

# NUMERISCHE UNTERSUCHUNG ZUR LAMINAR-TURBULENTEN TRANSITION IN UNTERSCHALL-GRENZSCHICHTEN

V. Hermes, I. Klioutchnikov, H. Olivier,  
Stoßwellenlabor, RWTH Aachen, Templergraben 55 , D - 52056 Aachen

## Zusammenfassung

Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs „Strömungsbeeinflussung und Strömungs-Struktur-Wechselwirkung an Tragflügeln“ wurden am Stoßwellenlabor (SWL) der RWTH Aachen stromauf laufende Druckwellen in transsonischer Profilumströmung experimentell und numerisch untersucht. Der Einfluss von stromauf laufenden Druckwellen auf die laminar-turbulente Transition ist bislang ungeklärt und Gegenstand der hier vorgestellten Untersuchungen. Um den Einfluss eines am Profil vorhandenen Druckgradienten auf die Transition zu vernachlässigen, werden zunächst Untersuchungen an einer ebenen Plattengrenzschicht durchgeführt. Zur Validation des Verfahrens werden Simulationen der linearen Entwicklung der Instabilität und des fundamentalen und subharmonischen laminar-turbulenten Übergangs an einer ebenen inkompressiblen Plattenströmung durchgeführt. Die Ergebnisse der Validation werden in dieser Arbeit vorgestellt. Zudem wird die Grundströmung mit analytischen Ergebnissen nach Blasius und van Driest verglichen.

## 1. EINLEITUNG

Die Mechanismen und Ursachen der laminar-turbulenten Transition werden bereits seit mehr als einem Jahrhundert untersucht. Trotz einiger Erfolge auf diesem Gebiet der Strömungsmechanik ist eine allgemeine theoretische Beschreibung des Phänomens nicht verfügbar. Das Wachstum von zweidimensionalen Störungen kleiner Amplitude und die Ausbildung von dreidimensionalen Wirbelstrukturen in inkompressiblen Grenzschichten lassen sich mit der linearen Stabilitätstheorie (Primär- und Sekundärinstabilitäten) beschreiben [1]. Hierbei wird eine transitionelle Strömung in eine Grundströmung und einen Störanteil getrennt. Die meisten experimentellen und numerischen Arbeiten zur laminar-turbulenten Transition untersuchen einen „kontrollierten“ Strömungsumschlag. Hierbei wird die Grenzschicht durch künstlich erzeugte Störungen bestimmter Frequenz und Amplitude angeregt. Die räumliche und zeitliche Entwicklung der Störung sowie der Strömungsumschlag werden analysiert. In der freien Natur sind hingegen Spektren von Störungen unterschiedlichster Amplituden und Wellenzahlen vorhanden, die abhängig von der Frequenz und Grenzschichtprofilen selektiv angefacht werden. Der „natürliche“ Strömungsumschlag ist dadurch sehr vielseitiger und komplexer und wird beim „kontrollierten“ Umschlag idealisiert untersucht. Für kompressible Grenzschichten ist sogar nur die Entwicklung von Primärinstabilitäten ausreichend theoretisch beschrieben.

Am Stoßwellenlabor (SWL) der RWTH Aachen werden stromauf laufende Druckwellen in transsonischer Profilumströmung experimentell und numerisch untersucht [2]. Schwache Druckwellen entstehen hierbei in der Nähe der Hinterkante, laufen stromauf gegen eine Strömung mit zunehmend höherer Geschwindigkeit und wechselwirken miteinander sowie mit der Grundströmung. Diverse weitere Mechanismen der Druckwellenentstehung konnten für unterschiedliche Strömungsbedingungen identifiziert werden [3]. Das untersuchte Phänomen ist dem Buffet ähnlich, jedoch mit einer schwächeren Fluktuation der Strömungsgrößen.

Theoretische Erkenntnisse zur laminar-turbulenten Transition lassen vermuten, dass stromauf laufende Druckwellen mit geeigneter Frequenz den Transitionsablauf beeinflussen. Der Einfluss von stromauf laufenden Druckwellen auf die Transition ist bislang jedoch weder quantitativ noch qualitativ untersucht worden. Durch eine numerische Lösung der vollständigen Navier-Stokes Gleichungen lässt sich die laminar-turbulente Transition bis zum Einsetzen der Turbulenz simulieren (DNS) und erweitert damit das physikalische Verständnis der Vorgänge. Das Ziel des Projektes ist eine quantitative Untersuchung des Einflusses der stromauf laufenden Druckwellen auf die laminar-turbulente Transition. Hierbei wird numerisch ein „kontrollierter“ Strömungsumschlag simuliert und analysiert.

## 2. NUMERISCHE METHODE

Zur Berechnung der stationären Grundströmung sowie des instationären angeregten Strömungsfeldes kommt ein am SWL entwickelter Löser zur Direkten Numerischen Simulation (DNS) von kompressiblen Strömungen zum Einsatz. Gelöst werden die vollständigen, kompressiblen Navier-Stokes (NS) Gleichungen für generalisierte Koordinaten. Die räumliche Diskretisierung der Flüsse basiert auf Finiten Differenzen hoher Ordnung ( $N > 3$ ). Die viskosen Flüsse werden hier mittels zentraler Differenzenverfahren zehnter Ordnung berechnet [4]. Die reibungsfreien Flüsse werden mit dem WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) Verfahren neunter Ordnung berechnet [5], dass Shock-Capturing Eigenschaften aufweist, um eine stabile Lösung im Transschall zu gewährleisten. Das WENO Verfahren zeichnet sich durch eine adaptive „Schablone“ der zur Approximation verwendeten Gitterpunkte aus. Die Adaptivität wird auf Basis der Glattheit der Lösung gesteuert. In Gebieten glatter Lösung werden optimale Gewichtskoeffizienten gewählt, um eine möglichst dissipations- und dispersionsarme Lösung zu ermöglichen.

Ein explizites, TVD, low-storage Runge-Kutta (RK) Verfahren dritter Ordnung wird zur zeitlichen Integration

verwendet. Alternativ wird das klassische RK Verfahren vierter Ordnung eingesetzt.

Die spektralen Eigenschaften des Verfahrens für optimale Koeffizienten sind auf Basis der „von Neumann“ Analyse für die eindimensionale Advektionsgleichung untersucht worden. Der Dissipations- und Dispersionsfehler ist in BILD 1 über die dimensionslose, diskrete Wellenzahl  $k$  aufgetragen. Der Betrag des Amplifikationsfaktors  $|G|$  ist ein Indikator für die Dissipationseigenschaften des numerischen Verfahrens und sollte möglichst zu hohen Wellenzahlen eins betragen. Für dimensionslose Wellenzahlen nahe  $\pi$  ist für nichtlineare Gleichungen, wie die Navier-Stokes Gleichungen, Dissipation aus Stabilitätsgründen notwendig. Mit zunehmender Ordnung der räumlichen Diskretisierung nimmt der Dissipationsfehler ab und die dimensionslose Wellenzahl bei der Betrag des Amplifikationsfaktors stark von der eins abweicht steigt. Das Verhältnis des numerischen und des exakten Phasenwinkels  $\Phi/\Phi_{\text{exakt}}$  ist ein Indikator für die Dispersionseigenschaften des Verfahrens. Für  $\Phi/\Phi_{\text{exakt}} > 1$  breiten sich Wellen mit der entsprechenden Wellenzahl schneller, für  $\Phi/\Phi_{\text{exakt}} < 1$  langsamer als die exakte Lösung aus. Mit zunehmender Ordnung der räumlichen Diskretisierung nimmt der Dispersionsfehler etwas zu und weist Überschwinger für Wellenzahlen zwischen  $k = 1$  und  $2,5$  auf.

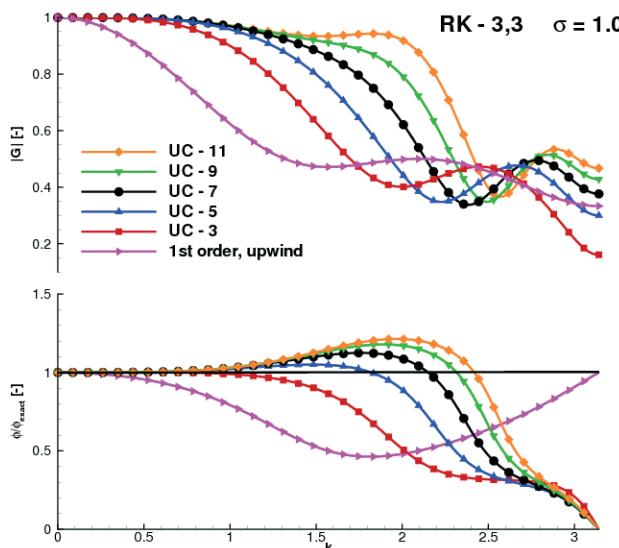


BILD 1. Dissipations- und Dispersionsfehler über der Wellenzahl für WENO Verfahren unterschiedlicher Ordnung mit optimalen Gewichtskoeffizienten (UC upwind central). Zeitintegration mittels RK Verfahren dritter Ordnung für eine CFL - Zahl = 1.0.

### 3. ERGEBNISSE

Die Grundströmung ist gegeben durch eine ebene Plattenströmung ohne Druckgradienten mit einer laminar anlaufenden Grenzschicht. Für die inkompressiblen Grenzschichtprofile ist eine Ähnlichkeitslösung nach Blasius bekannt. Hierbei werden inkompressible Grenzschichtgleichungen geeignet transformiert. Blasius gelang 1908 die Lösung mit einem Reihenansatz. Van Driest entwickelte eine ähnliche Lösung für kompressible Grenzschichtgleichungen, die numerisch gelöst werden.

Für  $\text{Ma}_{\infty} = 0$  geht die van Driest Lösung formal gegen die Blasius Lösung. Die Ergebnisse des van Driest Lösers sollen hier an inkompressiblen Grenzschichten validiert werden. Zudem soll die Genauigkeit und Stabilität des van Driest Lösers für an inkompressiblen Grenzschichten untersucht werden. Alle hier vorgestellten Ergebnisse sind für folgende Strömungsbedingungen untersucht worden:

- $U_{\infty} = 30 \text{ m/s}$
- $L = 0.05 \text{ m}$
- $\text{Re}_L = (U_{\infty} L) / v_{\infty} = 1.0 \cdot 10^5$ .

Das Verfahren zur DNS kompressibler Strömungen kann für kleine Machzahlen instabil werden. Aus diesem Grund wurde die Referenzmachzahl hier  $\text{Ma}_{\infty} = 0.4$  gewählt, so dass die Kompressibilitätseffekte vernachlässigbar sind. Weiterhin ist die Viskosität aus der Reynoldszahl berechnet worden und die Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur  $T$  wurde nicht berücksichtigt  $v = v_{\infty} \neq v(T)$ . Eine adiabate Wand wurde angenommen.

Zwei verschiedene Gitter wurden verwendet, die sich durch die Länge und Anzahl der gewählten Gitterpunkte in die Hauptströmungsrichtung unterscheiden. In TAB 1 sind die geometrischen Abmessungen und die räumliche Auflösung zusammengefasst.

	Gitter1	Gitter2
Anzahl der Gitterpunkte	500x110x100	1000x110x100
$x/L [-]$	-2 - 6.5	-2 - 14
$x_{\text{äquidistant}}/L [-]$	0.6 - 4.4	0.6 - 9.4
$y/L [-]$	0 - 0.5	0 - 0.5
$z/L [-]$	0 - 1.0	0 - 1.0
$\Delta x_{\text{äquidistant}}$	0.01	0.01
$\Delta y_{\text{wand}}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$
$\Delta z$	0.01	0.01

TAB 1. Gittergrößen.

Um das verwendete numerische Verfahren ohne Änderungen am Rand des Integrationsgebietes einsetzen zu können, wird das Gitter dort um fünf fiktive Punkte erweitert. Zum Ein- und Ausströmrand ist das Gitter in Hauptströmungsrichtung (x) stark gestreckt, um eine Wechselwirkung zwischen den Strömungsfluktuationen und den Randbedingungen zu minimieren. In Wandnormalenrichtung (y) ist das Gitter bis zum hundertsten Gitterpunkt schwach  $(\Delta y_j - \Delta y_{j+1})/\Delta y_j = 1.03$ , danach stark gestreckt  $(\Delta y_j - \Delta y_{j+1})/\Delta y_j = 1.3$ . In Querströmungsrichtung (z) sind die Gitterpunkte äquidistant verteilt. Zum besseren Verständnis ist in BILD 2 eine x-y Ebene des Gitters 1 dargestellt, wobei jede zehnte Gitterlinie gezeigt wird.

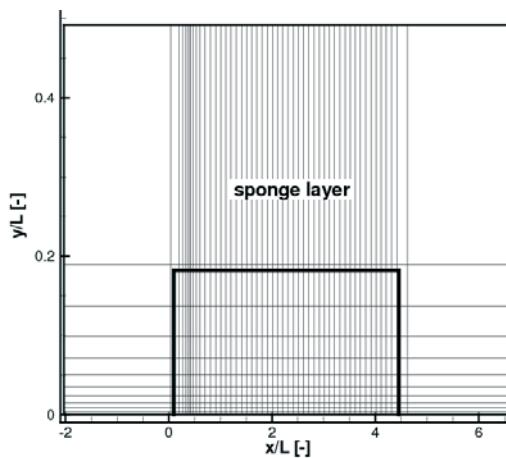


BILD 2. x-y Ebene des Gitters 1.

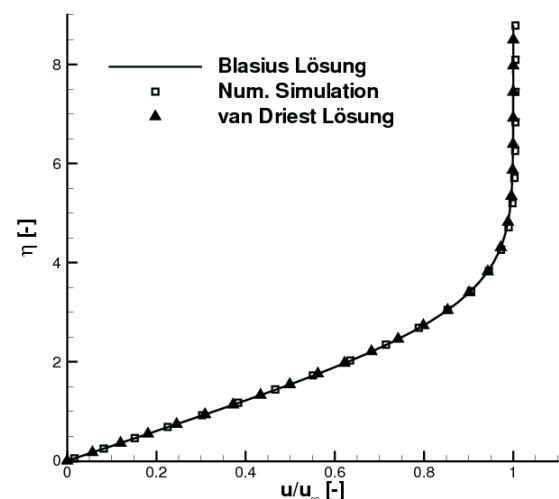
Am Ein- und Ausströmrand werden die klassischen Unterschall- und -ausströmrandbedingungen verwendet. Das Geschwindigkeitsprofil am Einströmrand bei  $x/L = -2$  ist als konstant vorgegeben. Von  $-2 < x/L < 0.4$  erstreckt sich am unteren Rand eine Vorlaufstrecke mit einer reibungsfreien Wand, gefolgt von einer reibungsbehafteten Wand, die die Platte simuliert. Am oberen Rand werden aus dem Strömungsfeld extrapolierte Werte verwendet. In Querströmungsrichtung sind periodische Randbedingungen eingesetzt.

### 3.1. Validation der Grundströmung

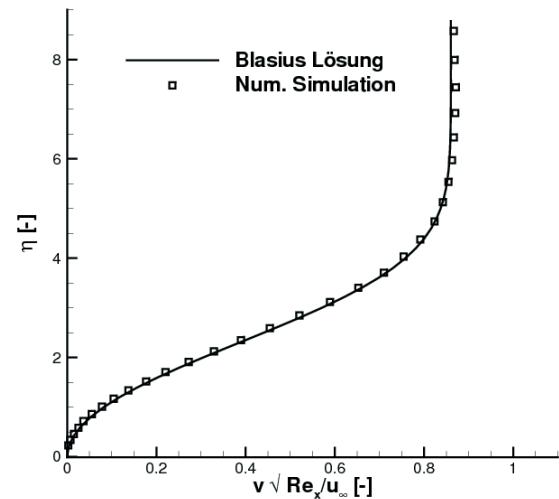
Zur Validation des numerischen Verfahrens zur Lösung der Erhaltungsgleichungen, sowie eines am SWL implementierten van Driest Lösers wird zunächst die Grundströmung verglichen. Für diese ebene Plattengrenzschichtströmung existiert kein ausgezeichnetes Längenmaß in Hauptströmungsrichtung, so dass die Lösung an unterschiedlichen Stellen ähnlich ist und die Geschwindigkeitsprofile normal zur Wand durch geeignete Skalierung zur Deckung gebracht werden können. Die skalierte Koordinate in Wandnormalenrichtung  $\eta$  ist gegeben durch:

$$\eta(x, y) = y \sqrt{\frac{U_\infty}{V_\infty x}} = \frac{y}{x} \sqrt{Re_x}.$$

In BILD 3 sind die Geschwindigkeitsprofile  $u/U_\infty$  und  $v/U_\infty \sqrt{Re_x}$  dargestellt.  $Re_x$  ist hierbei eine mit der Lauflänge der Grenzschicht  $x$  gebildete lokale Reynoldszahl  $(U_\infty x)/V_\infty$ . Die relative Abweichung zwischen den theoretischen und numerischen  $u$ -Geschwindigkeitsprofilen ist unter einem Prozent. Die Profile der  $u$ -Geschwindigkeit, an unterschiedlichen Stellen  $x$  ausgewertet und über  $\eta$  aufgetragen, decken sich gut. Im Gegensatz dazu schwanken die Geschwindigkeitsprofile der  $v$ -Komponente für unterschiedliche Lauflängen ausgewertet um die Blasius Lösung. Die relative Abweichung zwischen den Verläufen beträgt maximal zehn Prozent. Die van Driest Lösung ist nur für die  $u$ -Komponente der Geschwindigkeit verfügbar und stimmt mit den Ergebnissen nach Blasius überein.



(a)



(b)

BILD 3. (a) u- und (b) v-Geschwindigkeitsprofil einer laminaren, ebenen, inkompressiblen Plattengrenzschicht für  $Re_x = 10^5$ .

In BILD 4 sind die Verdrängungsdicke  $\delta_1$  sowie der lokale Reibungsbeiwert  $c_f$  über die lokale Reynoldszahl  $Re_x$  aufgetragen. Sowohl der numerisch simulierte Verlauf der Verdrängungsdicke  $\delta_1$  als auch des lokalen Reibungsbeiwertes  $c_f$  stimmen hervorragend mit der Lösung nach Blasius überein, die in einschlägiger Literatur wie folgt angegeben wird:

$$\frac{\delta_1}{x} = \frac{1.72}{\sqrt{Re_x}}$$

$$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

Die Über-einstimmung zwischen der Blasius und der van Driest Lösung ist für die Verdrängungsdicke gut, jedoch wird nach van Driest ein um etwa zehn Prozent höherer Reibungsbeiwert bei  $Re_x = 10^5$  bestimmt. Die Abweichung im lokalen Reibungsbeiwert zwischen der van Driest und der Blasius Lösung wird mit zunehmender Lauflänge der Grenzschicht geringer.

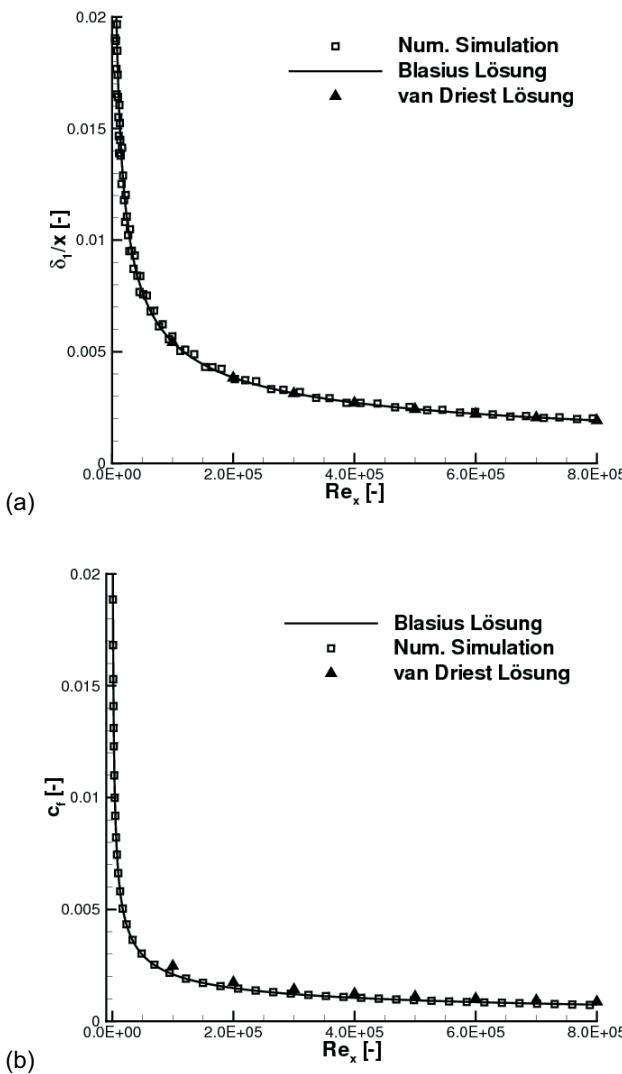


BILD 4. (a) Verdrängungsdicke  $\delta_1$  und (b) lokaler Reibungsbeiwert  $c_r$  für eine laminare, ebene, inkompressible Plattengrenzschicht.

### 3.2. Primärinstabilität

Störungen, die in der linearen Stabilitätstheorie betrachtet werden, sind von der Form:

$$(1) \quad \varphi(x, y, z, t) = \psi(y) \exp(i(\alpha x - \beta t + \gamma z))$$

Hierbei ist  $\varphi(x, y, z, t)$  eine komplexe Störungsfunktion und  $\psi(y)$  ist die Amplitudenverteilung. Zwei unterschiedliche Ansätze für lineare Stabilitätsuntersuchungen sind in der Literatur bekannt:

- Modell der räumlichen Störungsanfachung ( $\alpha$  - komplex,  $\beta$  - reell)
- Modell der zeitlichen Störungsanfachung ( $\alpha$  - reell,  $\beta$  - komplex).

die für Störungen mit kleinen Anfachungsraten über eine Transformation nach Gaster [6] ineinander überführt werden können. Zur Untersuchung der Primär- und Sekundärinstabilität wird das Modell der räumlichen Störungsanfachung (in Hauptströmungsrichtung) verwendet, das in den Experimenten von Klebanoff et

al. [7] und Kachanov und Levchenko [8] untersucht wurde. Die komplexe Wellenzahl  $\alpha = \alpha_r + i \alpha_i$  setzt sich aus einer reellen Wellenzahl in Hauptströmungsrichtung  $\alpha_r = 2\pi L/\lambda_x$  und der Anfachungsraten  $\alpha_i$  zusammen. Die dimensionslose Kreisfrequenz ist  $\beta = 2\pi f L/U_\infty$  und  $\gamma = 2\pi L/\lambda_z$  ist die dimensionslose Querwellenzahl, wobei  $\lambda_x$  und  $\lambda_z$  die Wellenlängen der Störungen in Haupt- sowie in Querströmungsrichtung sind.

Für die folgenden Ergebnisse wird die Grundströmung durch eine Störung der  $v$ -Komponente der Geschwindigkeit an der Plattenwand angeregt, die einem zeitlich periodischen Absaugen und Ausblasen entspricht. Die eingebrachten Störungen lassen sich durch eine Funktion  $f_{\text{stör}}(x, z, t)$  beschreiben:

$$(2) \quad f_{\text{stör}}(x, z, t)/U_\infty = v_{\text{stör}}(x) A_0 \sin(\beta_0 t) + A_1 \sin(\gamma z) \sin(\beta_1 t)$$

$$v_{\text{stör}}(x) = 1.51 \sin(2\pi x/(x_2 - x_1)) \exp(-0.25 (2\pi x/(x_2 - x_1) - \pi)^2)$$

$A_0$  und  $A_1$  sind die dimensionslosen Amplituden der zweidimensionalen und der dreidimensionalen Störkomponente der  $v$ -Geschwindigkeit.  $\beta_0$  und  $\beta_1$  entsprechen den dimensionslosen Kreisfrequenzen der zweidimensionalen und der dreidimensionalen Störung. Die dimensionslose Funktion  $v_{\text{stör}}(x)$  wird so gewählt, dass eine Sinuswelle entsteht, die sich an den Rändern asymptotisch dem Wert Null nähert (BILD 5). Dadurch wird einerseits ein glatter Übergang zwischen dem Wandbereich mit Haftrandbedingungen und der Störstelle geschaffen, andererseits entsteht eine nur gering gestörte Tollmien-Schlichting Welle [9].

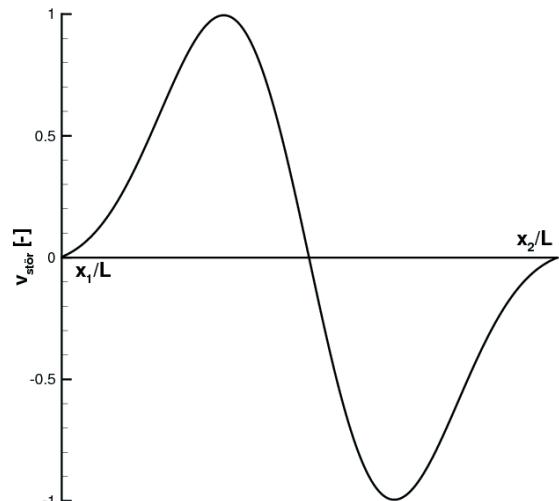


BILD 5. Amplitudenverteilung im Störbereich  $x_1 < x < x_2$  in Hauptströmungsrichtung.

Zur Untersuchung der Primärinstabilität wird Gitter 1 verwendet. Störungen werden im Bereich zwischen  $x_1/L = 1.4$  und  $x_2/L = 1.63$  ( $Re_x \approx 10^5$ ) generiert. Eine Wellenlänge  $\lambda_x$  wird somit durch etwa zwanzig Gitterpunkte räumlich aufgelöst. Es wird zunächst eine rein zweidimensionale Störung d.h.  $A_1 = 0$ , mit folgenden Störparametern betrachtet:

- $A_0 = 0.001$
- $\beta_0 = 10$ .

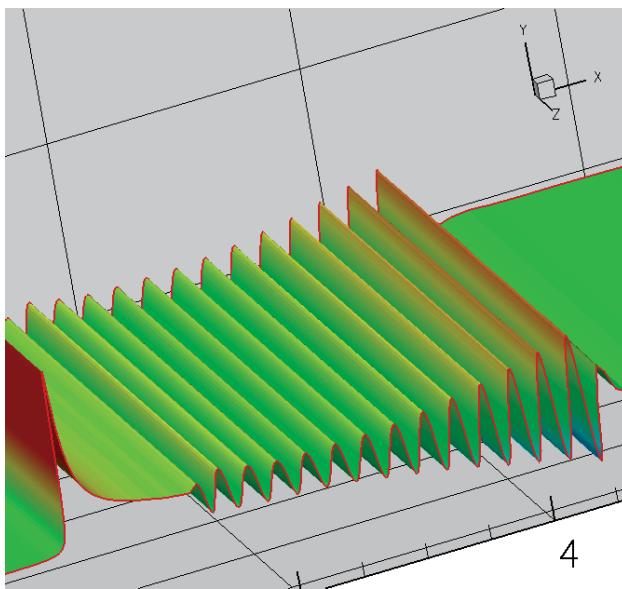


BILD 6. Entwicklung der Störung in der x,z - Ebene für  $y/L = 0.0125$ .

In BILD 6 ist eine momentane Verteilung der  $v$ -Geschwindigkeit in der x,z - Ebene für  $y/L = 0.0125$  dargestellt. Nach dem Einbringen der Störungen in die Grenzschicht werden diese zunächst gedämpft, wachsen danach jedoch exponentiell an. Durch eine starke Streckung des Gitterstromab von  $x/L = 4.4$  werden die Fluktuationen ausgelöscht. Reflexionen der Fluktuationen am Ausströmrand werden dadurch praktisch vermieden, so dass die Lösung nicht durch unphysikalische Störungen beeinflusst wird. Nach der linearen Stabilitätstheorie kann die Entwicklung der Wellenzahl  $\alpha_r$  sowie der Anfachungsrate  $\alpha_i$  in Abhängigkeit von der lokalen Reynoldszahl  $Re_x$  bzw. der Koordinate  $x$  angegeben werden. Die numerischen Ergebnisse werden hier mit den Ergebnissen nach der linearen Stabilitätstheorie an der Stelle  $y/L = 0.0125$  verglichen, die der Veröffentlichung nach Fasel et al. [9] entnommen sind. Dort sind ähnliche Untersuchungen durchgeführt worden, wobei ein gänzlich anderes Verfahren zur numerischen Simulation der Transition verwendet wurde.

In BILD 7 ist der Vergleich der Entwicklung der Anfachungsrate  $\alpha_i$  zwischen der numerischen Simulation und der linearen Stabilitätstheorie dargestellt. Die Position  $x/L$  wurde in der numerischen Simulation korrigiert, da die Plattengrenzschicht dort erst bei  $x_0/L = 0.4$  beginnt. Starke Fluktuationen für  $x/L < 1.3$  werden auf nichtlineare Effekte aufgrund der Störungseingabe zurückgeführt. Qualitativ stimmt der Verlauf gut mit der Vorhersage nach der linearen Stabilitätstheorie überein. Die Abweichungen im Bereich zwischen  $x/L = 1.6$  und 2.0 wurden durch eine Variation der räumlichen und zeitlichen Auflösung sowie der Wahl des klassischen RK Verfahrens zur zeitlichen Integration untersucht. In allen Variationen wurde die ausgeprägte Delle im Verlauf beobachtet. Es wird vermutet, dass diese auf nichtlineare Effekte aufgrund der relativ hohen Störungsspannweite  $A_0 = 0.001$  verursacht wird.

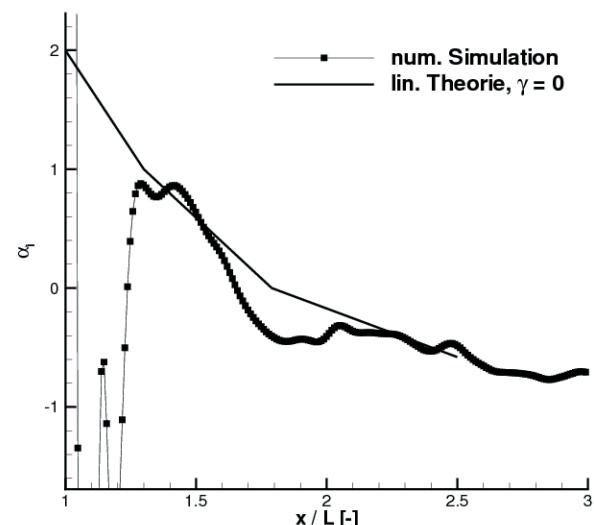


BILD 7. Vergleich der Entwicklung der Anfachungsrate  $\alpha_i$  zwischen der numerischen Simulation und der linearen Stabilitätstheorie.

BILD 8 zeigt den Vergleich der Entwicklung der Wellenzahl  $\alpha_r$  zwischen der numerischen Simulation und der linearen Stabilitätstheorie. Die Übereinstimmung ist hier ebenfalls gut. Die Abweichungen liegen im Bereich des räumlichen Diskretisierungfehlers, der durch Fehlerbalken dargestellt ist.

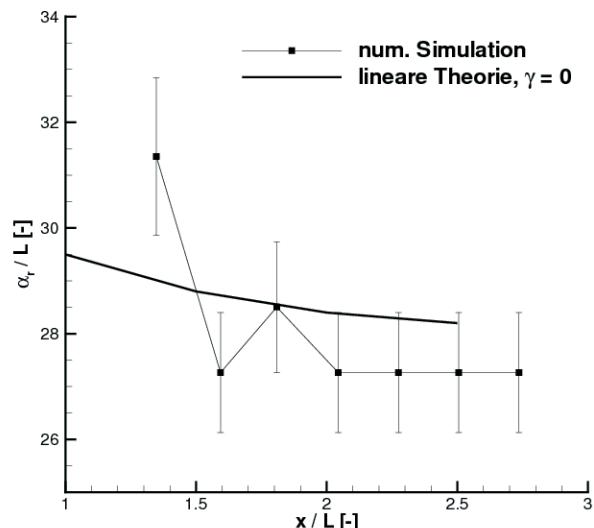


BILD 8. Vergleich der Entwicklung der Wellenzahl  $\alpha_r$  zwischen der numerischen Simulation und der linearen Stabilitätstheorie.

### 3.3. Fundamentale und subharmonische Resonanz

Zur Untersuchung der Sekundärinstabilität wird Gitter 2 verwendet. Störungen werden im Bereich zwischen  $x_1/L = 1.4$  und  $x_2/L = 1.63$  ( $Re_x \approx 10^5$ ) generiert. Zur Untersuchung der fundamentalen Resonanz wird eine zweidimensionale Störung mit einer Störung in Querströmungsrichtung überlagert, wobei die Wellenzahlen  $\alpha_r$  und  $\gamma$  in etwa gleich groß sind und die entsprechenden Wellenlängen  $\lambda_x$  und  $\lambda_z$  mit etwa zwanzig

Gitterpunkten in Haupt- und Querströmungsrichtung diskretisiert werden. Die in Gleichung (2) vorgestellten Störungsparameter sind:

- $A_0 = 0.001; A_1 = 0.0001$
- $\beta_0 = \beta_1 = 10$
- $\gamma = 31.42$ .

In BILD 9 ist eine momentane Wirbelanordnung in der Grenzschicht mittels der  $\lambda_2$  Isoflächen für eine numerische Simulation der fundamentalen Resonanz visualisiert. Nach der Eingabe der Störungen an der Störstelle wachsen zunächst zweidimensionale Störungen (Tollmien-Schlichting Wellen) exponentiell an (s. vorheriges Kapitel) und es entwickeln sich Wirbel, die in Querströmungsrichtung orientiert sind. Diese verformen sich stromab zu  $\lambda$ -förmigen Wirbelstrukturen. Die aufeinander folgenden  $\lambda$ -Wirbel sind direkt hintereinander angeordnet und entsprechen der in der Literatur dokumentierten Wirbelanordnung für fundamentale Resonanz. Weiter stromab entstehen Hufeisenwirbel, die in Wandnormalenrichtung orientiert sind und höher in die Grenzschicht hineinragen. Zudem wird die Wirbelanordnung zunehmend chaotischer.

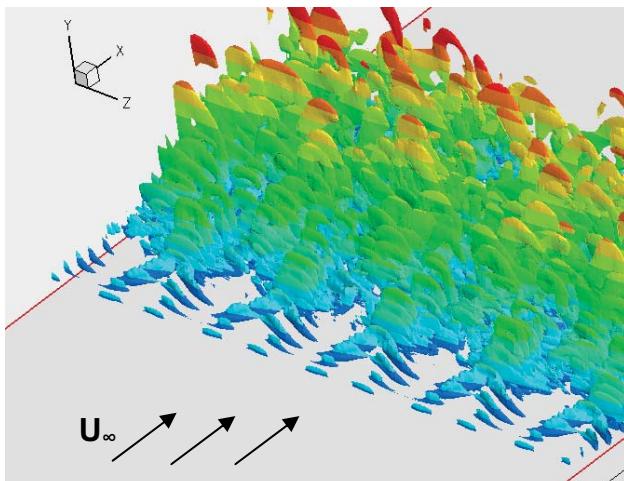


BILD 9. Visualisierung einer momentanen Wirbelanordnung in der Grenzschicht mittels  $\lambda_2$  Isoflächen für fundamentale Resonanz.

Zur Untersuchung der subharmonischen Resonanz sind die Störungsparameter wie folgt gewählt:

- $A_0 = 0.001; A_1 = 0.0001$
- $\beta_0 = 10; \beta_1 = 5$
- $\gamma = 31.42$

In BILD 10 ist eine momentane Wirbelanordnung in der Grenzschicht mittels der  $\lambda_2$  Isoflächen für eine numerische Simulation der subharmonischen Resonanz visualisiert. Die aufeinander folgenden  $\lambda$ -Wirbel sind in Querströmungsrichtung um eine halbe Querwellenlänge  $\lambda_2/2$  versetzt angeordnet und entsprechen der in der Literatur dokumentierten Wirbelanordnung für eine subharmonische Resonanz.

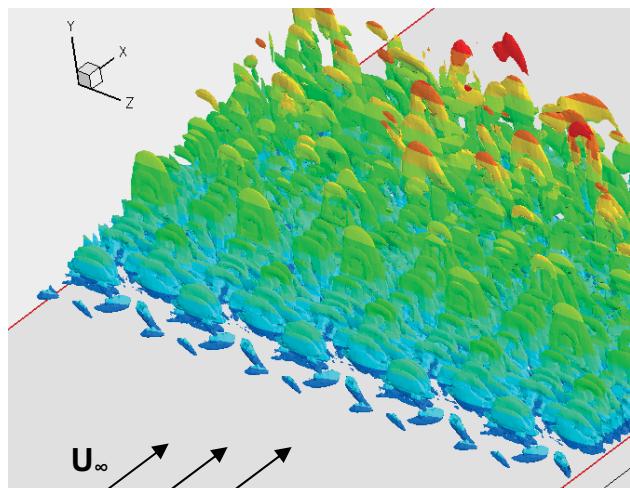


BILD 10. Visualisierung einer momentanen Wirbelanordnung in der Grenzschicht mittels  $\lambda_2$  Isoflächen für subharmonische Resonanz.

#### 4. ZUSAMMENFASSUNG

Das vorgestellte numerische Verfahren wurde zur Simulation der Grundströmung (ebene Plattenströmung) sowie einer kontrollierten laminar-turbulenten Transition verwendet. Die numerischen Ergebnisse der Simulation der Grundströmung stimmen sehr gut mit den Ergebnissen nach Blasius überein. Zudem wurde der vorhandene Löser für die van Driest Gleichungen am Beispiel einer Unterschallströmung validiert. Die Entwicklung der Primärinstabilität wird numerisch quantitativ richtig simuliert. Der Vergleich mit den Ergebnissen der linearen Stabilitätstheorie zeigt eine gute Übereinstimmung. Die Entwicklung der Sekundärinstabilität wird numerisch qualitativ richtig simuliert. Damit ist gezeigt, dass die Transitionsmechanismen mit dem WENO-Verfahren neunter Ordnung gut wiedergegeben werden.

#### 5. AUSBLICK

Ein quantitativer Vergleich der numerischen Ergebnisse für fundamentale sowie subharmonische Resonanz mit dem Experiment erfolgt in Kürze. Zudem soll das numerische Verfahren an einem Testfall zur subharmonischen Resonanz im Transsonik validiert werden. Anschließend sind Simulationen zum Einfluss von stromauf laufenden Druckwellen auf die Transition geplant.

#### 6. LITERATUR

- [1] AGARD CP 709, "Special Course on Stability and Transition of Laminar Flow", 1984
- [2] A. Alshabu, H. Olivier, I. Klioutchnikov, „Investigation of Upstream Moving Pressure Waves on a Supercritical Airfoil“, Aerospace and Thechnology, Vol. 10, pp. 465 - 473, 2006
- [3] V. Hermes, I. Klioutchnikov, A. Alshabu, H. Olivier, „Investigation of Unsteady Transonic Airfoil Flow“, AIAA-Paper 2008 - 0627, 2008
- [4] I. Klioutchnikov, "Direct Numerical Simulation of Turbulent Compressible Fluid Flow", Habilitation Thesis, Rus. Academy of Sciences, Moscow, 1998 (in Rus.)

- [5] G. S. Jiang, C. W. Shu, "Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes", *Journal of Computational Physics*, Vol. 126, No. 1, pp. 202 - 228, 1996
- [6] M. Gaster, "A Note on the Relation between Temporally-Increasing and Spatially-Increasing Disturbances in Hydrodynamic Stability", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 14, pp. 222 - 224, 1962
- [7] P. S. Klebanoff, K. D. Tidstrom, L. M. Sargent, "The Three-Dimensional Nature of Boundary Layer Instability", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 12, No.1, pp. 1 - 34, 1962
- [8] Y. S. Kachanov, V. Y. Levchenko, "The Resonant Interaction of Disturbances at Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 138, pp. 209 - 247, 1984
- [9] H. F. Fasel, U. Rist, U. Konzelmann, "Numerical Investigation of the Three-Dimensional Development in Boundary-Layer Transition", *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 1, pp. 29 - 37, 1990