

# EINE METHODIK ZUR GEWICHTSABSCHÄTZUNG VON VERBINDUNGSELEMENTEN IM FLUGZEUGVORENTWURF

L. Beilstein<sup>1</sup>, F. Mutschler<sup>1</sup>, S. Rudolph<sup>2</sup>, K. Drechsler<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut für Flugzeugbau, Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 31, 70569 Stuttgart, Deutschland

<sup>2</sup>Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 27, 70569 Stuttgart, Deutschland

## Kurzfassung

Für die Flugzeughersteller ist eine präzise Gewichtsvorhersage in der frühen Phase des Flugzeugentwurfs von entscheidender Bedeutung, um einerseits Leistungsdaten gegenüber ihren Kunden zu gewährleisten und andererseits unliebsame Überraschungen im Ablauf des Entwurfsprozesses zu vermeiden. Das Ziel dieser Arbeit ist daher die Herleitung von Gewichts-Abschätzungsformeln für Strukturverbindungen im Flugzeugvorentwurf mittels analytischer und darauf aufbauender dimensionsanalytischer Ansätze. Hierfür werden anhand abstrahierter Strukturmodelle Approximationsfunktionen für typische Verbindungen im Flugzeugbau (z.B. Längsnähte) unter Einbeziehung verschiedener Materialien entwickelt. Die Ähnlichkeitsmechanische Betrachtungsweise mittels des Pi-Theorems von Buckingham führt zudem zu aussagekräftigen dimensionslosen Kennzahlen für die gewichtsminimalen Funktionen derartiger Verbindungen.

## 1. NOMENKLATUR

Symbol	Beschreibung	Einheit
<u>Formelzeichen</u>		
$\alpha$	Nietschaftlängenkorrekturfaktor	–
$\alpha_{ji}$	Dimensionsexponenten in Kennzahl	–
$b$	Breite	m
$\beta_{kl}$	Dimensionsexponent	–
$C$	Abstand vom Füge teilrand	m
$C_{LA}$	Relativer Lochabstand	–
$C_{LD}$	Relativer Lochdurchmesser	–
$\Delta_{\text{Gewicht}}$	nichtoptimales Gewicht in dimensionsloser Form	–
$d$	Durchmesser	m
$\eta$	Wirkungsgrad der Nietverbindung	–
$F$	Kraft	N
$g$	Erdbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$K$	Strukturkennwert	N/m <sup>2</sup>
$l$	Länge	m
$l_{\text{Ü}}$	Überlappungslänge	m
$m$	Masse	kg
$n_x$	Anzahl der Nietreihen	–
$p$	Linienlast	N/m
$P$	Nietreihenabstand	m
$\pi$	dimensionslose Kennzahl	–
$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
$R_m$	Streckgrenze	N/m <sup>2</sup>
$S_B$	Sicherheitsfaktor gegen Bruch	–
$\sigma$	Spannung	N/m <sup>2</sup>
$t$	Dicke	m
$\tau$	Scherspannung	N/m <sup>2</sup>
$V$	Volumen	m <sup>3</sup>
$x$	dimensionsbehaftete Größe	individuell
$z$	Anzahl der Nieten	–

## Indizes

1, 2	Blech 1, Blech 2
B	Bruch
L	Lochleibung
min	minimal
N	Niete
zul	zulässig

## 2. EINLEITUNG

Die heutige intensive Klimadebatte zeigt die Wichtigkeit auf, durch die Intensivierung des Leichtbaus Treibstoff und Emissionen zu mindern. Demnach wird es für die Flugzeughersteller immer wichtiger, noch effizientere Flugzeuge anzubieten. Dies geht einher mit dem Strukturgewicht, welches in unmittelbarem Zusammenhang mit der Reichweiten- und Nutzlastforderung steht. Deshalb ist für die Flugzeughersteller eine genaue Vorhersage des Gewichts bereits im Flugzeugvorentwurf von entscheidender Bedeutung.

Die gängigen Gewichtsabschätzungsformeln für die wichtigsten Baugruppen basieren auf Methoden der mathematischen Statistik (Raymer [1], Roskam [2], Torenbeek [3]). Sie nutzen wenige Eingabeparameter und haben deshalb eine große Bedeutung in der Gewichtsabschätzung im Flugzeugvorentwurf eingenommen. Diese Gewichtsabschätzungsformeln resultieren aus Daten existierender Flugzeuge und spiegeln damit auch die Technologie der in dieser Datenbank enthaltenen Flugzeuge wieder. Beim Einsatz anderer Materialien und Bauweisen bis hin zu unkonventionellen Flugzeugentwürfen können diese empirischen Ansätze daher keine wirklich zuverlässige Gewichtsprognose liefern. Ein weiterer Nachteil ist das Fehlen der Möglichkeit aufgrund ausgewählter Konstruktionen das minimal mögliche Gewicht zu bestimmen. Aufgrund der aufgezeigten Defizite der verwendeten statistischen Abschätzungsverfahren können diese nicht als alleiniger Ansatz für die Gewichtsprognose dienen. Diese müssen zwingend durch analytische und/oder numerische Verfahren ergänzt werden.

Theoretisch kann das Gewicht zunächst in das „Optimum-Weight“, das minimal erreichbare Strukturgewicht aufgrund von Belastungen, und das „Non-Optimum-Weight“, welches Effekte impliziert, die aus dem praktischen Design resultieren, wie zum Beispiel Verbindungen, Ausschnitte und Standardabmaße, unterteilt werden. Die empirischen Gewichtsfunktionen beinhalten sowohl das „Optimum-Weight“, als auch das zusätzliche Gewicht, verursacht durch die unterschiedlichen „Non-Optimum-Faktoren“ und ermöglichen somit keine getrennte Betrachtungsweise der verschiedenartigen Effekte und deren Ursache. Damit bieten sie auch keine substantielle Aussage zu Optimierungsmöglichkeiten. Dem gegenüber sollten eigentlich den Strukturverbindungen besondere Aufmerksamkeit in der Gewichtsprognose gebühren, da davon ausgegangen wird, dass der durch sie verursachte gewichtliche Zuwachs zwischen 20 und 40 Prozent bezüglich des idealen Gewichtsminimums liegt [4].

In der nachfolgend dargestellten Methodik zur Gewichtsabschätzung von Verbindungselementen im Flugzeugvorentwurf wird der gewünschten Trennung des „Optimum-“ und des „Non-Optimum-Weights“ sowie des analytischen Ansatzes Rechnung getragen. Sie garantiert damit eine präzisere Gewichtsabschätzung von strukturellen Verbindungen, woraus eine theoretisch besser fundierte und praktisch detailliertere Gewichtsprognose im Flugzeugvorentwurf zur Verfügung steht.

### 3. ANALYTISCHE MASSENFUNKTIONEN

Ausgehend von der Belastung und den geometrischen Größen eines Strukturelements kann die zulässige Spannung als Funktion dieser Auslegungsparameter ausgedrückt werden. Basierend auf diesem Ansatz führt die Untersuchung verschiedener Strukturen zur Möglichkeit, diese mit der höchsten zulässigen Spannung und damit dem optimalen Design aus Sicht des minimalen Strukturgewichts, zu ermitteln. Diese Methodik wird im Folgenden anhand einer ungestörten Struktur und einer vernieteten Verbindung dargestellt.

#### 3.1. Referenzblech

Ein ungestörtes Blech, wie in BILD 1 dargestellt, repräsentiert den einfachsten Fall für die Erstellung der minimalen Massenfunktion. Es wird an dieser Stelle genutzt, um die generelle Vorgehensweise vorzustellen und dient später auch als gewichtliche Referenz für die gestörten Verbindungsstrukturen.

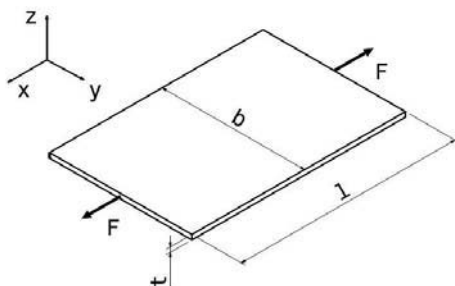


BILD 1. Referenzblech

Mittels der geometrischen Parameter des Blechs ergibt sich die Masse zu

$$(1) \quad m = \rho V = \rho l b t$$

Die zulässige Spannung für das Bruchversagen ist

$$(2) \quad \sigma_{zul} = \frac{F}{b t} = \frac{p}{t} \leq \frac{R_m}{S_B}$$

Cox [5] und Wiedemann [6] enthalten Beispiele für Kennzahlen, die für Untersuchungen hinsichtlich verschiedener Belastungen als Parameter eingeführt werden. Wiedemann benutzt hierfür die Bezeichnung „Strukturkennwert“. Der Strukturkennwert ist ein Maß für die Intensität der Belastung. Durch Einführung des Kennwerts wird die Abhängigkeit von der äußeren Geometrie eliminiert. Der Strukturkennwert hat die Einheit einer Spannung und bezieht die äußere Belastung auf die für das Tragverhalten maßgebende Länge.

Der Strukturkennwert für das linien- bzw. punkbelastete Referenzblech ist

$$(3) \quad K = \frac{p}{l} = \frac{F}{b l}$$

Mit den Gleichungen (2) und (3) erhält man durch Einsetzen in Gleichung (1) die endgültige Form der minimalen Massenfunktion für das Referenzblech.

$$(4) \quad \frac{m_{min}}{b l^2} = \frac{\rho S_B}{R_m} K$$

Kurven nach Gleichung (4) für unterschiedliche Materialien, die den Zusammenhang der entwickelten Gleichung darstellen, sind in BILD 2 zu sehen.

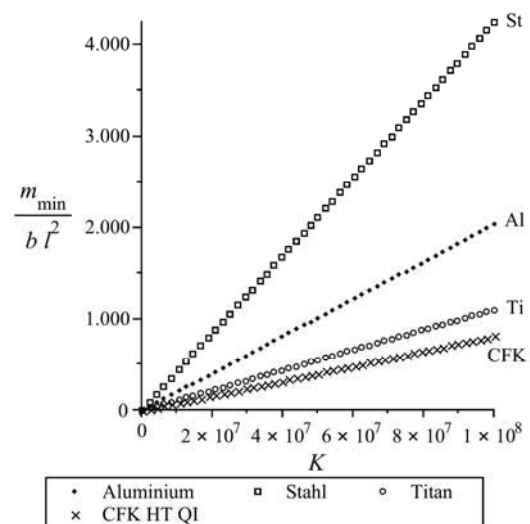


BILD 2. Massenfunktionale für das Referenzblech

Obwohl die Materialdichte der Aluminium-Legierung (AlMg3G32) kleiner ist als die der Titanium-Legierung (TiAl6V4 F89) ist es möglich, aufgrund der höheren Bruchfestigkeit der Titan-Legierung, mit diesem Material unter gegebener Beanspruchung leichter zu bauen. Zudem ist das Leichtbaupotential von kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK) deutlich sichtbar, was im Folgenden nicht weiter betrachtet wird.

### 3.2. Überlappungsniertung

Eine metallische Flugzeugstruktur ist aufgrund von Randbedingungen (z. B. Fertigung, Wartung, Reparatur) im Gegensatz zum idealen ungestörten Blech in BILD 1 aus vielen Bauteilen aufgebaut. Verbindungen spielen deshalb eine wichtige Rolle. Die Längsnähte eines Flugzeugrumpfes entstehen durch Überlappung zweier „Skin panels“ (siehe BILD 3).

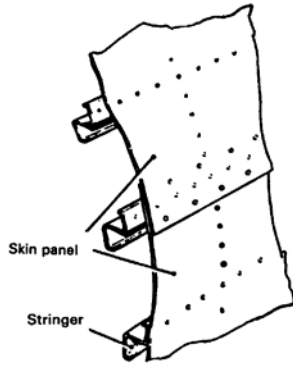


BILD 3. Typische Längsnaht [7]

Durch Abstraktion der realen Struktur einer Längsnaht im Flugzeugrumpf entsteht als Beispiel einer gestörten Struktur eine einschnittige Überlappingsverbindung (siehe BILD 4).

Die Anzahl der Nietreihen wird von einreihig bis dreireihig variiert. Biegeeffekte sind in der Betrachtung ausgeschlossen, obwohl diese durch den exzentrischen Kraftangriff bei der Überlappingsverbindung auftreten. Bei dünnen Blechen ist der Fehler gering.

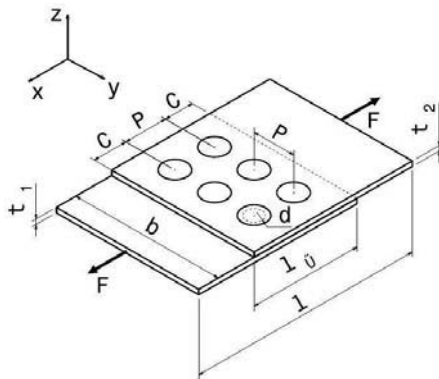


BILD 4. Einschnittige Überlappingsniertung

Wie beim Referenzblech wird die Massenfunktion mittels geometrischer Parameter aufgestellt. Zur Bestimmung des Volumens müssen in diesem Fall die Bleche und die Verbindungselemente herangezogen werden.

$$(5) \quad m = \frac{b}{2} (l_0 + l) (\rho_1 t_1 + \rho_2 t_2) + \frac{\pi}{4} d^2 z (t_1 (\alpha \rho_N - \rho_1) + t_2 (\alpha \rho_N - \rho_2))$$

Die Gesamtanzahl der Verbindungselemente einer Nietverbindung ist eine Funktion der Breite des betrachteten Strukturelements, der Anzahl der Nietreihen und dem Abstand der Nieten zueinander.

$$(6) \quad z = \frac{n_x b}{P}$$

Die Überlappungslänge setzt sich zusammen aus dem Mindestabstand der Nieten vom Fügeiteilrand, der Anzahl der Nietreihen und deren Abstand zueinander.

$$(7) \quad l_0 = 2C + (n_x - 1)P$$

Nach Wiedemann [6] gilt für den Abstand der Nieten zum Fügeiteilrand  $C \geq 2d$ . Weiterhin wird der Relativabstand  $C_{LA}$  der Nieten eingeführt und es gilt für den Nietabstand  $P = C_{LA} d$ . Dieser Abstand resultiert aus dem Lochleibungsdruck in den Blechen, der mindestens so groß sein muss wie die Kraft, die zum Abscheren des Nietschafts führt. Für den relativen Nietabstand gilt dann mit der üblichen Definition der Lochleibungsgrenze für Metalle von  $\sigma_L = 1.5 \sigma_B$

$$(8) \quad C_{LA} = 1 + n_x \frac{\sigma_L}{\sigma_{BN}} = 1 + n_x 1.5 \frac{R_{m1}}{R_{mN}}$$

Die Ergebnisse für den relativen Nietabstand für ein- bis dreireihige Vernietungen bei gleichem Material für Blech und Nieten sind in TAB 1 aufgelistet.

	$C_{LA}$
einreihig	2.5
zweireihig	4.0
dreireihig	5.5

TAB 1. Ergebnisse für den relativen Nietabstand

Das Verhältnis der Spannung im ungestörten Bereich (Bruttoquerschnitt) zur Materialfestigkeit im Restquerschnitt wird von Wiedemann [6] als Wirkungsgrad für eine Nietverbindung definiert. Angenommen ist dabei eine gleichmäßige Verteilung der Zugspannung im geschwächten Nettoquerschnitt.

$$(9) \quad \eta = \frac{P-d}{P} = 1 - \frac{d}{P} = 1 - \frac{1}{C_{LA}}$$

Mit den Werten von  $C_{LA}$  für ein- bis dreireihige Vernietungen aus TAB 1 ergeben sich folgende Ergebnisse für den Wirkungsgrad der Nietverbindungen.

	$\eta$
einreihig	0.60
zweireihig	0.75
dreireihig	0.82

TAB 2. Ergebnisse für den Wirkungsgrad

Der Lochleibungsdruck durch die auf die Verbindung aufgebrachte Belastung soll der Kraft entsprechen, bei der der Niet abscher. Rechnet man mit der Scherspannung des Niets  $\tau_N = 4F_N / \pi d^2$  und mit einer Schubfestigkeit von  $\tau_B = \sigma_B / \sqrt{3}$ , so ist mit der bereits verwendeten Definition der Lochleibungsgrenze der relative Lochdurchmesser

$$(10) \quad C_{LD} = \frac{d}{t} = 3.3 \frac{R_{m1}}{R_{mN}}$$

Beide Bleche leisten bezüglich des Ausscherens am Nietloch denselben Widerstand gegen die Kraft  $F_B$ . Dies führt letztlich zu

$$(11) \quad t_2 = t_1 \frac{R_{m1}}{R_{m2}}$$

Durch die Kombination der Auslegung gegen Abscheren der Niete und der Lochleibung ergibt sich der Durchmesser der Niete zu

$$(12) \quad d = C_{LD} t_1 \frac{R_{m1}}{R_{mN}}$$

Die Blechdicke  $t_1$  ergibt sich aus der Spannung im Restquerschnitt der Verbindung, die aus der Belastung entsteht.

$$(13) \quad t_1 = \frac{F}{b \eta \sigma_{zul}}$$

Zur Vereinfachung wird die Annahme getroffen, dass für die Bleche und die Niete der gleiche Werkstoff verwendet wird. Außerdem wird der Nietschaftlängenkorrekturfaktor zu eins gesetzt.

$$(14) \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho_N = \rho$$

$$(15) \quad R_{m1} = R_{m2} = R_{mN} = R_m$$

$$(16) \quad \alpha = 1$$

Der Strukturkennwert wie auch die zulässige Spannung sind dem Abschnitt 3.1 – Referenzblech zu entnehmen.

Setzt man nun die Gleichungen (6) bis (16) in die geometrische Massenfunktion (5) ein erhält man folgende Form der dimensionierten minimalen Massenfunktion der Überlappingsverbindung:

$$(17) \quad \frac{m_{\min}}{b l^2} = \frac{1}{2} \frac{S_B}{R_m^2 \eta^2 C_{LA}} \left[ 8 \rho C_{LA} C_{LD} S_B + 2 \rho C_{LA}^2 C_{LD} (n_x - 1) \right] K^2 + \frac{S_B \rho}{R_m \eta} K$$

Zur Veranschaulichung von Gleichung (17) sind in nachfolgenden Diagrammen Massenfunktionale für verschiedene Materialien bzw. für ein- bis dreireihige Vernietungen über dem Strukturkennwert  $K$  aus Gleichung (3) dargestellt.

BILD 5 zeigt den Verlauf der einreihigen Vernietung für unterschiedliche Materialien. Der Einsatz der gewählten Titan-Legierung (Ti) führt zur kleinsten Masse im Vergleich zu der Aluminium- (Al) und der Stahl-Legierung (St). Für metallische Werkstoffe zeigt sich beim Referenzblech (vgl. BILD 2) ebenfalls die geringste Masse bei der Verwendung von Titan.

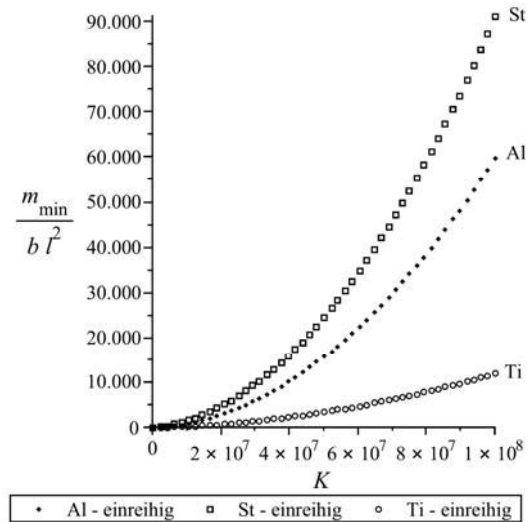


BILD 5. Massenfunktionale (einreihig, verschiedene Materialien) für die Überlappingsnietung

Bei größeren Strukturkennwerten nimmt der Einfluss des quadratischen Terms der minimalen Massenfunktion für Vernietungen (17) zu. Wie in BILD 6 zu sehen ist, wird die dreireihige Vernietung einer Aluminiumverbindung für große Strukturkennwerte erwartungsgemäß am schwersten und demgegenüber die einreihige Vernietung am leichtesten. Aufgrund des dimensionierenden Abscherens führt die zunehmende Überlappungslänge zur höheren Masse.

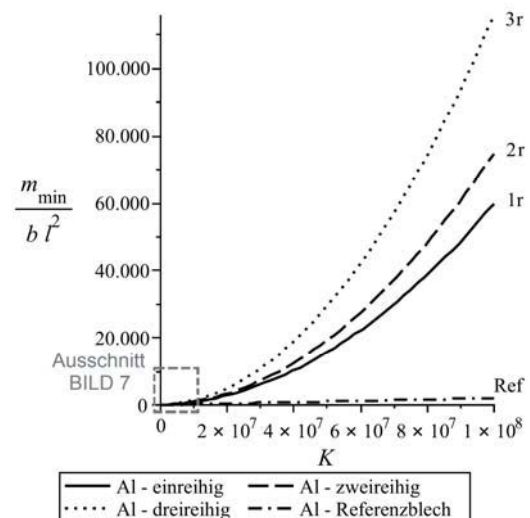


BILD 6. Massenfunktionale (ein- bis dreireihig, Aluminium) für die Überlappingsnietung, großer Strukturkennwert

Im Bereich kleiner Strukturkennwerte, in BILD 6 als Ausschnitt BILD 7 angedeutet, ist der quadratische Einfluss von Gleichung (17) vernachlässigbar. Im Vergleich zum Bereich der größeren Strukturkennwerte dreht sich die Situation um, so dass die dreireihige Vernietung leichter ist als die einreihige (siehe BILD 7), was mit der relevanten Versagensart (Lochleibungsversagen) für kleine Strukturkennwerte zu begründen ist.



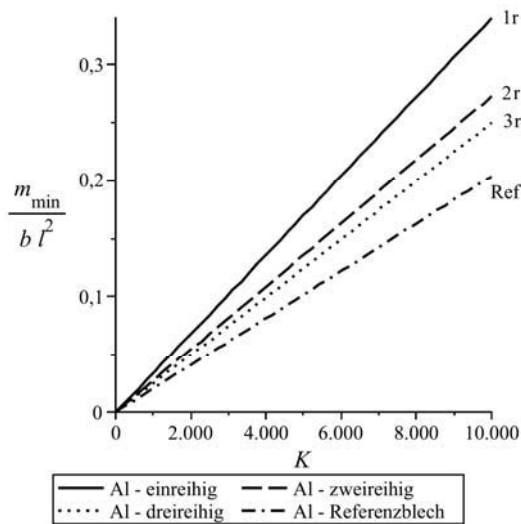


BILD 7. Massenfunktionale (ein- bis dreireihig, Aluminium) für die Überlappungsnielung, kleiner Strukturkennwert

Die hier vorgestellte Methodik zur Erstellung analytischer Massenfunktionale kann für beliebige Materialien und Fügeverfahren (z.B. Kleben, Schweißen) erweitert werden, so dass die Fragestellung nach der „besten“ Verbindung aufkommt, was einer Bewertungsproblematik entspricht. Dies soll im Folgenden genauer dargestellt und untersucht werden.

#### 4. DIMENSIONSANALYTISCHE BETRACHTUNG

Eine Bewertung soll eine Beurteilung der Strukturverbindungen hinsichtlich des minimalen Gewichts bzw. der minimalen Masse ermöglichen. Durch die Bewertung mit Kennzahlen wird ein objektives Bewertungsmodell geschaffen [8]. Das Pi-Theorem nach Buckingham und die daraus entwickelten dimensionslosen Größen können als Grundlage einer formalen Bewertungsmethodik herangezogen werden [8]. Diese dimensionslosen Kennzahlbeziehungen werden anschließend zur Bewertung der Strukturelemente verwendet.

Die moderne Form des Pi-Theorems von Buckingham lautet [9]:

*Aus der Existenz einer beliebigen vollständig dimensionshomogenen Beziehung  $f$  von  $n$  dimensionsbehafteten Größen  $x_i \in \mathbb{R}^+$  folgt die Existenz einer dimensionslosen Beziehung  $F$  mit*

$$(18) \quad f(x_1, \dots, x_n) = 0$$

$$(19) \quad F(\pi_1, \dots, \pi_m) = 0$$

wobei gilt:  $m=n-r$ . Dabei stellt  $r$  den Rang der durch die  $n$  physikalischen Größen gebildete Dimensionsmatrix [9] dar.

Die Transformation in den dimensionslosen Raum ist in Gleichung (20) definiert. Die dimensionslosen Größen  $\pi_j$  heißen Kennzahlen oder Potenzprodukte.

$$(20) \quad \pi_j = x_{r+j} \prod_{i=1}^r x_i^{-\alpha_{ji}}$$

Allgemein kann gesagt werden, dass die dimensionslosen Kennzahlen eine freie abelsche Gruppe bilden. Dies drückt sich darin aus, dass das Verfahren der Dimensionsmatrix je nach Wahl der Reihenfolge der Zeilen unterschiedliche dimensionslose Kennzahlen liefert. Mittels des Zusammenhangs der Strukturmatrix  $B$  nach Pawlowski [10] folgt für ein alternatives Set dimensionsloser Kennzahlen

$$(21) \quad \tilde{\pi}_k = \prod_l \pi_l^{\beta_{kl}}$$

unter der Bedingung, dass die durch die Elemente  $\beta_{kl}$  beschriebene Matrix  $B$  vollen Rang hat. Dann ist es erlaubt, die  $\pi$  eines Pi-Sets miteinander zu multiplizieren und daraus neue  $\tilde{\pi}$  Sets dimensionsloser Kennzahlen zu bilden.

Aufgrund der Vielzahl gleichwertiger Sets von dimensionslosen Kennzahlen ist es schwierig zu sagen, welche  $\pi$ -Gruppen sich am besten zur anschaulichen Beurteilung der Strukturverbindungen eignen. Dies kann daher nur im Einzelfall entschieden werden.

Reduziert man die Anzahl der  $\pi$  durch Multiplikation, so führt man mathematisch betrachtet eine Projektion durch. Dies muss bei der Interpretation der Ergebnisse mittels dieser Vorgehensweise beachtet werden. Durch die Verringerung der Anzahl der Potenzprodukte durch Projektion überlagern sich Effekte aus verschiedenen Dimensionen.

In den folgenden Abschnitten 4.1 und 4.2 werden mögliche dimensionsanalytische Lösungen für das Referenzblech und die genietete Strukturverbindung vorgestellt. Im ersten Beispiel wird von der minimalen Massenfunktion ausgegangen. Die Funktion beinhaltet die minimale Anzahl an Parametern, was auf ein dreidimensionales Problem für das Referenzblech und ein vierdimensionales Problem für die Nietverbindung führt. Unter der Voraussetzung, dass der Sicherheitsfaktor konstant ist, kann das Problem auf zwei bzw. drei Dimensionen reduziert werden. Die dimensionslosen Zusammenhänge werden jeweils in einem Diagramm dargestellt und ermöglichen einen Vergleich hinsichtlich der minimalen Massenfunktion.

In einem zweiten Beispiel wird die Massenfunktion zur Gewichtsfunktion erweitert, was einen zusätzlichen Parameter, die Erdbeschleunigung  $g$ , in die Relevanzliste für die Dimensionsanalyse einbringt. Die dimensionslosen Potenzprodukte können dadurch in eine Form physikalisch vorstellbarer Kennzahlen überführt werden. Da hierbei die Anzahl der Kennzahlen reduziert wird, also die angesprochene Projektion durchgeführt wird, hat sich die Anzahl der darzustellenden Dimensionen auf drei verringert.

##### 4.1. Referenzblech

Aus der physikalischen Dimensionsinformation der Relevanzliste  $(\rho, l, R_m, S_B, m_{\min}, F)$  der Funktion (4), wobei der

Strukturkennwert durch Gleichung (3) ersetzt wurde, kann die Dimensionsmatrix (TAB 3) aufgestellt werden.

Variable	M	L	T	M'	L'	T'
$\rho$	1	-3	0	1	0	0
$l$	0	1	0	0	1	0
$R_m$	1	-1	-2	0	0	1
$S_B$	0	0	0	0	0	0
$m_{\min}$	1	0	0	1	3	0
$F$	1	1	-2	0	2	1

TAB 3. Dimensionsmatrix und Normalform des Referenzblechs

Der Rang der Dimensionsmatrix ist  $r = 3$ , damit können für  $n = 6$  Größen  $m = n - r = 3$  dimensionslose Potenzprodukte (d.h. Kennzahlen) durch die Überführung in die Normalform (siehe TAB 3 rechts) gebildet werden.

$$(22) \quad \pi_1 = S_B$$

$$(23) \quad \pi_2 = \frac{m_{\min}}{l^3 \rho}$$

$$(24) \quad \pi_3 = \frac{F}{R_m l^2}$$

Der Sicherheitsfaktor  $S_B$  wird direkt als dimensionslose Kennzahl übernommen. Damit kann  $\pi_1$  als konstant angesetzt werden, was die Aufgabenstellung des Referenzblechs auf ein zweidimensionales Problem reduziert.

Die dimensionslosen Kennzahlen werden in die minimale Massengleichung für das Referenzblech (4) eingesetzt, wobei der Strukturkennwert durch Basisgrößen aus Gleichung (3) ersetzt wird. Wird der Sicherheitsfaktor für die Sicherheit gegen Bruch mit 2 angesetzt ergibt sich folgender dimensionsloser Zusammenhang:

$$(25) \quad \pi_2 = 2 \pi_3$$

Gleichung (25) ist in BILD 8 dargestellt. Der lineare Zusammenhang liefert eine allgemeingültige, materialunabhängige Aussage für das Referenzblech. Die Masse des Zugblechs steigt proportional mit der Belastung.

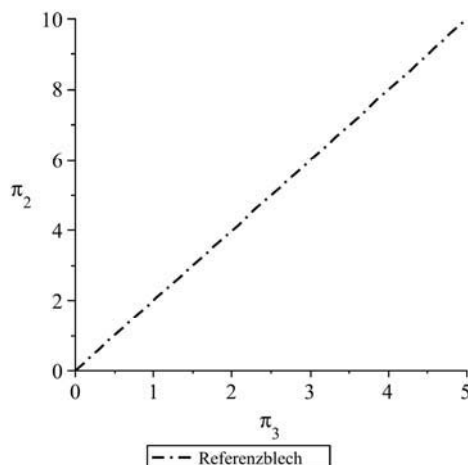


BILD 8. Dimensionsloses Massenfunktional für das Referenzblech

Wiedemann [6] definiert dazu analog einen Gewichtungsfaktor  $f_G$ , der einen dimensionslosen Zusammenhang zwischen dem minimalen Gewicht und dem Strukturkennwert darstellt und direkt aus den analytischen Gleichungen abgeleitet wurde. Im Gegensatz zu diesem Gewichtungsfaktor basieren die mittels der hier vorgestellten Methodik entwickelten Kennzahlen auf dem formalen Prinzip des Pi-Theorems.

## 4.2. Überlappungsnetzung

Für die Erstellung eines ersten Beispiels zur dimensionsanalytische Betrachtungsweise einer Strukturverbindung wird von einer einreihigen Vernietung ausgegangen. Damit ist  $n_x = 1$ ,  $C_{LA} = 2.5$  und  $\eta = 0.6$ . Aus (17) ergibt sich unten stehende Gleichung (26) für die minimale Masse, die als Basis für die Erstellung der Relevanzliste dient.

$$(26) \quad m_{\min} = \frac{36.67 S_B^2 \rho F^2}{b R_m^2} + \frac{1.67 l S_B \rho F}{R_m}$$

Aus der Dimensionsinformation der physikalischen Größen ( $\rho, l, R_m, S_B, m_{\min}, F, b$ ) der Relevanzliste kann die Dimensionsmatrix erstellt werden. Durch rangerhaltende Spaltenoperationen wird die obere Diagonalform erreicht.

Variable	M	L	T	M'	L'	T'
$\rho$	1	-3	0	1	0	0
$l$	0	1	0	0	1	0
$R_m$	1	-1	-2	0	0	1
$S_B$	0	0	0	0	0	0
$m_{\min}$	1	0	0	1	3	0
$F$	1	1	-2	0	2	1
$b$	0	1	0	0	1	0

TAB 4. Dimensionsmatrix und Normalform der einreihigen Vernietung

Da der Rang der Dimensionsmatrix  $r = 3$  ist, können aus  $n = 7$  Größen  $m = n - r = 4$  dimensionslose Potenzprodukte erzeugt werden.

$$(27) \quad \pi_1 = S_B$$

$$(28) \quad \pi_2 = \frac{m_{\min}}{l^3 \rho}$$

$$(29) \quad \pi_3 = \frac{F}{R_m l^2}$$

$$(30) \quad \pi_4 = \frac{b}{l}$$

Wieder ist  $\pi_1$  konstant, so dass eine dreidimensionale Problemstellung vorliegt. Die dimensionslosen Kennzahlen  $\pi_2$  und  $\pi_3$  sind identisch zum Referenzblech. Die dimensionslose Kennzahl  $\pi_4$  beinhaltet den Parameter  $b$ , der bei der Vernietung im Vergleich zum Referenzblech zusätzlich in der Relevanzliste auftritt.

Die in den Gleichungen (27) bis (30) enthaltenen Kennzahlen werden nun in die noch dimensionsbehaftete Formulierung der Massenfunktion in Gleichung (26) einge-

setzt. Mit  $S_B = 2$  erhält man den Zusammenhang (31) für den dimensionslosen Zusammenhang einer einreihigen Überlappungsnielung, der in BILD 9 dargestellt ist.

$$(31) \quad \pi_2 = \frac{146.67 \pi_3^2}{\pi_4} + 3.34 \pi_3$$

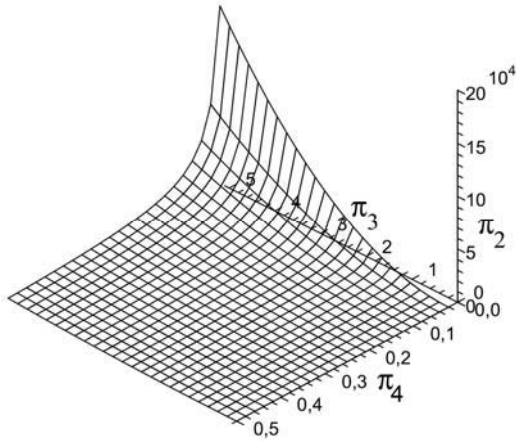


BILD 9. Dimensionsloses Massenfunktional (3d) für die einreihige Überlappungsnielung

Zum besseren Verständnis der in BILD 9 dargestellten Zusammenhänge ist es möglich auf ein nur noch zweidimensionales Diagramm auszuweichen. Diese Darstellung bietet sich hier an, da die Kennzahl  $\pi_4 = b/l$  für eine bestimmte Einbausituation konstant ist und damit zum Auftragen von parametrisierten Kurvenscharen in BILD 10 mit  $\pi_4 = [0.5; 1; 2]$  dienen kann.

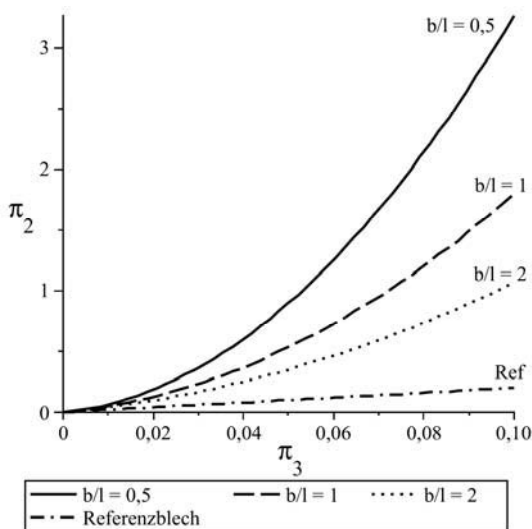


BILD 10. Dimensionsloses Massenfunktional (2d) für die einreihige Überlappungsnielung und das Referenzblech

Um die Vielfalt an Möglichkeiten des Pi-Theorems zu verdeutlichen wird ein weiteres Beispiel für die dimensionsanalytische Untersuchung der Überlappungsnielung herangezogen. Die Anzahl der  $\pi$  wird durch die bereits beschriebene Multiplikation mehrerer  $\pi$  miteinander redu-

ziert, so dass das mehrdimensionale Problem zu einer zweidimensionalen Projektion vereinfacht wird.

Aus der minimalen Massenfunktion (17), der Gleichung (3) für den Strukturkennwert und der Multiplikation mit der Erdbeschleunigung, entsteht das Gewichtsfunktional in Gleichung (32), welches als Basis für die weitere Betrachtung dient.

$$(32) \quad G_{\min} = \frac{\rho F S_B g}{\eta R_m} \left[ \frac{4 C_{LD} F S_B}{b \eta R_m} + \frac{(n_x - 1) C_{LA} C_{LD} F S_B}{b \eta R_m} + I \right]$$

Aus der Dimensionsinformation der physikalischen Größen ( $n_x, \eta, S_B, C_{LA}, C_{LD}, \rho, l, R_m, G_{\min}, F, b, g$ ) der Relevanzliste kann die Dimensionsmatrix und die Normalform erstellt werden, entsprechend der in TAB 3 beschriebenen Vorgehensweise.

Der Rang der Dimensionsmatrix ist  $r = 3$ . Aus den  $n = 12$  Größen aus der Relevanzliste können demnach  $m = n - r = 9$  dimensionslose Kennzahlen generiert werden.

$$(33) \quad \pi_1 = n_x$$

$$(34) \quad \pi_2 = \eta$$

$$(35) \quad \pi_3 = S_B$$

$$(36) \quad \pi_4 = C_{LA}$$

$$(37) \quad \pi_5 = C_{LD}$$

$$(38) \quad \pi_6 = \frac{l \rho g}{R_m}$$

$$(39) \quad \pi_7 = \frac{b \rho g}{R_m}$$

$$(40) \quad \pi_8 = \frac{G \rho^2 g^2}{R_m^3}$$

$$(41) \quad \pi_9 = \frac{F \rho^2 g^2}{R_m^3}$$

Wie in den obigen Beispielen ist der Sicherheitsfaktor  $S_B = 2$ , was zu einem konstanten  $\pi_2$  führt. Der relative Lochdurchmesser  $C_{LD}$  ist nur von der Lochleibungsspannung im Verhältnis zur Bruchspannung abhängig und ist deshalb ebenfalls als konstant anzusetzen. Demnach ist  $\pi_3 = 3.3$ . Der gewählte Wert für die Anzahl der Nietreihen  $\pi_1 = n_x$  wird ebenfalls jeweils als Konstante eingesetzt. Mit dem Wert für die Anzahl der Nietreihen errechnen sich die dimensionslosen Kennzahlen  $\pi_2$  und  $\pi_4$ , die nur von diesem Parameter abhängig sind.

Der dimensionslose Kennwert  $\tilde{\pi}_x$  in Gleichung (42) entsteht durch Multiplikation von  $\pi_9$ ,  $\pi_6$  und  $\pi_7$ .

$$(42) \quad \tilde{\pi}_x = \pi_9 \pi_6^{-1} \pi_7^{-1}$$

Die in Gleichung (46) verwendete Reißlänge ist wie folgt definiert:

$$(43) \quad l_R = \frac{R_m}{\rho g}$$

Der dimensionslose Kennwert  $\tilde{\pi}_{\text{Gewicht}}$  in Gleichung (44) entsteht durch die Multiplikation der dimensionslosen Parameter  $\pi_6$ ,  $\pi_9$  und  $\pi_8$ .

$$(44) \quad \tilde{\pi}_{\text{Gewicht}} = \pi_6 \pi_9 \pi_8^{-1}$$

Setzt man die in den Gleichungen (38) bis (41) definierten Größen in die Gleichungen (42) beziehungsweise (44) ein, so ergeben sich nachfolgende Beziehungen.

$$(45) \quad \tilde{\pi}_x = \frac{F}{R_m l_b}$$

$$(46) \quad \tilde{\pi}_{\text{Gewicht}} = \frac{F}{G_{\min}} \frac{l}{l_R}$$

Der dimensionslose Zusammenhang für die ein- bis dreireihige Überlappingsverbindung kann durch folgende Gleichungen wiedergegeben werden, die durch Einsetzen der Gleichungen (45) und (46) aus dem Gewichtsfunktional (32) folgen. Die Ergebnisse der Gleichungen (47) bis (50) sind in BILD 11 dargestellt.

$$(47) \quad \tilde{\pi}_{\text{Gewicht-einreihig}} = \frac{1}{\frac{440}{3} \tilde{\pi}_x + \frac{10}{3}}$$

$$(48) \quad \tilde{\pi}_{\text{Gewicht-zweireihig}} = \frac{1}{187.73 \tilde{\pi}_x + \frac{8}{3}}$$

$$(49) \quad \tilde{\pi}_{\text{Gewicht-dreireihig}} = \frac{1}{\frac{2662}{9} \tilde{\pi}_x + \frac{22}{9}}$$

$$(50) \quad \tilde{\pi}_{\text{Gewicht-Referenzblech}} = \frac{1}{2}$$

Die Kennzahl  $\tilde{\pi}_{\text{Gewicht}}$  könnte man sich als gewichtlichen Wirkungsgrad vorstellen, der mit der Länge in Kraftrichtung zur Reißlänge multipliziert wird.

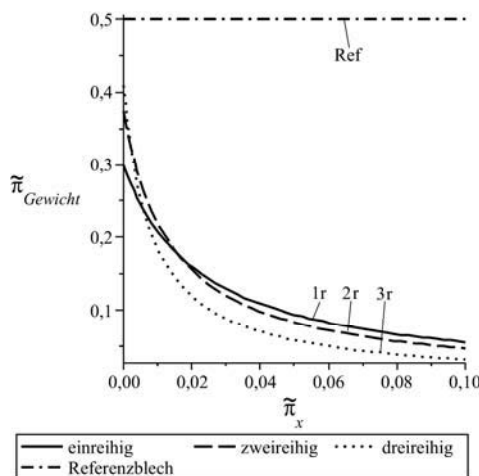


BILD 11. Dimensionsloses Gewichtsfunktional (2d) für die Überlappingsnietung

BILD 11 zeigt, dass das Referenzblech, welches das ideale Gewichtsminimum repräsentiert, den besten gewichtlichen Wirkungsgrad erreicht. Unter der Annahme bekannter Geometrie- und Werkstoffdaten führt eine steigende Belastung zu einer Abnahme des Parameters  $\tilde{\pi}_{\text{Gewicht}}$ . Dies ist gleichzusetzen mit einer Zunahme des Gewichts bzw. der Masse.

In den Gleichungen (52) bis (54) ist jeweils der Kehrwert der Funktionen (47) bis (49) berechnet, um eine weitere Darstellungsform zu erhalten. In diesem Schritt wird das Referenzblech, welches als optimaler Gewichtsanteil definiert ist, subtrahiert. Diese Funktionen entsprechen nun Geradengleichungen.

$$(51) \quad \Delta_{\text{Gewicht-n}_x} = \frac{1}{\tilde{\pi}_{\text{Gewicht-n}_x}} - \frac{1}{\tilde{\pi}_{\text{Gewicht-Referenzblech}}}$$

$$(52) \quad \Delta_{\text{Gewicht-einreihig}} = \frac{440}{3} \tilde{\pi}_x + \frac{4}{3}$$

$$(53) \quad \Delta_{\text{Gewicht-zweireihig}} = 187.73 \tilde{\pi}_x + \frac{2}{3}$$

$$(54) \quad \Delta_{\text{Gewicht-dreireihig}} = \frac{2662}{9} \tilde{\pi}_x + \frac{4}{9}$$

Diese Funktionen führen zur angesprochenen Trennung von optimalem und nicht-optimalem Gewicht, so dass in BILD 12 nach Gleichungen (52) bis (54) nur noch der gewichtliche Zuwachs durch das Fügen der Bauteile dargestellt ist.

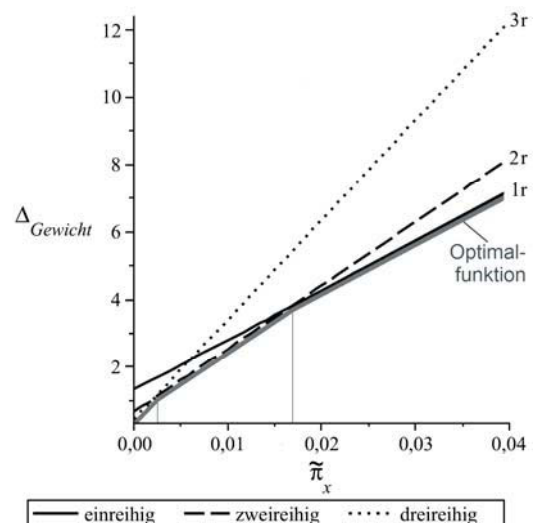


BILD 12. Dimensionsloses Gewichtsfunktional (2d) für die Überlappingsnietung abzüglich der Masse des Referenzblechs

Je höher die Kurven in BILD 12 liegen, desto größer ist das zusätzliche Gewicht aufgrund der strukturellen Fügung. Für eine gewichtsoptimale Auswahl über den Bereich von  $\tilde{\pi}_x$  sind demnach unterschiedliche Fügearten einzusetzen. Die in BILD 12 skizzierte graue Kurve stellt die gewichtsminimale Funktion dar, die sich durch Verbinden der optimalen Bereiche der Funktionen für die verschiedenen Nietreihenanzahlen ergibt.



## 5. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Durch die Notwendigkeit belastbarer Vorhersagen des Strukturgewichts eines Flugzeugs im Vorentwurf werden vermehrt analytische und/oder numerische Verfahren zur Ergänzung der häufig verwendeten empirischen Ansätze auf Basis vorhandener Datenbanken eingesetzt. Weiterhin kann die Gewichtsprognosegenauigkeit durch Aufschlüsselung von Hauptbauteilen in Subelemente verbessert werden. Dabei ist eine Aufteilung in optimale und nicht-optimale Gewichtsanteile sinnvoll. Die Strukturverbindungen, welche als Haupttreiber des nicht-optimalen Gewichtsanteils wesentlich zur Erhöhung des optimalen Gewichts beitragen, sollten deshalb in die Gewichtsprognose im Flugzeugvorentwurf integriert werden.

Die vorgestellte Methodik zur Gewichtsabschätzung von Verbindungselementen im Vorentwurf bietet die Möglichkeit, das Gewicht bzw. die Masse von strukturellen Verbindungen verschiedener, auch neuartiger Fügeverfahren und Werkstoffe zu beschreiben. Die anhand vereinfachter Strukturmodelle hergeleiteten analytischen Approximationsfunktionen tragen der Trennung des "Optimum Weights" und des Gewichts aufgrund der "Non-Optimum-Faktoren" Rechnung und ermöglichen somit eine gewichtliche Bewertung unterschiedlicher Fügearten und Materialien. Durch die Einführung des Strukturkennwerts werden die Problemstellungen von den Effekten der äußeren Geometrie befreit.

Die Nutzung des formalen Ansatzes des Pi-Theorems für die analytischen Gewichtsfunktionale und die daraus gewonnenen dimensionslosen Kennzahlen erlauben die gewichtliche Beurteilung einer Konstruktion mit Fügeverfahren auf objektiver Basis. Die aussagekräftigen Kennzahlen ermöglichen eine schnelle Bewertung hinsichtlich des minimalen Gewichts für verschiedene Belastungsbereiche.

Die vorgestellte Methodik wird zukünftig um zusätzliche Fügeverfahren (z.B. Kleben, Schweißen), typische Verbindungen (z.B. Quernähte, Schubwinkel) und Materialien erweitert. Damit erhält man für die einzelnen Bauteile Gewichtsfunktionen, die die für die jeweiligen Randbedingungen optimale Fügeart beschreiben. Diese Herangehensweise stellt eine Grundvoraussetzung für regelbasiertes Konstruieren und Entwerfen dar und bietet sich zukünftig zur Implementierung von Anwendungen der rechnergestützten Lösungsfindungen an.

## 6. LITERATUR

- [1] Raymer, P. D.: *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington DC, 1989
- [2] Roskam, J.: *Airplane design; Part 5: Component weight estimation*. DARcorporation, Kansas, 1989
- [3] Torenbeek, E.: *Synthesis of subsonic airplane design: an introduction to the preliminary design of subsonic general aviation and transport aircraft, with emphasis on layout, aerodynamic design, propulsion and performance*. Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 1999
- [4] Shanley, F. R.: *Weight-strength analysis of aircraft structures*. McGraw-Hill, New York, 1952
- [5] Cox, H. L.: *The design of structures of least weight*. Pergamon Press, Oxford, 1965
- [6] Wiedemann, J.: *Leichtbau; Band2: Konstruktion*. Springer-Verlag, Berlin, 1989
- [7] Niu, M. C.-Y.: *Airframe structural design*. Hong Kong Conmil Press Ltd., Hong Kong, 1999
- [8] Rudolph, S.: *Eine Methodik zur systematischen Bewertung von Konstruktionen*, Dissertation, Universität Stuttgart, 1994
- [9] Rudolph, S.: *Übertragung von Ähnlichkeitsbegriffen*, Habilitationsschrift, Universität Stuttgart, 2002
- [10] Pawlowsky, J.: *Die Ähnlichkeitstheorie in der physikalisch-technischen Forschung; Grundlagen und Anwendung*. Springer, Berlin, 1971