

EIN VERFAHREN ZUR OPTIMALEN HOCHDRUCKVERDICHTER AUSLEGUNG AUF BASIS DER MERIDIANSTRÖMUNGSRECHNUNG

T. Rühle, D. Bestle

Lehrstuhl Technische Mechanik und Fahrzeugdynamik
 Brandenburgische Technische Universität Cottbus
 Deutschland

E-Mail: ruehle@tu-cottbus.de, bestle@tu-cottbus.de

Kurzfassung

Die Hochdruckverdichterauslegung von modernen Flugtriebwerken ist ein zeitaufwändiger iterativer Entwurfsprozess, der auf verschiedenen Entwurfsschritten mit unterschiedlichem Detailierungsgrad der verwendeten Modelle basiert. In der Vorauslegung werden mit der Mittelschnittsrechnung die wichtigsten Entwurfsgrößen wie z.B. die Stufenzahl und das Stufendruckverhältnis festgelegt. Die sich daran anschließende zweidimensionale Meridianströmungsrechnung ermittelt auf mehreren Stromröhren physikalische Größen, die für eine detaillierte zweidimensionale Schaufelauslegung auf den Stromröhren benötigt werden. Im Anschluss erfolgt die Nachrechnung und Kennfeldbestimmung mit Hilfe von 3D CFD. Dabei nimmt sowohl die Zahl der Entwurfsparameter als auch die Komplexität der Berechnungsmodelle von einem Auslegungsschritt zum nächsten zu, weshalb es wichtig ist, bereits in den frühen Auslegungsschritten jeweils das Optimierungspotential zu nutzen.

Die Intention des Beitrags ist, die Meridianströmungsrechnung in einen Optimierungsprozess einzubinden, mit dem Ziel, optimale Radialverteilungen für die wichtigsten Strömungsparameter zu finden. Dazu gehören die Statorabströmungswinkel und die Stufendruckverhältnisse insbesondere der Frontstufen, mit denen ein ungleichförmiges Eintrittsdruckprofil in ein lineares Druckprofil umgewandelt werden kann. Die widersprüchlichen aerodynamischen Gütekriterien Gesamtwirkungsgrad und Arbeitsbereich sollen dabei maximiert werden. Für die Parametrisierung der Strömungsparameter werden Freiformkurven und -flächen verwendet, die auf geeigneten Ansätzen für den Übergang von der Mittelschnittsrechnung zur Meridianströmungsrechnung beruhen. Die Berechnung des Strömungsfeldes erfolgt auf einzelnen Stromröhren, was eine schnelle Funktionsauswertung und somit den Einsatz von Genetischen Algorithmen begünstigt. Allerdings werden dabei Sekundärströmungseffekte nicht berücksichtigt, die in modernen hoch belasteten Verdichtern zunehmend an Bedeutung gewinnen. Daher werden geeignete Nebenbedingungen formuliert, die möglichst geringe Druckgradienten in radialer Richtung erzwingen, was insbesondere bei den transsonischen Frontstufen eine große Rolle spielt. Das Konzept der Mehrkriterienoptimierung bietet die Möglichkeit, eine Vielzahl von optimalen Kompromisslösungen bereitzustellen, die dann durch den Entwicklungsingenieur diskutiert werden können. Das Konzept wird am Beispiel eines 9-stufigen Hochdruckverdichters demonstriert.

Nomenklatur

| | | | |
|---------------------------|---|-----------------|---|
| (\cdot) | Nabe, Mittelschnitt, Gehäuse | p, \mathbf{p} | Entwurfsparameter und -vektor |
| $(\cdot)^{hub, mid, cas}$ | | p_0, T_0 | Totaldruck und -temperatur |
| $(\cdot)_{I, E}$ | Ein-, Austritt (<u>I</u> nlet, <u>E</u> xit) | t, u | Kurvenparameter |
| $(\cdot)_{IGV, R, S, C}$ | Vorleitrad, Rotor, Stator, Kompressor | u, c, w | Umfangs-, Absolut- und Relativgeschwindigkeit |
| (\cdot) | normierte Größe | x, r | axiale und radiale Koordinate |
| $(\cdot)^*$ | dimensionslose Größe | $B_{i, j}$ | Bernstein-Polynom |
| (\cdot) | Grenze einer Nebenbedingung | C_h | statischer Druckkoeffizient |
| (\cdot) | gemittelte Größe | DF | Diffusionszahl |
| Δh | spezifische Totalenthalpieänderung | DH | De-Haller-Zahl |
| i, j | Laufindex | M, M' | absolute und relative Machzahl |
| \mathbf{k}, \mathbf{K} | Kontrollpunktvektor und -matrix | N_S, N_{SL} | Anzahl der Stufen und Stromlinien |
| min, max | Minimum, Maximum | R | Bestimmtheitsmaß |
| | | $S1$ | Stromfläche zwischen der Beschaufelung auf einer Stromröhre |

| | |
|----------------------------|--|
| S_2 | Stromfläche von Nabe bis Gehäuse |
| SM | Pumpgrenzabstand (<u>S</u> urge <u>M</u> argin) |
| \mathcal{A}, \mathcal{B} | ausgewählte nicht-dominierte Kompromisslösungen |
| \mathcal{H} | Referenzentwurf |
| \mathcal{P} | zulässige Parameterraum |
| $\alpha, \Delta\alpha$ | Strömungswinkel und -umlenkung |
| γ | Isentropenexponent |
| η_{poly} | polytroper Wirkungsgrad |
| Π | Druckverhältnis |
| σ | Überdeckungsgrad |
| Ψ | Belastungskoeffizient |

1 Einleitung

Der weltweit steigende Luftverkehr und die dazu im Gegensatz stehende Verknappung und somit Verteuerung der Erdölvorräte verlangt die Entwicklung von effizienten und leichten Flugtriebwerken. Die Verbesserung des Wirkungsgrades bei gleichzeitiger Erhöhung der Leistungsdichte steht dabei im Vordergrund. Für das Erreichen der herausfordernden Ziele müssen bewährte Methoden der Auslegung durch innovative Konzepte ergänzt werden. Dazu gehören die Automatisierung bestehender Auslegungsprogramme und die Nutzung deren Optimierungspotentials.

Die Komponenten des Verdichtungssystems nehmen dabei eine besondere Stellung ein, da sie einen Großteil der Gesamtlänge und somit der Masse des Triebwerks beanspruchen [1]. Deren Entwicklung erfolgt in einem zeitintensiven Auslegungsprozess, der aus vier verschiedenen iterativen Entwurfsschritten mit steigendem Detaillierungsgrad besteht [2]. Zum ersten Schritt gehört die Mittelschnittsrechnung, bei der auf einem repräsentativen Stromfaden die wichtigsten Verdichterparameter festgelegt werden. Dazu gehören z.B. die Anzahl der Stufen und deren einzelne Stufendruckverhältnisse. Das Modell dient zur Vorauslegung und liefert die Startlösungen für die zweidimensionale reibungsfreie Meridianströmungsrechnung, bei der die physikalischen Größen auf der mittleren Meridianstromfläche berechnet werden. Die Meridianstromfläche ergibt sich nach einem Konzept von Wu [3] aus der Mittelung mehrerer S_2 -Stromflächen die zwischen Nabe und Gehäuse verlaufen. Diese Stromflächen werden auf mehreren Radien durch die S_1 -Stromflächen geschnitten. Durch iterative Kopplung beider voneinander abhängiger Stromflächen ergibt sich ein quasi-dreidimensionales Strömungsfeld. Die Bestimmung der aerodynamischen Größen für die S_2 -Stromfläche erfolgt zunächst reibungsfrei unter der Verwendung von Korrelationen für Inzidenz, Deviation und Verlust mit

Doppelkreisbogenprofilen (Double Circular Arc) und NACA-Profilen. Darauf folgt eine detaillierte reibungsbehaftete Berechnung der zweidimensionalen Schaufelumströmung, wie sie z.B. Dutta u. a. [4] beschreibt. Für die Detailauslegung und die Berücksichtigung der dreidimensionalen Strömungseffekte werden die Entwürfe grundsätzlich mit dreidimensionalen CFD-Lösern nachgerechnet [5].

Die Erhöhung des Detaillierungsgrades beim Übergang vom repräsentativen Stromfaden auf ein zweidimensionales Strömungsfeld verlangt die Ergänzung der fehlenden Parameter in radialer Richtung durch den Entwurfsingenieur. Daher liegt der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit auf der automatischen Suche nach geeigneten Radialverteilungen des Stufendruckverhältnisses der Frontstufen und der Abströmwinkel der Statoren. Die besondere Aufgabe der Frontstufen ist die Modifikation des vorliegenden Druckprofils am Verdichtereintritt durch eine geschickte Vorgabe des radialen Stufendruckverhältnisses. Dieses Eintrittsdruckprofil ist im Nabebereich schwach ausgeprägt, da zum einen der Druckaufbau im Fan aufgrund der geringen Umfangsgeschwindigkeit an der Nabe schwächer ist als im äußeren Bereich, und zum anderen dieses durch die Grenzschichtbildung bei der Durchströmung des Schwanenhalses verstärkt wird, Abb. 1. Um jedoch eine gleichmäßige Zustromung der weiteren Verdichterstufen und einen sicheren Betrieb im Teillastbereich zu gewährleisten, ist eine Aufarbeitung des Druckprofils in den ersten drei Stufen notwendig. Dies führt zu einer zusätzlichen aerodynamischen Belastung der Beschauung in den Randbereichen. Als eine weitere Schwierigkeit erweisen sich die hohen Machzahlen im Nabebereich der Frontstufen. Die Beeinflussung der Machzahlen kann durch die Wahl des Vordralls, d.h. durch den Abströmwinkel des davor befindlichen Leitgitters geschehen, das ein Vorleitrad (IGV) oder ein Stator sein kann. Dabei kann ein großer absoluter Abströmwinkel zwar die relative Eintrittsmachzahl des Rotors senken, führt jedoch zu einer Erhöhung der Eintrittsmachzahl im folgenden Stator. Außerdem hat die Änderung der Machzahl durch den Vordrall Einfluss auf die Stoßverluste und somit auf den Wirkungsgrad des Verdichters. Der Verdichtersentwurf ergibt sich daher aus einer geschickten Abstimmung von Stufendruckverhältnis und Radialverteilung der Abströmwinkel der Leiträder. Aufgrund der Komplexität dieser Aufgabe bietet sich der Einsatz der numerischen Optimierung an.

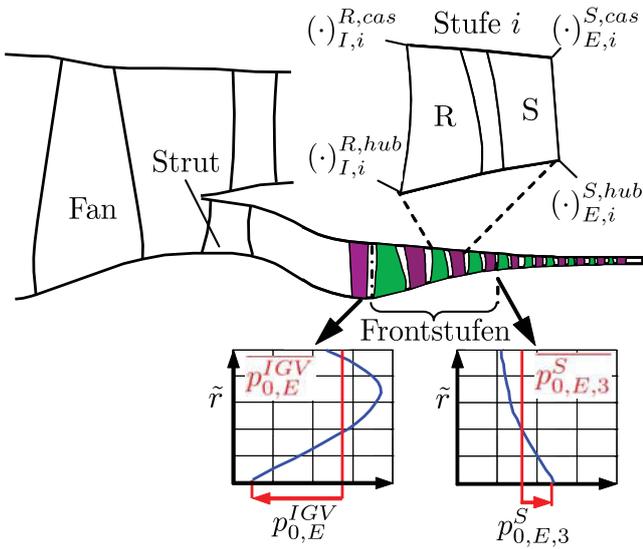


Abb. 1. Aufarbeitung des nabenschwachen Totaldruckprofils durch die Frontstufen

2 Parametrisierung des Stufendruckverhältnisses

Die hohe Leistungsdichte moderner Verdichter erfordert die Auslegung nahe der physikalischen Grenzen, so dass die Stufendruckverhältnisse

$$(1) \quad \Pi_i(r) = \frac{p_{0,E,i}^S(r)}{p_{0,I,i}^R(r)}, \quad i = 1(1)N_S,$$

sehr sensible Parameter sind. Daher erscheint es zweckmäßig, diese im Rahmen einer Optimierung nicht völlig frei zu geben, sondern nur stufen- und radienabhängige Variationen $\tilde{\Pi}_i(r)$ den bereits aus der Mittelschnittsrechnung gefundenen Werten $\bar{\Pi}_i$ multiplikativ zu überlagern:

$$(2) \quad \Pi_i(r) = \bar{\Pi}_i \cdot \tilde{\Pi}_i(r).$$

Bei gleichmäßigem Druckaufbau ergeben sich relativ glatte Verläufe der Stufendruckverhältnisse (1), so dass die diskreten Werte durch einen axialen Verlauf entlang der axialen Verdichterkoordinate x ersetzt werden können, d.h.

$$(3) \quad \Pi_i(r) = \Pi(x, r) \big|_{x=x_i},$$

wobei $x_i = x_{E,i}^S$ die Abströmkoordinate des zur Stufe i gehörenden Stators bezeichnet. Ersetzt man die axialen und radialen Koordinaten r und x durch dimensionslose Größen

$$(4) \quad \tilde{r} := \frac{r - r^{hub}}{r^{cas} - r^{hub}} \in [0, 1],$$

$$(5) \quad \tilde{x} := \frac{x_E^S(x) - x_{E,1}^S}{x_{E,N_S}^S - x_{E,1}^S} \in [0, 1],$$

wobei $x_{E,1}^S$ und x_{E,N_S}^S die axialen Koordinaten der ersten und letzten Stufe sind und der Radius jeweils an der aktuellen Stelle auf Annuluskoordinaten bezogen wird, dann geht der Ansatz (2) über in eine Feldbeschreibung

$$(6) \quad \Pi(\tilde{x}, \tilde{r}) = \bar{\Pi}(\tilde{x}) \cdot \tilde{\Pi}(\tilde{x}, \tilde{r})$$

mit der zu bestimmenden Funktion $\tilde{\Pi}(\tilde{x}, \tilde{r})$. Die direkte Parametrisierung dieser Multiplikatorfunktion würde eine Vielzahl von Parametern erfordern, die zu einem erheblichen Optimierungsaufwand führen würde. Die Verwendung einer Freiformfläche ermöglicht eine effektive Reduktion der Entwurfsparameter, ohne jedoch die Entwurfsvfreiheit wesentlich einzuschränken. Gleichzeitig garantieren Freiformflächen eine gewisse Glattheit in axialer und radialer Richtung bei beliebiger Variation der Entwurfsparameter durch den Optimierer. Um den Druckübergang bereits in den ersten drei Stufen zu vollziehen, wird $\tilde{\Pi}(\tilde{x}, \tilde{r})$ nur in diesem Bereich durch eine bi-quadratische Bézier-Fläche [6] mit 3x3 Kontrollpunkten $\mathbf{k}^{(ij)}$ modelliert, Abb. 2:

$$(7) \quad \begin{bmatrix} \tilde{x}(t, u) \\ \tilde{r}(t, u) \\ \tilde{\Pi}(t, u) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 B_{i,2}(t) B_{j,2}(u) \mathbf{k}^{(ij)},$$

wobei

$$(8) \quad B_{i,2}(t) = \binom{2}{i} t^i (1-t)^{2-i}, \quad t \in [0, 1],$$

$$(9) \quad B_{j,2}(u) = \binom{2}{j} u^j (1-u)^{2-j}, \quad u \in [0, 1],$$

$$(10) \quad \mathbf{k}^{(ij)} = [\tilde{x}^{(ij)}, \tilde{r}^{(ij)}, \tilde{\Pi}^{(ij)}]^T, \quad i, j \in \{0, 1, 2\}.$$

Für die gegebenen Koordinaten \tilde{x} , \tilde{r} kann daraus der zugehörige Wert $\tilde{\Pi}$ gefunden werden.

Die Kontrollpunktkoordinaten lassen sich zur Matrix

$$(11) \quad \mathbf{K} = [\mathbf{k}^{(00)} \mathbf{k}^{(01)} \mathbf{k}^{(02)} \mathbf{k}^{(10)} \mathbf{k}^{(11)} \mathbf{k}^{(12)} \mathbf{k}^{(20)} \mathbf{k}^{(21)} \mathbf{k}^{(22)}] \\ = \begin{bmatrix} 0 & p_{\Pi}^{(1)} \tilde{x}_4 & 0 & p_{\Pi}^{(3)} \tilde{x}_4 & 0 & p_{\Pi}^{(5)} \tilde{x}_4 \\ 0 & 0 & 0 & p_{\Pi}^{(2)} & p_{\Pi}^{(4)} & 0.5 & 1 & 1 & 1 \\ \bar{p}^{(1)} & \bar{p}^{(2)} & 1 & \bar{p}^{(3)} & \bar{p}^{(4)} & 1 & \bar{p}^{(5)} & \bar{p}^{(6)} & 1 \end{bmatrix}$$

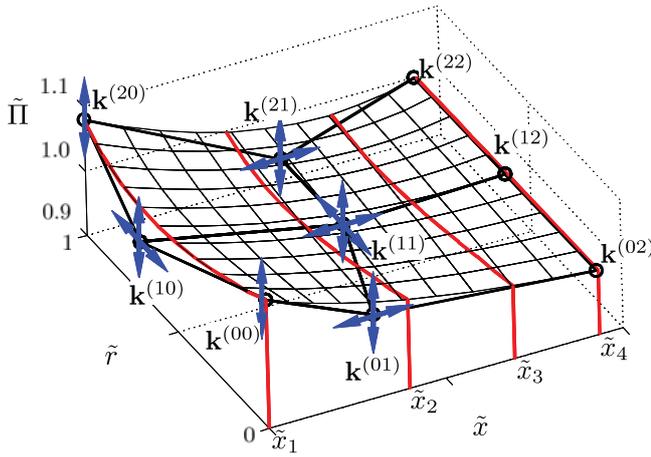


Abb. 2. Dimensionslose Axial- und Radialverteilung des Druckverhältnisses der Frontstufen mit einer 3x3 Bézier-Fläche

zusammenfassen, wobei nicht alle Kontrollpunkte frei variiert werden, sondern die Kontrollpunkte an den Rändern fixiert sind, um vorgegebene Randbedingungen zu erfüllen. Im vorliegenden Fall werden die Druckverhältnisse nur in den Stufen eins bis drei variiert und die Bézier-Fläche läuft an der Stelle \tilde{x}_4 , der Position der vierten Stufe, in einem konstanten Radialverlauf entsprechend der Mittelschnittsrechnung aus, d.h. $\tilde{\Pi}(\tilde{x}_4) = 1$, Abb. 2. Die übrigen Kontrollpunktkoordinaten werden durch die Entwurfparameter $p_{\tilde{\Pi}}^{(i)}$, $i = 1(1)5$, und die abhängigen Kontrollpunktkoordinaten $\bar{p}^{(j)}$, $j = 1(1)6$, kontrolliert und später durch den Optimierungsalgorithmus geeignet verschoben. Die abhängigen Kontrollpunktkoordinaten werden eingeführt, um dem Optimierer die Möglichkeit zu geben, das gesamte Niveau der Bézier-Fläche mit wenigen Entwurfparametern kontrolliert zu verschieben. Sie ergeben sich aus weiteren unabhängigen Entwurfparametern $p_{\tilde{\Pi}}^{(i)}$, $i = 6(1)11$ wie folgt:

$$(12) \quad \bar{p}^{(1)} = 1 + p_{\tilde{\Pi}}^{(6)}$$

$$(13) \quad \bar{p}^{(2)} = \bar{p}^{(1)} + p_{\tilde{\Pi}}^{(7)}$$

$$(14) \quad \bar{p}^{(3)} = \bar{p}^{(1)} + p_{\tilde{\Pi}}^{(8)}$$

$$(15) \quad \bar{p}^{(4)} = 1 + p_{\tilde{\Pi}}^{(9)}$$

$$(16) \quad \bar{p}^{(5)} = \bar{p}^{(4)} + p_{\tilde{\Pi}}^{(10)}$$

$$(17) \quad \bar{p}^{(6)} = \bar{p}^{(4)} + p_{\tilde{\Pi}}^{(11)}$$

3 Parametrisierung der Statorabströmwinkel

Für die Parametrisierung der Radialverteilung der Statorabströmwinkel α^S , wozu auch die des Vorleitrades α^{IGV} gehören, wird eine Superposition der Werte aus der Mittelschnittsrechnung $\bar{\alpha}$ mit einer Abweichung $\Delta\alpha$ und einer linearen Radialverteilung gewählt, die durch den Anstieg $\Delta\alpha'$ beschrieben wird. Somit ergibt sich die Radialverteilung des Vorleitrades zu

$$(18) \quad \alpha^{IGV}(\tilde{r}) = \bar{\alpha}^{IGV} + \Delta\alpha^{IGV} + \Delta\alpha'^{IGV} \cdot (\tilde{r} - 0.5)$$

und der Statoren zu

$$(19) \quad \alpha^S(\tilde{x}, \tilde{r}) = \bar{\alpha}^S(\tilde{x}) + \Delta\alpha^S(\tilde{x}) \dots \\ + \Delta\alpha'^S(\tilde{x}) \cdot (\tilde{r} - 0.5),$$

wobei sich die dimensionslose Länge im Unterschied zu Gl. (5) nur auf die erste bis vorletzte Stufe bezieht:

$$(20) \quad \tilde{x} := \frac{x_E^S(x) - x_{E,1}^S}{x_{E,N_S-1}^S - x_{E,1}^S} \in [0, 1].$$

Da in der Regel keine große Sprünge im axialen Verlauf der Abströmwinkel von Stufe zu Stufe auftreten, kann wiederum eine Freiformkurve für die Parametrisierung verwendet werden, was zu einer Reduzierung der Parameter und zu nahezu glatten Variationen bzw. Verläufen über die Stufen führt. Für die Parametrisierung der Mittelwertabweichung $\Delta\alpha^S(\tilde{x})$ und des radialen Anstiegs $\Delta\alpha'^S(\tilde{x})$ fällt die Wahl auf Bézier-Kurven mit jeweils drei Kontrollpunkten, Abb. 3:

$$(21) \quad \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \Delta\alpha^S(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^2 B_{i,2}(t) \mathbf{k}_{\Delta\alpha}^{(i)},$$

$$(22) \quad \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \Delta\alpha'^S(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^2 B_{i,2}(t) \mathbf{k}_{\Delta\alpha'}^{(i)},$$

wobei die Bernsteinpolynome nach Gl. (8) und die Kontrollpunktvektoren wie folgt definiert sind:

$$(23) \quad \mathbf{k}_{\Delta\alpha}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_{\Delta\alpha}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{\Delta\alpha}^{(1)} = \begin{bmatrix} p_{\Delta\alpha}^{(4)} \\ p_{\Delta\alpha}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{\Delta\alpha}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ p_{\Delta\alpha}^{(3)} \end{bmatrix},$$

$$(24) \quad \mathbf{k}_{\Delta\alpha'}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_{\Delta\alpha'}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{\Delta\alpha'}^{(1)} = \begin{bmatrix} p_{\Delta\alpha'}^{(4)} \\ p_{\Delta\alpha'}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{\Delta\alpha'}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ p_{\Delta\alpha'}^{(3)} \end{bmatrix}.$$

Mit den zu variierenden Parametern der Bézier-Fläche

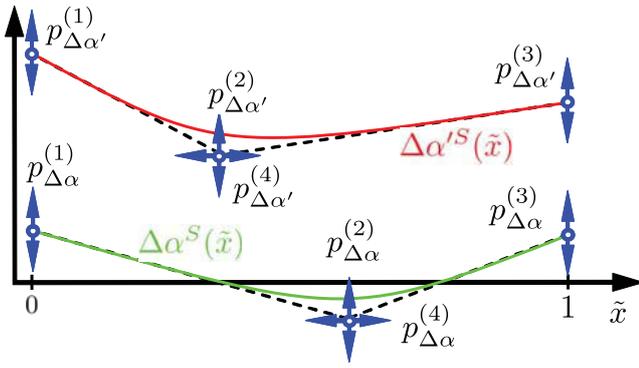


Abb. 3. Parametrisierung des dimensionslosen Anstiegs der linearen Radialverteilungen der Statorabströmwinkel mittels einer Drei-Punkt-Bézier-Kurve über die relative Verdichtertlänge

in Gl. (11-17), der Kontrollpunktverschiebungen in Abb. 3 sowie den Entwurfsparametern des Vorleitrades in Gl. (18) werden dem Optimierer insgesamt 21 Parameter freigegeben, die sich im Entwurfsvektor

$$(25) \quad \mathbf{p} = \left[p_{\tilde{\Pi}}^{(1)} \dots p_{\tilde{\Pi}}^{(11)}, p_{\Delta\alpha}^{(1)} \dots p_{\Delta\alpha}^{(4)}, p_{\Delta\alpha'}^{(1)} \dots p_{\Delta\alpha'}^{(4)}, \Delta\alpha^{IGV}, \Delta\alpha'^{IGV} \right]^T$$

zusammenfassen lassen.

4 Optimierungsaufgabe

Die Aufgabe eines Flugtriebwerksverdichters ist die möglichst effiziente Bereitstellung komprimierter Luft für den Verbrennungsprozess, für die Kühlung der Turbine und für die Kabinenbelüftung. Dabei sind die entsprechenden Anforderungen sowohl im Auslegungspunkt als auch in anderen Betriebspunkten zu erfüllen, was die Beurteilung von mehreren meist konfliktären Entwurfszielen erfordert. Die gleichzeitige Optimierung von mehreren Entwurfszielen führt zu einem Vektoroptimierungsproblem [7], dessen Formulierung von entscheidender Bedeutung für den Erfolg der Optimierung ist.

In der vorliegenden Arbeit wird zum einen für die Effizienz der polytrope Wirkungsgrad und zum anderen für den Arbeitsbereich der Abstand zur Pumpgrenze maximiert. Der polytrope Wirkungsgrad wird mit Hilfe des Isentropenexponenten γ aus den Totaldrücken $p_{0,I-E}^C$ und -temperaturen $T_{0,I-E}^C$ am Verdichtereintritt und -austritt ermittelt:

$$(26) \quad \eta_{poly} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{\ln\left(\frac{p_{0,E}^C}{p_{0,I}^C}\right)}{\ln\left(\frac{T_{0,E}^C}{T_{0,I}^C}\right)}$$

Die Berechnung des Pumpgrenzabstandes SM beruht auf den von Koch [8] definierten statischen Druckkoeffizienten

$$(27) \quad C_{h,i} = \frac{\Delta h_{0,i} - \frac{1}{2} \left((u_{E,i}^R)^2 - (u_{I,i}^R)^2 \right)}{\frac{1}{2} \left((w_{I,i}^R)^2 + (c_{I,i}^S)^2 \right)}$$

In diesen werden für jede Stufe i , vgl. Abb. 1, die Differenzen der spezifischen Totalenthalpieänderung $\Delta h_{0,i}$ und der kinetischen Energie der Umfangsgeschwindigkeiten am Rotoreintritt $u_{I,i}^R$ und Rotoraustritt $u_{E,i}^R$ auf die Summe der kinetischen Energie von Rotoranströmung $w_{I,i}^R$ und Statoranströmung $c_{I,i}^S$ bezogen. Dabei wird der statische Druckkoeffizient einer Schaufelpassage mit den maximal erreichbaren Druckkoeffizienten von zweidimensionalen Diffusoren verglichen, welche von Sovran und Klomp [9] experimentell ermittelt wurden. Um die aerodynamischen Eigenschaften des Verdichters in einem akzeptablen Rahmen zu halten, werden zusätzlich Nebenbedingungen formuliert. Außerdem berücksichtigen die Differentialgleichungen, die in den Meridianströmungsprogrammen gelöst werden, keine viskosen Terme, so dass keine Grenzschichtablösung auftreten kann. Daher wird der empirische Belastungskoeffizient

$$(28) \quad \Psi = \frac{\Delta h_0}{u^2}$$

stufenweise beschränkt, der sich aus dem Verhältnis von Enthalpieerhöhung Δh_0 und der quadratischen Umfangsgeschwindigkeit u ergibt. Die Beschränkung erfolgt durch eine anwenderdefinierte obere Grenze $\hat{\Psi}$. Eine starke Grenzschichtbelastung an den Seitenwänden aufgrund der Verzögerung der Strömung kann durch eine untere Beschränkung \widehat{DH} der De-Haller-Zahl [10]

$$(29) \quad DH = \frac{w_E}{w_I}$$

verhindert werden. Die aerodynamische Belastung der Beschauflung wird nach Lieblein [11] durch die Diffusionszahl

$$(30) \quad DF = 1 - \frac{w_E}{w_I} + \frac{\Delta w_u}{2\sigma w_I}$$

beschrieben, welche ein Maß für die Verzögerung vom Punkt der maximalen Geschwindigkeit bis zum Ende der Schaufel darstellt. Dabei beschreibt der erste Term wie die De-Haller-Zahl (29) die Verzögerung in der Schaufelpassage, der zweite Term ist ein Maß für die Belastung der Grenzschicht durch die Änderung der Umfangskomponente der Relativgeschwindigkeit Δw_{ii} über die Schaufel und den Überdeckungsgrad σ . Um eine Strömungsablösung zu vermeiden darf eine bestimmte obere Grenze \widehat{DF}^R für Rotoren bzw. \widehat{DF}^S für Statoren nicht überschritten werden.

Des Weiteren ist die Vermeidung großer Machzahlen am Eintritt der Schaufelreihen besonders an der Nabe erforderlich, da eine intensive Stoß-Grenzschicht-Interaktion zum einen zur Grenzschichtablösung und zum anderen zum Sperren der Passage führen kann. Daher sind vom Anwender obere Grenzen $\widehat{M}_I^{R,hub}$ für Rotoren und $\widehat{M}_I^{S,hub}$ für Statoren zu definieren. Für eine gleichmäßige Durchströmung des Ringraumes ist es aufgrund der Temperaturzunahme bei gleichzeitiger Volumenstromabnahme sinnvoll, die jeweils maximalen Machzahl der Statoren

$$(31) \quad \widehat{M}_{I,i}^S = \left(\max_{j=1(1)N_{SL}} M_{I,j}^S \right)_i$$

von Stufe zu Stufe zu verringern, d.h. $\widehat{M}_{I,i}^S < \widehat{M}_{I,i-1}^S$. Am Ende des Verdichters sollte eine vorgegebene maximale Machzahl \widehat{M}_E nicht überschritten werden, um eine effektive Verbrennung zu ermöglichen.

Zudem ist am Verdichteraustritt für die Durchströmung der Brennkammer ein gleichmäßiges Totaldruckprofil wichtig, weshalb ein lineares Totaldruckprofil gefordert wird. Dies ist auch von Vorteil, um die Ausbildung eines intensiven Sekundärströmungssystems zu vermeiden, denn die Umlenkung eines ungleichförmigen Totaldruckprofils in der Schaufelpassage führt selbst unter reibungslosen Bedingungen zur Ausbildung eines Kanalwirbels, wie er von Squire & Winter [12] erstmals beschrieben wird. Daher ist es das Ziel, das gewünschte Profil bereits nach der dritten Stufe zu erreichen. Um die Güte des Radialverlaufes des Totaldruckprofils am Statoraustritt mit einer Geraden zu vergleichen, werden statistische Hilfsmittel verwendet. Zunächst wird für jede Stufe i aus den berechneten Werten auf jeder Stromlinie $p_{0,E,i}^S(r_j)$ der Mittelwert $\bar{p}_{0,E,i}^S$ und eine Regressionsgerade $\tilde{p}_{0,E,i}^S(r_j)$ gebildet. Anschließend erfolgt die Gegenüberstellung der Varianz der Residuen und der quadratischen Abweichung vom Mittelwert:

$$(32) \quad R_i^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{N_{SL}} \left(p_{0,E,i}^S(r_j) - \tilde{p}_{0,E,i}^S(r_j) \right)^2}{\sum_{j=1}^{N_{SL}} \left(p_{0,E,i}^S(r_j) - \bar{p}_{0,E,i}^S \right)^2}.$$

Da das Bestimmtheitsmaß von der Anzahl der Stützwer-te und der Anzahl $v = 2$ der Regressionskoeffizienten beeinflusst ist, wird das korrigierte Bestimmtheitsmaß verwendet [13]:

$$(33) \quad \bar{R}^2 = R^2 - \frac{v-1}{N_{SL}-v} (1-R^2)$$

Um dieses zu verdeutlichen, sind in Abb. 4 drei verschiedenen Verläufen mit den entsprechenden Regressiongeraden dargestellt. Die beiden Kurven a) und b) zeigen eine große Abweichung von der Regressionsgeraden und entsprechend einen sehr kleinen Wert für das korrigierte Bestimmtheitsmaß. Die Punkte in c) liegen dagegen fast auf einer Geraden, was in einem hohen Wert von 0.96 für das korrigierte Bestimmtheitsmaß zum Ausdruck kommt. Eine perfekte Gerade mit dem Wert $\bar{R}^2 = 1$ zu fordern, wäre für einen Optimierungsprozess nicht förderlich, weshalb im Folgendem ab der dritten Stufe nur ein Mindestwert \bar{R}^2 des korrigierten Bestimmtheitsmaßes verlangt wird.

Der Forderung nach einem nabenstarken Totaldruckprofil am Stufenaustritt, kann entsprochen werden, indem ab Stufe drei ein negativer radialer Gradient des

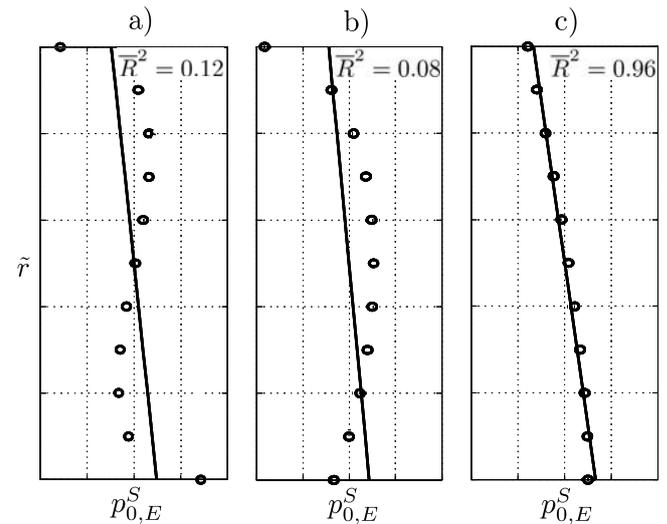


Abb. 4. Ermittelter Totaldruckverlauf am Statoraustritt im Vergleich zur entsprechenden Regressionsgerade

Totaldrucks erzwungen wird. Dies ist nötig, da sich bei der Androsselung des Verdichters die Geschwindigkeitsdreiecke soweit verändern, dass deutlich mehr Druck an der Gehäusewand als an der Nabenwand aufgebaut wird und damit die Gefahr des Pumpens durch das Ablösen der Nabengrenzschicht besteht. Um jedoch eine Übertreibung zu vermeiden, wird das nabenstarke dimensionslose Druckprofil $p_{0,E}^{*S}(r)$ an der Nabe

$$(34) \quad p_{0,E}^{*S} = \frac{p_{0,E}^S(r_1)}{\bar{p}_{0,E}^S}$$

durch einen Maximalbetrag \widehat{p}_0^* begrenzt.

Nicht zuletzt ist durch den Verdichter das geforderte Gesamtdruckverhältnis $\widehat{\Pi}^C$ zu erreichen, was ohne Nebenbedingung nicht erfüllt wird, da ein geringes Druckverhältnis zu einer aerodynamischen Entlastung und somit zu einer Reduzierung der Verluste führt. Zusammenfassend lautet das vektorielle Optimierungsproblem wie folgt:

$$(35) \quad \max_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}} \begin{bmatrix} \eta_{poly} \\ SM \end{bmatrix}$$

unter der Berücksichtigung der Nebenbedingungen

$$(36) \quad \begin{bmatrix} \max_{i=1(1)N_S} \psi_i \leq \widehat{\psi} \\ \max_{i=1(1)N_S} DF_i^R \leq \widehat{DF}^R \\ \max_{i=1(1)N_S} DF_i^S \leq \widehat{DF}^S \\ \min_{i=1(1)N_S} DH_i^R \geq \widehat{DH}^R \\ \min_{i=1(1)N_S} DH_i^S \geq \widehat{DH}^S \end{bmatrix} \begin{matrix} hub, \\ mid, \\ cas \end{matrix},$$

$$(37) \quad \begin{bmatrix} \max_{i=1(1)N_S} M_{I,i}^{R,hub} - \widehat{M}_I^{R,hub} \\ \max_{i=1(1)N_S} M_{I,i}^{S,hub} - \widehat{M}_I^{S,hub} \\ \max_{i=2(1)N_S} \left(\widehat{M}_{I,i}^S - \widehat{M}_{I,i-1}^S \right) \\ M_{E,N_S}^{S,mid} - \widehat{M}_E \\ \widehat{\Pi}^C - \Pi^C \\ \max_{i=1(1)N_S} p_{0,E,i}^{*S} - \widehat{p}_0^* \\ \max_{i=3(1)N_S} \max_{j=1(1)N_{SL}} \left(\frac{dp_{0,E}^S}{dr} \right)_{i,j} \\ \widehat{R}^2 - \min_{i=3(1)N_S} \bar{R}_i^2 \end{bmatrix} \leq 0.$$

In Gl. (36) sind durch Minimum- bzw. Maximumoperatoren die Beschränkungen, die für alle Stufen i gelten müssen, jeweils zu einer Ungleichung zusammengefasst. Diese werden jeweils auf den Stromlinien entlang Nabe (hub), Gehäuse (cas) und Mittellinie (mid) getrennt überprüft. Eine solche Zusammenfassung erfolgt ebenfalls in den Ungleichungsnebenbedingungen (37). Die explizite Formulierung (35-37) des Entwurfsproblems macht deutlich, wie schwierig und zeitintensiv die Suche nach zulässigen Entwürfen selbst für erfahrene Ingenieure ist. Dabei erschweren Konvergenzprobleme der Strömungsanalyse und die Fülle an Nebenbedingungen die Entscheidungsfindung, was eine Automatisierung des Auslegungsprozesses und somit den Einsatz der Optimierung verlangt. Hier erfolgt die Kopplung der für den Optimierungsprozess notwendigen Auswertungs- und Analyseprogramme in einer *iSIGHT-FD*-Umgebung [14]. Eine vorhandene Schnittstelle zu *MATLAB* ermöglicht einen schnellen Datenaustausch, und wird daher für die Parametrisierung, das Erstellen der Eingabedatei und der Auswertung benutzt. Beim Aufruf des Rolls-Royce eigenen Meridianströmungslösers wird die gesamte Beschauelung entsprechend der implementierten Korrelationen ausgelegt und das Strömungsfeld ermittelt. Nach der Berechnung erfolgt zunächst die Prüfung der Konvergenz. Wenn die Rechnung nicht konvergiert ist, erfolgt der Abbruch der Entwurfsberechnung und die Übergabe von Strafwerten für alle Kriterien an den Optimierer. Im Falle der Konvergenz erfolgt das Parsen aller benötigter Daten und die Ergebnisaufbereitung sowohl mit einem externen Programm als auch mit *MATLAB*. Anschließend werden die verschiedenen Nebenbedingungswerte und die Vektorkriterienwerte an den Optimierer zurückgegeben.

5 Optimierungsergebnis

Bei der Wahl des Optimierers fiel die Wahl auf den evolutionären Optimierungsalgorithmus *AMGA* (Archive-based Micro Genetic Algorithm) [15], da bei der Funktionsauswertung mit nicht konvergierten Lösungen zu rechnen ist und somit eine numerische Gradientenbildung, wie sie bei gradientenbasierten Optimierungsalgorithmen benötigt wird [7], nicht möglich ist. Des Weiteren ermöglicht ein genetischer Algorithmus als globales Optimierungsverfahren die Überwindung von lokalen Pareto-Fronten. Die Konvergenz der Kompromisse gegenüber der exakten globalen Front *Pareto-optimaler* Lösungen wird durch eine ausreichende Anzahl von Generationen erzwungen. Dies ist jedoch vom Opti-

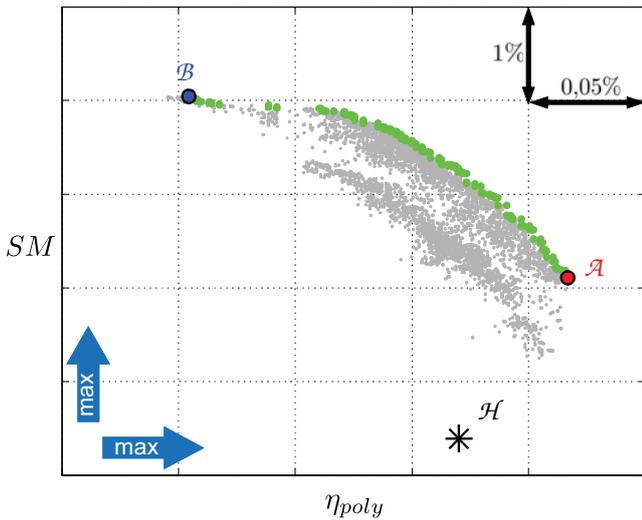


Abb. 5. Kriterienraum der Optimierung

mierungsproblem und von der zur Verfügung stehenden Zeit abhängig. Für die vorliegende Optimierung wurden 24000 Funktionsauswertungen durchgeführt, von denen 3000 zur Bildung des initialen Startarchivs dienen. Davon konvergierten 16031 Funktionsauswertungen und 5323 sind zulässig, was 66,8% bzw. 27,5% entspricht. In Abb. 5 sind die während der Optimierung analysierten Entwürfe im Kriterienraum dargestellt, wobei die grauen Punkte alle zulässigen Entwürfe und die grünen Punkte die Front der nicht-dominierten Entwürfe darstellen. Im Vergleich zum Referenzentwurf (schwarzer Stern) ist eine deutliche Verbesserung sowohl beim Wirkungsgrad als auch beim Pumpgrenzabstand möglich, wobei zu erwähnen ist, dass die Referenzlösung nicht alle Nebenbedingungen (36) und (37) erfüllt. Die Tatsache, dass von allen optimalen Kompromisslösungen der Entwurf A mit dem besten Wirkungsgrad den geringsten Pumpgrenzabstand erzielt bzw. umgekehrt der Entwurf B den größten Pumpgrenzabstand mit dem geringsten Wirkungsgrad zeigt, bestätigt die Annahme, dass beide Entwurfsziele konfliktär sind.

Für eine detaillierte Untersuchung werden der Referenzentwurf H sowie die extremen Entwürfe A und B näher betrachtet. In Abb. 6 sind die Abströmwinkel α_E von Vorleiträdern und Statorstufen bis Stufe 8 in Abhängigkeit vom Radius dargestellt. Alle Entwürfe haben gemeinsam, dass beim Vorleiträdern die größte radiale Abhängigkeit zu finden ist. Die Ursache liegt in den hohen Umfangsgeschwindigkeiten im Schaufelspitzenbereich und den daraus resultierenden hohen Machzahlen der vorderen Stufen. Durch die Kompression von Stufe zu Stufe verringert sich der Volumenstrom und somit die Machzahl. Die dabei entstehende Temperaturerhöhung

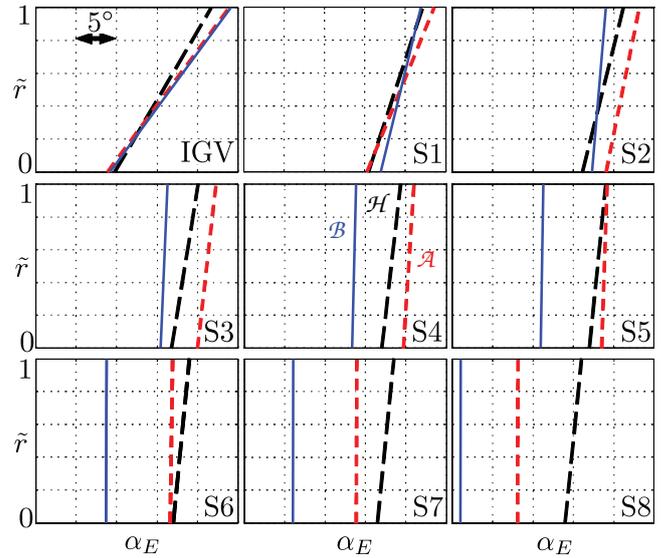


Abb. 6. Radialverteilungen der Abströmwinkel von IGV und Statorstufen 1-8 für Referenzentwurf H (schwarz) und optimale Entwürfe A (rot) und B (blau)

führt zusätzlich zur Reduktion der Machzahl, so dass die Stoßverluste eine zunehmend geringere Rolle spielen und ein großer Vordrall nicht mehr erforderlich ist. Es ist zu bemerken, dass beim Referenzentwurf H ein deutlicher Anstieg des Abströmwinkels bis zur Stufe 8 erkennbar ist. Bei den optimierten Entwürfen A und B ist dagegen die radiale Abhängigkeit bereits bei Stufe sechs stark abgeklungen. Bei IGV und Stator eins ist das Niveau der Abströmwinkel bei allen Entwürfen vergleichbar. Der Entwurf A zeigt von Stator zwei bis fünf jeweils die größten Abströmwinkel und fällt bei Stator sechs bis acht auf ein Niveau zwischen Referenzentwurf und Entwurf B. Dagegen ist der Mittelwert des Entwurfs B von Stator drei bis acht jeweils am geringsten, was offensichtlich zu einem verbesserten Pumpgrenzabstand führt.

Um die Ergebnisse aus Sicht der Aufbereitung des Totaldruckprofils zu untersuchen, ist in Abb. 7 der normierte Totaldruckverlauf am Austritt des Vorleitrades sowie der Statorstufen eins bis drei dargestellt. Am Vorleiträdern sind die Totaldrücke aller Entwürfe identisch, weshalb nur eine Kurve zu sehen ist. Am Austritt des Stators eins ist eine teilweise Aufarbeitung des Druckprofils vollzogen, wobei die Verläufe beider Entwürfe A und B sehr ähnlich sind und eine Unterscheidung kaum ermöglichen. Bei beiden Entwürfen ist der nabelschwache Charakter noch stark erkennbar. Im Vergleich zum Referenzentwurf H vermeidet der Optimierer den starken Druckaufbau an der Nabe und vollzieht ihn erst sukzessive in Stufe zwei und drei. Nach

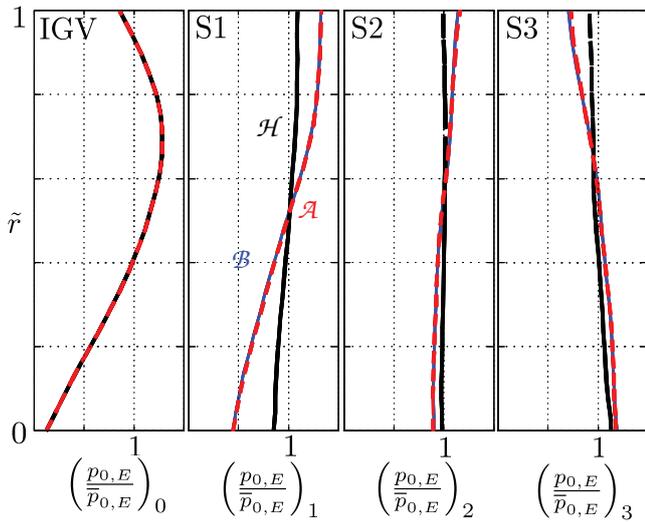


Abb. 7. Dimensionlose Totaldruck am Austritt von Vorleitrad und Stator 1-3

der dritten Stufe bildet sich das gewünschte nebenstarke Profil aus. Da die Statorabströmwinkel die Eintrittsmachzahlen sowohl von Rotor als auch Stator beeinflussen, sind die Unterschiede zwischen den untersuchten *Pareto-optimalen* Kompromissen in Abb. 8 dargestellt. Es sind jeweils die maximalen relativen Machzahlen für die Rotoren und die maximalen absoluten Machzahlen der Statoren über den Stufen aufgetragen. Aufgrund der steigenden Temperaturen nehmen diese besonders stark bei den Rotoren zu den hinteren Stufen hin ab. Bei den Statoren ist bei den ersten drei Stufen ein gleichmäßig hohes Niveau erkennbar, wo die Machzahlen nur wegen der Nebenbedingung einer nicht positiven Steigung über die Verdichtlerlänge nicht ansteigen. Auffällig ist bei Entwurf *A* mit dem besten Wirkungsgrad im Vergleich zur Referenz *H* die Erhöhung der Machzahl im mittleren Bereich, dagegen ist im gleichen Bereich eine Verringerung bei den Rotoren zu erkennen. Für den Entwurf *B* mit dem größten Pumpgrenzabstand ermittelt der Optimierer von der dritten bis zur letzten Stufe höhere Machzahlen für die Rotoren und im Gegensatz dazu geringere Machzahlen bei den Statoren. Das Mass der Änderung der aerodynamischen Belastung gegenüber der Referenzlösung ist in Abb. 9 als Differenz der Diffusionszahlen Entwurf *A* bzw. *B* zum Referenzentwurf *H* dargestellt. Im Gehäusebereich der Rotoren ergibt sich eine sehr ähnliche Belastung wie beim Referenzentwurf, wogegen an der Nabe die Statoren sieben bis neun eine Entlastung erfahren. Da das Pumpen gewöhnlich in den hinteren Stufen ausgelöst wird, wirkt sich die Entlastung positiv auf den Pumpgrenzabstand insbesondere beim Entwurf *B* aus, wie dies bereits in

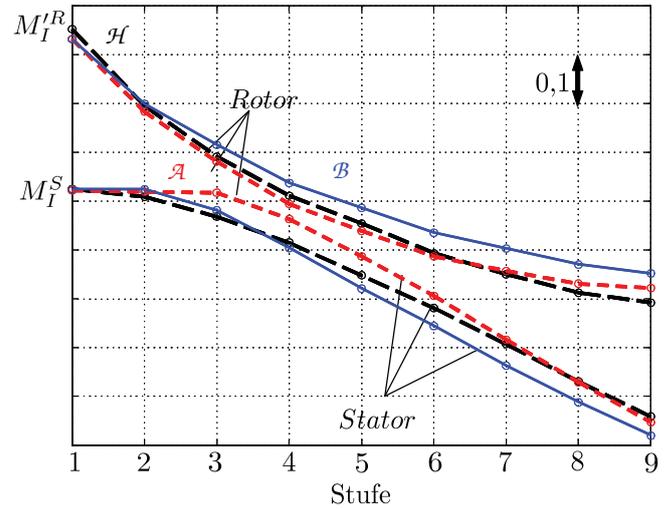


Abb. 8. Maximale Eintrittsmachzahlen von Rotoren und Statoren

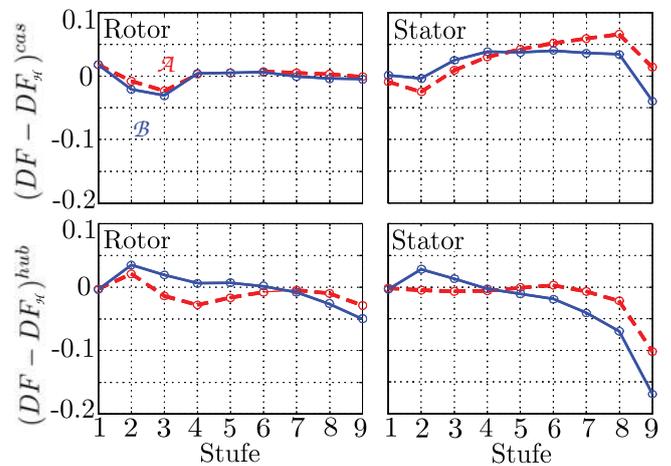


Abb. 9. Differenz der Diffusionszahlen von Rotoren und Statoren an Nabe und Gehäuse gegenüber Referenzentwurf

Abb. 5 erkennbar war.

6 Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit ist die Entwicklung eines automatischen Prozesses zur Auslegung von mehrstufigen Axialverdichtern im Rahmen der Meridianströmungsrechnung unter Ausnutzung des Optimierungspotentials. Dabei stehen die Suche einer geeigneten Radialverteilung der Statorabströmwinkel und des Stufendruckverhältnisses im Vordergrund. Für die Wahl der Stufendruckverhältnisse der Frontstufen ist die Aufarbeitung des durch die Grenzschicht von Fan und Schwannenhals geprägten Eintrittsdruckprofils notwendig. Um eine kontinuierliche Modifizierung des

Eintrittsdruckprofil von einem nabenschwachen in ein nabenstarkes Druckprofil zu gewährleisten, wird für das Stufendruckverhältnis ein dreidimensionaler Ansatz über die dimensionslose radiale Schaufelhöhe und die dimensionslose Länge der ersten vier Verdichterstufen gewählt. Unter Verwendung einer 3x3-Bézier-Fläche wird dem Stufendruckverhältnis der Mittelschnittsrechnung eine radiale Verteilung aufgeprägt. Die Bézier-Fläche garantiert ausreichende Entwurfsvorteile mit möglichst wenigen Entwurfsparametern, da eine zu große Entwurfsvorteile zu großen Gradienten in radialer Richtung führen kann, die in einem realen Verdichter zu unerwünscht großen Sekundärströmungen führen. Die Parametrisierung der Abströmwinkel erfolgt mit Bézier-Kurven ebenfalls über die dimensionslose Länge des Verdichters, wobei durch Superposition lineare Radialverteilungen den Werten der Mittelschnittsrechnung überlagert werden. Die Zielgrößen der Mehrkriterien-Optimierung sind der polytrope Wirkungsgrad und der Pumpgrenzabstand. Um lokale aerodynamische Überlastung der Beschaukelung zu vermeiden, werden Nebenbedingungen für die Diffusionszahl, De-Haller-Zahl und Machzahl definiert. Zusätzlich sind Nebenbedingungen zu erfüllen, die das Auftreten von großen Gradienten im Totaldruckprofil am Stufenaustritt vermeiden.

Das Ergebnis der automatischen Optimierung an einem 9-stufigen Axialverdichter liefert eine Vielzahl von Kompromisslösungen, die alle die zulässigen aerodynamischen Belastungskennzahlen einhalten und akzeptable radiale Totaldruckverläufe haben. Durch die Wahl einer dieser Entwürfe ist es möglich, einen bestehenden Verdichter auf effiziente Weise in kurzer Zeit optimal zu modifizieren.

7 Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des VIT 2 Projektes (Virtuelles Triebwerk) in Zusammenarbeit mit Rolls-Royce Deutschland und ist zum Teil vom Land Brandenburg (Förderkennzeichen BBT0701) finanziert worden.

Literatur

- [1] Steffens, K. and Schäffler, A. Triebwerksverdichter - Schlüsseltechnologie für den Erfolg bei Luftfahrtantrieben. *DLRK-JT2000-101*, 2000.
- [2] A. Keskin. *Process Integration and Automated Multi-Objective-Optimization Supporting Aerodynamic Compressor Design*. Dissertation BTU Cottbus, 2007.
- [3] Wu, C.-H. A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial-, Radial- and Mixed-Flow Types. *NACA TN 2604, Lewis Flight Propulsion Laboratory, Washington*, 1952.
- [4] Dutta, A. K. and Flassig, P. M. and Bestle, D. Multi-Objective Blade Design Using a Quasi-3D Non-Dimensional Parametrization Approach. *Proceedings of CEAS, CEAS-2007-219*, 2007.
- [5] Dutta, A. K. and Flassig, P. M. and Bestle, D. Validierung optimierter Verdichterschaukeln mit Hilfe der 3D-CFD. *DLRK-JT2008-081222*, 2008.
- [6] L. Piegl and Tiller, W. *The NURBS Book*. Springer, Berlin, 2nd edition, 1997.
- [7] D. Bestle. *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Springer, Berlin, 1994.
- [8] C. C. Koch. Stalling Pressure Rise Capability of Axial Flow Compressor Stages. *Journal of Engineering for Power*, 103:645–656, 1981.
- [9] G. Sovran and E. D. Klomp. Experimentally Determined Optimum Geometries for Rectilinear Diffusers with Rectangular, Conical or Annular Cross Sections. *Fluid Mechanics of Internal Flow*, pages 270–319, 1955.
- [10] P. De Haller. Das Verhalten von Tragflügeln in Axialverdichtern und im Windkanal. *Brennstoff-Wärme-Kraft*, Band 5, Heft 10:333–336, 1953.
- [11] S. Lieblein, F. C. Schwenk, and R. L. Broderick. Diffusion Factor for Estimating Losses and Limiting Blade Loadings in Axial-Flow-Compressor Blade Elements. *NACA RM E53D01*, 1953.
- [12] H.B. Squire and K. G. Winter. The Secondary Flow in a Cascade of Aerofoils in a Non Uniform Stream. *Journal of Aerodynamic Science*, 1951.
- [13] C. Bucher. *Computational Analysis of Randomness in Structural Mechanics*. CRC Press/Balkema, Leiden, 2009.
- [14] Engenious Software Inc. *iSIGHT-FD Version 3.0 User's Guide*, 2008.
- [15] Tiwari, S. and Koch, P. and Fadel, G. and Deb, K. AMGA: An Archive-based Micro Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization. *Genetic and Evolutionary Computation Conference, Atlanta, Georgia, USA*, 2008.