

UNTERSUCHUNG EINES INNOVATIVEN KONZEPTS ZUR REDUZIERUNG DES WELLENWIDERSTANDS EINES TRANSSONISCHEN TRAGFLÜGELS

C. Schnepf, E. Schülein

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt,
Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik,
Bunsenstr. 10, 37073 Göttingen, Deutschland

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird das Aerospike-Konzept zur Reduzierung des Wellenwiderstands an einem transsonischen Tragflügel experimentell und numerisch untersucht. Im experimentellen Teil ist eine Grundlagenstudie zur gasdynamischen Wirkung eines kegelförmigen Spikes auf einen senkrechten Verdichtungsstoß an einem vereinfachten Plattenmodell im Rohrwindkanal Göttingen (RWG) beschrieben. Die lokale Machzahl stromauf des Spikes wurde in diesen Tests zwischen 1,21 und 1,56 variiert. Im zweiten Teil der Arbeit wird in einer numerischen Parameterstudie der Effekt der Aerospikes auf den Gesamtwiderstand eines 2D-Flügelsegments bei Variation des Halbwinkels der Aerospikekegelnase und des spannweitigen Abstandes zwischen den einzelnen Spikes bei konstanter Anströmmachzahl von $Ma = 0,777$ analysiert. Die Untersuchungen zeigen eine Reduktion des Gesamtwiderstands des Flügelsegments im Vergleich zum Referenzfall ohne Aerospikes. Die Wirkung der Spikes nimmt mit steigendem Kegelhalbwinkel und einem kleiner werdenden spannweitigen Abstand zu.

NOMENKLATUR

A_{Kgl}	Aerospikekegelgrundfläche
a_s	spannweiter Abstand der Aerospikes
C_1	Kegelstoß
C_2	Abschlussstoß der λ -Konfiguration
C_3	Senkrechter Hauptstoß
c_a	Auftriebsbeiwert
c_w	Widerstandsbeiwert
c_p	Druckbeiwert
DC	Drag Count ($c_w * 10000$)
d_{Kgl}	Aerospikekegeldurchmesser
F	Bezugsfläche für Beiwerte
l	Profiltiefe
l_{Kgl}	Länge des Aerospikekegels
Ma	Machzahl
Re	Reynoldszahl
r_s	Wirkradius Kegelstoß bei C_3
S	Flügelsegmentspannweite ($S = a_s$)
θ_{Kgl}	Aerospikekegelhalbwinkel
θ_s	Kegelstoßwinkel
Ω	Kegelstoßgrundfläche

einem enormen Anstieg der Gesamtverluste. Hierdurch werden die maximale Reisegeschwindigkeit sowie die maximale Reichweite eines Verkehrsflugzeuges deutlich limitiert. Wirtschaftlicher Druck und wachsende umweltpolitische Aspekte in der kommerziellen Luftfahrt sorgen daher für anhaltenden Forschungsbedarf in der transsonischen Flügelaerodynamik.

Eine Vielzahl von verschiedenen Maßnahmen und Vorrichtungen zur Beeinflussung des Stoßes bzw. Wellenwiderstands an transsonischen Tragflächen ist bekannt [1, 2]. Die meisten davon fächern die Front des starken Verdichtungsstoßes in mehrere schwächere Stoße bzw. in Kompressionswellen auf und dehnen somit den Druckanstiegsbereich in der wandnahen Strömung aus. Hierdurch soll nicht nur der Wellenwiderstand reduziert, sondern auch die mögliche stoßinduzierte Grenzschichtablösung hinausgezögert werden.

Die bekanntesten Beispiele dafür sind die 2D-Konturbeule und der perforierte Flügel [2]. Die Konturbeulen stellen eine lokale Profilkonturänderung dar, die geometriebedingt eine Auffächerung des Verdichtungsstoßes hervorruft. Der perforierte Flügel besitzt im Bereich des Stoßes einen strömungsdurchlässigen Einsatz bzw. einen Hohlraum, worin eine selbstinduzierte passive Ventilation entstehen kann. Die Rückströmung durch die perforierte Wand führt zur Aufdickung der Grenzschicht vor dem Stoß und somit zur Auffächerung des starken Verdichtungsstoßes.

Die umfangreichen Untersuchungen dieser Maßnahmen z.B. im Rahmen der EU-Projekte EUROSCHOCK [3, 4] zeigten aber, dass der Gewinn im Wellenwiderstand mit einem zum Teil deutlichen Anstieg des viskosen Widerstands bezahlt wird, der parasitär durch die

1. EINLEITUNG

Moderne Verkehrsflugzeuge operieren im Reiseflug meist im transsonischen Geschwindigkeitsbereich, wo lokale Überschallgebiete an den Tragflächen und am Rumpf durch auftretende Verdichtungsstoße einen zusätzlichen Widerstand, den so genannten Wellenwiderstand, verursachen. Im Auslegungspunkt ist der Anteil des Wellenwiderstands am Gesamtwiderstand relativ gering, mit steigender Machzahl (Off Design) führt er jedoch zu

Umströmung der Strömungsteuerungselemente entsteht.

Ein alternativer Ansatz zur Verbesserung der Gesamtbilanz wurde von Ashill und Fulker [5] demonstriert. Sie untersuchten einen Flügel mit in Strömungsrichtung weisenden 3D-Schlitten. Trotz der lokal begrenzten Rückströmung durch die schmalen Schlitte transformierte sich der transsonische Verdichtungsstoß zu einer ausgeprägten λ -Struktur über die gesamte Spannweite der Tragfläche. Dieser 3D-Ansatz wurde von Holden & Babinsky [6] und Babinsky & Ogawa [7] in experimentellen Untersuchungen weiter verfolgt und auch auf die Konturbeule erfolgreich übertragen. Das Potential der 3D-Verfahren zeigt sich auch bei den *D-Strips* [8], die das Prinzip der passiven Porosität nutzen und eine einfache Möglichkeit bieten, die Strömungssteuerung an der Tragfläche nachträglich zu installieren.

Ein neues 3D-Verfahren, das bisher in keinem größeren Forschungsprogramm untersucht wurde, ist das Aerospike-Konzept [9, 10]. Ein transsonischer Aerospike ist ein im Stoßbereich über dem Flügel platziert Verdärgungskörper, der zusätzliche Verdichtungsstoße induziert (BILD 1). Die Wirkung eines solchen Aerospikes kann mit der Wirkung einer 3D-Konturbeule verglichen werden, die außerhalb der Grenzschicht positioniert ist. Die Umströmung des Verdärgungskörpers im Bereich eines senkrechten Verdichtungsstoßes führt zur Bildung eines λ -Stoßsystems bestehend aus den induzierten Schrägstößen C_1 und C_2 im Fußbereich des Hauptstoßes C_3 . Während die Wirkung der zuvor erwähnten 3D-Konturbeule maßgeblich in der Wandnähe konzentriert ist, lässt sich die Strömung durch Aerospikes gezielt in einem weiten Bereich oberhalb der Grenzschicht beeinflussen. Die Wirkfläche (siehe Radius r_s) des Aerospikes hängt von der Spikegeometrie, der Platzierung des Spikes über dem Flügel, vom spannweiten Abstand benachbarter Aerospikes, und von der lokalen Machzahl Ma ab. In der vorliegenden Untersuchung wurde das Hauptaugenmerk auf die Geometrie eines kegelförmigen Aerospikes gelegt, im Speziellen auf den Halbwinkel θ_{KgI} des Kegels.

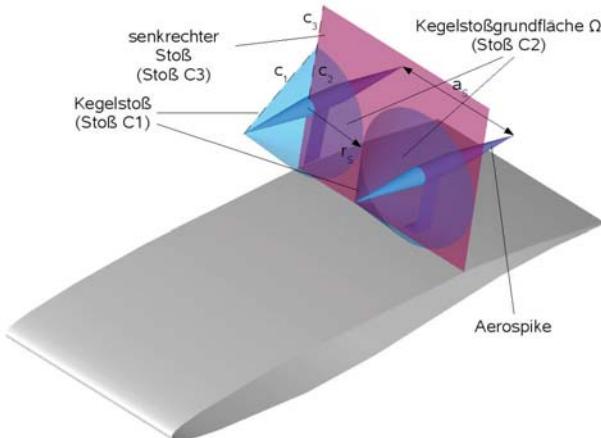


BILD 1. Prinzipskizze zur Wirkweise eines Aerospikes.

Anhand eines Testmodells, das eine vereinfachte Betrachtung der Situation auf einem Flügel mit Aerospikes in transsonischer Strömung darstellt, sollte der Einfluss unterschiedlicher Aerospikekonfigurationen auf einen senkrechten Stoß im Rohrwindkanal untersucht werden. Aufbauend auf bereits durchgeführten analytischen

Betrachtungen [11] und den experimentellen Ergebnissen wurden numerische Simulationen an einem 2D-Flügelsegment mit Aerospike durchgeführt.

Die numerisch simulierte Geometrie ist in BILD 1 skizzenhaft dargestellt. Das untersuchte Konzept sieht eine Reihe von Spikes in Spannweitenrichtung vor, die im Bereich des Hauptstoßes jeweils über einen flachen Fuß an einem 2D-Flügel angebracht sind. Eine Symmetriekondition ermöglichte es, anstatt des Flügels nur ein Flügelsegment mit einem Aerospike zu simulieren. Die einzelnen Simulationen unterscheiden sich im Halbwinkel der Aerospikes und in der Spannweite des Flügels. Ein Vergleich mit einem Referenzfall (CLEAN) ohne Aerospike wurde für die Simulationen durchgeführt.

2. VERWENDETE WERKZEUGE UND TESTBEDINGUNGEN

2.1. Experimentelle Untersuchung

2.1.1. Rohrwindkanal Göttingen

Der Rohrwindkanal Göttingen (RWG) ist ein nach dem Ludwig'schen Prinzip arbeitender Windkanal. Anhand austauschbarer Düsen deckt der Kanal feste Machzahlen in einem Bereich von $2 \leq Ma \leq 7$ ab und besitzt einen Reynoldsahlbereich von $2 \times 10^6 \leq Re_1 \leq 11 \times 10^7 \text{ 1/m}$. Für die Untersuchungen wurde eine Düse verwendet, die in der rechteckigen Teststrecke $0,34 \times 0,35 \text{ m}^2$ eine Machzahl von $Ma = 2$ erzeugt.

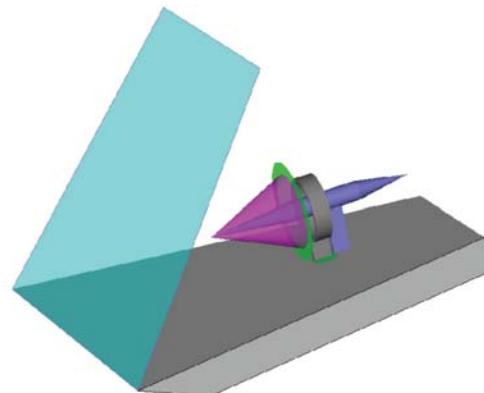


BILD 2. Prinzipskizze der Winkanalversuche im RWG. Zur Vereinfachung ist nur die abgelöste Kopfwelle der Stoßstruktur am Stoßgenerator (grüne Fläche) dargestellt.

2.1.2. Testmodell

Der experimentelle Aufbau soll den Überschallbereich in der Nähe des Aerospikes bis zum senkrechten Verdichtungsstoß auf einem transsonischen Profil simulieren. Das Testmodell besteht aus einem trapezförmigen Plattenmodell mit einer Breite von 260 mm an der Vorderkante und 60 mm an der Hinterkante, sowie einer Gesamtlänge von 180 mm (BILD 2). Aufgrund des gewählten experimentellen Aufbaus muss der senkrechte Hauptstoß mit Hilfe eines speziellen Stoßgenerators (Metallring, BILD 2) erzeugt werden. Um die

Wechselwirkung des Aerospikes mit dem Hauptstoß zu simulieren sind die beiden Körper koaxial in Strömungsrichtung angeordnet. Der durch den Stoßgenerator geschobene Aerospike besteht aus einem vorderen Kegel, einem zylindrischen Mittelteil und einem kegelförmigen Heckteil. Über eine Gewindefverbindung am Mittelteil kann die Kegelnase ausgetauscht werden. Eine einfache Variation des Kegelhalbwinkels in den Experimenten ist so möglich. Die Kegelbasis befindet sich dabei immer an gleicher Position. Für die Untersuchung standen drei Kegel mit den Halbwinkeln $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ, 10^\circ$ und 20° zur Verfügung, bei stets gleichbleibendem Durchmesser der Kegelgrundfläche von $d_{Kgl} = 12\text{ mm}$. Mit anwachsendem Kegelhalbwinkel verkürzt sich das Kegelsegment entsprechend und somit das Einflussgebiet des Spikes stromauf im Überschallgebiet.

2.1.3. Versuchsprinzip und Messprogramm

Die Machzahl im Bereich der Grundplatte stromauf der Testkörper kann, trotz der nach unten limitierten Anströmmachzahl der Düse von $Ma = 2$, über eine Anstellung der Grundplatte relativ zur Anströmung variiert werden. Durch die Anstellung bildet sich an der vorderen scharfkantigen Plattenlippe ein Schrägstoß (türkise Fläche in BILD 2) der die Anströmmachzahl entsprechend dem Stoßwinkel verzögert. In der vorliegenden Untersuchung lag der gewählte Machzahlbereich bei $1,21 \leq Ma \leq 1,56$. Das Hauptsegment des Aerospikes wurde in der Länge so angepasst, dass die am Stoßgenerator entstehende abgelöste Kopfwelle sich an der Basis des Kegels einstellt. Schattenaufnahmen liefern einen optischen Nachweis, wie sich der von der Machzahl und dem Kegelwinkel abhängige Kegelstoß auf den senkrechten Stoß auswirkt. Eine DMS-Waage ermöglicht es die Kraft am Stoßgenerator oder am Aerospike zu messen, indem jeweils einer der Testkörper auf den Sockel der Waage montiert wird.

2.2. Aufbau der numerischen Simulation

Die CFD-Simulationen wurden mit dem DLR Finite-Volumen-Strömungslöser *TAU* [12] durchgeführt. Im *TAU*-Code sind die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen zur Bestimmung der Strömungsgrößen implementiert. Als räumliches Diskretisierungsverfahren fungierte in der Untersuchung das Aufwind-Verfahren, für die zeitliche Diskretisierung das Runge-Kutta-Verfahren. Das Ein-Gleichungs-Turbulenzmodell SAE [13] diente der Schließung der RANS-Gleichungen. Die zugrunde liegenden Gitter sind mit dem kommerziellen Gittergenerator *CENTAUR* erstellt. Basis für die Gittermodellierung ist das VC-Opt-Profil, mit einer Profiltiefe von $l = 0,4\text{ m}$ und einer maximalen Dicke von 8,18% (siehe BILD 1). Auf dem Profil ist ein Aerospike mit Fuß integriert. Die berechneten numerischen Fälle unterscheiden sich im Halbwinkel des vorderen Aerospikekegels ($\theta_{Kgl} = 5,5^\circ, 7,5^\circ, 10^\circ$) und im Abstand a_s benachbarter Aerospikes. Der Abstand a_s ist in allen berechneten Fällen abhängig vom Radius r_s , der definiert ist über die Gleichung $r_s = l_{Kgl} \cdot \tan(\theta_s)$. Zur analytischen Bestimmung von θ_s wurde angenommen, dass der Aerospike mit einer Machzahl von $Ma = 1,24$ angeströmt wird, was eine typische Machzahl auf einem transsonischen Profil vor dem senkrechten Stoß darstellt. In den numerischen Untersuchungen sind 2 Ansätze zur

Auswahl des Abstandes zwischen den Spikes verfolgt worden. Beim ersten Ansatz (*Ansatz A*) wird der Abstand zwischen den Spikes so gewählt, dass die analytisch berechneten Kegelstöße, die von den Spitzen der benachbarten Aerospikes ausgehen, sich in der Hauptstoßebene berühren ($a_s = 2r_s$). Beim zweiten Ansatz (*Ansatz B*) wird eine Überschneidung der Stoßkegel angestrebt, wobei $a_s = 2\sqrt{r_s^2 - h_s^2}$ ist.

Auf alle Halbwinkel wurde der Ansatz A der spannweitigen Positionierung angewandt. Analog zum Windkanal-aerospike verkürzt sich der Aerospike mit anwachsendem Kegelhalbwinkel und damit auch a_s , bei gleicher Position der Kegelschulter in Profiltiefenrichtung. Um den Einfluss des Abstands benachbarter Aerospikes zu untersuchen wurde für den spitzesten Aerospike auch eine Simulation mit dem Ansatz B [11] durchgeführt, der eine engere spannweite Positionierung vorsieht. Die Machzahl der freien Anströmung lag in allen Fällen bei $Ma = 0,777$. Die Simulationen stellen allgemein einen 2D-Flügel unendlicher Spannweite dar. In spannweiter Richtung sind auf dem Flügel Aerospikes angebracht, die jeweils einen Abstand von a_s zueinander besitzen. Numerisch wurde jeweils nur ein Ausschnitt betrachtet, der den Bereich eines einzelnen Aerospikes zwischen zwei Symmetrieebenen darstellt. Das Rechengebiet ist ein Quader mit den Abmessungen: Breite = a_s , Tiefe = Höhe = 175^*Profiltiefe .

3. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

3.1. Experimentelle Ergebnisse

Das Ziel der Aerospikes ist es, den senkrechten Stoß auf einem transsonischen Tragflügel abzuschwächen und den Verlust im Totaldruck zu minimieren. In den Experimenten dient die abgelöste Kopfwelle des Stoßgenerators als senkrechter Stoß. Ein Vergleich der Schattenaufnahmen BILD 3 und BILD 4 zeigt, dass der Kegel mit dem Halbwinkel von $\theta_{Kgl} = 20^\circ$ das größte Potential besitzt, die Intensität des „senkrechten Stoß“ am Stoßgenerator zu verringern. Aufgrund der Verzögerung der Strömung am Kegelstoß C_1 und der weiteren isentropen Komprimierung im Kegelströmungsfeld nimmt die Stärke des Stoßes am Stoßgenerator deutlich ab. Ein Zeichen hierfür ist die verwischte Darstellung der Stoßstruktur in den Schattenaufnahmen.

Eine in [11] durchgeführte analytische Betrachtung kegelförmiger Aerospikes anhand der Taylor-Maccoll-Gleichung [14] in Verbindung mit den Schrägstoßbeziehungen ergibt für die stumpferen Kegel zwar einen größeren Totaldruckverlust am Kegelstoß, insgesamt aber stellt sich für das Stoßsystem Kegelstoß-senkrechter-Stoß ein geringerer Totaldruckverlust ein.

Ein wichtiges Ergebnis der Kraftmessung am Aerospike selbst ist allerdings, dass der Widerstand eines mit Überschall angeströmten Spikes in Verbindung mit einem extern hervorgerufenen senkrechten Stoß geringer ausfallen kann, als ohne senkrechten Stoß (favorable wave interference [15]), siehe BILD 5. Wichtig hierbei ist jedoch ein Hauptstoß, der in etwa auf der Höhe der

Kegelbasis auf den Aerospike wirkt. Voruntersuchungen ergaben einen deutlich größeren Widerstand für den Spike, wenn die Kegelschulter weit vor oder weit hinter der Position des senkrechten Stoßes lag.

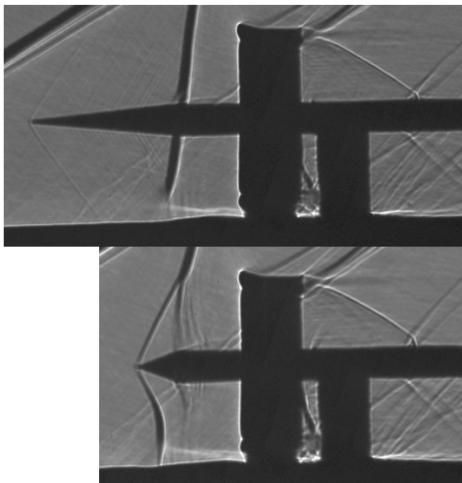


BILD 3. Schattenaufnahmen bei $Ma \approx 1,205$. (Oberes Bild $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$. Unteres Bild $\theta_{Kgl} = 20^\circ$)

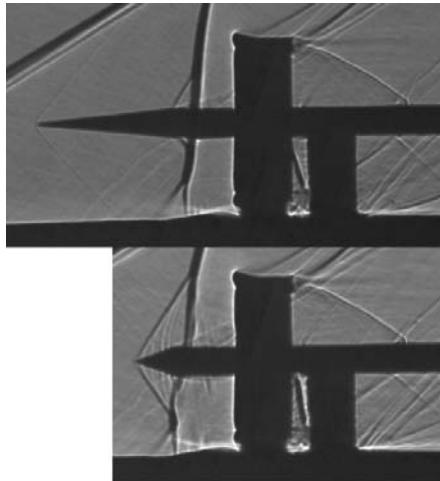


BILD 4. Schattenaufnahmen bei $Ma \approx 1,305$. (Oberes Bild $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$. Unteres Bild $\theta_{Kgl} = 20^\circ$)

Die Position der Kegelbasis in den Experimenten ist so gewählt, dass bei kleineren Machzahlen die abgelöste Kopfwelle gerade an dieser Position auf den Aerospike wirkt. Die einheitliche Position der Kegelschulter führt allerdings zu einer Abnahme der Wirkfläche eines Aerospikes mit anwachsendem Kegelhalbwinkel, bei der gewählten Randbedingung eines konstanten Aerospikedurchmessers. Trotz eines größeren Stoßwinkels θ_S sinkt der Wirkradius $r_S = l_{Kgl} \cdot \tan(\theta_S)$ mit wachsendem Kegelhalbwinkel θ_{Kgl} aufgrund der Beziehung $l_{Kgl} = d_{Kgl} / (2 \cdot \tan(\theta_{Kgl}))$. Die Verkürzung des vorderen Kegels besitzt einen größeren Einfluss auf den Wirkradius, als der Anstieg des Stoßwinkels.

Der spitzere Aerospike in BILD 3 und BILD 4 besitzt daher einen größeren Radius r_S und die Vorkomprimierung der Strömung reicht bis auf den Grenzschichtbereich der Grundplatte. Eine Ablösung der Plattengrenzschicht, indirekt zu erkennen an einem weiteren deutlich gezeichneten Schrägstoß, stellt sich in den Experimenten nicht ein, dies deutet auf die Entstehung eines

Kompressionsfächers hin, der die Grenzschicht „künstlich“ aufdickt. Idealerweise könnte dieser Effekt ähnlich dem *D-Strip*-Verfahren den Ausdehnungsbereich der λ -Stoß-Struktur am Fuß des Hauptstoßes vergrößern, wenn der Kegelstoß kurz vor dem senkrechten Stoß auf die Platte bzw. Flügeloberfläche trifft. In BILD 4 ist zu erkennen, dass sich der Stoß C_2 mit anwachsendem Kegelwinkel stromauf verschiebt. Durch die stärkere Verzögerung der Strömung am Kegelstoß sinkt die Machzahl vor dem Stoßgenerator und der abgelöste Stoß hebt sich weiter ab. Dieser Effekt kann auf einem Tragflügel zu geringeren Auftriebsbeiwerten führen.

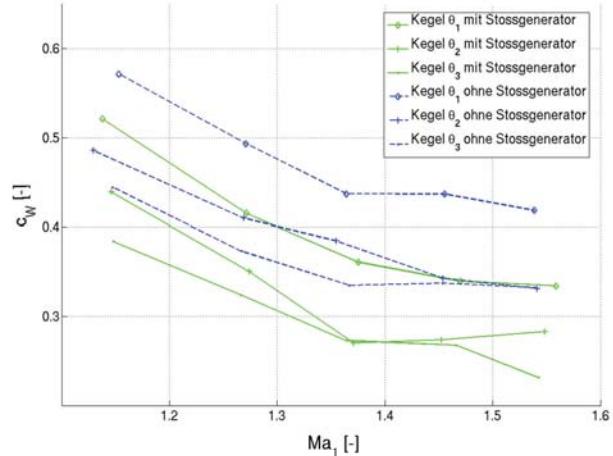


BILD 5. Abhängigkeit des Aerospikewiderstands mit und ohne Stoßgenerator von der Machzahl und der Kegelgeometrie ($\theta_1 = 20^\circ$; $\theta_2 = 10^\circ$; $\theta_3 = 5,5^\circ$).

Bei größeren Machzahlen stellt sich an den Aerospikes eine Ablösung im Bereich des Kegel-Zylinder-Übergangs ein (BILD 4). Zum einen könnte dies durch den senkrechten Verdichtungsstoß verursacht sein, zum anderen durch eine „Überexpansion“ der Strömung an der Kegelschulter (Lippenstoß). Für den kleineren Kegelhalbwinkel zeigen die Schattenaufnahmen deutlich einen Ablösestoß, der am Fuß des senkrechten Stoßes eine λ -Struktur bildet, die laut [9] erwünscht ist.

3.2. Ergebnisse der numerischen Simulationen

Die numerischen Simulationen liefern eine räumlich aufgelöste Darstellung des von einem Aerospike beeinflussten Strömungsfeldes an einem transsonischen Tragflügelsegment. Das Konturdiagramm in BILD 6 zeigt zum einen die c_p -Verteilung in der Profilebene der Aerospikerotationsachse (Mittelschnitt), zum anderen in einer zum Mittelschnitt senkrechten Ebene (SE) bei 66% der Profiltiefe, noch vor dem senkrechten Stoß. Die obere Bildhälfte präsentiert die Ergebnisse für einen Aerospike mit $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$, links für den Ansatz A rechts für den Ansatz B der spannweiten Positionierung. Unten links angeordnet ist das Konturdiagramm für einen Aerospike mit $\theta_{Kgl} = 10^\circ$ und rechts ein Vergleichsfall ohne Aerospike (CLEAN-Konfiguration). Die Fälle mit Aerospike zeigen am Kegelstoß und im Bereich stromab des Stoßes eine deutliche Komprimierung und damit eine Verzögerung der Strömung. Im selben Bereich zeigt der CLEAN-Fall eine kontinuierliche Beschleunigung der Strömung, was zu einem starken Verdichtungsstoß führt.

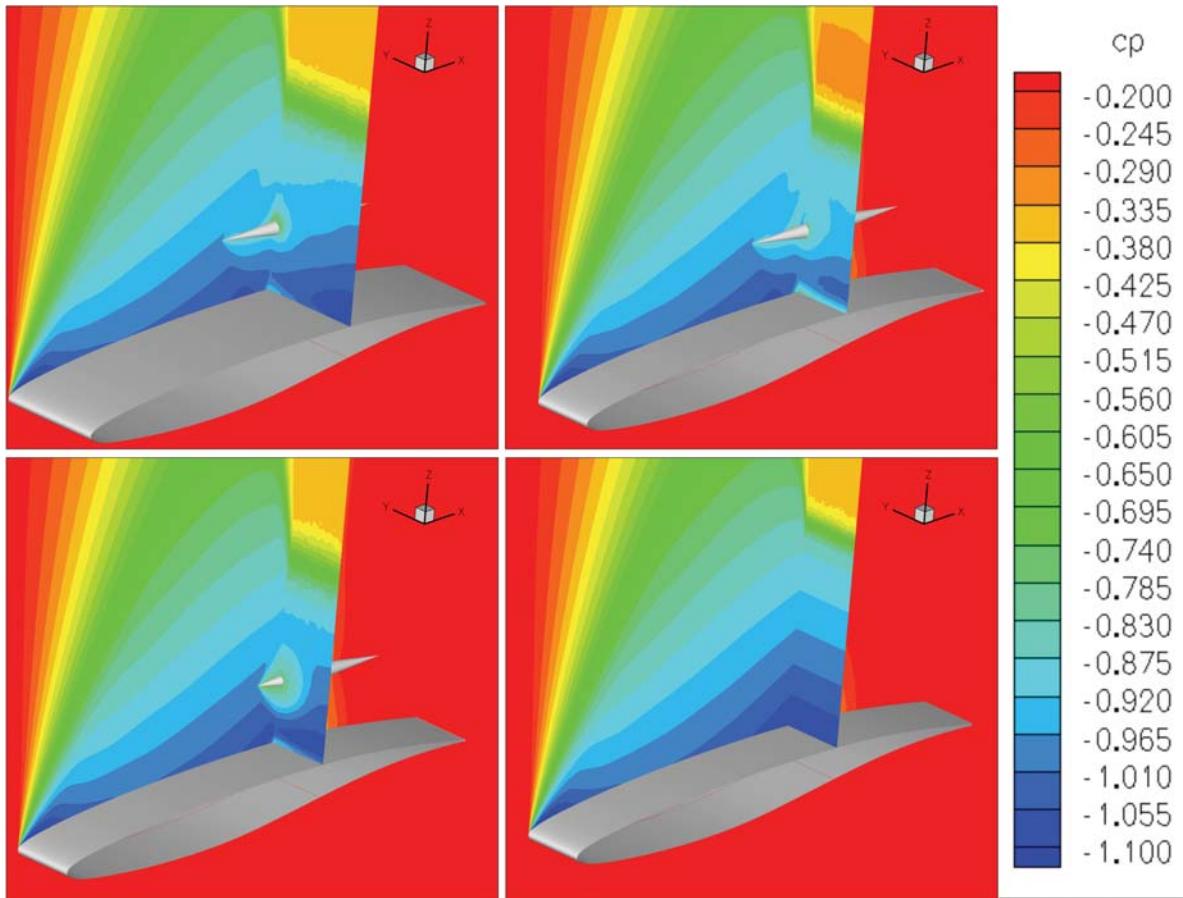


BILD 6. c_p - Verteilungen auf dem VC-Opt-Flügelsegment.
(Im Uhrzeigersinn v.o.l.: $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$ Ansatz A, $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$ Ansatz B, $\theta_{Kgl} = 10^\circ$, CLEAN-Fall)

Die Stärke der Vorkomprimierung durch die Aerospikes nimmt in der Ebene SE radial von der Kegelrotationsachse aus ab und verdeutlicht die positiven Eigenschaften des Kegelströmungsfeldes. Die Strömung wird nach dem Kegelstoß zum Kegelmantel hin weiter isentrop verzögert und dadurch die Verluste am senkrechten Stoß zusätzlich abgeschwächt.

Wie in den Windkanalexperimenten bereits anhand der Schattenaufnahmen qualitativ gezeigt, fällt die Vorkomprimierung des Strömungsfeldes am stumpfsten Kegel am stärksten aus. Hier tritt auch nach dem Kegelstoß der größte Druckgradient in Richtung der Kegelachse auf. Allerdings verdeutlicht BILD 6 ebenso die limitierte radiale Fernwirkung eines Aerospikes mit großem Kegelhalbwinkel bei der verwendeten geometrischen Abhängigkeit der Aerospikelänge vom Kegelhalbwinkel und der Position der Kegelgrundfläche. Aufgrund der größeren Länge wirkt der spitzere Aerospike geometriebedingt früher auf das Überschallströmungsfeld und vergrößert so, trotz des kleineren Stoßwinkels die Kegelstoßgrundfläche am Ort des senkrechten Stoßes, Fläche C_2 in BILD 1.

Ein Vergleich der Ansätze A und B für die spannweite Positionierung der Aerospikes zeigt, dass im Bereich der Profiloberfläche der Ansatz B deutlich bessere Ergebnisse erzielt. Für den Ansatz A in BILD 6 (Ebene SE) werden bereits vor der Symmetrieebene c_p -Werte erreicht, wie sie im CLEAN-Fall herrschen. Der Ansatz B zeichnet sich

durch eine flächendeckende Vorkomprimierung der Strömung in einem Bereich der von der Flügeloberseite bis auf etwa Aerospikenhöhe reicht aus. Auf der Höhe der Kegelachse tritt über die gesamte Spannweite eine stärkere Verzögerung der Strömung im Vergleich zum Ansatz A ein, mit einhergehender Minderung der Stoßverluste am senkrechten Verdichtungsstoß. Dieser Effekt entsteht durch die zweifache Verzögerung der Strömung, an den sich durchdringenden Kegelstoßen benachbarter Aerospikes, schematisch in der linken Hälfte des BILD 7 gezeigt. Die rechte Hälfte von BILD 7 zeigt den Effekt einer Ablösung, wie sie analog zu den Windkanalexperimenten, auch in den numerischen Simulationen auftritt.

Für die numerischen Fälle mit spitzeren Aerospikes zeichnet sich das Kegelströmungsfeld, dargestellt in BILD 6 durch die c_p -Verteilung nicht rotationssymmetrisch ab, wie es für eine ideale Kegelströmung der Fall wäre. Zum einen kommt dies durch eine leichte Anstellung des Kegels relativ zur Strömung aber vor allem auch durch das Geschwindigkeitsprofil auf einem Flügel normal zur Wand. Die erneute Abnahme der Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht führt zu einem gekrümmten Kegelstoß. Um eine möglichst effiziente Wirkung der Aerospikes zu erzielen sollte die Kegelachse daher im Bereich hoher Geschwindigkeiten platziert werden. Hier treten die größten Verluste am senkrechten Stoß auf und, wie die c_p -Verteilungen in BILD 6 zeigen, besitzt der Aerospike nahe dem Kegelmantel das größte Potential die Verluste

zu minimieren. Entsprechende Untersuchungen zur Platzierung der Aerospikes in Wandnormalenrichtung wurden bisher nicht durchgeführt.

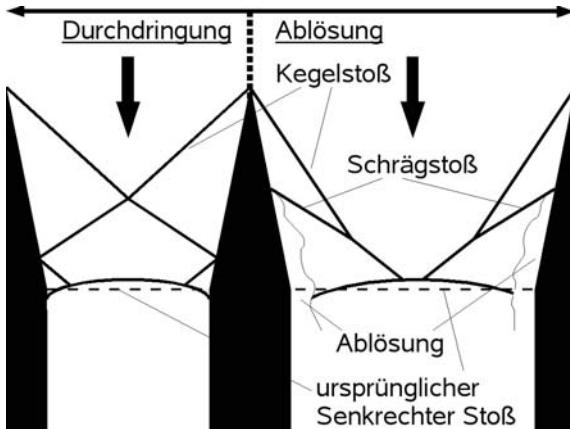


BILD 7. Skizze der Stoßstruktur am Aerospike bei Durchdringung und Ablösung.

In BILD 8 sind die c_p -Verteilungen auf der Flügeloberfläche für die numerisch berechneten Fälle dargestellt. Die Konfigurationen mit Aerospikes weisen gegenüber der CLEAN-Konfiguration eine signifikante Abweichung in der Druckverteilung im Bereich des senkrechten Stoßes auf. Dies ist auf die Änderung des Geschwindigkeitsfeldes durch die Präsenz der Aerospikes zurückzuführen. Vor allem nahe dem Mittelschnitt kommt es zu einer deutlichen Vorkomprimierung der Strömung bereits vor dem Stoß, siehe auch BILD 9. Der erzeugte Effekt des graduellen Druckanstiegs im Bereich des senkrechten Stoßes ähnelt dem Effekt einer 3D-Konturbeule, jedoch nicht ganz so ausgeprägt. Als Folge reduziert sich die Stoßstärke an der Flügeloberfläche, was sich direkt auf die Stoßverluste auswirkt und indirekt auf eine stoßinduzierte Ablösung.

Mit abnehmendem Kegelhalbwinkel vergrößert sich der Effekt, aufgrund der zunehmenden Fernwirkung des entsprechend längeren Spikes. Zur Symmetrieebene hin nimmt der Gradient des Druckanstiegs für alle Fälle langsam zu. Die Wandstromlinien in Abbildung BILD 8 bestätigen die positive Wirkung des graduellen Druckanstiegs auf eine stoßinduzierte Ablösung. Während für den CLEAN-Fall bereits bei der Machzahl $Ma = 0,777$ ein Abloseblase direkt hinter dem Stoß auftritt, entsteht bei den Fällen mit Aerospikes lediglich eine lokal begrenzte Ablösung, induziert durch den Aerospikefuß. Alle c_p -Verteilungen in BILD 8 weisen eine vertikale, schwarze Markierung auf. Die Markierung dient dem besseren Vergleich von Stoßpositionen. Es zeigt sich, dass mit anwachsendem Aerospikehalbwinkel der senkrechte Stoß insgesamt in Richtung der Flügelvorderkante wandert. Dieser Effekt wurde bereits bei den Windkanalexperimenten im RWG beobachtet.

In BILD 6 ist bereits für das Strömungsfeld zu erkennen, dass sich der Einfluss der Aerospikes lediglich stromab auswirkt. Die c_p -Verteilungen im Strömungsfeld der verschiedenen Konfigurationen weisen untereinander aber auch, verglichen mit dem CLEAN-Fall, keine Unterschiede im Überschallgebiet vor den Aerospikes auf. Auch die Druckverteilungen auf der Oberfläche in BILD 8 ähneln sich untereinander stark.

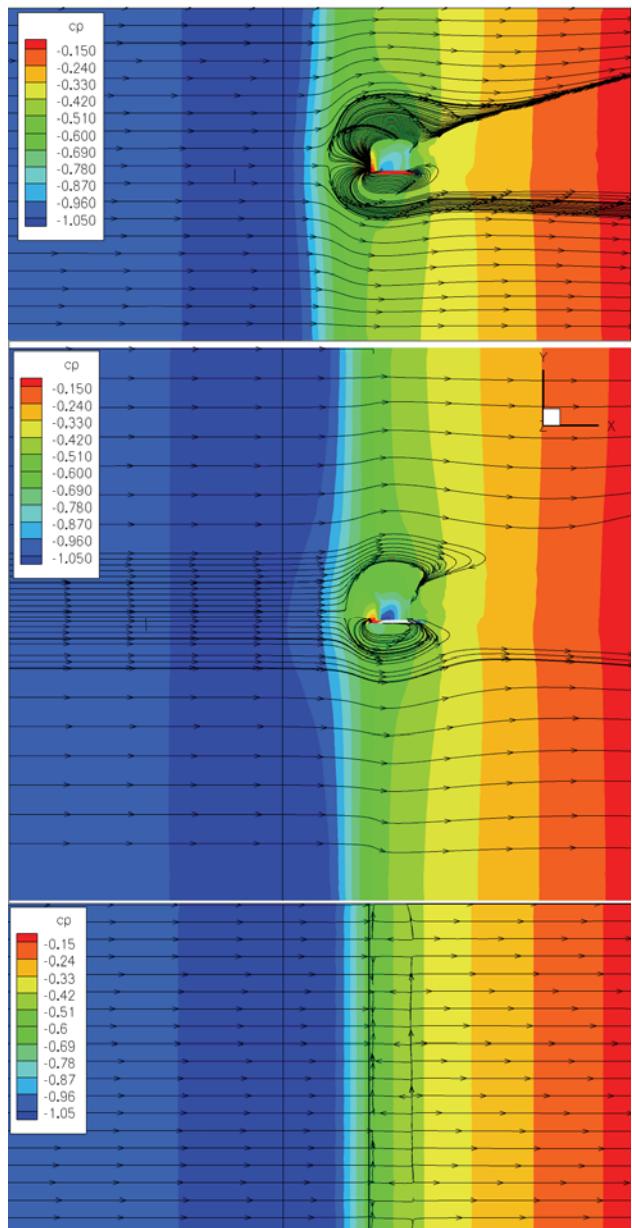


BILD 8. c_p -Verteilung auf der Profiloberfläche.
(v.o.: $\theta_{KgI} = 10^\circ$; $\theta_{Kg} = 5,5^\circ$; CLEAN)

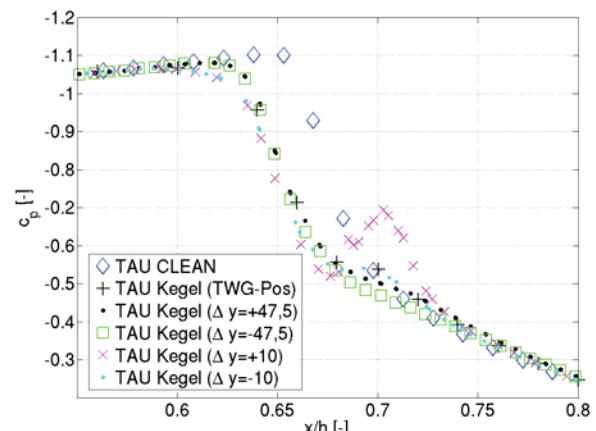


BILD 9. C_p -Verteilung im Stoßbereich an verschiedenen spannweiten Positionen ($\theta_{KgI} = 5,5^\circ$ Ansatz B).

Dies ergibt sich jedoch aus der Tatsache, dass eine Störung in Überschall lediglich Auswirkungen auf das stromab gelegene Gebiet hat.

	Fall1	Fall2	Fall3	Fall4	Clean	
θ_{Kgl} in [°]	5,5	5,5	7,5	10	--	
Ansatz	B	A	A	A	--	
S in [mm]	95	160	126	96	--	
c_A in [-]	Oberseite	0,755	0,768	0,757	0,754	0,770
	Unterseite	0,097	0,101	0,100	0,096	0,105
	Fuß	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	Flügel	0,855	0,871	0,859	0,853	0,876
c_w in [DC]	Oberseite	-15,4	-7,5	-11,1	-17,8	-6,6
	Unterseite	231,2	232,6	230,8	231,1	233,2
	Fuß	22,8	13,9	17,5	22	
	Aerospike	-18,3	-11,7	-13,4	-15,1	--
	Flügel	220,7	226,7	224,4	221,1	228,9

TAB 1. Beiwerte der numerischen Simulationen.

In BILD 10 ist der Einfluss der Aerospikes auf den Totaldruckverlust dargestellt. Die Bilder zeigen jeweils den Totaldruckverlust im Mittelschnitt und in einer dazu senkrechten Ebene, positioniert an der Flügelhinterkante. Die Skala der Legende wurde so angepasst, dass die Verluste, die am senkrechten Stoß entstehen, fein aufgelöst sind. Im Bereich der Flügelgrenzschicht und an den Aerospikes kommt es zu weit größeren Verlusten im Totaldruck ($P_o/P_{\infty} < 0,98$). Die Gegenwart des Aerospikes verursacht im Nahbereich zunächst einen zusätzlichen parasitären Widerstand im Vergleich zur CLEAN-Konfiguration. Schnell stellt sich jedoch, außerhalb der viskosen Grenzschicht, ein positiver Effekt durch die zusätzlich induzierten Schrägstöße ein. Dieser Effekt dehnt sich radial um die Aerospikekörper aus. Auf einem Flügel in transsonischer Strömung entsteht der größte Verlust im Totaldruck durch einen senkrechten Verdichtungsstoß oberhalb des Lambda-Fußes, der sich normalerweise an der Flügeloberseite bildet. Der Schnitt an der Hinterkante in BILD 10 demonstriert deutlich die positive Wirkung der Aerospikes auf diese Zone. Der Vorteil des Ansatzes B gegenüber dem Ansatz A im Bereich nahe der Flügeloberfläche ist in BILD 10 klar sichtbar. Für den Ansatz B bildet sich über die komplette Spannweite ein roter Streifen geringerer Verluste, während für den Ansatz A nur nahe dem Mittelschnitt ein ähnlicher Farbverlauf zu erkennen ist.

Die Systematik der großen Effizienz bei geringem Wirkradius spiegelt sich auch in BILD 10 für den stumpfen Kegel wieder. Die Wirkung des stumpfen Kegels an der Flügeloberfläche und weit oberhalb des Aerospike ist begrenzt, aber im Wirkbereich selbst jedoch effektiver als

der spitzere Aerospike. Der Vorteil einer Ablösung am Kegel, wie schon bereits bei den experimentellen Ergebnissen erwähnt, zeigt sich in BILD 10 deutlich (vgl. BILD 7). In einem konzentrischen Bereich um die Aerospikes führt ein weiterer ablösungsinduzierter Schrägstoß zu einer starken Reduktion der Totaldruckverluste.

Fall	1	2	3	4
C_w -Spike	-0,6296	-0,6604	-0,5975	-0,5126

TAB 2. Widerstandsbeiwerte bezogen auf die Kegelgrundfläche $A_{Kgl} = 113 \text{ mm}^2$.

In TAB 1 sind die von TAU bestimmten aerodynamischen Beiwerte für die verschiedenen Konfigurationen (Fälle) zusammengefasst. Die Beiwerte beziehen sich jeweils auf die fallabhängige Bezugsfläche $F=S \cdot l$. Anhand eines Blockdiagramms sind in BILD 11 die in den numerischen Simulationen erzielten Gesamtwiderstandsbeiwerte gegenüber gestellt.

Die Widerstandsbeiwerte für die Flügeloberfläche zeigen eine deutliche Reduktion im Beiwert gegenüber dem Referenzfall ohne Aerospike bzw. ein Anwachsen des erzeugten Schubs. Wie es sich schon abgezeichnet hat, zeigen die Fälle 1 und 4 die größte Wirkung. Die beiden Fälle schwächen den negativen Einfluss des senkrechten Verdichtungsstoßes am effizientesten ab. Im Fall 1 entsteht dies durch die fast über die gesamte Spannweite reichende Wirkung des Aerospikes. Beim Fall 4 ist die Fernwirkung zwar weniger stark ausgeprägt, jedoch verringert der Aerospike auf der kleineren Wirkfläche die Verluste viel stärker als die anderen Aerospikes, idealerweise auch noch ausreichend im Bereich der größten Verluste außerhalb der viskosen Grenzschicht. Auch die Verhinderung der Ablösung trägt zum Schubzuwachs bei. Der Widerstandsbeiwert für die Unterseite differiert im Vergleich zu Oberseite nur geringfügig zwischen den einzelnen Aerospike-Simulationen und dem CLEAN-Fall.

Eine Erkenntnis aus den Windkanalexperimenten im RWG ist, dass der Widerstand eines Aerospikes unter der Einwirkung eines extern hervorgerufenen senkrechten Stoßes sinken kann. Die numerischen Untersuchungen zeigen sogar, dass der Aerospike einen Schub generiert und so zur Gesamtwiderstandsreduktion beiträgt. In TAB 2 sind die Widerstandsbeiwerte („Schubbeiwerte“) aus TAB 1 auf die Kegelgrundfläche der Aerospikes umgerechnet. Der erzeugte Schub der Aerospikes begründet sich in der Tatsache, dass lediglich der vordere Kegel des Aerospikes in einer Überschallströmung steht. Dort herrschen auch noch hinter dem Kegelstoß statische Drücke, die wesentlich kleiner sind als der Druck im Fernfeld, siehe auch BILD 12. Im weiteren Strömungsverlauf wird die Überschallströmung an der Kegelschulter durch den senkrechten Stoß auf Unterschall verzögert. Der Druck steigt erheblich an. Durch die Verzögerung auf Unterschall nimmt der Druck auch am hinteren Kegel weiterhin, stetig zu. Auf die projizierte Kegelgrundfläche wirkt somit am hinteren Kegel ein größerer Druck als am vorderen Kegel, in der Summe entsteht am Aerospikekörper eine entgegen der Strömungsrichtung weisende Druckkraft. Für alle numerischen Fälle scheint der Einfluss des Druckwiderstands auf die Aerospikes größer zu sein als der viskose Widerstand, insgesamt wodurch sich ein Schub aufgrund der Druckverteilung einstellt.

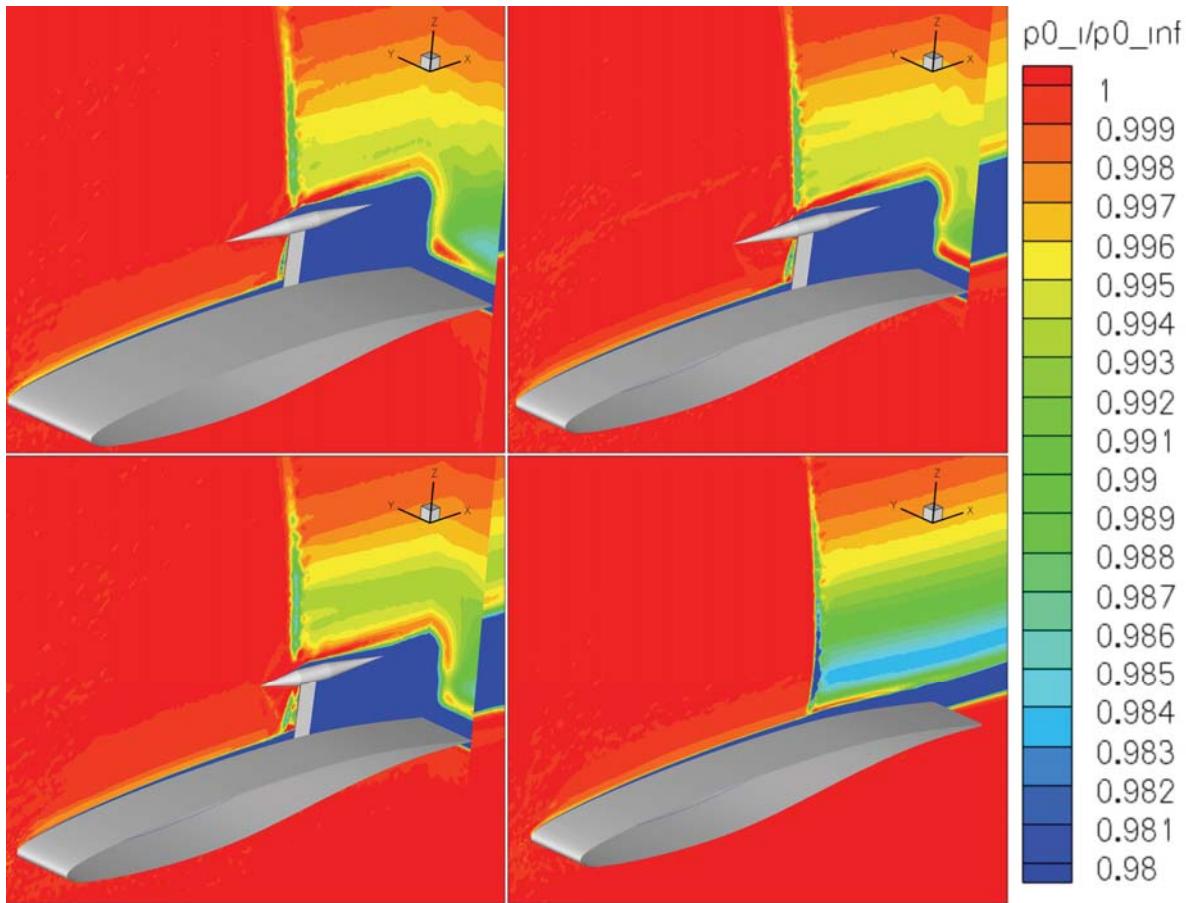


BILD 10. Totaldruckverlust am 2D-Flügelsegment.

(Im Uhrzeigersinn v.l.o.: $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$ Ansatz A; $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$ Ansatz B; $\theta_{Kgl} = 10^\circ$, CLEAN)

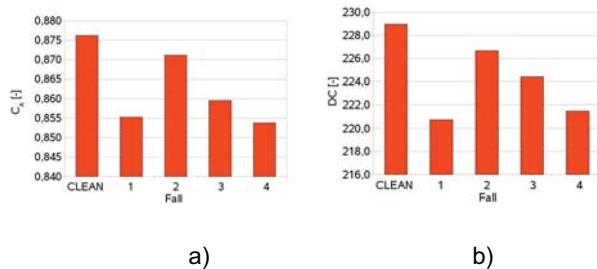


BILD 11. Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte der numerischen Simulation.



BILD 12. Druckbeiwertsverteilung am Aerospike.

- a) Ansatz A, $\theta_{Kgl} = 10^\circ$ (Fall 4);
- b) Ansatz A $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$ (Fall 2).

Ein Vergleich der Widerstandsbeiwerte für den Ansatz A in TAB 1 zeigt, dass der Schub mit wachsendem Kegelhalbwinkel fällt. Auch im Experiment ergab sich ein analoges Verhalten. Ein größerer Kegelhalbwinkel verursacht einen größeren Druck an der Kegelmantelfläche. Aufgrund der stärkeren Komprimierung der Strömung fällt der Druckanstieg am senkrechten Stoß weniger stark aus, wodurch das Druckverhältnis zwischen dem vorderen Kegel und dem hinteren Kegel sinkt. In BILD 12 ist die Druckbeiwertsverteilung am Aerospike für den Fall 2 und für den Fall 4 gegenübergestellt. Der größere Drucksprung am senkrechten Stoß ist für den Fall 2 deutlich zu erkennen. Am hinteren Kegel nimmt der Druck bei subsonischer Umströmung stetig zu.

Im RWG besaß der Aerospike in Gegenwart des Stoßgenerators (senkrechter Stoß) einen kleineren Widerstand als ohne, auch wenn er sich immer noch als Widerstand und nicht als Schub bemerkbar machte. Im Vergleich zur numerischen Simulation stellte sich im Experiment im hinteren Teil des Aerospikes aufgrund der Überschallströmung im Windkanal ein deutlich geringerer statischer Druck ein.

Die numerischen Untersuchungen ergeben einen sinkenden Auftriebsbeiwert mit steigendem Kegelhalb-

winkel. Der Grund liegt zum einen in der Verschiebung des senkrechten Stoßes in Richtung der Profilvorderkante durch die Aerospikes, und zum anderen, in der Verbreiterung des Stoßfußes. Hierdurch verkleinert sich das Überschallgebiet, mit entsprechend kleinerem statischem Druck an der Oberfläche, während die Druckverteilung auf der Profilunterseite nahezu konstant bleibt. Fall 1 weist aufgrund der Durchdringung der Stoßes einen kleineren Auftriebsbeiwert auf als Fall 2.

Der Gesamtwiderstand der Fälle 1 bis 4 reduziert sich gegenüber dem CLEAN-Fall weniger stark, als der Widerstandsbeiwert des Profils selbst (TAB 1). Es hat sich in der numerischen Untersuchung gezeigt, dass der Aerospikefuß einen starken Einfluss auf den Gesamtwiderstand hat. Auf dem BILD 8 ist eine erneute Beschleunigung der Strömung auf Überschall am Aerospikefuß zu erkennen, die zu einem zusätzlichen Wellenwiderstand führt.

4. ZUSAMMENFASSUNG

Das Ziel aktueller Forschung in der Flugzeugaerodynamik ist die Reduzierung des Wellenwiderstands und die Verminderung der negativen Einflüsse des senkrechten Stoßes auf die Entwicklung der Grenzschicht. Mehrere vielversprechende Konzepte wurden bereits erfolgreich im Windkanal getestet und numerisch simuliert. Ein neues Konzept ist das Aerospikekonzept. Ein über dem Flügel im Überschallbereich platziert Verdrängungskörper soll hier zu einem Kegelstoß vor dem senkrechten Hauptstoß führen. Hierdurch wird die Strömung bereits vor dem senkrechten Stoß komprimiert. Die Verluste am senkrechten Stoß können so verringert werden. Dem Aerospikekonzept liegt das Prinzip zu Grunde, dass ein System aus mehreren Stoßes weniger Verluste verursacht als ein einzelner senkrechter Stoß. Die Wirkung der Aerospikes ist drei-dimensional, die induzierten Stoßes sind in der Lage einen relativ großen Bereich des Strömungsfeldes um die Aerospikes abzudecken. Dadurch kann der Totaldruckverlust großflächig minimiert werden.

Die Untersuchung der Wirkung des Aerospikekonzepts ist Gegenstand dieser Arbeit. Auf Basis bereits durchgeführter analytischer Vorbetrachtungen fand im Rohrwindkanal Göttingen eine experimentelle Studie der gasdynamischen Zusammenhänge an drei verschiedenen Aerospikegeometrien statt. Die Aerospikes bestehen aus einem zylindrischen Mittelteil, an dessen Bug- und Heckfläche sich jeweils ein Kegel befindet. Die Testkörper unterscheiden sich nur im Kegelhalbwinkel des vorderen Kegels ($\theta_{Kgl} = 5,5^\circ, 10^\circ, 20^\circ$) und draus resultierend in der Länge des Kegels. Der experimentelle Aufbau im Windkanal wurde so gestaltet, dass nur die lokale Überschallströmung der Aerospikenase realistisch simuliert wurde. Der Rest des Testkörpers befand sich hinter einem extern hervorgerufenen senkrechten Verdichtungsstoß. Schattenaufnahmen und Kraftmessungen bilden die Datenbasis für die anschließende Analyse.

Der Hauptteil der Arbeit bildet eine numerische Strömungssimulation. Als numerisches Werkzeug kam der auf dem Finite-Volumen-Verfahren basierende RANS-Solver TAU zum Einsatz. Untersuchungsgegenstand sind 2D-Flügelsegmente mit jeweils einem angebrachten

Aerospike. Der Flügel weist das VC-Opt-Profil auf. Die Flügelsegmente unterscheiden sich in der Spannweite und im Halbwinkel der Aerospikes analog zu den Windkanalexperimenten, wobei die Spannweite der betrachteten Flügelsegmente vom Kegelhalbwinkel bzw. vom Kegelstoß definiert wird. Drei von vier Flügelsegmenten sind so ausgelegt, dass sich bei der Machzahl $Ma = 1,24$ die Kegelstoßes benachbarter Aerospikes auf der Höhe des Hauptstoßes gerade tangieren. In einem Fall sollten sich die Kegelstoßes benachbarter Spikes auf der Höhe der Flügeloberfläche am Hauptstoß durchdringen.

Die Aussage, die anhand der Windkanalexperimente getroffen werden kann, beschränkt sich auf die Interpretation globaler Effekte der Aerospikes auf einen senkrechten Stoß. Eine genaue Aufschlüsselung des 3D-Strömungsfeldes, mit der Information der quantitativen Änderung von Strömungsgrößen war durch den gewählten experimentellen Aufbau in Verbindung mit dem Messmethoden (Schattenaufnahmen, DMS-Waage) leider nicht möglich. In den Windkanalexperimenten erzielte der stumpfste Kegel die besten Resultate im Bezug auf einer Reduktion der Stoßstärke des senkrechten Verdichtungsstoßes, qualitativ gezeigt an Schattenaufnahmen. Gleichzeitig besitzt er aber auch, für die gewählten geometrischen Randbedingungen, die geringste Wirkfläche am senkrechten Verdichtungsstoß innerhalb derer die Verluste gemindert werden. Als eine weitere wichtige Erkenntnis lässt sich festhalten, dass der eigene Widerstand eines Aerospikes durch die Präsenz des extern erzeugten senkrechten Stoßes sinken kann (*Favorable Wave Interference*).

Die numerische Parameterstudie zeigt, dass die Effektivität eines Aerospikes mit steigendem Halbwinkel und bei geringerem Abstand zum Nachbarn zunimmt. Hierbei erzielt der stumpfste Aerospike mit einem Halbwinkel von $\theta_{Kgl} = 10^\circ$ die Ersparnis von 3,27% im Widerstand. Der Kegel mit einem Kegelhalbwinkel von $\theta_{Kgl} = 5,5^\circ$ und einer kleineren Flügelsegmentspannweite S (äquivalent zum Abstand benachbarter Aerospikes), reduziert den Gesamtwiderstand um 3,58%. Mit zunehmender Effektivität sinkt allerdings auch der vom Flügel erzeugte Auftrieb, da der Druckanstieg vor dem Stoß früher beginnt und gradueller verläuft. Die Strömung erreicht nicht die Geschwindigkeiten vor dem Stoß, wie im CLEAN-Fall, und damit auch nicht die entsprechend kleineren Druckbeiwerte. Dies wirkt sich allerdings positiv auf die Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkung aus. Der CLEAN-Fall zeigt eine geschlossene Ablösung im Bereich des senkrechten Stoßes über die gesamte Flügelspannweite, die durch den Einsatz der Aerospikes verhindert wird. Die Schüttelgrenze (*buffet onset*) wird dadurch erhöht. Durch die geringeren Machzahlen vor dem Stoß fällt der Totaldruckverlust in der Grenzschicht ebenfalls weniger stark aus und die Grenzschicht sollte ein stabileres Verhalten gegenüber einer Hinterkantablösung aufweisen. In den TAU-Rechnungen trug der Aerospike selbst zu einer Reduktion des Widerstands bei, in dem er einen Schub erzeugt der mit steigendem Kegelhalbwinkel abnimmt. Die Arbeit bestätigt das grundsätzliche Potential des Aerospikekonzepts.

Ein denkbarer Ansatzpunkt für weiterführende Arbeiten wäre jedoch die Optimierung des Aerospikefußes. Er trägt

entscheidend zum Anstieg des Gesamtwiderstands bei. Wie die numerischen Simulationen zeigen, ist die Reduktion des Widerstands stark von der spannweitigen Positionierung abhängig. Eine breiter angelegte numerische Parameterstudie könnte helfen, den optimalen Abstand zu finden. Die Höhe der Aerospikes wurde in dieser Arbeit konstant gehalten. Auch hier besteht Bedarf an fortführenden Untersuchungen. Wichtig für den realen Einsatz ist auch die Breite des Auslegungsbereichs, in dem die Aerospikes wirken und wie weit sie sich außerhalb des Auslegungsbereichs negativ auf die aerodynamische Flügelleistung auswirken.

historical Perspective", 3. Auflage, McGraw-Hill, 2003.

[15] Bushnell D. M., "Shock Wave Drag Reduction", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36:81-96, 2004

5. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Pearcey H.H., "Shock Induced Separation and its Prevention by Design and Boundary Layer Control", *Boundary Layer and Flow Control*, Vol. 2, edited by Lachmann G.V., Pergamon, New York, 1961, pp.1277-1312.
- [2] Rosemann, H., "Wave Drag Reduction Concepts for Transsonic Wings", *ECCOMAS 2004*, Jyvaskyla, Juli 2004.
- [3] Stanewsky, E., Delery, J., Fulker, J.L., Wolfgang, G., "EUROSHOCK – Drag Reduction by Passive Shock Control", *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 56, 1997.
- [4] Stanewsky, E., Delery, J.L., Fulker, J., Matteis, P., "EUROSHOCK II – Drag Reduction by Shock and Boundary Layer Control", *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 80, 2002.
- [5] Ashill, P.R., Fulker, J.L., "A review of Flow Control research at DERA", Proceeding of IUTAM Symposium on Mechanics of Passive and Active Flow Control, eds. Meier, G.E.A. and Viswanath, P.R., Kluwer Academic, Norewell, MA, 1999
- [6] Holden, H.A. and Babinsky H. "Separated Shock-Boundary-Layer Interaction Control Using Streamwise Slots", *Journal of Aircraft*, Vol.42, No.1, 2005, pp.166-171.
- [7] Babinsky, H., Ogawa H., "Three-Dimensional SBLI Control for Transonic Airfoils", *AIAA 2006-3698*.
- [8] Dietz, G., "Passive Shock Control Concepts for Drag Reduction in Transonic Flow", *Journal of Aircraft*, Vol. 42, No. 3, May-June 2005, pp. 794-798.
- [9] Rein, M., Rosemann, H., Schülein, E., "Anordnung zur Reduktion von Verlusten, die mit einem starken Verdichtungsstoß verbunden sind", Patent DE10305973 B3, 06.05.2004.
- [10] Rein M., Rosemann H., and Schülein E., "Wave Drag Reduction by Means of Aerospikes on Transonic Wings", *Shock Waves*, Proc. of the 26th International Symposium on Shock Waves (ISSW26), K.Hannemann - F.Seiler (Eds.), Vol.2, pp.1309-1313, Springer, 2009.
- [11] Schnepf C., "Experimentelle Untersuchung eines innovativen Konzepts zur Reduzierung des Wellenwiderstands eines transsonischen Tragflügels", Diplomarbeit am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, DLR Göttingen, März 2009.
- [12] DLR, "Technical Documentation of the DLR TAU-Code".
- [13] Spalart P.R, and Allmaraes S.R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", *AIAA-92-0439*, 1992
- [14] Anderson J.D. Jr., "Modern Compressible Flow – With