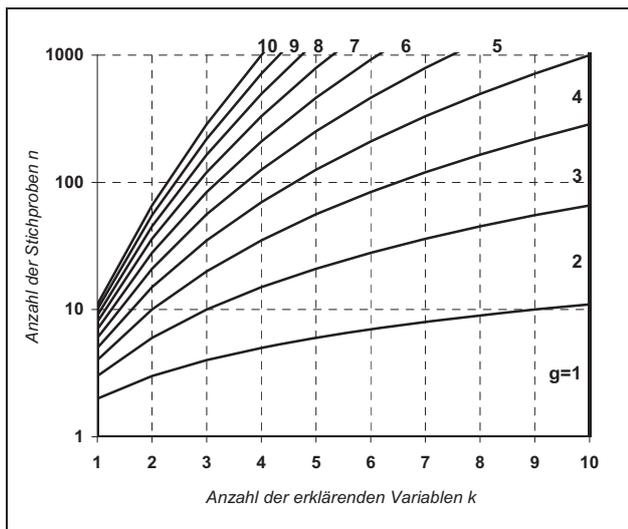


BILD 5. Diagramm zur Bestimmung des maximalen Polynomgrads g

Hieraus ergibt sich eine Beschränkung der Anwendbarkeit des Algorithmus. Damit $\underline{\underline{Z}}^T \underline{\underline{Z}}$ nicht singulär wird, muss die Anzahl der Stichproben (Hubschraubermuster) größer sein als die Anzahl der Monome – das Gleichungssystem muss also überbestimmt bleiben. Ausgehend von der Anzahl der erklärenden Variablen und dem Umfang der verfügbaren Datenbasis lässt sich so der maximale Grad der Regressionsfunktion bestimmen (BILD 5). Mit zunehmender Anzahl der erklärenden Variablen nimmt die benötigte Anzahl an Datenpunkten rapide zu, sodass bei einer limitierten Größe des verfügbaren Datensatzes hochgradig nichtlineare Zusammenhänge nicht mehr berücksichtigt werden können.

4.2. Bestimmung der minimalen Komplexität der Regressionsfunktion

An eine Regressionsfunktion können eine Reihe unterschiedlicher Anforderungen gestellt werden. Eine wesentliche Anforderung ist dabei eine möglichst geringe Abweichung gegenüber dem zu Grunde liegenden Datensatz. Eine weitere Anforderung ist die geringstmögliche Komplexität der Regressionsgleichung.

Bei der Regressionsanalyse können Koeffizienten entstehen, deren Betrag fast Null ist und die somit nur unwesentlich zur genaueren Beschreibung des Datensatzes beitragen, die Komplexität der Regressionsgleichung jedoch erhöhen. In einigen Fällen kann es sogar sein, dass in realiter keine Abhängigkeit existiert und ein Koeffizient ausschließlich aufgrund von zufälligen Fehlern vorhanden ist. Diese Koeffizienten können mit einer geringen Irrtumswahrscheinlichkeit zu Null gesetzt und damit vernachlässigt werden. Hierdurch wird ein Kompromiss zwischen den beiden oben genannten und zum Teil gegensätzlichen Anforderungen gefunden.

Um zu ermitteln, ob ein Koeffizient ungleich Null mit einer geringen Irrtumswahrscheinlichkeit α tatsächlich Null ist, wird die Nullhypothese angewendet. Die Schritte bei der Durchführung der Nullhypothese sind folgende:

- 1) Aufstellung einer Nullhypothese und einer geeigneten Alternativhypothese, die dann akzeptiert wird, wenn die Nullhypothese verworfen wird,
- 2) Festlegung einer Irrtumswahrscheinlichkeit mit der die Nullhypothese verworfen wird, obwohl diese tatsächlich zutrifft,
- 3) Herleitung eines Kriteriums zur Untersuchung der Nullhypothese gegenüber der Alternativhypothese abhängig von der Art der Verteilung der Stichprobe,
- 4) Berechnung des Kriteriums und Entscheidung, ob die Nullhypothese verworfen wird oder nicht.

Ist die Stichprobengröße klein und die Varianz der Grundgesamtheit unbekannt (beides ist bei der verwendeten Datenbank der Fall), wird unter der Voraussetzung einer normal verteilten Grundgesamtheit für die Nullhypothese ein Student-t-Test durchgeführt. Die t-Verteilung ist abhängig von der Anzahl der Freiheitsgrade ν des Regressionsproblems, welche sich durch Subtraktion der Anzahl der Koeffizienten m von der Anzahl der Stichproben (Hubschraubermuster) n ergibt:

$$(13) \nu = n - m$$

Für $\nu \rightarrow \infty$ geht die t-Verteilung in die Standardnormalverteilung über.

Die Nullhypothese zur Untersuchung der Koeffizienten lautet: der Koeffizient b_i hat den Wert Null:

$$(14) H_0 : b_i = 0 .$$

Die Alternativhypothese ist das entsprechende Komplement:

$$(15) H_1 : b_i \neq 0 .$$

Für jeden Koeffizienten wird nun die Testprüfgröße t_0 berechnet:

$$(16) t_0 = \frac{b_i}{\sqrt{\text{var}(b_i)}}$$

wobei sich die Varianz des Koeffizienten aus der Kovarianzmatrix (Diagonalelement) der Regressionsfunktion ergibt:

$$(17) \text{var}(b_i) = \sum_{ii} = \left[\frac{s_e}{\nu} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \right]_{ii}$$

Die Nullhypothese wird nun verworfen, wenn $|t_0| > t_{\alpha/2}$, wobei $t_{\alpha/2}$ das $(1-\alpha/2)$ -Quantil der t-Verteilung ist (schattierter Bereich in BILD 6). Wird sie nicht verworfen, so wird der betreffende Koeffizient zu Null gesetzt.

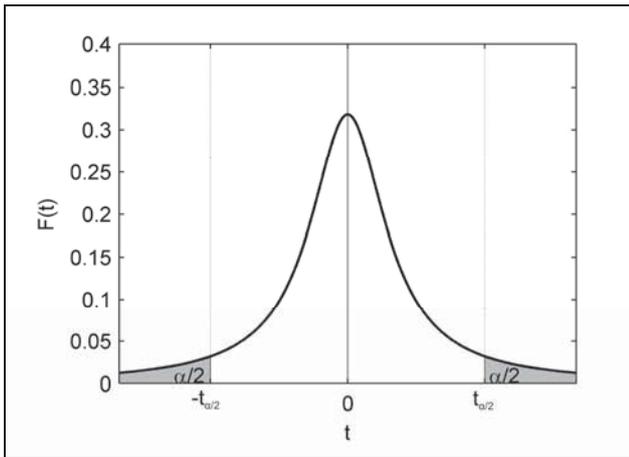


BILD 6. Student-t-Verteilung mit Irrtumswahrscheinlichkeit α

Bei der Verwendung eines Polynomansatzes mit Koppeltermen für die Regression ist das Verfahren der Nullhypothese von gravierendem Nutzen. In der Anwendung ist in der Regel nicht bekannt, welcher Grad des Polynoms den Datensatz sinnvoll beschreibt. Bei p Datenpunkten existiert immer ein Polynom vom Grad $p-1$, welches exakt durch alle Datenpunkte verläuft (sofern es sich bei dem Datensatz um eine injektive Relation handelt). Das Ziel besteht also darin, ein Polynom mit niedrigem Grad zu finden, das den Datensatz ausreichend genau beschreibt.

Bei dem hier vorgestellten Verfahren wird der Grad des Polynoms schrittweise erhöht. Für jeden Grad des Polynoms wird der Koeffizientenvektor berechnet und durch

die Anwendung der Nullhypothese reduziert. Der Grad des Polynoms wird dabei so lange weiter erhöht, bis alle Koeffizienten der Monome des Polynoms vom höchsten und zweithöchsten Grad Null sind. Eine Erhöhung des Grades bringt dann also keine Verbesserung in Bezug auf die Beschreibung des Datensatzes.

5. ANWENDUNG AUF DEN HUBSCHRAUBERVORENTWURF

Das hier beschriebene Verfahren wurde auf die in Abschnitt 3 beschriebene Datenbasis angewendet. Als erklärende Variablen wurde diejenigen ausgewählt, die im Rahmen des Vorentwurfs durch die Missionsspezifikation vorgegeben werden:

- Höchstgeschwindigkeit,
- Reichweite,
- Dienstgipfelhöhe,
- Nutzlast.

Dies ist unter statistischen Gesichtspunkten eine ungünstige Wahl, da zumindest die drei erstgenannten Parameter nur sehr geringe Korrelationen zu den anderen Variablen im Datensatz aufweisen (siehe Abschnitt 3.1). Da jedoch in den Anfangsstadien des Vorentwurfs keine anderen Eingangsdaten zur Verfügung stehen, kann das Verfahren für diese Zwecke nur daran bewertet werden.

Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, wird der Regressionsansatz grundsätzlich mit allen erklärenden Variablen und mit schrittweise ansteigendem Grad gebildet. Welche Abhängigkeiten welchen Grades sich schlussendlich für die Regressionsfunktion ergeben, hängt allein von der Nullhypothese ab und ist demnach rein statistisch (und nicht flugmechanisch) motiviert. Für die nachfolgend beschriebenen Ergebnisse wurde dafür eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha=0,1$ angenommen, womit ein guter Kompromiss zwischen geringer Komplexität und ausreichender Genauigkeit gefunden wurde.

Die berechneten Regressionsgleichungen sind meist lineare Zusammenhänge (siehe TAB 4). Die Anforderung geringer Komplexität ist also erfüllt. Bei der Analyse der Regressionsgleichungen fällt weiterhin auf, dass alle Zielvariablen von der Nutzlast abhängig sind, was sich primär aus der geringen Korrelation der anderen erklärenden Variablen ergibt. Die kompliziertesten Abhängigkeiten ergeben sich bei der Abschätzung der Massen und der Startleistung. Dies ist auch unmittelbar einsichtig, da nahezu alle Entwurfparameter letztlich über Struktur- oder Systemmassen in die Leer- und Abflugmasse eingehen und diese wiederum auf Grund der Schwebeflugbedingung einen Haupttreiber der Triebwerksleistung darstellt.

Um die gefundenen Regressionsgleichungen zu validieren, wurden sie exemplarisch auf den Transporthubschrauber NH90 (NH Industries) angewendet. Dabei ergeben sich relative Fehler von meist unter 25% (siehe BILD 7). Die extreme Abweichung der Abschätzung der Anzahl der Heckrotorblätter ist darauf zurückzuführen, dass in der zu Grunde liegenden Datenbank einige Hubschraubermuster enthalten sind, die den Drehmomentenausgleich über einen Impeller (Fenestron) bewirken und daher weit mehr Blätter aufweisen als konventionelle Heckrotoren. Die Überschätzung der Rotorwinkelgeschwindigkeit ist teilweise der Unterschätzung des Hauptrotorradius ge-

schuldet. Vergleicht man die resultierenden Blattspitzen-geschwindigkeiten, so beträgt der relative Fehler etwa 8%. Insgesamt sind die Abweichungen im Rahmen eines frühen Entwurfsstadiums sicherlich noch vertretbar aber nicht zufriedenstellend, sodass nachfolgend eine Verbesserungsmöglichkeit untersucht wird.

5.1. Reduzierung des Datensatzes

Die Generierung verlässlicher globaler Regressionsformeln aus einem Datensatz mit sehr unterschiedlichen Hubschrauberklassen, die im Ergebnis dessen universell einsetzbar sein sollen, ist schwierig, wenn nicht gar unmöglich. Die Abweichungen zu realen Mustern sind dem-

entsprechend groß. Eine Klassifizierung der Hubschrauber nach Masse und Einsatzzweck erscheint hier sinnvoll.

Daher wurde ein reduzierter Datensatz ausgewählt, der nur Transporthubschrauber mit einer maximalen Abflugmasse zwischen 2500 und 11000 kg enthält. Die Festlegung dieser Massenbegrenzungen erfolgte unter der Prämisse, die Anzahl der Hubschraubermuster nur soweit zu reduzieren, dass zumindest Polynome dritten Grades als Regressionsfunktion berechnet werden können (vgl. BILD 5). Insgesamt sind in diesem Datensatz noch 36 Hubschraubermuster enthalten – eine für belastbare statistische Auswertungen sehr geringe Zahl. Auf Grund dessen musste die Irrtumswahrscheinlichkeit der Nullhypothese

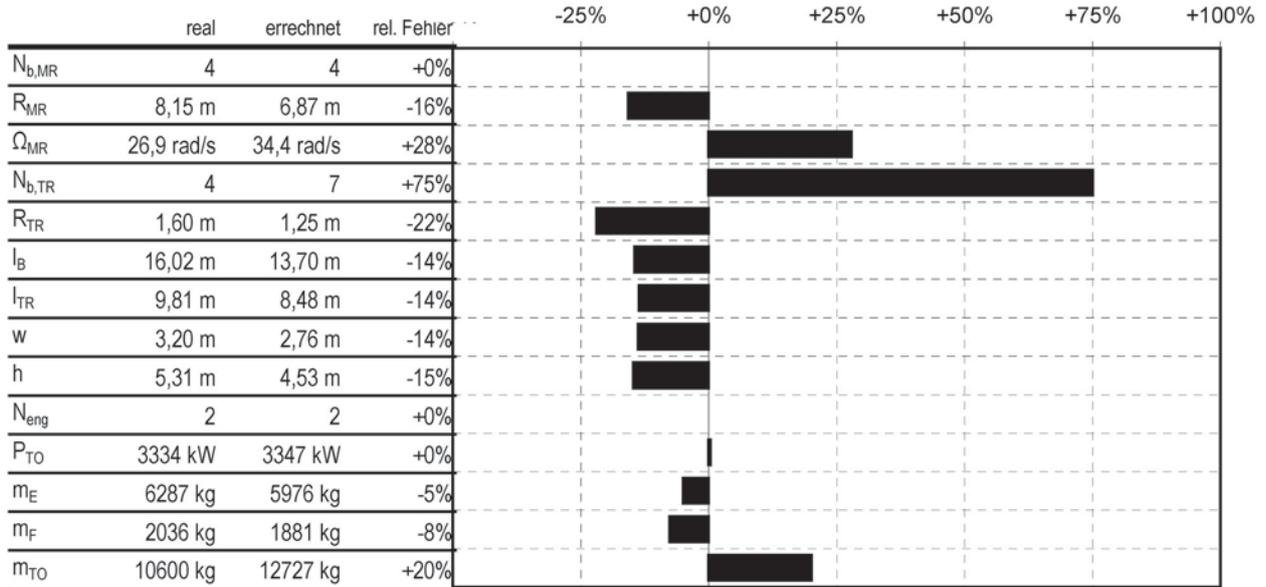


BILD 7. Abweichungen der Regressionsergebnisse des globalen Datensatzes bei der Anwendung auf ein Referenzmuster (NH Industries NH90)

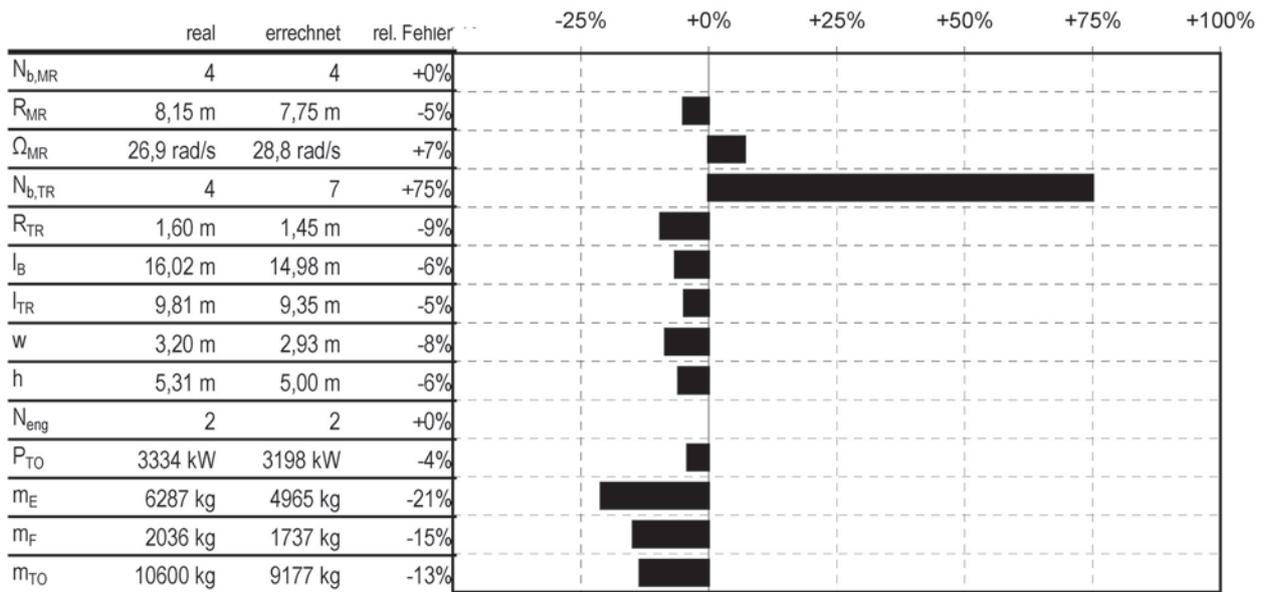


BILD 8. Abweichungen der Regressionsergebnisse des reduzierten Datensatzes bei der Anwendung auf ein Referenzmuster (NH Industries NH90)

auch auf $\alpha = 0,2$ erhöht werden, um Regressionsfunktionen zu erhalten, deren Komplexität in etwa der der ursprünglichen Regressionsergebnisse entspricht (vgl. TAB 4).

	Globaler Datensatz				Reduzierter Datensatz			
	V_{max}	R_{max}	H_{max}	m_P	V_{max}	R_{max}	H_{max}	m_P
$N_{b,MR}$	1	-	-	1	-	2	-	-
R_{MR}	-	-	-	1	1	-	-	1
Ω_{MR}	-	-	-	1	1	-	-	1
R_{TR}	-	-	-	1	1	-	-	1
I_B	1	-	-	1	-	-	-	1
I_{TR}	1	-	-	1	2	-	-	2
w	-	-	-	1	1	-	-	1
h	1	-	-	1	1	-	-	1
N_E	1	-	-	1	1	-	-	-
P_{TO}	-	2	1	2	1	2	-	1
m_E	-	2	-	1	-	1	-	1
m_F	-	1	1	1	1	1	1	1
m_{TO}	1	2	-	1	-	1	1	1

TAB 4. Maximaler Grad der Abhängigkeiten in den Regressionsfunktionen für den globalen und den reduzierten Datensatz

Angewendet auf den Referenzhubschrauber NH90 (BILD 8) ist besonders bei den geometrischen Parametern eine deutliche Verbesserung ersichtlich, während die Leer- und Treibstoffmasse sogar schlechter abgeschätzt wird, als mit den auf dem globalen Datensatz basierenden Gleichungen. Dies ist auf die Stellung des Referenzmusters am oberen Ende des von dem reduzierten Datensatz erfassten Massenbereichs zurückzuführen und zeigt, wie wichtig eine sorgfältige Auswahl der Datenbasis für die Anwendbarkeit der Ergebnisse ist.

Vergleicht man die mittleren Abweichungen der Regressionsergebnisse über den gesamten reduzierten Datensatz (BILD 9), so lässt sich eine signifikante Verbesserung der Ergebnisse nachweisen. Die basierend auf dem reduzierten Datensatz gewonnenen Regressionsgleichungen weisen in Bezug auf fast alle Zielvariablen geringere Abweichungen auf. Eine Klassifizierung des Datensatzes bringt also die gewünschte Verbesserung mit sich. Bis auf die Abschätzung der Anzahl der Heckrotorblätter, die oft auch von nichttechnischen Einflussfaktoren wie der „Firmenphilosophie“ abhängen, lassen sich alle Größen mit einer durchschnittlichen Abweichung von unter 20% bestimmen. Damit ist eine Anwendbarkeit im frühen Vorentwurf gegeben.

6. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Es wurden statistische Untersuchungen an einem Datensatz von 77 Hubschraubermustern konventioneller Bauart durchgeführt. Aus der Struktur des Datensatzes lässt sich ableiten, dass zur Erfassung einer breiten Masse an Hubschraubern eine möglichst große Anzahl an technischen Daten zu deren Beschreibung verwendet werden sollte. Dabei zeigt sich, dass die Flugleistungen und der Rotoraufbau statistisch am schwierigsten abzubilden sind.

Das anschließend vorgestellte Regressionsverfahren ist universell anwendbar und ermöglicht die automatische Bestimmung einer minimalen Komplexität der Regressionsgleichungen zur adäquaten Beschreibung des Datensatzes. Bei der Anwendung der Regression auf den Hubschraubervorentwurf zeigt sich, dass global anwendbare Regressionsgleichung nicht erzielbar sind. Mit einer Klassifizierung des Datensatzes sind jedoch sehr gute Ergebnisse zu erzielen, die im Konzeptentwurf gut einsetzbar sind. Relative Fehler von unter 10% sind realisierbar.

Grundsätzlich sind statistische Verfahren für den Hubschraubervorentwurf gut geeignet, wenn eine ausreichende große Datenbasis verfügbar ist, die auch für einzelne Hubschrauberklassen noch eine ausreichende Anzahl an Mustern enthält. Dies ist insbesondere für unkonventionelle Konfigurationen oder Spezialanwendungen nicht der Fall, sodass die Anwendung statistischer Methoden dort nur sehr begrenzt möglich ist.

Daraus lassen sich zukünftige Forschungsarbeiten ableiten. Einerseits muss eine ständige Erweiterung und Vervollständigung der verfügbaren Daten erfolgen. Andererseits kann das Regressionsverfahren weiterentwickelt werden, insbesondere im Hinblick auf die Verarbeitung unvollständig besetzter Datensätze und die automatisierte Bestimmung einer optimalen Klassifizierung der Daten.

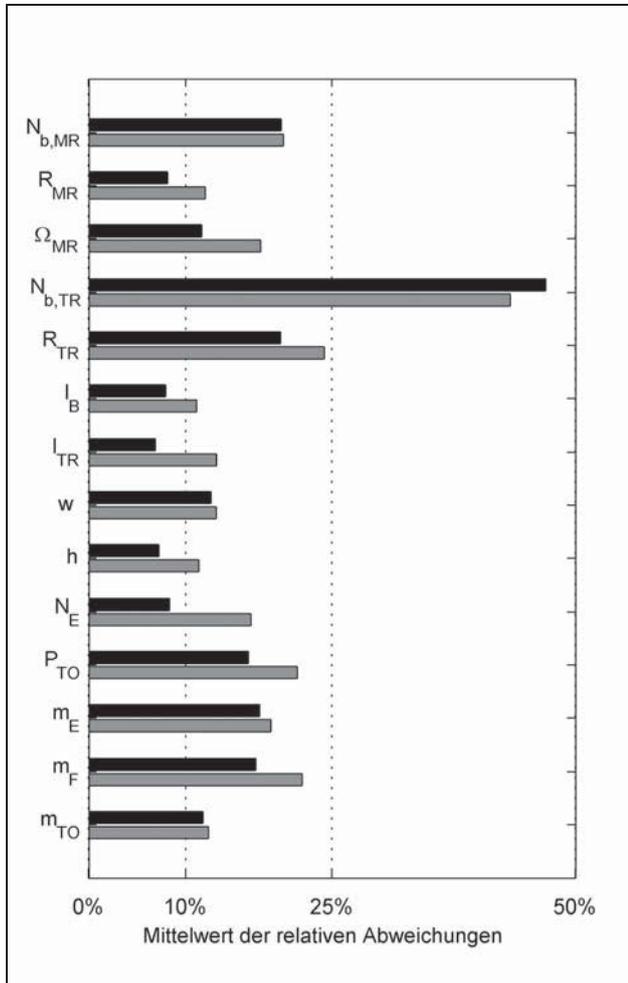


BILD 9. Abweichungen der mit dem globalen (grau) und dem reduzierten Datensatz (schwarz) erzielten Regressionsergebnisse (gemittelt über den gesamten reduzierten Datensatz)

7. LITERATUR

- [1] Davis, S. J. ; Rosenstein, H. ; Stanzione, K. A. ; Wisniewski, J. S.: User's Manual for HESCOMP, The Helicopter Sizing and Performance Computer Program, Naval Air Development Office, Warminster, 1979. (NADC-78265-60)
- [2] Rand, O. ; Khromov, V.: Helicopter Sizing by Statistics. In: 58th Annual Forum of the American Helicopter Society. Montreal, Kanada, 2002.
- [3] Kim, J.-M. ; Oh, W.-S.: A Study of Rotorcraft Initial Design Using Statistics. In: Rotor Korea, AHS Specialists' International Conference. Seoul, Südkorea, 2007.
- [4] Boer, J.-F. ; Stevens, J.: Helicopter Life Cycle Cost Reduction Through Pre-Design Optimisation. In: 32nd European Rotorcraft Forum. Maastricht, Niederlande, 2006.
- [5] Torenbeek, E.: Synthesis of Subsonic Airplane Design. Delft University Press, Delft, 1982.
- [6] Khalid, A. ; Schrage, D. P.: Helicopter Design Cost Minimization using Multidisciplinary Design Optimization. In: 63rd Annual Forum of the American Helicopter Society. Virginia Beach, USA, 2007.
- [7] Johnson, W. ; Sinsay, J. D.: Rotorcraft Conceptual Design Environment. In: 2nd International Forum on Rotorcraft Multidisciplinary Technology. Seoul, Korea, 2009.
- [8] Leishman, J. G.: Principles of Helicopter Aerodynamics. 2. Aufl., Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- [9] Paisley, D. J. ; Blystone, J. R. ; Wichmann, G. R. ; Saul, G. W.: The Aerodynamic Assistant, A Tool for V/STOL Aircraft Conceptual Design. In: 16th European Rotorcraft Forum. Glasgow, Schottland, 1990.
- [10] Oliver, D. (Hrsg.): Jane's Helicopter Markets and Systems, Issue 29. IHS Jane's, Coulsdon, 2009.
- [11] Jackson, P. (Hrsg.): Jane's All The World's Aircraft 2009-2010. IHS Jane's, Coulsdon, 2009.
- [12] Jolliffe, I. T. : Principal Component Analysis. 2. Aufl., Springer, New York, 2002.
- [13] Anderson, T. W.: An Introduction to Multivariate Statistical Analysis. 2. Aufl., Wiley, New York, 1984.
- [14] Johnson, W.: Helicopter Theory. Dover, New York, 1994.
- [15] Draper, N. R. ; Smith, H.: Applied Regression Analysis. 2. Aufl., Wiley, New York, 1981.