

# ROBUSTE REGELUNG EINES KOAXIAL-HUBSCHRAUBER-UAVS VOM SCHWEBEN ZUM VORWÄRTSFLUG

S. Löchelt, W. Alles, Lehrstuhl für Flugdynamik - RWTH Aachen,  
Wüllnerstraße 7, 52062 Aachen, Deutschland

## Zusammenfassung

Inhalt dieses Beitrages ist die Simulation der H-unendlich Regelung für ein unbemanntes Koaxial-Hubschrauber-UAV. Hierzu sollen insbesondere die dynamischen Eigenschaften in Form der Derivative der Zustandsraumdarstellung dargestellt werden und ihre Entwicklung vom Schweben bis zum schnellen Vorwärtsflug untersucht werden. Die sich hieraus ergebenden Erkenntnisse werden bei der Robustheitsanalyse und der Auslegung des H-unendlich Reglers verwendet, dessen theoretische Grundlagen ebenfalls kurz vorgestellt werden. Ergebnisse für das geregelte System aus Koaxial-Hubschrauber und H-unendlich Regler werden anhand einer Simulation dargestellt und diskutiert.

## 1. EINLEITUNG

Hubschrauber bieten einzigartige Flugeigenschaften. Diese prädestinieren sie u.a. für eine Verwendung als Flugplattform in autonomen UAVs (Unmanned Aerial Vehicles), die mit minimaler Interaktion von außen selbstständig Aufgaben auch innerhalb einer Hinderniskulisse wahrnehmen können. Besonders im Forschungsbereich autonomer, unbemannter Fluggeräte werden daher weltweit bevorzugt Hubschrauberkonfigurationen eingesetzt. Voraussetzung hierfür sind neben einer gesteigerten Autonomie auch zuverlässige Flugführungssysteme, die eine sichere Navigation des eingesetzten Fluggeräts im gesamten Flugbereich ermöglichen und das Leistungspotential möglichst vollständig ausschöpfen.

Diese einzigartigen Flugeigenschaften von Hubschraubern stehen allerdings in direktem Zusammenhang mit ihrer komplexen Dynamik und einer Vielzahl von aerodynamischen Effekten. Bei den dynamischen Eigenschaften sind insbesondere die Eigendynamik des Rotors in Form von Schlag- und Schwenkbewegung sowie die höherfrequente Eigendynamik der jeweiligen Blätter zu nennen. Aerodynamische Effekte umfassen z.B. neben der gegenseitigen Beeinflussung aus Nachlauf und Fluggerät Phänomene wie dynamische Ablösung, Wirbelringsstadium u.ä.. Sowohl die dynamischen als auch die aerodynamischen Effekte weisen eine starke gegenseitige Kopplung auf, so dass dem Thema der Aeroelastik ein hoher Stellenwert eingeräumt werden muss. Trotz mittlerweile hoch-effektiver Berechnungsmethoden bleiben die Modellierung von kompletten Hubschraubern und die hierauf basierende Auslegung von Flugführungssystemen eine Herausforderung. Viele Effekte lassen sich auch noch heute in Ihrer Gesamtheit nicht vollständig erfassen. Erschwert wird dies auch durch die Kopplung von Bewegungen, insbesondere durch die Asymmetrien bei Hubschraubern konventioneller Konfiguration mit Heckrotor.

Da eine Erfassung all dieser Effekte in voller Tiefe weder möglich noch praktikabel erscheint, müssen Flugführungssysteme für unbemannte Hubschrauber diese Effekte berücksichtigen ohne ihren exakten Einfluss zu kennen. Durch die starke Änderung der flugmechanischen Eigen-

schaften von Hubschraubern innerhalb ihres Flugbereichs, die sich z.B. in Nichtlinearitäten zeigt, sind hierfür z.B. robuste Regelungsstrategien nötig, die aufgrund der Kopplungen als Mehrgrößenregler aufgebaut sein sollten. Ein Ansatz hierzu stellt die H-unendlich Regelung dar. Diese erlaubt ohne exakte Kenntnis der vorliegenden Systemeigenschaften eine Abschätzung des schlechtesten Übertragungsverhalten des Regelkreises in Abhängigkeit vom Grad der Variabilität der dynamischen Eigenschaften des Fluggerätes. Hiermit kann die Synthese eines Flugreglers erfolgen, der sowohl ein Mindestmaß an Regelgüte als auch ausreichende Robustheit gegenüber Unsicherheiten bietet. Ergebnis ist ein linearer Regler, der für den gesamten Flugbereich unter sinnvoller Abwägung von Regelgüte und Robustheit genutzt werden kann. Dies ist einfacher, als einen Regler für eine Vielzahl von Flugzustandspunkten mit Hilfe variabler Regelparameter auszulegen, stellt aber einen Kompromiss aus Regelgüte und robuster Stabilität dar.

## 2. FLUGMECHANISCHE EIGENSCHAFTEN VON HUBSCHRAUBERN

Hubschrauber weisen eine komplexe Dynamik auf, die sich aus einer Vielzahl über die Starrkörperdynamik hinausgehenden Freiheitsgraden durch die Rotor-, Blatt- und Zelldynamik sowie in starken Kopplungen dieser zeigt. Außerdem verbleibt der Hubschrauber in unmittelbarer Nähe zu seinem eigenen Rotornachlauf, so dass die Wechselwirkungen mit diesem weitaus stärker ausfallen, als bei Starrflüglern [1]. Koaxialhubschrauber und andere Doppelrotor-Hubschrauber haben den Vorteil, dass zumindest die Kopplungen zwischen den einzelnen Bewegungsformen geringer ausfallen, da die Konfiguration weniger Asymmetrien als eine konventionelle Konfiguration, bestehend aus Haupt- und Heckrotor, aufweist. Unabhängig von diesen Konfigurationsunterschieden sind Hubschrauber mit oberhalb des Schwerpunktes liegendem Hauptrotor inhärent instabil. Um Sie als UAV nutzen zu können, bedarf es also Flugregelungs- und Führungssysteme, die eine autonome Missionsdurchführung erlauben.

## 2.1. Dynamik des Rotors

Durch die ausgeprägte Eigendynamik des Rotors müssen dessen Eigenschaften und deren Änderungen über den Flugbereich für die Flugmechanik des Hubschraubers besonders berücksichtigt werden. Der Rotor ist die zentrale Komponente eines jeden Hubschraubers und dient sowohl zur Erzeugung von Auftrieb und Vortrieb als auch zur Steuerung des Gesamtsystems. Dies stellt einen entscheidenden Unterschied zu Starrflüglern dar, bei den diese Aufgabe auf die Komponenten Flügel, Triebwerk und Klappen bzw. Ruder separiert ist, siehe auch [2]. Die Steuerung eines Hubschraubers erfolgt immer indirekt über die Ansteuerung des Rotors, dieser verändert zuerst seinen Zustand und erzeugt darauf folgend die Ansteuerung des Hubschraubers. Gleiches gilt für die Wirkungskette bei Störungen, die auf den Hubschrauber wirken. Die Reaktion des Rotors ist dabei als dynamisches System maßgeblich von seinem Betriebspunkt abhängig. Bei Hubschraubern mit Taumelscheibenansteuerung ist die Zeitkonstante der Reaktion durch den Rotor direkt proportional zur Umlaufzeit für eine Rotorumdrehung und bewegt sich in der gleichen Größenordnung. Die Zeitkonstante lässt sich z.B. anhand der Lock-Zahl  $\gamma$  und der Rotordrehgeschwindigkeit  $\Omega$  aus [3] bestimmen:

$$(1) \quad \tau_{\text{Rotor}} = \frac{16}{\gamma \Omega}$$

Hauptbewegungsformen beim Hubschrauberblatt sind Schlagen, Schwenken und Torsion. Für eine Aussage zu den Eigenschaften des Hubschraubers kann man in erster Näherung von den Harmonischen erster Ordnung ausgehen. Die Höherharmonischen tragen durch die deutlich größeren Eigenfrequenzen im Vergleich zur Eigendynamik des Hubschraubers bedeutend weniger zu dessen Eigenschaften bei. Dennoch können Sie für Steuerbarkeitsaussagen als auch insbesondere für Stabilitätsuntersuchungen wichtig sein, da Sie selbst in Resonanz geraten können und somit zu Instabilität des Gesamtsystems als auch zu Strukturschäden führen können. Gleiches gilt auch für die Hubschrauberzelle selbst und die Rotorwelle [3,4]. Die Effekte sind in sich hochgradig nichtlinear, verknüpft und werden von ausgeprägten aerodynamischen Effekten begleitet. Hierzu zählen neben dem Dynamischen Überziehen, Wirbel-Blatt-Interaktion, ausgeprägte Querströmung zum Profil, Rückwärtsanströmung, Ablösung an der Blattwurzel und starke Änderung der Reynolds- und Machzahlen über das Blatt, um nur einige zu nennen. Außerdem ändert sich die Umströmung der Hubschrauberzelle, was zu ausgeprägten Änderungen im Kräfte- und Momentenhaushalt führen kann. Eine gute Übersicht zu den beschriebenen Eigenschaften bieten u.a. [3-6].

Über dem gesamten Flugbereich können sich somit die Flugeigenschaften zum Teil erheblich ändern. Dementsprechend ändern sich auch die Zustandsgrößen des Rotors.

## 2.2. Änderung der Rotoranströmung

Die Anströmung am Blatt ändert sich mit zunehmender Vorwärtsgeschwindigkeit, was auch direkt aus der Leistungskurve ersichtlich ist, da der Massenfluss durch die Vorwärtsgeschwindigkeit erhöht wird und somit der indu-

zierte Widerstand des Rotors abnimmt. Dieser Effekt wird bei höheren Geschwindigkeiten durch den Anstieg des parasitären Zellenwiderstandes und den starken Anstieg des Blattprofilwiderstandes kompensiert, so dass der Gesamtleistungsbedarf von einem globalen Minimum aus wieder streng monoton steigend ist. Durch die unterschiedliche Anströmung ändert sich die Verteilung der Schubanteile aus induziertem Winkel  $\varphi$  und Blatteinstellwinkel  $\vartheta$  und somit die Auswirkung einer Blattverstellung durch Steuereingaben [4,5,6].

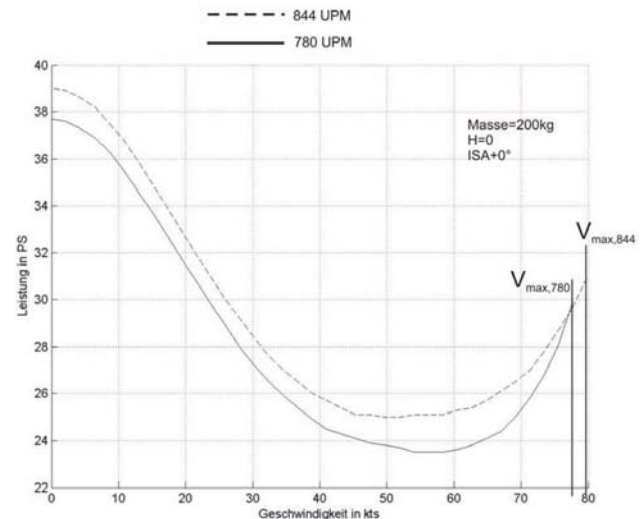


BILD 1. Leistungsdigramm für ein Koaxial-Hubschrauber-UAV für 2 verschiedene Rotordrehzahlen [7].

## 2.3. Schubabhängigkeit der Steuerwirksamkeit

Eine weitere Besonderheit bei Hubschraubern stellt z. B. die starke Abhängigkeit der Steuerwirksamkeit vom Schubniveau dar. Vereinfacht gilt, dass der Schubvektor senkrecht auf der Blattspitzenebene steht. Diese wird durch die Schlagbewegung aus kollektiven und zyklischen Schlagwinkeln in Nick- und Rollrichtung gebildet. Der Betrag des Schubvektors wird durch die Kollektivsteuerung beeinflusst, deren Wirksamkeit ist aber selbst auch wieder abhängig von den oben erwähnten Anströmungsbedingungen. Die Folge ist, dass bei Manövern, bei denen sich das Schubniveau stark ändert, gleichzeitig auch eine Änderung der Steuerwirksamkeiten für Längs- und Nickbewegung, aber durch die geänderten Lastmomente auch in der Gierbewegung auftritt. Daher verlieren Hubschrauber mit Zweiblattrotoren, die ein zentrales Schlaggelenk auf der Rotorwelle haben, mit sinkendem Schub ihre Steuerwirksamkeit. Erst Hubschrauber mit Schlaggelenksabstand, sei es konstruktiv oder durch die Flexibilität in der Struktur des Blattanschlusses, besitzen durch das direkte Rotorkopfmoment auch in diesen Fällen noch eine gute Steuerwirksamkeit. Dies gilt insbesondere bei gelenk- bzw. lagerlosen Hubschraubern, wie z.B. bei der Bo 105, welche in der Lage ist, hochagilen Kunstflug durchzuführen [2].

## 2.4. Drehzahlabhängigkeit des Rotors

Ein weiterer Punkt ist die Drehzahlabhängigkeit. Bis auf wenige Forschungsansätze zu variabler Drehzahl [8] ist bei den meisten Hubschraubern eine konstante Drehzahl

für den Rotor angesetzt. Die Drehzahl selbst ändert direkt die Anströmung des Blattes aufgrund des Produkts aus Drehzahl und lokalem Radius für jedes Blattelement. Da alle Derivative von den aerodynamischen Eigenschaften direkt abhängen und der Staudruck hierbei eingeht, ist die Einfluss der Rotordrehzahl quadratisch. Gleiches gilt für die Fliehkraft, die ebenfalls vom Quadrat der Rotordrehzahl abhängig ist und die Blätter in eine senkrechte Ebene zur Rotorwelle zieht. Je geringer die Drehzahl, um so ausgeprägter und lang anhaltender ist die Schlagbewegung, die sich aus Steuereingaben oder Störungen ergibt, siehe auch oben. Dies kann dazu führen, dass die Ausschläge und auch die Zeitkonstanten des Rotors so groß werden, dass eine effektive Steuerung des Hubschraubers nicht mehr möglich ist.

### 3. SIMULATION UND LINEARE ZUSTANDS-RAUMDARSTELLUNG DER HUBSCHRAUBER-FLUGMECHANIK

#### 3.1. Simulation

Zur Analyse der flugmechanischen Eigenschaften von Hubschraubern und zur Synthese und Validierung von Flugreglern steht am Lehrstuhl eine umfassende, nichtlineare 6-Freiheitsgrad-Simulation unter Berücksichtigung der Schlagbewegung zur Verfügung, die mit empirischen Daten, bereitgestellt von [9], bezüglich der induzierten Strahlgeschwindigkeiten beider Rotoren für die Berechnung der Rotor-aerodynamik mittels der Blattelemententheorie gestützt sind. Realeffekte der Sensoren und Aktuatoren werden über entsprechende Übertragungsfunktionen mit Tiefpassverhalten dargestellt. Ein Regler in Kaskadenstruktur erlaubt in Zusammenspiel mit einem Zustandsautomaten das automatische Abfliegen von Manövern, wie sie in der ADS-33-E-PRF zur Beurteilung von Hubschraubern definiert sind. Die Details zur Simulation können [10] entnommen werden. Aerodynamik und Dynamik von Rotor und Hubschrauber wurden in ihren grundlegenden Eigenschaften simuliert. Alle höherfrequenten Eigenschaften und insbesondere die Aerodynamik wurde nur im Rahmen einer erweiterten Blattelemententheorie betrachtet. Es sollen daher die Haupteinflüsse aufgezeigt werden, die sich so bei jedem Hubschrauber per se finden lassen. Alle darüber hinaus gehenden Einflüsse sind mitunter stark konfigurationsabhängig. Sie lassen sich aber prinzipiell durch z.B. Frequenzspektren statistisch als Einflüsse in die Simulation integrieren.

Insbesondere bei Manövern des Vorwärtsfluges und stark verkoppelten, agilen Manövern zeigen sich die Einschränkungen des klassisch ausgelegten Reglers. Da sich hierbei die dynamischen Eigenschaften während des Manövers mitunter bedeutend ändern aber nicht genau bekannt sind und teils auch nur unvollständig durch das Modell abgebildet werden, scheint der Ansatz der robusten Regelung hierfür besonders in Hinblick auf den realen Flug geeignet zu sein.

#### 3.2. Derivative

Mittels einer numerischen Linearisierung über den *linmod* Befehl aus MATLAB wurden die Zustandsraumdarstellung für verschiedene Betriebspunkte im Vorwärtsflug bestimmt und mit den frei verfügbaren Daten anderer Hubschrauber verglichen. Die Trimmung dieser Betriebs-

punkte erfolgte über das Anfliegen in der Simulation unter entsprechender Anpassung des Reglers. Dieses als „fly to trim“ bezeichnete Verfahren erlaubt die Verfolgung der Zustandsgrößen und des Einnehmen des stationären Flugzustandes in der Simulation. Insbesondere durch die Vorwärtsgeschwindigkeit zeigen sich hierbei Änderungen, die sich aus der unterschiedlichen Anströmung und der Leistungspolare von Hubschraubern ergeben. Die Derivative wurden für stationären Geradeausflug im Bereich von 0 bis 30 m/s mit einer Schrittweite von 10 m/s bestimmt.

Beispielhaft soll an einigen Derivativen die Änderung über der Vorwärtsgeschwindigkeit analysiert und ihr Einfluss auf das Eigen- und Steuerverhalten des Hubschraubers und die Konsequenz für den Regler abgeschätzt werden.

Es wird ein Regler zur Basisstabilisierung für eine Zustandsraumdarstellung des Hubschraubers bestehend aus jeweils 4 Zuständen der Längs- und Seitenbewegung mit jeweils 2 Ansteuerungen ausgelegt. Hierdurch lassen sich die wesentlichen dynamischen Eigenschaften des Hubschraubers modifizieren.

$$(2) \quad \dot{x} = Ax + Bu$$

$$(3) \quad y = Cx + Du$$

$$\text{mit } x = [u \ w \ q \ \Theta \ v \ p \ r \ \Phi]^T, u = [\vartheta_0 \ \vartheta_s \ \vartheta_c \ \delta_T]^T$$

##### 3.2.1. Derivative der Längsbewegung

In der Längsbewegung sind Nick- und Vertikalbewegung gleichwertig von Interesse. Sobald Kurvenflug durchgeführt wird, entstehen des weiteren Kopplungen in die Seitenbewegung. Manöver ändern hierbei insbesondere die Anströmgeschwindigkeit und Richtung. Dies hat einen direkten und merkbaren Einfluss auf Schubrichtung und die Aufteilung des Anstellwinkels aus Ansteuerung und induziertem Abwind. Bei transienten, agilen Manövern ändern sich die Eigenschaften in kurzen Zeitskalen.

Von besonderem Interesse sind die Haupteinflussderivative der jeweiligen Bewegungen. Insbesondere die Steuerderivative haben einen großen Einfluss, da Sie direkt in die Reglereigenschaften einfließen.

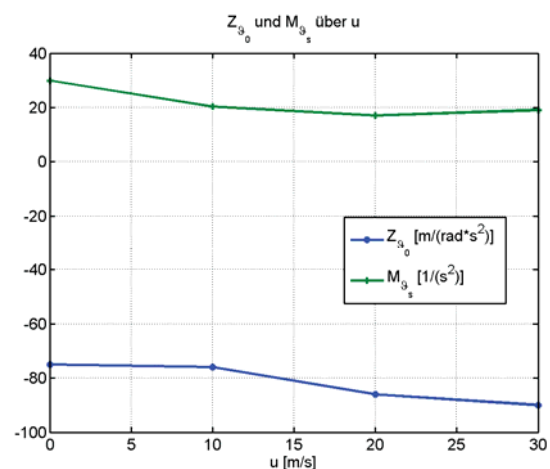


BILD 2. Entwicklung der Steuerderivative für Vertikal- und Nickbewegung über der Vorwärtsgeschwindigkeit.

Das Vertikalsteuerderivativ  $Z_{\dot{\nu}_0}$  zeigt einen monotonen Verlauf und steigt in seiner Wirksamkeit (kleiner werden der Wert!). Dies ergibt sich aus der Leistungskurve und den zusätzlichen Schub aus der Kombination aus Translations- und Rotationsanströmung am Blatt. Das Nicksteuerderivativ  $M_{\dot{\nu}_s}$  zeigt einen Verlauf der ähnlich der Leistungskurve ist mit einem klaren bauchigen Verlauf. Dies ist so zu erklären, dass sich der Anstellwinkel, der sich aus Abwindwinkel und Einstellwinkel ergibt, unterschiedlich stark je nach Betriebspunkt und nicht direkt proportional über den Einstellwinkel verändern lässt.

Ein wichtiger Einfluss sind die im Translationsflug auftretenden Zentrifugalbeschleunigungen, die sich aus dem Kreuzprodukt aus körperfesten Geschwindigkeiten und Drehraten ergeben und jeweils linear von diesen abhängig sind. Im Vorwärtsflug mit Geschwindigkeit  $u$  erzeugt somit eine Nickrate  $q$  eine positive Z-Beschleunigung. Somit ergibt sich für das Derivat  $Z_q$  eine Nullpunktgerade mit positiver Steigung, es ist unabhängig von der Art des Fluggerätes.

Durch die Vorwärtsgeschwindigkeit erhalten die Blattelemente eine zusätzliche Anströmung und der Auftrieb steigt. Folge ist ein stationärer Steigflug, der sich zwar nicht in dem Derivat  $Z_u$  widerspiegelt, das selbst nahezu konstant bleibt, aber durch eine starke Änderung von  $u$  im Vorwärtsflug einen deutlichen Einfluss bekommt. Dies gilt z.B. auch für das Derivat  $M_u$ , das über dem betrachteten Geschwindigkeitsbereich sinkt, aber als Produkt mit der steigenden Geschwindigkeit einen deutlich rückdrehendes Moment erzeugt.

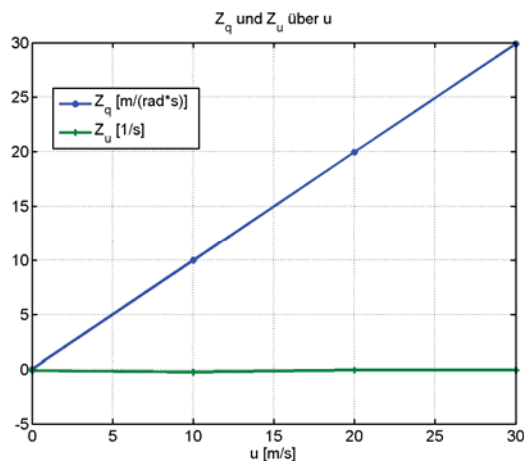


BILD 3. Entwicklung der Derivative  $Z_q$  und  $Z_u$  über der Vorwärtsgeschwindigkeit.

Eine Übersicht mittels Simulation berechneter Derivative von Hubschraubern konventioneller Konfiguration enthält [3].

### 3.2.2. Derivative der Seitenbewegung

In der Seitenbewegung lassen sich analoge Aussagen zu äquivalenten Derivativen treffen. So zeigt auch  $L_{\dot{\nu}_c}$  die Form ähnlich der Leistungskurve und das Derivat  $Y_r$ ,

gibt den Zentrifugalkrafteinfluss aufgrund von Vorwärtsgeschwindigkeit  $u$  und Gierrate  $r$  wieder. Auf eine gesonderte Darstellung wird hier verzichtet.

## 4. GRUNDLAGEN DER ROBUSTEN REGELUNG

Wie zuvor dargelegt, zeichnen sich Hubschrauber durch eine komplexe Dynamik und Aerodynamik aus, hinzu kommen noch die Eigenschaften der Sensorik und Aktuatorik, auf die hier jedoch nicht näher eingegangen werden soll. Durch die Verkopplung der einzelnen Bewegungen ist eine Trennung dieser und eine Reglerauslegung als Eingrößensysteme (SISO – Single Input Single Output) außer für den Schwebeflug auch für Koaxialhubschrauber nur bedingt möglich.

Die Unsicherheit über Größenordnung und teilweise sogar Vorzeichen der einzelnen Effekte, die sich nur schwer für den Gesamthubschrauber während instationärer Manövern berechnen und vorhersagen lassen, erfordert einen Mehrgrößenregler, der diesen Unsicherheiten in den Bewegungen und deren Verkopplung untereinander Rechnung trägt.

Hier bietet sich der Ansatz der robusten Regelung an. Darunter fasst man eine Reihe von Methoden zusammen, bei denen sowohl die Regelgüte und Stabilität als auch die Robustheit gegenüber Abweichungen vom Auslegungszustand bei der Reglersynthese mitberücksichtigt werden. Zu den wesentlichen Ansätzen zählen robuste Eigenstrukturvorgabe, H-unendlich Regelung und Mu-Synthese. Letztere beiden basieren auf einer Analyse des Systems im Frequenzbereich, wobei die H-unendlich Regelung eine Abschätzung des Übertragungsverhalten des geregelten Systems für die ungünstigste Kombination der Übertragungsfunktionen des Gesamtsystems darstellt, während die Mu-Synthese sich die Strukturiertheit der Abweichungen zu Nutze macht und daher ungünstige, aber per Definition nicht mögliche Kombinationen im Übertragungsverhalten des Systems ausschließt. Sie stellt somit eine Erweiterung der H-unendlich Regelung dar und teilt mit ihr die theoretischen Grundlagen, siehe [11].

### 4.1. H-unendlich Regelung

Die H-unendlich Regelung ist eine Methode zur Berechnung eines Reglers, der dem ungünstigsten Übertragungsverhalten eines Systems Rechnung trägt. Ergebnis ist ein linearer Regler, der in seiner Ordnung der Summe der Zustände aus Regelstrecke und Gewichtungsmatrizen entspricht. Insbesondere zu Beginn des Entwicklungs- und Erprobungsprozesses kann die zusätzliche Robustheit aufgrund der Abschätzung zum ungünstigsten Fall gewollt sein, um sich gegen eine unsichere Datenbasis abzusichern.

Dennoch gilt, dass auch hier Robustheit und Regelgüte zwei konträr zueinander stehende Ziele sind, die sich jeweils nur auf Kosten des anderen Ziels verwirklichen lassen und deshalb beim Auslegungsprozess ein entsprechender Kompromiss zu erreichen ist.

Während die Theorie und die Berechnung heute Standard sind und es eine Vielzahl von Softwarewerkzeugen zur Robusten Regelung gibt, liegt die Ingenieursaufgabe



darin, die sich widersprechenden Spezifikationsziele in einem sinnvollen Gesamtkonzept abzuwägen und zu kombinieren. Daher soll es im folgenden neben einer kurzen Darlegung der Grundlagen im Wesentlichen um die Anwendung bei der Auslegung eines Flugreglers zur Basisstabilisierung eines inhärent instabilen Hubschraubers in Koaxial-Konfiguration gehen. Eine umfangreiche Zusammenfassung zur Anwendung der H-unendlich Regelung an Beispielen der Flugregelung beinhaltet [12].

#### 4.1.1. H-unendlich Norm und Singulärer Wert

Die H-unendlich Regelung wird auf Mehrgrößensysteme (MIMO – Multiple Input Multiple Output) angewendet, wobei deren Übertragungsverhalten für mehrdimensionale Signale bzw. Signalvektoren über Normen dargestellt werden kann. Für die H-unendlich Norm gilt dabei, siehe [11,13]:

$$(4) \quad \|H(s)\|_{\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(H(j\omega)) = \sup_{u \in L_2} \frac{\|H(u)\|_2}{\|u\|_2}$$

Dies bedeutet, dass die H-unendlich Norm die maximale Verstärkung eines Eingangs-Signals für ein Mehrgrößensystem im Frequenzbereich wiedergibt und sich somit analog zur maximalen Amplitude des Bode-Diagramms für Eingrößensysteme verhält. Das Maximum entspricht dabei dem größten singulären Wert  $\bar{\sigma}$  des Systems, wenn der Eingangsvektor über alle Richtungen und Frequenzen variiert. Eine andere Beschreibung, die sich in der rechten Seite der Gleichung (4) ausdrückt, ist, dass die H-unendlich Norm dem Supremum aus dem Verhältnis der Energie des Eingangssignals in das System und der Energie des Ausgangssignals aus dem System entspricht.

Die H-unendlich Norm erfüllt neben den 3 Eigenschaften von Normen in Gleichung (5) bis (7) die sogenannte Schwarz-Ungleichung, Gleichung (8). Diese Voraussetzung wird wesentlich bei der Berechnung eines H-unendlich Reglers ausgenutzt und ist auch Ursache für den Konservatismus der H-unendlich Regelung, da die Strukturiertheit von Abweichungen nicht berücksichtigt wird. Die 4 Eigenschaften lauten [13,14]:

$$(5) \quad \|h\|_{\infty} \geq 0 \text{ mit } \|h\|_{\infty} = 0 \text{ nur für den Fall, dass } h=0$$

$$(6) \quad \|\alpha h\|_{\infty} = |\alpha| \|h\|_{\infty} \text{ für alle Skalare } \alpha$$

$$(7) \quad \|h + g\|_{\infty} \leq \|h\|_{\infty} + \|g\|_{\infty}$$

$$(8) \quad \|hg\|_{\infty} \leq \|h\|_{\infty} \|g\|_{\infty}, \text{ Schwarz-Ungleichung}$$

Bei der Synthese des Reglers betrachtet man die Singulären Werte des Systems, die eine Aussage erlauben, für welche Frequenzen des Systems Eingangs- auf Ausgangsgrößen der Übertragungswege wie stark abgebildet werden. Das Übertragungsverhalten eines Systems lässt sich mit seinen Singulären Werte wiedergeben, diese haben nach absteigender Größe geordnet von 1 bis  $r$  die Form:

$$(9) \quad \Sigma' = \text{diag}(\sigma_1 \dots \sigma_r) = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_r \end{pmatrix}$$

Eine Matrix bzw. ein Übertragungssystem  $H$  lässt sich über die singulären Werte ausdrücken, die einen Eingangsvektor entsprechend seiner Richtung auf den Ausgangsvektor abbilden. Es gilt für  $H$  mit der Dimension  $p \times m$  [11]:

$$(10) \quad H = Y \Sigma U^T \text{ mit:}$$

- $Y$  hat die Dimension  $p \times p$  und ist orthogonal
- $U$  hat die Dimension  $m \times m$  und ist orthogonal
- $\Sigma$  hat die Dimension  $p \times m$  und ist diagonal in der

$$\text{Form } \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma' & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

#### 4.1.2. Synthese des H-unendlich Reglers

Im Zusammenhang mit der Spezifikation der Anforderungen für die Synthese des Reglers betrachtet man die unterschiedlichen Übertragungsfunktionen der einzelnen Signale innerhalb der Gesamtübertragungsfunktion des Systems. Der einfachste Ansatz betrachtet  $S$ ,  $T$  und  $R$  für ein Regelungssystem in der Struktur nach BILD 4 und 5.

Hierbei geben  $S$ ,  $T$  und  $R$  jeweils die Sensitivität, die komplementäre Sensitivität und die Reglersensitivität wieder und für die entsprechenden Übertragungsfunktionen gilt:

$$(11) \quad S = (I + PC)^{-1}$$

$$(12) \quad T = PC(I + PC)^{-1} = I - S$$

$$(13) \quad R = C(I + PC)^{-1}$$

An Gleichung (12) ist zu erkennen, dass  $S$  und  $T$  nicht unabhängig voneinander minimiert werden können. Ziel der Reglersynthese ist es, einen stabilisierenden Regler  $C(s)$  für die Strecke zu finden, der die H-unendlich Norm für die singulären Werte der Übertragungsfunktionen des geschlossenen Mehrgrößen-Regelkreises für die oben genannten Übertragungswege unter Berücksichtigung der Gewichtungen minimiert und somit eine Marge für Abweichungen vom Nominalsystem beinhaltet, die eine robuste Stabilität ermöglicht.

Die verschiedenen Anforderungen an den Regler werden, wie zuvor erwähnt, über frequenzabhängige Gewichtungsfunktionen abgebildet, mit denen die Ein- und Ausgänge des Streckenmodells „geformt“ werden. Die Berechnung des Reglers berücksichtigt dann die frequenzabhängigen Eigenschaften, die über diese Filter der Regelstrecke aufgeprägt werden. Zur Gewichtung von  $S$ ,  $R$  und  $T$  werden jeweils die Gewichtsmatrizen  $W_1$ ,  $W_2$  und  $W_3$  angesetzt, die Übertragungsfunktionen in den zu formenden Übertragungswegen haben. Hierbei handelt es sich um Tief- bzw. Hochpassverhalten. Um eine möglichst gute Entkopplung zwischen den einzelnen Bewegungen zu haben, ist z.B.  $W_1$  als Diagonalmatrix ausgeführt.

Eine allgemeine Struktur zeigt BILD 4. Hierbei können die einzelnen Größen gesondert spezifiziert werden und es kann das Übertragungsverhalten jeweils einzeln ausgelegt werden, siehe auch [16].

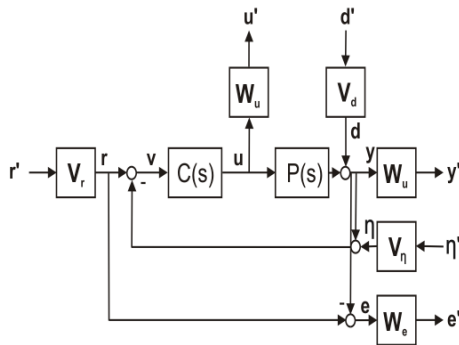


BILD 4. Allgemeine Struktur des mit Ein- und Ausgangsgewichtungsmatrizen erweiterten Regelkreises.

Es bietet sich an, die Zustands-, Eingangs- und Ausgangsgrößen entsprechend ihrer erwarteten Werte oder Beschränkungen zu normieren, da sie in zum Teil auch in unterschiedlichen Einheiten vorliegen. Auf diese Weise lassen sich Saturierungen vermeiden und die Stellgrößen in Amplitude und Bandbreite besser ausnutzen.

## 5. AUSLEGUNG EINES ROBUSTEN REGLERS MITTELS H-UNENDLICH NORM

Wesentliche Aufgabe bei der Synthese eines H-unendlich Reglers ist die Spezifikation der Anforderungen an den Regler über entsprechende Gewichtsmatrizen, die das Übertragungsverhalten der einzelnen Übertragungswege im geregelten System wiedergeben. Sobald die beschriebene Gewichtung vorgenommen ist, kann die Berechnung erfolgen, für die es eine große Reihe von Standardsoftware gibt, die z.B. nach dem Riccati-, LMI- oder Entropie-Ansatz arbeiten.

Der nachfolgende Regler wurde mit der Robust Control Toolbox von MATLAB ausgelegt [15]. Es können dabei prinzipiell 2 verschiedene Ansätze durchgeführt werden. Zum einen ein Einfreiheitsgradregler, bei denen sich die Gewichtungsfunktionen auf  $T$ ,  $S$  und  $R$  beschränken und bei dem Führungs- und Störverhalten gemeinsam vorgegeben werden, und zum anderen ein Regler mit 2 Freiheitsgraden, der sowohl für die Eigenschaften des Störverhaltens als auch des Führungsverhaltens getrennte Vorgaben erlaubt und somit besser auf die Anforderungen der Reglerauslegung angepasst werden kann. In beiden Fällen beschränkt sich die Auslegung auf einen Basis-Regler zur Stabilisierung des Hubschraubers, der auf der untersten Stufe einer Kaskadenstruktur nach [10] aufgebaut ist. Dies ist sinnvoll, da hierüber die wesentlichen Eigenschaften des Hubschraubers als Regelstrecke mit 8 Zustands- und 4 Eingangsgrößen mit dem Regler vorgeben werden können und somit die oberhalb angesiedelten Regelschleifen für Bahnführung und Navigation weitgehend von den Hubschraubeigenschaften entkoppelt werden können. Auslegungspunkt war der stationäre Schwebeflug in Bodennähe.

### 5.1. Auslegung als Regler mit einem Freiheitsgrad

Für die Auslegung wurde der Befehl *mixsyn* aus der MATLAB Robust Control Toolbox [15] verwendet. Für die ausgewählten Regelgrößen wurden die Gewichte  $W_1$ , die die Regelgüte angibt, das Gewicht  $W_2$  für die Aktuatorbeanspruchung und das Gewicht  $W_3$  zur Spezifikation der frequenzabhängigen Robustheit gegenüber Abweichungen vom Nominalmodell angesetzt, es ergibt sich also eine einfachere Struktur als im allgemeinen Fall aus BILD 4 dargestellt. Die Anforderungen wurden anhand der unsicheren Dynamik bei Hubschraubern innerhalb ihrer Flugbereichsgrenzen und insbesondere bei intransienten Manövern mit dem Schwerpunkt bei der robusten Stabilität ausgelegt. Anforderungen an die Regelgüte und Bandbreite wurden hierdurch im Sinne eines Kompromisses, wie er sich auch in Gleichung (12) mit  $T=I-S$  andeutet, zurückgestellt. Das lineare, nominale Modell der Strecke wird mit diesen Gewichtungsfunktionen erweitert und auf dieses gewichtete Systemmodell die Berechnung des H-unendlich Reglers angesetzt, welcher die dabei durch die Gewichtungen spezifizierten Anforderungen an das Gesamtübertragungsverhalten des geschlossenen Regelkreises bei der Synthese des Reglers berücksichtigt.

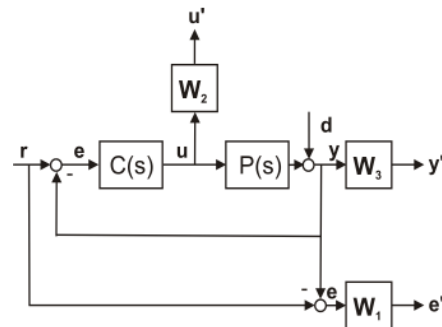


BILD 5. Gewichtungsmatrizen  $W_1$  bis  $W_3$  für die Berechnung mit *mixsyn*.

Da der Regler in seiner Ordnung der Summe aus Strecken- und Gewichtungsordnung entspricht, wurde darauf verzichtet, die Aktuatoren als dynamisches System in die Regelstrecke aufzunehmen. Anstatt wurde die Gewichtungsfunktion  $W_2$  so angepasst, dass die Stellbeanspruchung in Amplitude und Bandbreite dem Leistungsvermögen der Aktuatoren entspricht.

Gleiches gilt für alle weiteren Freiheitsgrade des Systems und die Sensorik, es wurde allerdings darauf hin abgezielt, nur die wesentlichen Eigenschaften der Längs- und Seitenbewegung zu erfassen und mittels ihrer Derivative abzubilden. Dieses Vorgehen war auch dadurch motiviert, dass man so von Anfang an die Ordnung des Gesamregelkreises minimieren und auf nachträgliche Ordnungsreduktionen verzichten kann. Wie stark man ein Übertragungssystem vereinfachen kann, lässt sich pauschal nur schwer angeben und ist im Wesentlichen von den Anforderungen an Modellierung und Reglerauslegung abhängig. Entsprechende Routinen sind ebenfalls in der MATLAB Robust Control Toolbox enthalten, ihr Einsatz macht aber nur Sinn, genau wie bei den Routinen zur H-unendlich Regelung, im Zusammenhang mit einer ingenieurmäßigen Analyse des Systems.

## 5.2. Auslegung als Regler mit zwei Freiheitsgraden

Hierbei können für jeden Übertragungsweg innerhalb des Systems verschiedene Gewichtungen angegeben werden. Es werden Eingangsgewichtungsmatrizen  $V$  und Ausgangsgewichtungsmatrizen  $W$  für die entsprechenden Größen der allgemeinen Struktur des gewichteten Regelkreises nach BILD 4 angegeben. Dabei entspricht  $r$  dem Führungsvektor,  $e$  dem Fehlervektor,  $y$  dem Ausgangsvektor,  $u$  der Vektor der Stellaktivität,  $\eta$  dem Vektor des Messrauschens und  $d$  dem Vektor der Störungen auf die Regelstrecke. Die gestrichenen Größen dienen zur Unterscheidung vor und nach den relativen Filtern bzw. Gewichtungsmatrizen. Durch die gesonderte Vorgabe der Gewichtungsmatrizen lassen sich Spezifikationsziele flexibler umsetzen. Somit ist es möglich, Führungs- und Störverhalten unabhängig voneinander auszulegen. Außerdem können die unbekannten Signale über ihre Norm berücksichtigt werden, sofern deren Amplituden und Frequenzen abgeschätzt werden können.

## 5.3. Lineare Analyse des geregelten Systems

Der mittels *mixsyn* synthetisierte Regler wurde zwecks einer ersten Analyse und Validierung in einem linearen Modell mit Streckenunsicherheiten und variablen Zeitkonstanten für Aktuatoren und Rotoren erprobt. Hierdurch ließen sich bereits notwendige Änderungen in den Gewichtungsfunktionen erkennen und iterativ anpassen.

Abbildungen BILD 6 und 7 zeigen die Sprungantworten des geregelten Systems für 4 unterschiedliche Streckenmodelle, die anhand der Variabilität der unsicheren Derivative von MATLAB nach dem Zufallsprinzip erzeugt wurden. Die Parameterabweichung bei den Hauptgrößen kann dabei in einem Bereich von jeweils  $\pm 30\%$  erfolgen. Werte für Zentrifugalbeschleunigungen wurden in den zu erwartenden absoluten Größen angegeben.

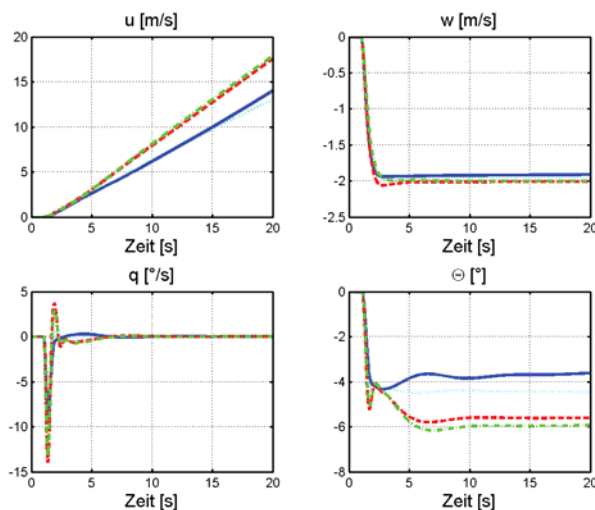


BILD 6. Längsbewegung für 4 Modelle mit Abweichung vom Nominalmodell, kommandierte Werte für  $w = -2 \text{ m/s}$ ,  $\Theta = -5^\circ$ .

Es lassen sich gut die gewünschte Entkopplung der Bewegungen untereinander erkennen. Insbesondere die Einnahme des Sollnickwinkels wird durch die Variabilität

in den Derivativen in der Längsbewegung beeinflusst, so dass sich in den Kurven der Sprungantworten für den Nickwinkel  $\Theta$  hier deutliche Unterschiede beobachten lassen. Die stationäre Abweichung ist eine direkte Folge des Einflusses von  $M_u$ , in Verbindung mit  $u$  erzeugt es ein Störmoment, das der robust ausgelegte Regler nicht schnell genug kompensieren kann während  $u$  weiter steigt.

Gleiches gilt für die Beschleunigung in der körperfesten Vorwärtsgeschwindigkeit  $u$ . Hingegen ist die Vertikalbewegung  $w$  relativ unempfindlich gegenüber Abweichungen in den Derivativen der Längsbewegung. Allerdings handelt es sich hierbei auch um ein Streckenverhalten erster Ordnung, während es sich beim Nickwinkel  $\Theta$  bzw. der Translationsgeschwindigkeit  $u$  in körperfester  $x$ -Richtung um ein Streckenverhalten zweiter bzw. dritter Ordnung handelt, siehe auch [10]. Die Derivative in der Gierbewegung sind alle nominal. Die Abweichungen resultieren daher aus den Kopplungen.

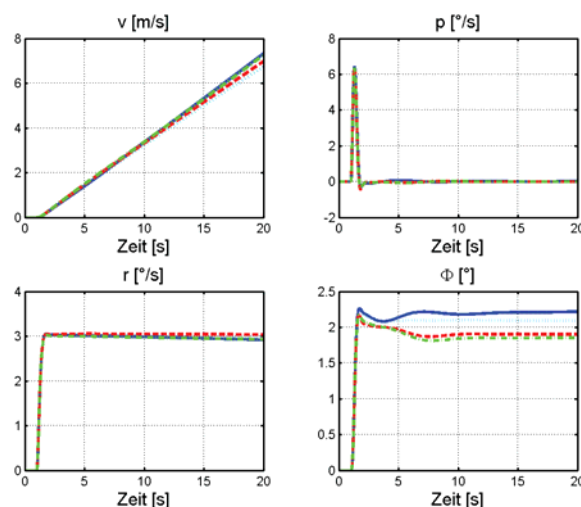


BILD 7. Seitenbewegung für 4 Modelle mit Abweichung vom Nominalmodell, kommandierte Werte für  $r = 3^\circ/\text{s}$ ,  $\Phi = 2^\circ$ .

## 6. SIMULATION EINES VORWÄRTSFLUGMANÖVERS

Der Regler wurde für ein Vorwärtsflugmanöver in Anlehnung an die ADS-33-E-PRF [16] ausgelegt. Da die Änderung der Vorwärtsgeschwindigkeit  $u$  wie oben dargelegt einen wesentlich Einfluss auf die dynamischen Eigenschaften des Hubschraubers hat, wurde eine Beschleunigungs-/Verzögerungsmanöver durchgeführt. Die Größen der Längs- und Seitenbewegung sind in nachfolgenden Diagrammen in BILD 8 und 9 dargestellt. Es fällt auf, dass das Manöver trotz deutlichem Unterschied zum Auslegungspunkt des Reglers, dem Schwebeflug, stabil durchgeführt werden kann. Allerdings ergeben sich Schwingungen und die Regelgüte enthält Abweichungen. Dies ist eine Konsequenz daraus, dass der robusten Stabilität hier Vorrang vor der Regelgüte eingeräumt worden ist. Durch die Störungen in der Seitenbewegung kommt es zu einer Geschwindigkeit  $v$  in der Seitenbewegung, die nicht abgebaut wird, da dort nur Hängewinkel und Gierrate auf 0

geregelt werden. Die Seitenbewegung zeigt sich insgesamt unruhiger, hier wird die Asymmetrie aus der Anströmung deutlich. Außerdem sind Nick- und Roll-Trägheit stark unterschiedlich, so dass Steuereingaben in der Nickachse einen deutlichen Einfluss in der Rollachse haben können, auch ohne, dass die Koppelderivative große Werte annehmen.

Es ist zu bemerken, dass der Regler ohne Einbeziehung von Aktuator- oder Rotorzeitkonstanten ausgelegt wurde. Dies erspart zum einen die Zustände im Regler, außerdem kann dies durch geeignete Wahl der Gewichtungs-funktionen berücksichtigt werden.

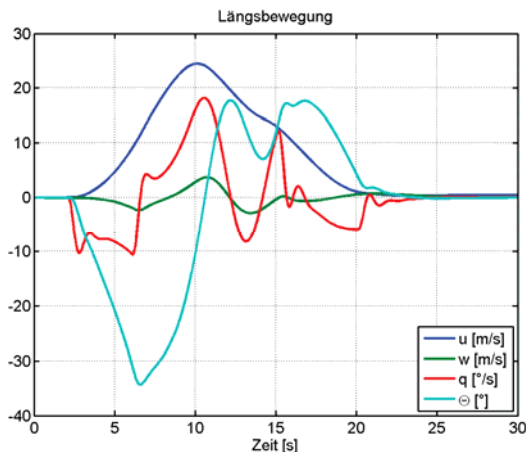


BILD 8. Längsbewegung für Beschleunigungs-/Verzögerungsmanöver auf ca. 25 m/s.

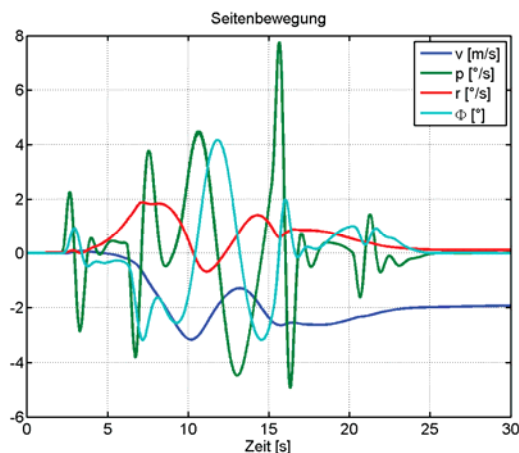


BILD 9. Seitenbewegung für Beschleunigungs-/Verzögerungsmanöver auf ca. 25 m/s.

## 7. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Hubschrauber unterliegen in Ihrem Flugbereich zum Teil ausgeprägten Änderungen der dynamischen Eigenschaften. Da diese nicht genau zu bestimmen sind bzw. instationär mit kurzen Zeitskalen verlaufen, muss ein Regler, der einen möglichst großen Flugbereich abdecken will, diesem Rechnung tragen.

Ein Ansatz hierzu stellt die H-unendlich Regelung dar. Die

Anforderungen an den Regler werden anhand von Gewichtungsmatrizen spezifiziert und ein Regler ausgelegt, der die Strecke stabilisiert und den Einfluss von Abweichungen vom Nominalverhalten minimiert. Da hierzu unstrukturierte Abweichungen verwendet werden und nur der Verlauf der singulären Werte betrachtet wird, kann das Ergebnis konservativ sein. Dies bedeutet, dass bei der gegenseitigen Abwägung zwischen Regelgüte und robuster Stabilität Potential verloren geht. Trotzdem kann dies aus Sicherheitsgründen in der Flugerprobung durchaus sinnvoll sein.

Im vorliegenden Beitrag wurde die Variabilität der dynamischen Eigenschaften von Hubschraubern aufgezeigt. Es wurde ein Regler zur Basisstabilisierung mittels der H-unendlich Methode ausgelegt und sowohl in einer linearen als auch nicht-linearen Simulation erprobt. Es konnte gezeigt werden, dass der Regler die Strecke über einen weiten Bereich trotz ausgeprägter Abweichung vom Auslegungspunkt robust stabilisiert. Die reduzierte Regelgüte wurde hierfür in Kauf genommen.

In einem nächsten Schritt soll das Verbesserungspotential durch Einsatz der Mu-Synthese zur Ausnutzung der Strukturiertheit der Abweichungen untersucht werden. Außerdem ist geplant, die Variabilität der Dynamik durch adaptive Eigenschaften des Reglers zu kompensieren. Für eine Untersuchung im Freiflug befindet sich am Lehrstuhl ein Modell-Hubschrauber im Aufbau.



## 8. BEZEICHNUNGEN

LMI	Linear Matrix Inequalities
MIMO	Multiple Input Multiple Output
SISO	Single Input Single Output
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
A	Systemmatrix
B	Steuermatrix
C	Ausgangsmatrix
C(s)	Regler
D	Durchgangsmatrix
H	Übertragungssystem bzw. Matrix
I	Einheitsmatrix
M	Nickmoment um die körperfeste y-Achse bzw. mit Index entspr. Derivat
P(s)	Regelstrecke
R	Reglersensitivität
S	Sensitivität
T	Komplementäre Sensitivität
V	Eingangs-Gewichtsmatrix
W	Ausgangs-Gewichtsmatrix
d	Störvektor
e	Fehlervektor
g	Übertragungssystem bzw. Matrix
h	Übertragungssystem bzw. Matrix
p	Drehrate um körperfeste x-Achse
q	Drehrate um körperfeste y-Achse
r	Drehrate um körperfeste z-Achse bzw. Füh- rungsvektor
s	Sekunde bzw. Laplace-Variabel
u	Eingangsvektor bzw. Geschwindigkeit in körperfeste x- Achsenrichtung
v	Geschwindigkeit in körperfeste y- Achsenrichtung
w	Geschwindigkeit in körperfeste z- Achsenrichtung
x	Zustandsvektor
y	Ausgangsvektor
Z	Vertikalkraft in körperfeste z-Richtung bzw. mit Index entspr. Derivat
$\alpha$	Anstellwinkel
$\gamma$	Lock-Zahl
$\delta_T$	Differentieller Kollektivsteueraus- schlag zum Gieren
$\eta$	Vektor des Messwertrauschens
$\Theta$	Nicklagewinkel
$\vartheta$	Einstellwinkel des Blattes in der Blattelemen- tentheorie
$\vartheta_s$	Zyklischer Längssteueraus- schlag
$\vartheta_c$	Zyklischer Seitensteueraus- schlag
$\vartheta_0$	Kollektiver Steueraus- schlag
$\sigma$	Singulärer Wert
$\tau_{Rotor}$	Rotorzeitkonstante
$\varphi$	Induzierter Winkel
$\Phi$	Rolllagewinkel
$\Omega$	Hauptrotordrehgeschwindigkeit

## 9. LITERATUR

- [1] LINKE, F., LÖCHELT, S., „Erstellung einer „Free Wake“-Wirbelnachlaufsimulation zur Bestimmung der flugmechanischen Eigenschaften eines Koaxial-Hubschraubers“, Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2008, Darmstadt, 23. bis 25. September 2008
- [2] BITTNER, W., „Flugmechanik der Hubschrauber“, Springer Verlag, Berlin, 2001
- [3] PADFIELD, G.D., „Helicopter Flight Dynamics“, Blackwell Publishing, Oxford, 2007
- [4] JOHNSON, W., „Helicopter Theory“, Princeton University Press, 1980
- [5] PROUTY, W., „Helicopter Performance, Stability, and Control“, Krieger Publishing Company, Inc, 1995
- [6] Leishman, J. G., „Principles of Helicopter Aerodynamics“, Cambridge University Press, 2000
- [7] EYSEL, M., „Untersuchungen zur Flugmechanik eines unbemannten Koaxialhubschraubers“, Diplomarbeit am Lehrstuhl für Flugdynamik, RWTH Aachen, 2007
- [8] BOEING Company, Datenblatt A-160 Hummingbird, <http://www.boeing.com/news/feature/farnborough08/assets/bgs-facts/FAS%202008%20backgrounder%20A160T.pdf>, besucht am 01.07.2009
- [9] HEINZINGER, O., ARNING, R., „UAV VTOL-Research Testbed – SHARC“, Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2007 embedded Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing, Conference 2007, 10-13 September 2007 Berlin
- [10] LÖCHELT, S., ALLES, W., „Modellierung und Stabilisierung eines Koaxial-Hubschrauber UAVs“, Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2008, Darmstadt, 23. bis 25. September 2008
- [11] ZHOU, K., DOYLE, J.C. und GLOVER, K., „Robust and Optimal Control“, Prentice Hall, 1996
- [12] MAGNI, J.-F., BENNANI, S. und TERLOUW, S., GARTEUR, „Robust Flight Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences“, Springer-Verlag Berlin, 1997
- [13] CHEN, B. M., „Robust and H-infinity Control“, Springer-Verlag, London, 2000
- [14] GREEN, M., LIMEBEER, D. J. N., „Linear Robust Control“, Pearson US Imports & PHIPes, 1994
- [15] The Mathworks, MATLAB/Simulink/Stateflow/Control Toolbox/Robust Control Toolbox®, Produkt-Dokumentation 2007, <http://www.mathworks.com>
- [16] NASA Ames Research Centre, „US Army, Aeronautical Design Standard Performance Specification: Handling Requirements for Military Rotorcraft (ADS-33-E-PRF)“, 2000