

UNTERSUCHUNG DREIDIMENSIONALER EINFLÜSSE AUF DIE ZWEIDIMENSIONALE MERIDIANSTRÖMUNG EINES AXIALVERDICHTERGITTERS AUF DER BASIS DER UMFANGSGEMITTELTEN NAVIER-STOKES-GLEICHUNGEN

A. Willburger, M. Lawerenz
Fachgebiet Strömungsmaschinen, Universität Kassel, Deutschland

ÜBERSICHT

Eine sichere Auslegung moderner, vielstufiger Axialverdichter erfordert eine genaue und detaillierte Beschreibung der Strömung, um eine optimale Abstimmung der Stufen zu gewährleisten. Vor diesem Hintergrund wird ein Through-Flow Verfahren für mehrstufige Axialverdichter auf der Basis der umfangsgemittelten RANS-Gleichungen vorgestellt.

Effekte der Beschaukelung auf die Strömung wie Umlenkung, Verluste und Mischungsvorgänge werden durch Schaufelkraftmodelle und Gitterkorrelationen erfasst. Durch die Berücksichtigung der viskosen Terme können die Seitenwandgrenzschichten direkt aufgelöst werden. Die gemittelten Bilanzgleichungen enthalten zusätzliche Terme, die ebenfalls durch Modelle zu berücksichtigen sind, um das Gleichungssystem zu schließen. So führt die Integration über den Zeitmaßstab der turbulenten Bewegung zu den Reynoldsspannungen. Diese werden im Meridianströmungsverfahren mit einem Turbulenzmodell beschrieben, das auf dem Wirbelviskositätsprinzip basiert und einen algebraischen Ansatz auf der Basis einer Mischungsweglänge enthält. Die Integration in Umfangsrichtung führt zu weiteren Korrelationstermen, so genannten deterministischen Spannungen, die auch den Einfluss der Dreidimensionalität wiedergeben. In den hier dargestellten Untersuchungen zur Bedeutung und zum Einfluss dieser Zusatzterme auf die Meridianströmung anhand numerischer Untersuchungen an einem Axialverdichtergitter werden die Ergebnisse vorgestellt und mit experimentellen Daten verglichen. Die Terme werden mit dem Ziel untersucht, die Ergebnisse des Meridianströmungsverfahrens im Vergleich zu 3D Simulationen zu verbessern.

EINLEITUNG

Through-Flow Verfahren zur Berechnung der Meridianströmung bilden in der Auslegung mehrstufiger Turbomaschinen auch weiterhin ein zentrales Element [1]. Mit Hilfe von empirischen Korrelationen und unter Berücksichtigung von Gitterbelastungskriterien [2] werden Wirkungsgrad, Arbeitsbereich und andere Kriterien während des Entwurfes optimiert. In dieser Phase des Auslegungsprozesses, in der die tatsächliche 3D Geometrie der Beschaukelung noch nicht bekannt ist, erfolgt bereits weitgehend die Festlegung der Geschwindigkeitsdreiecke. Auch bei der Analyse der Maschinen-Charakteristik kommen Meridianströmungsverfahren zum Einsatz.

In der Praxis am häufigsten eingesetzt wird die Stromlinienkrümmungsmethode [3]. Mit der vereinfachenden Annahme einer rotationssymmetrischen Strömung und der Vernachlässigung der Reibungsspannungen erfolgt die Berechnung der Meridianströmung. Die Einflüsse von Verlusten und dreidimensionalen Effekten werden durch Modelle approximiert. Ein solches Stromlinienkrümmungsverfahren mit Modellen für die Scherschichten an Nabe und Gehäuse und die radiale Mischung findet sich in [4].

Es existieren noch eine Reihe weiterer Lösungsmethoden. So wird z.B. in [5] ein Through-Flow Verfahren auf Basis der umfangsgemittelten Eulergleichungen vorgestellt. Ein Ansatz mit den umfangsgemittelten Average-Passage Gleichungen und einer Finite-Volumen Diskretisierung findet sich in [6].

In dieser Arbeit wird ein anderer Ansatz verwendet. Durch die Integration der stationären 3D RANS Gleichungen in Umfangsrichtung entsteht ein Gleichungssystem, mit dem die Strömung auf einer Meridianstromfläche bestimmbar ist, ohne die viskosen Terme zu vernachlässigen. So können die Grenzschichten an Nabe und Gehäuse, in Verbindung mit einem Turbulenzmodell durch die Bilanzgleichungen beschrieben werden.

NOMENKLATUR

b	Breite einer Teilung in Umfangsrichtung
c	Absolutgeschwindigkeit

c_{pt}	Totaldruckbeiwert
C	Zusatzterm in den Bilanzgleichungen
F	Schaufelkraft
f, g	lokale Größen
h_{rel}	relative Kanalhöhe
h_{rot}	Rothalpie
l	Schneckenlänge
Ma	Mach-Zahl
p_t	Totaldruck
r, φ, z	Zylinderkoordinaten
S	Leistung der Schubspannungen
\dot{Q}	Wärmestrom
w	Relativgeschwindigkeit
α	Strömungswinkel in Umfangsrichtung
ϱ	Dichte
τ	Reibungsspannung
Σ	deterministische Spannungen
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_{pt}	Totaldruckverlustbeiwert

Indizes

$(\bar{})$	dichtegewichteter Mittelwert (Favre)
$(\bar{})''$	Abweichung vom dichtegewichteten Mittelwert
$(\overline{})$	flächengewichteter Mittelwert
$(\overline{})'$	Abweichung vom flächengewichteten Mittelwert
i	Integrationsgrenze
i	Inzidenzwinkel
e	Energiegleichung betreffend
p	Druck betreffend
ref	Referenzwert
τ	Reibungsspannungen betreffend
vk	Vorderkante

UMFANGSMITTELUNG

Der Hergang der Integration zwischen den Grenzen φ_1 und φ_2 , wie in Bild 1 dargestellt, soll im Folgenden am Beispiel des Produktes aus Dichte ϱ und einer Strömungsgröße f aufgezeigt

werden (siehe Lawrenz [7]).

$$(1) \quad \overline{\varrho f} = \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varrho f d\varphi$$

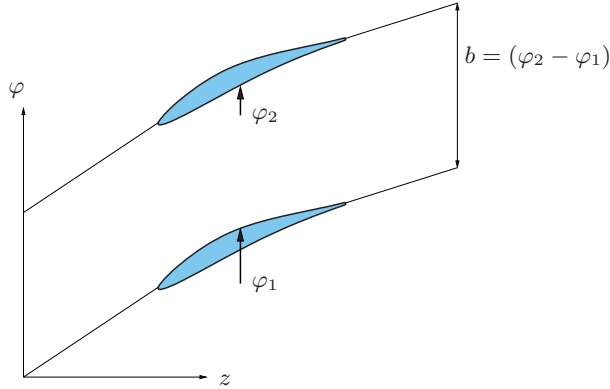


BILD 1: Integrationsintervall der Umfangsmittelung

Die Integration der partiellen Differentiale in den Erhaltungsgleichungen führt unter Anwendung der Leibnizregel zu einem Ausdruck mit der Ableitung des Mittelwertes und Größen auf den Rändern des Integrationsgebietes, die von der Änderung der Grenzen φ_1 und φ_2 in z -Richtung abhängen.

$$(2) \quad \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\partial \varrho f}{\partial z} d\varphi = \frac{\partial}{\partial z} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varrho f d\varphi + \left\{ \varrho f \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\}_{\varphi_1} - \left\{ \varrho f \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\}_{\varphi_2}$$

Der Mittelwert des Produktes $\overline{\varrho f}$ kann durch die Verwendung von Favre-Mittelwerten wie folgt umgeformt werden.

$$(3) \quad \tilde{f} = \frac{1}{b\overline{\varrho}} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varrho f d\varphi = \frac{b\overline{\varrho f}}{b\overline{\varrho}}$$

Damit ergibt sich

$$(4) \quad \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\partial \varrho f}{\partial z} d\varphi = \frac{\partial b\overline{\varrho f}}{\partial z} + \left\{ \varrho f \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\}_{\varphi_1} - \left\{ \varrho f \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\}_{\varphi_2}$$

Im Fall, dass die Strömungsgröße f das Produkt zweier lokaler Größen $f = g_1 g_2$ darstellt, muss noch eine weitere Umformung vorgenommen werden. Diese ergibt sich aus der Aufteilung der lokalen Werte in Mittelwerte und Schwankungsanteile

$$(5) \quad g = \tilde{g} + g''$$

$$(6) \quad \overline{\varrho g_1 g_2} = \overline{\varrho \tilde{g}_1 \tilde{g}_2} + \underbrace{\overline{\varrho g_1'' g_2''}}_{\text{Korrelationsterm}}$$

In den nach diesen Vorschriften integrierten Bilanzgleichungen entstehen neben den Differentialen der mittleren Strömungsgrößen noch zusätzlich Terme, die aus den gemittelten Produkten

von Schwankungsanteilen bestehen. Diese finden sich in den Impuls- und der Energiegleichung, aber durch die Verwendung von Favre-Mittelwerten nicht in der Kontinuitätsgleichung. Dichte und Druck werden ebenso wie die Reibungsspannungen flächengewichtet gemittelt. Zusammenfassend liefert die Integration der Bilanzgleichungen in Umfangsrichtung zwischen den Grenzen φ_1 und φ_2 in den Zylinderkoordinaten des mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Relativsystems folgende Beziehungen:

Kontinuitätsgleichung:

$$(7) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_r}) + \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_z}) = 0$$

Radiale Impulsgleichung:

$$(8) \quad \begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_r}^2) + \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_r} \cdot \widetilde{w_z}) \\ & - \frac{b}{r} (\overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_u}^2) - 2 \cdot \omega \cdot b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_u} - \omega^2 \cdot r \cdot b \cdot \overline{\varrho} \\ & = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \overline{\tau_{rr}}) + \frac{\partial}{\partial z} (r \cdot b \cdot \overline{\tau_{zr}}) - b \cdot \overline{\tau_{uu}} \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial r} (b \cdot \overline{p}) + F_{1,r} - F_{2,r} + \sum C_r \end{aligned}$$

Impulsgleichung in Umfangsrichtung:

$$(9) \quad \begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_u} \cdot \widetilde{w_r}) + \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_u} \cdot \widetilde{w_z}) \\ & + 2 \cdot \omega \cdot b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_r} + \frac{b}{r} \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_u} \cdot \widetilde{w_r} \\ & = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \overline{\tau_{ru}}) + \frac{\partial}{\partial z} (r \cdot b \cdot \overline{\tau_{zu}}) + b \cdot \overline{\tau_{ru}} \right] \\ & + F_{1,u} - F_{2,u} + \sum C_u \end{aligned}$$

Axiale Impulsgleichung:

$$(10) \quad \begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_z} \cdot \widetilde{w_r}) + \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \overline{\varrho} \cdot \widetilde{w_z}^2) \\ & = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \overline{\tau_{rz}}) + \frac{\partial}{\partial z} (r \cdot b \cdot \overline{\tau_{zz}}) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \overline{p}) + F_{1,z} - F_{2,z} + \sum C_z \end{aligned}$$

Die Komponenten der Vektoren der Schaufelkräfte

$$(11) \quad \vec{F}_i = \begin{pmatrix} F_{i,r} \\ F_{i,u} \\ F_{i,z} \end{pmatrix} \quad \text{mit } i = 1, 2$$

lassen sich in einen druckabhängigen $\vec{F}_{p,i}$ und einen viskosen Anteil $\vec{F}_{\tau,i}$ zerlegen. Der Anteil aus den Schubspannungen $\vec{F}_{\tau,i}$ wird durch eine äquivalente Schaufelkraft ersetzt, die aus einem Totaldruckverlustbeiwert ω_{pt} resultiert. Diese wirkt entlang der Stromfläche entgegen der Strömung und ist gleichmäßig über der Schaufel verteilt. Die druckabhängige Kraft $\vec{F}_{p,i}$ kann durch die Impulsgleichung in Umfangsrichtung und der Vorgabe der Stromflächengeometrie berechnet werden.

Energiegleichung:

$$\begin{aligned}
 (12) \quad & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_r} \cdot \widetilde{h_{rot}} \right) \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left(b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_z} \cdot \widetilde{h_{rot}} \right) \\
 & = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \cdot b \cdot (\widetilde{w_r} \cdot \overline{\tau_{rr}} + \widetilde{w_u} \cdot \overline{\tau_{ur}} + \widetilde{w_z} \cdot \overline{\tau_{rz}}) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[b \cdot (\widetilde{w_r} \cdot \overline{\tau_{rz}} + \widetilde{w_u} \cdot \overline{\tau_{uz}} + \widetilde{w_z} \cdot \overline{\tau_{zz}}) \right] \\
 & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \bar{q}_r) + \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \bar{q}_z) \\
 & + S_1 - S_2 + \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 + \sum C_e
 \end{aligned}$$

Die Terme S_i sind die durch die Schubspannungen übertragene Energie und \dot{Q}_i sind die Wärmeströme über die Schaufeloberfläche. Durch die Haftbedingung werden die Terme $S_i = 0$ und durch die Annahme einer adiabaten Schaufeloberfläche $\dot{Q}_i = 0$. Die Quellterme auf den Rändern verschwinden außerhalb eines Gitters aufgrund der dort vorausgesetzten Periodizität.

Die aus der Integration resultierenden Zusatzterme werden durch folgende Mittelwerte der Schwankungsgrößen gebildet. Energiegleichung:

$$\begin{aligned}
 (13) \quad \sum C_e = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot b \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_r''} \cdot \widetilde{h_{rot}''} \right) \\
 & - \frac{\partial}{\partial z} \left(b \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_z''} \cdot \widetilde{h_{rot}''} \right) \\
 & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \cdot b \left(\bar{\varrho} \cdot \overline{\tau_{rr}} \cdot w_r'' \cdot \left(\frac{1}{\varrho} \right)'' + \overline{w_r' \cdot \tau_{rr}'} \right. \right. \\
 & + \bar{\varrho} \cdot \overline{\tau_{ur}} \cdot w_u'' \cdot \left(\frac{1}{\varrho} \right)'' + \overline{w_u' \cdot \tau_{ur}'} \\
 & \left. \left. + \bar{\varrho} \cdot \overline{\tau_{rz}} \cdot w_z'' \cdot \left(\frac{1}{\varrho} \right)'' + \overline{w_z' \cdot \tau_{rz}'} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[b \left(\bar{\varrho} \cdot \overline{\tau_{rz}} \cdot w_r'' \cdot \left(\frac{1}{\varrho} \right)'' + \overline{w_r' \cdot \tau_{rz}'} \right. \right. \\
 & + \bar{\varrho} \cdot \overline{\tau_{uz}} \cdot w_u'' \cdot \left(\frac{1}{\varrho} \right)'' + \overline{w_u' \cdot \tau_{uz}'} \\
 & \left. \left. + \bar{\varrho} \cdot \overline{\tau_{zz}} \cdot w_z'' \cdot \left(\frac{1}{\varrho} \right)'' + \overline{w_z' \cdot \tau_{zz}'} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Impulsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 (14) \quad \sum C_r = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_r''^2} \right) \\
 & - \frac{\partial}{\partial z} \left(b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_z''} \cdot \widetilde{w_r''} \right) + \frac{b}{r} \left(\bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_u''^2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (15) \quad \sum C_u = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_r''} \cdot \widetilde{w_u''} \right) \\
 & - \frac{\partial}{\partial z} \left(b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_z''} \cdot \widetilde{w_u''} \right) - \frac{b}{r} \left(\bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_r''} \cdot \widetilde{w_u''} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (16) \quad \sum C_z = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_r''} \cdot \widetilde{w_z''} \right) \\
 & - \frac{\partial}{\partial z} \left(b \cdot \bar{\varrho} \cdot \widetilde{w_z''^2} \right)
 \end{aligned}$$

MODELLE DER MERIDIANSTRÖMUNG

Die Berechnung des Totaldruckverlustbeiwertes ω_{pt} setzt sich aus mehreren superponierten Effekten zusammen. Zum einen werden Profil- und Inzidenzverluste nach [8] und [2] berechnet. Zum anderen werden Sekundär- und Spaltverluste durch einen Ansatz nach [9] berücksichtigt. Die Gitterverluste werden innerhalb des Berechnungsverfahrens mit einem linearen Ansatz in meridionaler Richtung verteilt, um daraus die lokal wirkende viskose Schaufelkraft zu bestimmen.

Minderumlenkungen sind neben den Verlusten von entscheidender Bedeutung für die umgesetzte Arbeit im Gitter. Die Berücksichtigung dieser Abweichungen des Abströmwinkels vom geometrischen Winkel an der Profilhinterkante geschieht durch ein Modell nach [10].

Die Radiale Mischung ist wichtig bei der Berechnung vielstufiger Turbomaschinen. Der Vorgang sorgt für eine Verteilung der Entropien, die durch die Reibungsverluste in den Seitenwandgrenzschichten entstehen, in Spannweitenrichtung. Diesem Effekt wird durch die Einführung einer Mischungsviskosität nach [11] Rechnung getragen.

Die Reynoldsspannungen werden in dem Meridianströmungsverfahren mit einem algebraischen Mischungsweglängenmodell beschrieben, das in [7] dargestellt ist.

Für die Berechnung der stationären Meridianströmung werden die umfangsgemittelten Gleichungen parabolisiert und mit einem Druckkorrekturverfahren gelöst [12]. Die Parabolisierung schränkt die Anwendung des Verfahrens auf Strömungen ohne Rückströmungen in der Meridianebene ein. Weiter erfordert der Druckkorrekturalgorithmus, dass Massenstrom und Druckfeld miteinander gekoppelt sind, so dass gesperrte Zustände nicht erfasst werden können.

DETERMINISTISCHE SPANNUNGEN

Aus der Integration der Navier-Stokes-Gleichungen über den Zeitmaßstab der turbulenten Bewegung ergeben sich die RANS-Gleichungen, die ein instationäres deterministisches Strömungsfeld beschreiben. Hierin geben die Reynoldsspannungen den Einfluss der turbulenten Bewegung wieder und müssen durch Turbulenzmodelle berücksichtigt werden. In einer Turbomaschine liegen noch weitere instationäre periodische Schwankungen vor, die, wie von Adamczyk [13] gezeigt, durch zwei weitere Mittelungsoperatoren erfasst werden können.

Eine zeitliche Mittelung der Erhaltungsgleichungen über eine Umdrehung des Rotors filtert die instationären Einflüsse heraus und liefert ein stationäres Strömungsfeld. Instationäre Schwankungen der Strömungsgrößen in dieser Zeitskala werden durch Spannungsterme $\Sigma_{rotation}$ in den Gleichungen repräsentiert.

Die derart beschriebene Strömung ist nicht notwendigerweise teilungssymmetrisch. Durch unterschiedliche Schaufelzahlen aufeinander folgender Rotoren bzw. Statoren in Turbomaschinen ergibt sich in jeder Teilung ein anderes Strömungsfeld. Daher folgt die Integration der Gleichungen über der Anzahl der Teilungen. Das Gleichungssystem beschreibt jetzt die Strömung in einer mittleren Teilung. Zusätzlich entstehen wieder Zusatzterme $\Sigma_{passage}$, die die Informationen über die Unterschiede zwischen den Teilungen beinhalten.

Für die Berechnung der Meridianströmung muss noch eine weitere Mittelung in Umfangsrichtung durchgeführt werden. Die Integration der Gleichungen in Umfangsrichtung führt dann zu einem Gleichungssystem, das eine achsensymmetrische Strömung auf einer repräsentativen Meridianstromfläche beschreibt. Die physikalischen Informationen über die Unsymmetrien sind

in den Korrelationstermen Σ_{pitch} der umfangsgemittelten Bilanzgleichungen enthalten.

Die deterministischen Spannungen in der Meridianströmung setzen sich folglich aus drei Teilen zusammen.

$$(17) \quad \Sigma_{det} = \Sigma_{rotation} + \Sigma_{passage} + \Sigma_{pitch}$$

In der Arbeit von Simon [14] werden derart gewonnenen Gleichungen für die Berechnung der Meridianströmung vorgestellt. In den Untersuchungen wurden die deterministischen Spannungen aus den Schwankungsanteilen in Umfangsrichtung und den instationären Schwankungen anhand von stationären und instationären 3D Simulationen für einen einstufigen Verdichter und eine einstufige Turbine ermittelt und im Hinblick auf ihre Bedeutung für die Meridianströmung miteinander verglichen. Die deterministischen Spannungen der Umfangsmittelung haben dabei den höheren Einfluss auf die Ergebnisse der Meridianströmungsrechnung im Vergleich zu denen der zeitlichen Mittelung über eine Umdrehung des Rotors.

Die Wirkung der Umfangsspannungen auf die Meridianströmung werden in [15] an einem S1 Schnitt in Kanalmitte eines einstufigen subsonischen Verdichters untersucht. Es kann gezeigt werden, dass der Ansatz einer harmonischen Rekonstruktion der deterministischen Spannungen in Umfangsrichtung geeignet ist, um deren Wirkung nachzubilden.

UMFANGSGEMITTELTE STRÖMUNG IM VERDICHTERGITTER

Für die Untersuchung der deterministischen Spannungen wurde als Testfall die Strömung in einem axialen Verdichtergitter gewählt. Im Rahmen experimenteller Arbeiten wurde die prismatische Beschaukelung im Ringgitterwindkanal der Universität Kassel eingehend vermessen [16]. Den Aufbau des Versuchsträgers zeigt Bild 2.

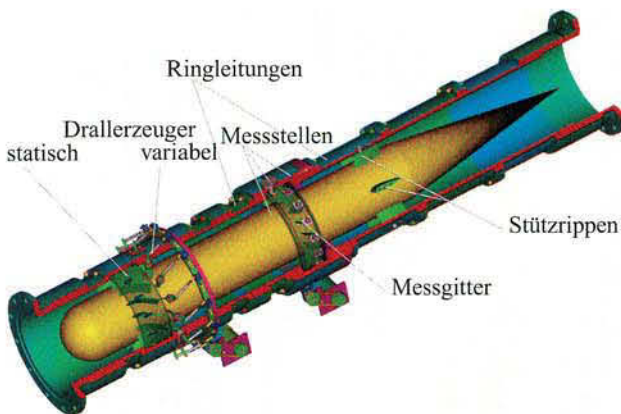


BILD 2: Ringgitterwindkanal der Universität Kassel [16]

Das Gitter besteht aus 17 Schaufeln, die als Statoren am Gehäuse befestigt sind und einen Nabenspalt von 0,4 mm haben. Durch einen Drallerzeuger vor dem Messgitter ist der Umfangswinkel der Zuströmung variierbar.

Im gewählten Betriebspunkt ist die Zuströmmachzahl im Mittelschnitt $Ma = 0,34$ und die Anströmung der Schaufel bei einem Umfangswinkel von $\alpha_1 = -43^\circ$ nahezu inzidenzfrei. Die Variation des Inzidenzwinkels reicht von $i = 2,8^\circ$ im Bereich der Nabe bis $i = -2,4^\circ$ im Bereich des Gehäuses. Damit wird das Gitter im Bereich der Nabe stärker belastet und im Bereich des Gehäuses entlastet.

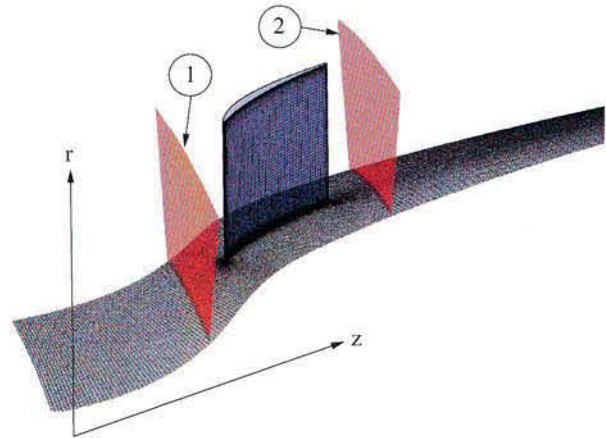


BILD 3: Messebenen am Verdichtergitter

In Bild 3 sind die Netze auf Naben- und Schaufeloberfläche dargestellt sowie die zwei Auswertungsebenen markiert. Bezogen auf die axiale Länge des Gitters befinden sich die Messebene bei einer relativen Position von 43 % vor bzw. 132 % stromab der Vorderkante.

BERECHNUNG DER ZUSATZTERME

Um den Einfluss der Dreidimensionalität auf die zweidimensionale Meridianströmung zu untersuchen, werden im Folgenden 3D RANS Rechnungen hinsichtlich der deterministischen Spannungen analysiert. Da es sich um ein einzelnes Statorgitter handelt, gibt es keine Gitterinteraktionen $\Sigma_{rotation} = 0$. Zudem liegt durch die in Umfangsrichtung symmetrische Zuströmung Teilungssymmetrie vor $\Sigma_{passage} = 0$. Die deterministischen Spannungen resultieren folglich aus den Schwankungen der Strömungsgrößen in Umfangsrichtung $\Sigma_{pitch} \neq 0$.

Die zuvor dargestellten Zusatzterme $\sum C_r$, $\sum C_u$, $\sum C_z$ und $\sum C_e$ in den Bilanzgleichungen der Meridianströmung enthalten die Informationen über die Unsymmetrien der Strömung in Umfangsrichtung und sind aus der 3D Lösung auf unterschiedliche Weise bestimmbar. Da die Totaltemperatur in der untersuchten Strömung zwischen Ein- und Austritt unverändert bleibt, hat auch die Energiegleichung eine geringe Bedeutung für dieses Strömungsproblem. Daher werden im Weiteren nur die Zusatzterme der Impulsgleichungen untersucht.

Eine Möglichkeit ist die Berechnung der Mittelwerte von Produkten der Schwankungsanteile und der Bestimmung der entsprechenden DGL-Terme. Dafür werden Geschwindigkeitsanteile dichtegewichtet und Dichte, Druck sowie Reibungsspannungen flächengewichtet in Umfangsrichtung gemittelt. Nach Gleichung (5) können aus den bekannten lokalen und mittleren Größen die Schwankungsanteile berechnet werden. Die Produkte von Schwankungsanteilen werden dann wiederum gemittelt.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Korrelationsterme ergibt sich aus der Kombination von Gleichung (3) und (6). Aus den Mittelwerten der 3D Lösung können die Mittelwerte der Schwankungsanteile mittels folgender Beziehung bestimmt werden:

$$(18) \quad \overline{g_1'' g_2''} = \frac{\overline{\partial g_1 \partial g_2}}{\bar{q}} - \left(\frac{\overline{\partial g_1}}{\bar{q}} \cdot \frac{\overline{\partial g_2}}{\bar{q}} \right)$$

Eine weitere Möglichkeit ist die Berechnung der Zusatzterme aus den umfangsgemittelten Bilanzgleichungen in Verbindung mit den umfangsgemittelten Strömungsgrößen.

Neben den Korrelationstermen enthalten die umfangsgemittelten Impulsgleichungen die Schaufelkräfte, die im Meridianströmungsverfahren durch Modellgleichungen beschrieben werden müssen. Hierzu wird angenommen, dass der gemittelte statische Druck als Mittelwert der Drücke auf Saug- und Druckseite dargestellt werden kann. Dann kann die aus dem Druckfeld resultierende Schaufelkraft aus der Dralländerung bestimmt werden. Die Verknüpfung der Impulsgleichungen liefert folgende Beziehungen:

Axiale Impulsgleichung:

$$(19) \quad \begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_z \cdot \bar{w}_r) + \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_z^2) \\ & - \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \bar{\tau}_{rz}) + \frac{\partial}{\partial z} (r \cdot b \cdot \bar{\tau}_{zz}) \right] \\ & + b \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - F_{\tau,z} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} D \\ & = \underbrace{\sum C_z + r \frac{\partial \varphi}{\partial z} \sum C_u}_{LDST_Z} \end{aligned}$$

Radiale Impulsgleichung:

$$(20) \quad \begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_r^2) + \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_r \cdot \bar{w}_z) \\ & - \frac{b}{r} (\bar{\varrho} \cdot \bar{w}_u^2) - 2 \cdot \omega \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_u - \omega^2 \cdot r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \\ & - \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \bar{\tau}_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} (r \cdot b \cdot \bar{\tau}_{zr}) - b \cdot \bar{\tau}_{uu} \right] \\ & + b \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} - F_{\tau,r} - \frac{\partial \varphi}{\partial r} D \\ & = \underbrace{\sum C_r + r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \sum C_u}_{LDST_R} \end{aligned}$$

mit

$$(21) \quad \begin{aligned} D = & - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_u \cdot \bar{w}_r) - r \frac{\partial}{\partial z} (b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_u \cdot \bar{w}_z) \\ & - 2 \cdot r \cdot \omega \cdot b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_r - b \cdot \bar{\varrho} \cdot \bar{w}_u \cdot \bar{w}_r \\ & + \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot b \cdot \bar{\tau}_{ru}) + \frac{\partial}{\partial z} (r \cdot b \cdot \bar{\tau}_{zu}) + b \cdot \bar{\tau}_{ru} \right] \\ & + r F_{\tau,u} \end{aligned}$$

Durch Einsetzen der dichtegewichtet umfangsgemittelten 3D Strömungsgrößen in die Gleichungen der Meridianströmung (Gleichung (19), Gleichung (20)) ergeben sich die rechten Seiten der Gleichungen nicht zu Null. In den rechten Seiten liegen jetzt die Informationen der Korrelationsterme in einer gebündelten Form als „Lumped Deterministic Source Terms“ (LDST) [17] vor. Zusätzlich sind auch alle anderen Abweichungen zwischen den Lösungen der 2D und 3D Verfahren in den LDST enthalten:

- In den Erhaltungsgleichungen der Meridianströmung wird ein Modell für den mittleren Druck verwendet.
- Die Bestimmung der Viskosität für die Berechnung der Reibungsspannungen setzt sich in dem Meridianströmungsverfahren aus einem laminaren, einem turbulenten und einem auf dem Modell der radialen Mischung basierenden zusammen. Die 3D Simulation verwendet eine identische Formulierung für die laminare Viskosität auf Basis der Sutherland Formel, verwendet allerdings für den turbulenten Anteil ein Eingleichungs-Turbulenzmodell.

- Im Meridianverfahren muss die Geometrie der Stromfläche im Gitter vorgegeben werden. Die Strömungswinkel an der Vorderkante ergeben sich aus der Anströmung und die an der Hinterkante aus der Schaufelgeometrie und den Minderumlenkungen. Die daraus resultierende Umlenkung wird mit einem parabolischen Ansatz über der Schaufellänge verteilt.

Das Einbringen der so bestimmten LDST als statische Quellterme in die Meridianströmungsrechnung führt zu einer Lösung, die der dichtegewichteten umfangsgemittelten 3D Lösung entspricht. Die Berechnung der Zusatzterme durch Differenzieren der Korrelationen führt zu LDST, die nur auf den deterministischen Spannungen basieren, ohne die zusätzlichen Einflüsse durch die Modelle.

Unter der Berücksichtigung des Ziels dieser Untersuchung, die Ergebnisse des Meridianströmungsverfahrens im Vergleich zu umfangsgemittelten Ergebnissen von 3D Simulationen zu verbessern, liegt es nahe, die LDST aus den Differentialgleichungen weiter zu untersuchen.

3D SIMULATION

Die dreidimensionale numerische Simulation der Strömung erfolgte mit der CFD-Software FINE™/Turbo. Die Basis des Verfahrens bilden neben den Bilanzen für Masse und Energie die dreidimensionalen zeitabhängigen RANS Gleichungen. Die Modellierung der turbulenten Spannungen basiert auf dem Wirbelviskositätsansatz von Boussinesq in Verbindung mit einem Eingleichungs-Turbulenzmodell von Spalart & Allmaras [18]. Entsprechend der Low-Reynolds Formulierung des Turbulenzmodells ist der dimensionslose Wandabstand Y^+ so gewählt, dass der Erste Netzknoten in der viskosen Unterschicht liegt. Der Y^+ -Wert ist maximal 2,18 an der Schaufelvorderkante und minimal 0,01 im Bereich der Strömungsablösung. Innerhalb des numerischen Verfahrens werden eine Reihe von Beschleunigungstechniken eingesetzt. Hierzu zählen Mehrgitterverfahren, lokale Zeitschrittweitensteuerung und Residuenglättung. Für die Analyse der Ergebnisse wurden die Rechnungen bis zum Erreichen eines stationären Zustandes durchgeführt. Das Rechengebiet ist mit insgesamt 7 Blöcken und 3 Millionen Knoten diskretisiert. Die geometrischen Qualitätsmerkmale des Rechnernetzes sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Die Randbedingungen am Eintritt sind aus den Messergebnissen gewonnene radiale Verteilungen des Totaldruckes, der Totaltemperatur und des Strömungswinkels in Umfangsrichtung. Die Austrittsrandbedingung ist ein vorgegebener mittlerer statischer Druck, dessen radiale Verteilung Ergebnis der Rechnung ist.

minimale „Orthogonalität“	32,51°
durchschnittliche „Orthogonalität“	79,77°
maximales „Seitenverhältnis“	3191,66
durchschnittliches „Seitenverhältnis“	526,39
maximale „Expansionsrate“	2,25
durchschnittliche „Expansionsrate“	1,4

TABELLE 1: geometrische Qualitätsmerkmale des Netzes

ERGEBNISSE

In Tabelle 2 sind Massenstrom und Totaldruckbeiwert der Simulationen und der Messung dargestellt. Der Totaldruckbeiwert

wird nach folgender Definition berechnet.

$$(22) \quad c_{pt} = \frac{p_{t,2} - p_2}{p_{t,1} - p_2}$$

Verfahren	Massenstrom	Totaldruck-beiwert
Messung	4,31 und 4,54 kg/s	0,885
3D Simulation	4,39 kg/s	0,899
Magelan-Gittermodell	4,44 kg/s	0,939
Magelan-3D-Vorgabe	4,44 kg/s	0,907

TABELLE 2: globale Ergebnisse

Aus den Messergebnissen ist in jeder Auswertungsebenen ein Massenstrom berechnet worden. Die Ursachen für deren Abweichungen sind die nicht vermessenen Grenzschichten und die starken Gradienten des Strömungsfeldes stromab des Gitters aufgrund des Totwassergebietes. Die Massenströme der Simulationen liegen auf gleichem Niveau.

Der Totaldruckbeiwert der Messung ist der betragsmäßig niedrigste. Der relative Unterschied zwischen denen der 3D Simulation und Magelan mit Gittermodellen ist etwa 4 %. Durch Berücksichtigung der Gitterverluste und der Umlenkung aus der 3D Rechnung in der Meridianströmungsrechnung sinkt dieser auf unter 1 %.

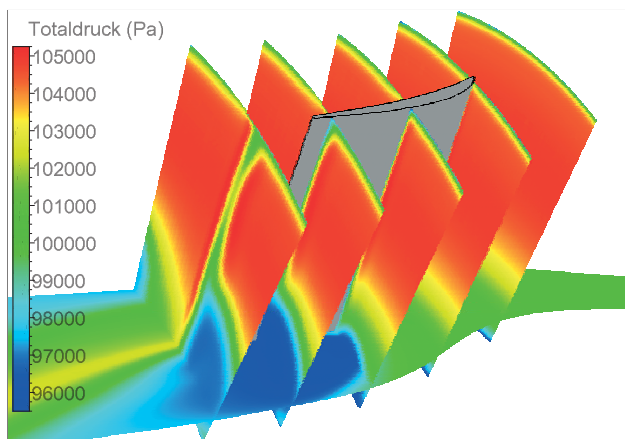


BILD 4: Totaldruck auf S1 und achsnormalen Schnitten des Strömungsraumes

Eine Auffälligkeit bei der Analyse der 3D Navier-Stokes Rechnung ist ein ausgeprägtes Totwassergebiet auf der Saugseite im Bereich der Nabe. Axial beginnt es bei etwa 50 % der Sehnenlänge. Radial erstreckt es sich bis etwa 30 % Spannweite. In Bild 4 wird dies anhand des Totaldruckes verdeutlicht. Dargestellt sind eine S1 Ebene des Strömungsraumes bei 10 % Spannweite und 5 achsnormale Schnittebenen, beginnend mit der Messebene 1 am rechten Rand bis zur Messebene 2 am linken Rand. Eine Ablösung der Strömung mit der Ausbildung eines lokalen Totwassergebietes führt zu einer deutlichen Erhöhung der Störungen in Umfangsrichtung.

Die gemessenen Strömungsgrößen in der Ebene 1 (vgl. Bild 3) dienen als Eintrittsrandbedingungen bei allen numerischen Simulationen. Im Folgenden werden die umfangsgemittelten 3D Ergebnisse mit den Ergebnissen der Meridianströmungsrechnungen

und den Messungen in der Ebene 2 verglichen. Die Mittelung der 3D Ergebnisse erfolgt durch eine massenstromgewichtete und eine dichtegewichtete Integration in Umfangsrichtung.

Für die Simulationen der 2D Meridianströmung kommen zwei verschiedene Ansätze für die Bestimmung der Stromflächenengeometrie innerhalb des Gitters zur Anwendung.

Im ersten Fall wird der Einfluss der Beschaukelung auf die Strömung in der für Meridianströmungsverfahren üblichen Form modelliert. Zwischen Gitterein- und Austritt liefern die zuvor angesprochenen Verlust- und Minderumlenkungsmodelle lokale Werte für den Strömungswinkel und die Reibungsspannungen auf der Beschaukelungsoberfläche.

Der Totaldruckverlust und die Minderumlenkung werden im zweiten Fall direkt aus den Daten der umfangsgemittelten 3D RANS Simulation bestimmt und in die Meridianströmungsrechnung eingebracht. Die Minderumlenkungen berechnet sich aus der Differenz der Strömungswinkel der massenstromgewichteten umfangsgemittelten 3D Lösung und den Metallwinkeln an der Hinterkante. Zur Bestimmung der radialen Verteilung der Totaldruckverlustbeiwerte (Gleichung (23)) werden die Druckänderungen auf 18 Stromröhren in Spannweitenrichtung ausgewertet.

$$(23) \quad \omega_{pt} = \frac{p_{t,1} - p_{t,2}}{p_{t,1} - p_1}$$

Vergleich Messung Rechnungen

Da die Messergebnisse in einer in Umfangsrichtung massenstromgewichteten Form vorliegen, sind diese nur mit ebenfalls massenstromgewichteten numerischen Ergebnissen vergleichbar.

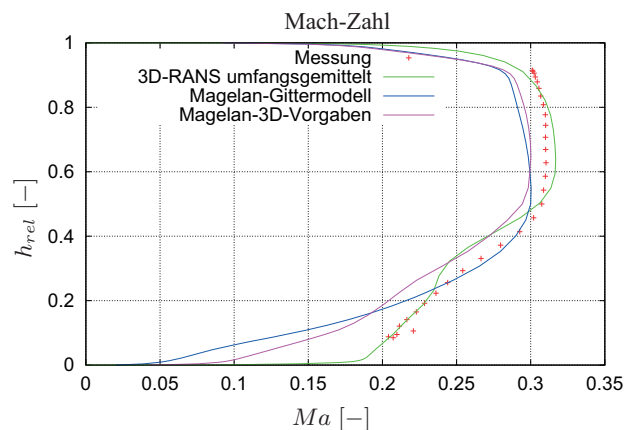


BILD 5: Umfangsgemittelte Mach-Zahl über der relativen Kanalhöhe in der Messebene 2

Die Gegenüberstellung der so bestimmten Mach-Zahlen über der relativen Schaufelhöhe zeigt Bild 5. Die Daten der Messung (rote Punkte) zeigen einen starken Einbruch, der bei etwa 40 % Schaufelhöhe beginnt und in die Nabengrenzschicht übergeht. Dies ist eine Folge der Strömungsablösung an der Saugseite der Beschaukelung. Die Ergebnisse der 3D Simulation (grüne Linie) zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Die Resultate der Meridianströmungsrechnung unter Verwendung der implementierten Verlust- und Minderumlenkungsmodelle (blaue Linie) liefern ebenfalls deutlich reduzierte Mach-Zahlen im nabenseitigen Bereich. Insgesamt liegen die Werte im Bereich von 0,5 bis 1,0 relativer Kanalhöhe um etwa 0,1 unterhalb der gemessenen. Im Bereich von etwa 0,25 bis 0,4 relativer Kanalhöhe ist die Übereinstimmung mit den Messergebnissen gut. Die Wirkung der Ablösezone nahe der Nabe wird überschätzt.

Die Mach-Zahlen, die sich aus der Meridianströmungsrechnung mit den Vorgaben von Verlusten und Minderumlenkungen aus der 3D Rechnung ergeben (magentafarbene Linie), sind in ihrem Verlauf den 3D Daten näher, zeigen aber dennoch deutliche Differenzen zu diesen. Die Unterschiede sind zum einen auf die verwendeten Modelle zurückzuführen, zum anderen auf die fehlende Berücksichtigung der deterministischen Spannungen.

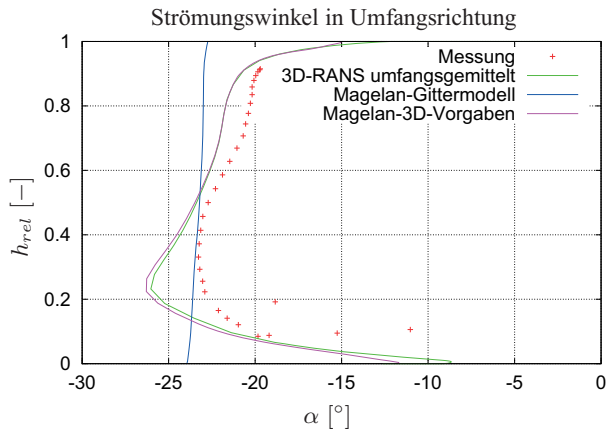


BILD 6: Umfangsgemittelte Strömungswinkel über der relativen Kanalhöhe in der Messebene 2

Der Vergleich der Strömungswinkel (Bild 6) zeigt für die Messergebnisse und die 3D Rechnung ähnliche Ergebnisse. Dabei werden in der 3D Simulation die Minderumlenkungen aufgrund des Kanalwirbels im Nabenbereich überschätzt. Die Meridianrechnung mit den vorgegebenen Verlusten und Minderumlenkung des 3D Verfahrens liefert sehr ähnliche Verteilungen. Die Strömungswinkel, die sich aus den Minderumlenkungsmodellen ergeben, zeigen einen in Spannweitenrichtung weitgehend konstanten Mittelwert.

Der Totaldruck (Bild 7) zeigt insgesamt eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und 3D Simulation. Im Bereich der Nabe ist der Abfall des Totaldruckes in der Simulation geringer, als in der Messung. Der Totaldruck der Meridianrechnung mit den Verlustmodellen liegt in einem Bereich zwischen 0,2 bis 0,5 über denen der Messung. Die Totaldruckverluste werden in diesem Bereich unterschätzt. Die Vorgabe der Verluste in der zweiten Variante der Meridianströmungsrechnung ergibt eine gute Annäherung an die gemittelten 3D Ergebnisse.

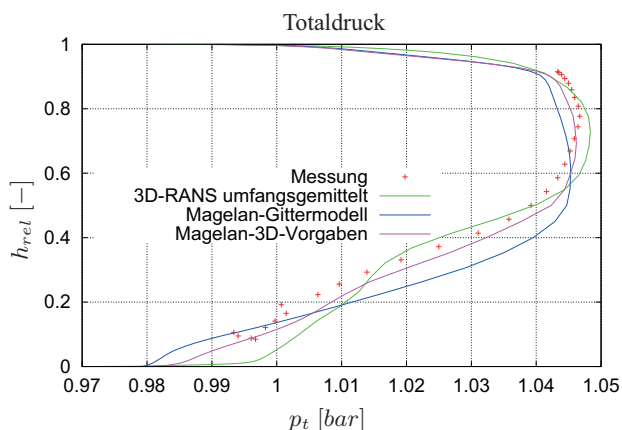


BILD 7: Umfangsgemittelter Totaldruck über der relativen Kanalhöhe in der Messebene 2

Die Radialgeschwindigkeit (Bild 8) ist insgesamt auf einem niedrigen Niveau. Da der Ringraum zylindrisch ist, sind diese auf das stark dreidimensionale Strömungsfeld zurückzuführen, das durch das Schaufelgitter verursacht wird. Die 3D Ergebnisse weichen zwar in der oberen Hälfte des Kanals von den Messungen ab, zeigen aber eine gute Übereinstimmung in der Nähe der Nabe. Die starken Gradienten in radialer Richtung sind die direkte Folge des Totwassergebietes. Beide Meridianströmungsrechnungen zeigen praktisch keine radialen Geschwindigkeitsanteile. Dieser Umstand verdeutlicht, dass deren Ursache nicht in Verlusten und Minderumlenkungen, sondern in den deterministischen Spannungen liegen, die aus den Unsymmetrien des Strömungsfeldes in Umfangsrichtung resultieren.

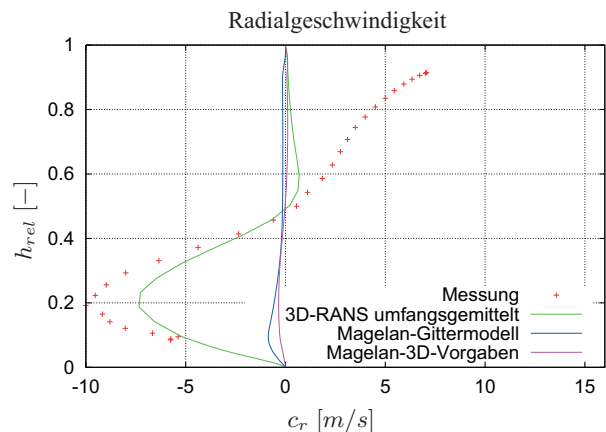


BILD 8: Umfangsgemittelte Radialgeschwindigkeit über der relativen Kanalhöhe in der Messebene 2

Die Darstellung der Radialgeschwindigkeit (Bild 9) der 3D Simulation in der Messebene 2 verdeutlicht die Dreidimensionalität der Strömung. Die gestrichelte Linie zeigt die Position der Schaufelhinterkante mit der Saugseite auf der rechten und der Druckseite auf der linken Seite. Im Zentrum zeigt sich ein großer Bereich mit negativer radialer Geschwindigkeit, der im Hinblick auf die Kontinuität durch zwei Bereiche mit positiver radialer Geschwindigkeit kompensiert wird.

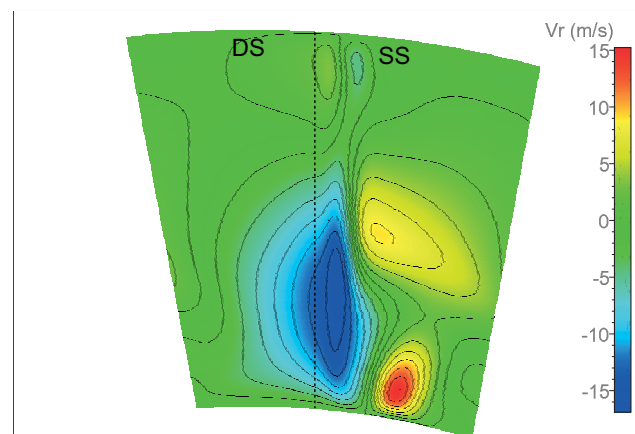


BILD 9: Radialgeschwindigkeit in der Messebene 2

Dichte- und massenstromgewichtete Mittelwerte

Der Vergleich der Mach-Zahlen (Bild 10) in der Messebene 2 soll die Unterschiede zwischen den Ergebnissen einer dichte-

und massenstromgewichteten Umfangsmittelung verdeutlichen. Von 0,4 bis 1,0 relativer Kanalhöhe sind die Unterschiede durch die Gewichtung der Mittelwertbildung gering. In dem Totwassergebiet zeigen sich jedoch gravierende Unterschiede. Auf Grund der geringen axialen Strömungsgeschwindigkeiten in diesem Bereich werden diese in der massenstromgewichteten Mittelwertbildung nur zu einem geringen Teil berücksichtigt. Bei der Verwendung einer Dichtegewichtung hat das Totwassergebiet deutlich mehr Einfluss auf den Mittelwert, was im Durchschnitt zu deutlich geringeren Mach-Zahlen führt.

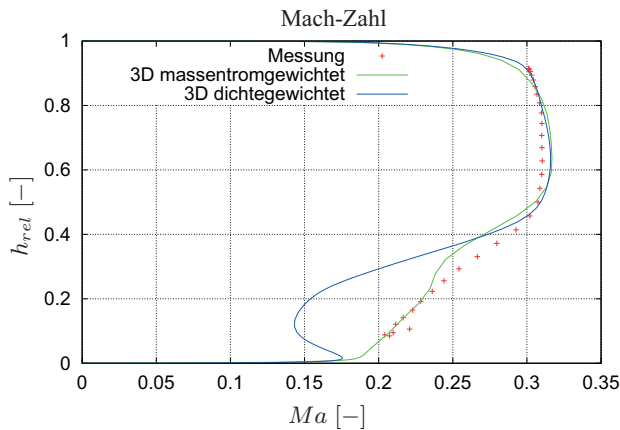


BILD 10: Vergleich der Mach-Zahlen aus Messung sowie Dichte- und Massenstromgewichtung der 3D Rechnung

Die Bestimmung der Massenströme durch Integration der umfangsgemittelten axialen Stromdichteverteilung ist auch von der Wichtung abhängig. Die Verwendung der massenstromgewichteten Axialgeschwindigkeit liefert dabei nicht den tatsächlichen Massenstrom.

Deterministische Spannungen

Im folgenden sind die Korrelationsterme $\overline{\rho c_r'' c_r''}$, $\overline{\rho c_u'' c_u''}$ und $\overline{\rho c_z'' c_z''}$ dargestellt, die nach Gleichung (18) aus der flächengewichtet umfangsgemittelten 3D Lösung bestimmt wurden. Zur besseren Vergleichbarkeit sind die Werte mit einem Referenzwert $\overline{\rho_{ref} c_{ref}^2}$ normalisiert. Die Dichte $\overline{\rho_{ref}}$ und der Betrag der Strömungsgeschwindigkeit $\overline{c_{ref}}$ sind am Eintritt des Rechengebietes in 50 % Spannweite der umfangsgemittelten 3D RANS Lösung entnommen. Auf der y-Achse ist die relative Kanalhöhe und auf der x-Achse die relative axiale Position mit dem Bereich der Schaufel von 0 bis 1 aufgetragen.

Die axialen Schwankungsanteile sind in Bild 11 dargestellt. Eine leichte Erhöhung der Werte ist im Bereich de Gitterein- und Austritts sichtbar. Das Totwassergebiet von 0,5 bis 1 relativer axialer Position führt zu einem deutlichen Anstieg der Korrelationsterms bis zu einem Maximalwert von etwa 12 % des Referenzimpulses nahe der Hinterkante. Die Wirkung des Totwassergebietes zeigt sich bis 1,5 relativer axialer Länge und klingt dann deutlich ab. Bis etwa 3,5 relativer axialer Länge sind die Auswirkungen der Ablösung noch erkennbar.

Die Korrelation der Radialgeschwindigkeiten (Bild 12) erreicht bei 50 % relativer axialer Länge nahe der Nabe die höchsten Werte von etwa 1,6 % des Referenzimpulses. Stromab der Schaufelhinterkante klingt diese Korrelation schnell ab. Die Entstehung des Totwassergebietes führt zu einer Verdrängung der Strömung zum Gehäuse hin und somit zu großen lokalen Abweichungen der radialen Geschwindigkeit von ihrem Mittelwert in Umfangsrichtung.

tung.

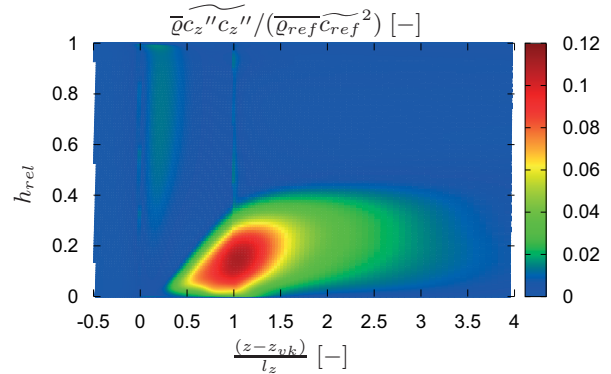


BILD 11: Korrelation der Axialgeschwindigkeitsschwankungen

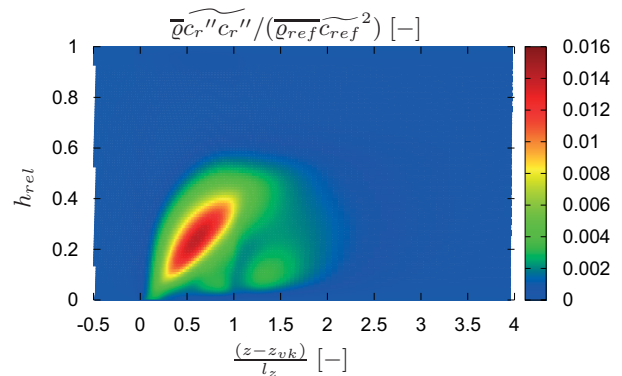


BILD 12: Korrelation der Radialgeschwindigkeitsschwankungen

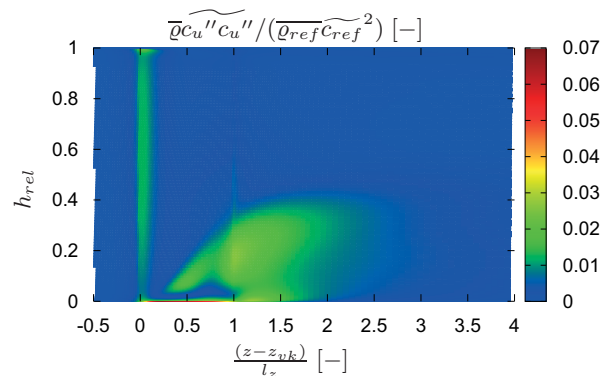


BILD 13: Korrelation der Geschwindigkeitsschwankungen in Umfangsrichtung

Die dritte hier untersuchte Korrelation resultiert aus den Schwankungsanteilen der Geschwindigkeit in Umfangsrichtung (Bild 13). Im Bereich der Vorder- und der Hinterkante sind die Werte leicht erhöht. Das maximale Niveau liegt bei etwa 7 % des Referenzimpulses im Bereich des Nabenspalt. Dies resultiert direkt

aus den dort herrschenden hohen Geschwindigkeiten in Umfangsrichtung. Das Totwassergebiet verursacht innerhalb der Schaufel in der Nähe der Nabe eine Erhöhung der Korrelation, die sich bis etwa 40 % Spannweite ausdehnt. Zwischen 1,0 und 1,5 relativer axialer Länge liegen die Werte bei etwa 3 % des Referenzimpulses und klingen dann in Strömungsrichtung ab.

LDST

Die Entwicklung der LDS-Terme erlaubt Rückschlüsse auf die Unterschiede zwischen 3D und Meridianverfahren zu ziehen. Insbesondere sind das die Auswirkungen der Dreidimensionalität des Strömungsfeldes. Die LDST werden exemplarisch auf drei Stromlinien über der relativen axialen Länge aufgetragen, die vor dem Gitter in 10 %, 50 % und 90 % relativer Kanalhöhe starten. Die Werte sind mit dem Referenzwert $\bar{\rho}_{ref} \bar{c}_{ref}^2$ multipliziert und mit dem Kehrwert der Sehnenlänge $1/l$ normalisiert.

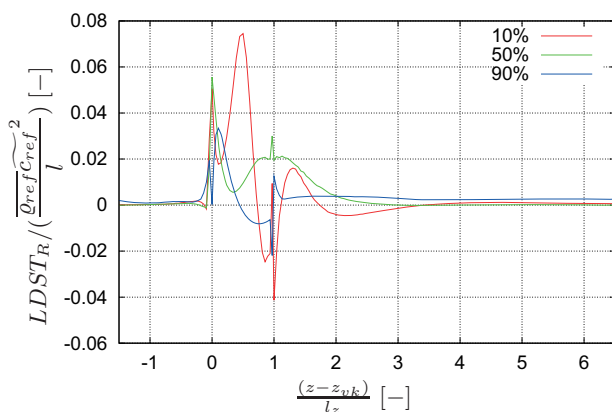


BILD 14: LDST der radialen Impulsgleichung

Die $LDST_R$ der radialen Impulsgleichung (Bild 14) starten bei einem Wert nahe 0, da die Strömung dort im wesentlichen rotationssymmetrisch ist. Die Wirkung der Beschaukelung hat einem starken Anstieg der $LDST_R$ an der Vorderkante zur Folge. Auf der 50 % Stromlinie fällt der Wert dann ab und steigt zur Hinterkante hin wieder leicht an. Darauf folgt ein langsamer Abfall des Wertes. Ab etwa einer relativen axialen Position von 3,5 stromab der Vorderkante wird $LDST_R$ wieder nahezu Null. Die Abweichungen in der Nähe von Nabe und Gehäuse deuten auf den Unterschied zwischen Modellen der 3D und 2D Strömung hin. Das Turbulenzmodell, das einen wesentlichen Einfluss auf die Ausprägung der Grenzschichten hat, ist hier als Ursache zu nennen.

Die Werte auf der Stromlinie, die in 90 % Kanalhöhe beginnt, zeigen insgesamt geringere Werte. Die Gradienten der Geschwindigkeitskorrelationen sind in der Grenzschicht durch den Einfluss der Viskosität gedämpft. Die Stromlinie in 10 % Kanalhöhe zeigt dagegen ein anderes Verhalten. Die $LDST_R$ sind durch die Spaltströmung und das Totwassergebiet geprägt. Dies zeigt sich durch ein Maximum der $LDST_R$ Werte stromab der Vorderkante und ein Minimum an der Hinterkante.

Die $LDST_Z$ der axialen Impulsgleichung (Bild 15) beginnen aufgrund der rotationssymmetrischen Eintrittsrandbedingungen mit sehr kleinen Werten. Die weitgehend potentialtheoretische Stromaufwirkung der Beschaukelung führt zu negativen $LDST_Z$ bis hin zur Schaufelvorderkante. Stromab der Vorderkante steigen die Werte auf allen drei Stromlinien stark an. Die Stromlinie in 10 % Kanalhöhe erreicht den höchsten Wert, was wiederum auf den Einfluss des Spaltes und des Totwassergebietes

zurückzuführen ist. Bis zur Hinterkante hin fallen die Werte ab, bis zu einem Minimum an dieser Stelle. Dies wird durch die starke Verzögerung des Fluids in Folge der Kanalerweiterung hervorgerufen. Nahe der Nabe zeigen die $LDST_Z$ durch den Einfluss der Spaltströmung und des Totwassergebietes die betragsmäßig größten Werte an der Hinterkante. Bis etwa 5 stromab der Vorderkante sind die $LDST_Z$ deutlich abgeklungen. Es bildet sich im weiteren Verlauf wiederum eine nahezu rotationssymmetrische Strömung aus.

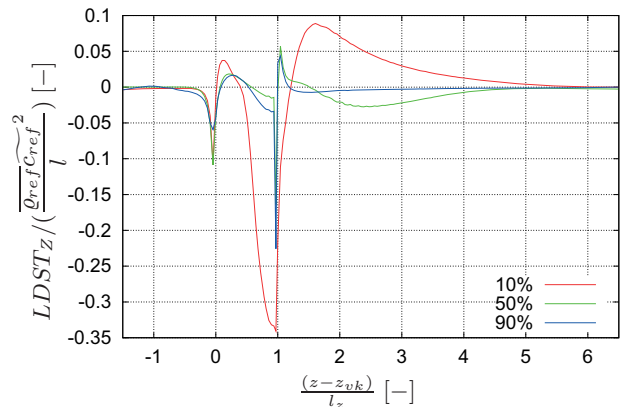


BILD 15: LDST der axialen Impulsgleichung

Die integrale Betrachtung der $LDST_{R,Z}$ wird zwischen Eintritt und Austritt des Rechengebietes klein sein. Differenzen resultieren im Wesentlichen aus den Unterschieden des 2D Gittermodells zur 3D Gitterströmung und der Turbulenzmodelle. Das folgt aus der Überlegung, dass die deterministischen Spannungen, die als Quellen in den Bilanzgleichungen der Meridianströmung erscheinen, in der Summe keine Energie zu- oder abführen dürfen.

Meridianströmungsrechnung mit LDST

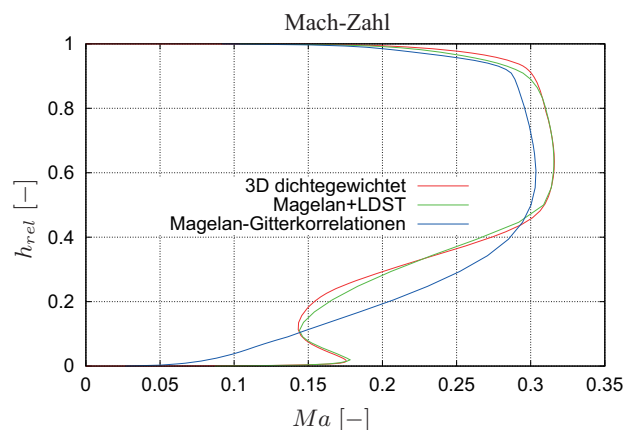


BILD 16: Vergleich der Mach-Zahlen der dichtegewichtet umfangsgemittelten 3D Rechnung und Meridianströmungsverfahren

Bild 16 zeigt den Vergleich zwischen den dichtegewichtet umfangsgemittelten Mach-Zahlen der 3D Simulation (rote Linie) und den Meridianströmungsrechnungen mit Gitterkorrelationen ohne LDST (blaue Linie) und mit LDST als Quellterme (grüne Linie) in der Messebene 2. Die Mach-Zahlen der 3D Rechnung

weichen von denen der 2D Rechnung ohne LDST ab. Deutliche Unterschiede sind im Einflussbereich des Totwassergebietes zwischen 0,0 und 0,5 relativer Kanalhöhe erkennbar. Die unter Berücksichtigung der LDST im Meridianströmungsverfahren erzeugten Ergebnisse, kommen denen der 3D Simulation sehr nahe.

ZUSAMMENFASSUNG

In den numerischen Untersuchungen wurden die Ergebnisse von experimentellen Untersuchungen mit denen aus einer 3D RANS und zweier Meridianströmungssimulationen verglichen. Sie wurden zum einen mit den im Programm implementierten Modellen für Minderumlenkung und Totaldruckverlust und zum anderen mit direkten Vorgaben dieser Größen durchgeführt. Gewonnen wurden diese aus Ergebnissen der massenstromgewichtet umfangsgemittelten 3D Simulation.

Der Vergleich mit den Messdaten zeigt, dass die Meridianströmungsrechnung mit den implementierten Modellansätzen in der Lage ist, die reale Strömungssituation wiederzugeben. Weiter konnte gezeigt werden, dass mit Vorgabe der Verlustbeiwerte und der Minderumlenkungen aus der 3D Simulation die Ergebnisse der 3D Simulation nicht vollständig reproduziert werden können. Die Verwendung von unterschiedlichen Modellen und die Vernachlässigung der deterministischen Spannungen sind dafür die Ursache.

Die Untersuchung der LDST unter Berücksichtigung einer späteren Modellbildung zeigt den Einfluss der Schaufelgeometrie auf die deterministischen Spannungen, die durch Unsymmetrien der Strömung in Umfangsrichtung verursacht werden. Hauptsächlich sind das die Strömungsumlenkung, die Blockage des Strömungsraumes durch das Schaufelvolumen und die Spaltströmung. Die stärksten Auswirkungen auf die LDST haben die Ablösung der Strömung im Bereich der Nabe und die Spaltströmung.

Die Berücksichtigung der aus der dichtegewichtet umfangsgemittelten RANS Lösung bestimmten LDST als Quellen im Meridianströmungsverfahren führt zu nahezu identischen Ergebnissen von 2D und 3D Verfahren. In einem nächsten Schritt bietet die Modellierung dieser Terme die Möglichkeit, die Ergebnisse der Meridianströmungsrechnung zu verbessern, ohne dafür eine 3D RANS Rechnung zu benötigen.

LITERATUR

- [1] HORLOCK, J. H. und J. D. DENTON: *A Review of Some Early Design Practice Using Computational Fluid Dynamics and a Current Perspective*. Journal of Turbomachinery, 127:5–13, 2005.
- [2] CUMPSTY, N.A.: *Compressor Aerodynamics*. Krieger Publishing Company, 2004.
- [3] CUMPSTY, N. A. und E. M. GREITZER: *Ideas and Methods of Turbomachinery Aerodynamics: A Historical View*. Journal of Propulsion and Power, 20(1):15–26, Januar-Februar 2004.
- [4] MÖNIG, REINHARD, FRANK MILDNER und RALF RÖPER: *Viscous-Flow 2D-Analysis Including Secondary Flow Effects*. In: *Proceedings of ASME TURBOEXPO 2000*, Nummer 2000-GT-0628, May 8-11 2000.
- [5] BARALON, S.: *On Multistage Analysis of Transonic Compressors: From axisymmetric Throughflow Time-Marching to Unsteady Three-Dimensional Methods*. Dissertation, Chalmers University of Technology, Göteborg, 2000.
- [6] SIMON, JEAN FRANCOIS: *Contribution to Throughflow Modelling for Axial Flow Turbomachines*. Dissertation, University of Liege, march 2007.
- [7] LAWERENZ, MARTIN, LARS FÖRSTER und GUDRUN FAY: *Umfangsgemittelter Navier Stokes: Entwicklung eines Verfahrens zur Berechnung der reibungsbehafteten Meridianströmung auf der Basis umfangsgemittelter Navier-Stokes Gleichungen*. Abschlussbericht 737, FVV, 2002.
- [8] ÇETIN, M., A. Ş. ÜÇER, CHARLES HIRSCH und G. K. SEROVY: *Application of Modified Loss and Deviation Correlations to Transonic Axial Compressors*. Technischer Bericht, AGARD No. 745, 1987.
- [9] HÜBNER, J. und L. FOTTNER: *Influence of Tip-Clearance, Aspect Ratio, Blade Loading, and Inlet Boundary Layer on Secondary Losses in Compressor Cascades*. ASME paper 96-GT-505, ASME, 1996.
- [10] LIEBLEIN, SEYMOUR: *NASA SP-36 Aerodynamic Design of Axial Flow Compressors*, Kapitel VI, Experimental Flow in Two-Dimensional Cascades, Seiten 183–226. National Aeronautics and Space Administration, Washington, 1965.
- [11] GALLIMORE, S. J. und N. A. CUMPSTY: *Spanwise Mixing in Multistage Axial Flow Compressors: Part I - Experimental Investigation*. Technischer Bericht, ASME 86-GT-20, 1986.
- [12] FAY, GUDRUN: *Zur Berechnung der Meridianströmung subsonischer Axialverdichter auf der Basis der umfangsgemittelten Navier-Stokes-Gleichungen*. Dissertation, Universität Gh Kassel, 2002.
- [13] ADAMCZYK, J.J.: *Model Equation for Simulating Flows in Multistage Turbomachinery*. ASME paper 85-GT-226, ASME, 1985.
- [14] SIMON, J.-F. und O. LEONARD: *On the Role of the Deterministic and Circumferential Stresses in Throughflow Calculations*. In: *ASME Turbo Expo*, Nummer GT2008-50119, Berlin, Germany, June 9-13 2008.
- [15] THOMAS, J.P. und O. LEONARD: *Investigating Circumferential Non-Uniformities in Throughflow Calculations Using an Harmonic Reconstruction*. In: *ASME Turbo Expo*, Nummer GT2008-50328, Berlin, Germany, June 9-13 2008.
- [16] LAWERENZ, MARTIN und JÖRG WEIDENFELLER: *Experimentelle Untersuchung der Wirbelsysteme im axialen Verzögerungsgitter unter dem Einfluß verwundener Zulaufgrenzschichten*. Technischer Bericht, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 7 Nr. 463, 2004.
- [17] RATZLAFF, JON, PAUL D. ORKWIS, CHRISTOPHER NOLL und GARY STEUBER: *Analysis of Lumped Deterministic Source Terms and their Subcomponents in a Stage 1 High Pressure Turbine Rotor*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008*, Nummer GT2008-51473, June 9-13 2008.
- [18] SPALART, PHILIPPE. R. und E. R. ALLMARAS: *A One Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flow*. AIAA, 92-0439, 1992.