

MODELLIERUNG UND SIMULATION DER FLUGDYNAMIK EINES TRAGSCHRAUBERS

I. Pruter, H. Duda
DLR Institut für Flugsystemtechnik, 38108 Braunschweig, Deutschland

Zusammenfassung

Gegenstand des vorliegenden Beitrages ist die flugdynamische Modellierung der Längsbewegung eines Tragschraubers im Hinblick auf die Entwicklung eines Trainingssimulators. Es wird eine Modellstruktur entwickelt, die alle wesentlichen dynamischen Eigenschaften des Tragschraubers wiedergibt und dabei für eine Echtzeitsimulation geeignet ist. Hierzu werden grundlegende Modellierungsansätze, basierend auf einem Zweimassensystem aus Rumpf und Rotor, untersucht und bewertet. Es zeigt sich, dass ein Modellansatz mit vier Freiheitsgraden zur Beschreibung der Längsbewegung geeignet ist. Das Zweimassenmodell wird anschließend um die speziellen Eigenschaften des Tragschraubers, insbesondere die Rotordynamik und -kinematik erweitert. Durch lineare Analysen und nichtlineare Simulationsrechnungen wird die Gültigkeit des gewählten Ansatzes zur flugdynamischen Modellierung eines Tragschraubers aufgezeigt.

1. NOMENKLATUR

| Größe | Bezeichnung |
|--------------|---------------------------------------|
| A | Auftriebskraft |
| \mathbf{A} | Dynamikmatrix |
| \mathbf{B} | Eingangsmatrix |
| C | Flugmechanischer Beiwert bzw. Derivat |
| c | Federkonstante |
| d | Dämpfungskonstante |
| F_{Prop} | Propellerkraft |
| F_R | Rotorkraft |
| g | Gravitationskonstante |
| h | Vertikaler Abstand |
| I | Trägheitsmoment |
| $K_{M,st}$ | Verstärkungsfaktor Steuermoment |
| l | Horizontaler Abstand |
| M | Nickmoment |
| m | Masse |
| $N_{R,Luft}$ | Rotordrehmoment |
| P | Motorleistung |
| q | Nickgeschwindigkeit |
| \bar{q} | Staudruck |
| r | Radius |
| S | Fläche |
| t | Blatttiefe |
| u | Geschwindigkeit in x-Richtung |
| \mathbf{u} | Steuervektor |
| V | Fluggeschwindigkeit |
| W | Widerstandskraft |
| w | Geschwindigkeit in z-Richtung |
| X | Kraft in x-Richtung |
| x | x-Koordinate |
| \mathbf{x} | Zustandsvektor |
| y | y-Koordinate |
| Z | Kraft in z-Richtung |
| z | z-Koordinate |
| δ | Schubhebelstellung |
| η | Propellerwirkungsgrad |

| | |
|----------|---------------------|
| ω | Drehgeschwindigkeit |
| θ | Nickwinkel |

| Indizes | Bezeichnung |
|----------|-------------------------|
| A | Auftrieb |
| b | Körperfeste Koordinaten |
| CG | Schwerpunkt des Rumpfes |
| d | Dämpfung |
| f | Ohne Euler Terme |
| g | Geodätische Koordinaten |
| K | Flugbahn |
| PPB | Pitch Pivot Bolt |
| $Prop$ | Propeller |
| r | Rotorfeste Koordinaten |
| R | Rotorgößen |
| st | Steuer |
| $Stab$ | Höhenleitwerk |
| TB | Teeter Bolt |
| Tr | Trimm |
| W | Widerstand |
| α | Anstellwinkel |

2. EINLEITUNG

Der Tragschrauber wurde 1923 von dem Spanier Juan de la Cierva entwickelt, mit dem Ziel ein Fluggerät ohne die Gefahren eines Strömungsabrisses bereitzustellen [1]. In den letzten Jahren entwickelte sich der Tragschrauber aufgrund seiner Einfachheit im Vergleich zum Hubschrauber und seiner sehr interessanten Flugeigenschaften und -leistungen zu einem immer beliebter werdenden Fluggerät. Der Durchbruch kam in Deutschland 2003 mit der Musterzulassung des MT03 der Firma AutoGyro GmbH in Hildesheim (BILD 1). In Deutschland wurden seitdem weit über 100 Tragschrauber zugelassen [2].

Einen Engpass in der Tragschrauberfliegerei stellt heute die Pilotenausbildung dar, da die Nachfrage nach einer derartigen Ausbildung aufgrund der wachsenden Beliebtheit stetig gestiegen ist. Eine gute Ausbildung ist von elementarer Bedeutung für die Flugsicherheit. Grundvoraussetzungen sind hier die Kenntnis der speziellen dynamischen Eigenschaften des Tragschraubers sowie die Verinnerlichung der Verfahrensabläufe. Im Vergleich zur

Flächenfliegerei besteht insbesondere beim Start und bei der Landung ein erhöhtes Gefahrenpotential für Pilotenfehler. Speziell bei Seitenwind kann es hier aufgrund von Rückwirkungen in die Steuerung und falscher Einschätzung des Rotorkraftvektors zum Umkippen von Tragschraubern kommen.



BILD 1. Der Tragschrauber MT03 [3]

Zudem stellen PPOs (Power Push Over) und PIOs (Pilot Involved Oscillation) viel diskutierte Phänomene im Zusammenhang mit Tragschraubern dar. Ein PPO resultiert aus einer abrupten Änderung des Schubes, die, abhängig von der Anordnung des Triebwerkes zum Schwerpunkt, zu starken Nickreaktionen führen kann [4]. Das Problem PIO ist auch aus der Flächen- und Hubschrauberfliegerei bekannt und bedeutet eine Instabilität des geschlossenen Pilot/Flugzeug-Regelkreises [5]. Sowohl PIOs als auch PPOs stellen ernstzunehmende Phänomene dar, die zu gefährlichen Flugzuständen führen können.

Als weitere Gefahrenquelle ist das so genannte *Bladeflapping* zu nennen [4]. *Bladeflapping* kann am Boden bei kleiner Rotordrehzahl und gleichzeitig großer Anströmgeschwindigkeit des Rotors auftreten, wie es zum Beispiel beim Beschleunigen mit zu geringer Rotordrehzahl der Fall ist. Durch den ungleichmäßig verteilten Auftrieb am vor- und nacheilenden Blatt treten sehr große Schlagwinkel auf, die schlimmstenfalls zu einer Zerstörung des Rotors führen können. Zur Vermeidung dieses Fehlverhalten wird der Rotor beim Startverfahren auf etwa 200 U/min vorrotiert, damit die so vorherrschenden Fliehkräfte dem Rotor ausreichende Steifheit verleihen.

Es ist zu untersuchen, wie weit ein Trainingssimulator die Ausbildung effektiv unterstützen kann, indem gezielt die Vermeidung gefährlicher Betriebszustände trainiert wird. Weiter hat ein Trainingssimulator das Ziel, die zurzeit bestehenden Engpässe bezüglich der Ausbildung zu reduzieren sowie die Ausbildung insgesamt effektiver zu gestalten und das Kundenspektrum weiter zu vergrößern.

In diesem Beitrag wird ein generisches Simulationsmodell des Tragschraubers in der Längsbewegung entwickelt und mit den bekannten Eckdaten des Tragschraubers MT0sport parametrisiert. Der Focus bei der Modellierung liegt auf der Echtzeitfähigkeit und der Nachbildung der sehr speziellen Steuerungscharakteristika des Tragschraubers.

3. TRAGSCHRAUBERTECHNIK

Beim Tragschrauber vom Typ MT0sport handelt es sich um einen offenen Doppelsitzer in Tandemanordnung und Doppelsteuerung in Ultraleichtbauweise (BILD 2).

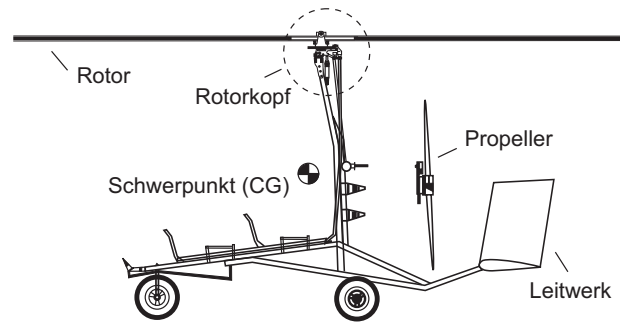


BILD 2. Seitenansicht des MT0sport [6]

Der Tragschrauber wird von einem Rotax-Triebwerk mit einem Druckpropeller angetrieben, der einige Zentimeter unterhalb des Schwerpunktes angeordnet ist. Der detaillierte Aufbau des Rotorkopfes ist in BILD 3 illustriert.

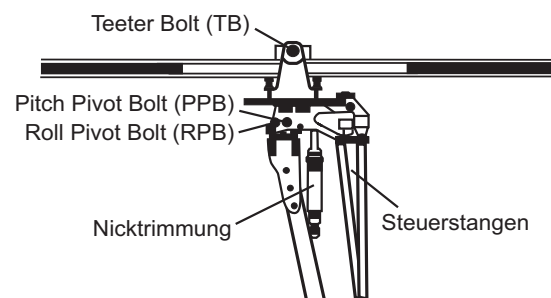


BILD 3. Rotorkopf des MT0sport (Seesaw-Rotor)

Mit dem Steuerknüppel lässt sich die gesamte Rotorebene um die Nick- und die Rollachse neigen, indem über Steuerstangen ein Drehrohr angesteuert wird, das über den *Pitch Pivot Bolt* (PPB) bzw. den *Roll Pivot Bolt* (RPB) Steuermomente in den Rotor einleitet, die eine Steuerung des Tragschraubers in der Längs- und Seitenbewegung realisieren. Die Rotorblätter sind gelenkig über ein zentrales Schlaggelenk (*Teeter Bolt* – TB) an der Rotornabe befestigt, so dass sie auf die an den Rotorblättern vorherrschenden unsymmetrischen Luftkräfte mit einer freien Schlagbewegung reagieren [7]. Diese Art von Rotor wird als *Seesaw-Rotor* bezeichnet [8]. Eine pneumatische Nicktrimmung erlaubt kräftefreies, stationäres Fliegen. Zusätzlich verfügt der Tragschrauber über einen mechanischen *Prerotator*, der den Rotor vor dem Start auf die Startdrehzahl beschleunigt. Dies ermöglicht eine erheblich kürzere Startrollstrecke und reduziert die Gefahr des *Bladeflappings* signifikant.

Weiterhin verfügt der Tragschrauber über ein Seitenruder, das über Pedale angesteuert wird. Das Höhenleitwerk ist nicht beweglich und dient zur Steigerung der Nickstabilität. Das Dreibeinfahrwerk verfügt über ein lenkbares Bugrad und bremsbare Räder des Hauptfahrwerks. Der Bremsbedienhebel befindet sich zusammen mit dem Gashebel auf der linken Seite des Piloten.

4. MODELLIERUNGSANSÄTZE

Es besteht das Ziel eine Modellstruktur für eine Echtzeitsimulation der Tragschrauberlängsbewegung im Flugsimulator zu entwickeln. Hierzu werden zwei grundlegende Modellierungsansätze auf ihre Genauigkeit und Umsetzbarkeit untersucht. Bei beiden Ansätzen werden der Rumpf und der Rotor als zwei getrennte Körper mit Masse

und Trägheitsmoment betrachtet, die über ein Drehgelenk – den Pitch Pivot Bolt (PPB) – miteinander verkoppelt sind (BILD 4).

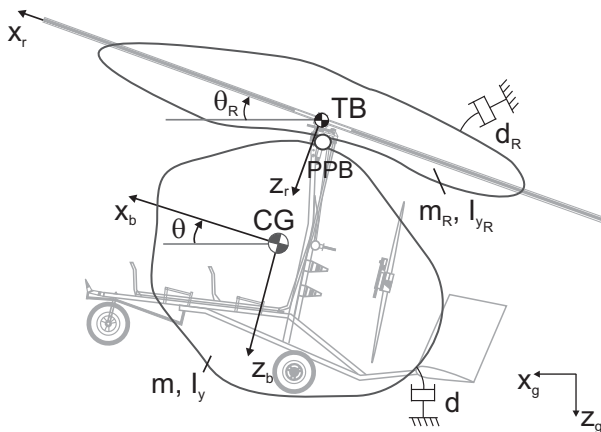


BILD 4. Ersatzmodell für grundlegende Untersuchungen am Zweimassensystem

Bei der Modellierung der beiden Zweimassensysteme werden die in TAB 1 angegebenen Koordinatensysteme verwendet [9]:

| Achsenkreuz | Ursprung | Index |
|-------------|--|-------|
| geodätisch | Bezugsschwerpunkt (erdfest) | g |
| körperfest | im Schwerpunkt des Tragschraubers (CG) | b |
| rotorfest | im Schwerpunkt des Rotors – Teeter Bolt (TB) | r |

TAB 1. Festlegung der Koordinatensysteme

Die Aufgabe besteht nun darin, die Bewegungsgleichungen für das Zweimassensystem aufzustellen. Die Modellierung des Zweimassensystems erfolgt hier unter Matlab®&Simulink®. Es wird als ein dynamisches System mit sechs Freiheitsgraden mit einer Zwangskopplung am Punkt PPB modelliert. Übliche Flugsimulationen von Flugzeugen werden als Einmassensysteme aufgebaut, so dass in der Längsbewegung nur drei Freiheitsgrade auftreten. Daher soll im Folgenden untersucht werden, ob ein vereinfachtes Modell ohne die Zwangskopplung geeignet ist, die dynamischen Eigenschaften nachzubilden. Insgesamt werden für das Zweimassensystem folgende äußere Kräfte und Momente angesetzt:

| | |
|----------------------------|--|
| F_1 | Kraft am Rotor: wirkt im Rotorschwerpunkt (TB) in negative z_r -Richtung. |
| $m \cdot g$ | Gewichtskraft des Rumpfes: wirkt im Rumpfschwerpunkt (CG) in z_g -Richtung. |
| $m_R \cdot g$ | Gewichtskraft des Rotors: wirkt im Rotorschwerpunkt (TB) in z_g -Richtung. |
| F_{Prop} | Propellerkraft: wirkt im Rumpfschwerpunkt (CG) in x_b -Richtung. |
| $d \cdot \dot{\theta}$ | Nickmoment um den Rumpfschwerpunkt (CG): repräsentiert die Nickdämpfung des Rumpfes und des Leitwerks. |
| $d_R \cdot \dot{\theta}_R$ | Nickmoment um den Rotorschwerpunkt (TB): repräsentiert die Nickdämpfung des Rotors. |

Vereinfachend wird für den Vergleich der Modellierungsansätze eine konstante Kraft am Teeter Bolt des Rotors angesetzt:

$$(1) \quad F_1 = (m + m_R) \cdot g$$

Dabei ist zu beachten, dass diese Kraft nicht dem eigentlich vom Rotor erzeugten Auftrieb entspricht, sondern vielmehr den Gleichgewichtszustand des Systems im ungestörten Fall herbeiführt ($\theta = \theta_R = F_{Prop} = 0$). Diese Annahme soll der Übersichtlichkeit des Modellvergleichs dienen.

BILD 5 zeigt die äußeren Kräfte und Momente des Zweimassensystems, sowie die Koordinatensysteme und geometrischen Größen.

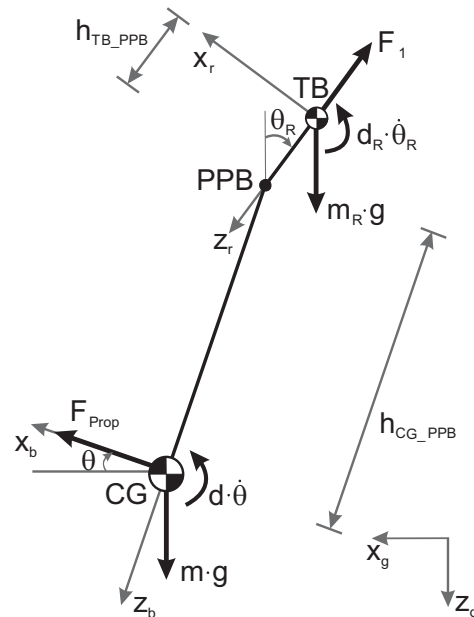


BILD 5. Äußere Kräfte und Momente des Zweimassensystems

In Anlehnung an die Daten des Tragschraubers MTOsport werden die in TAB 2 aufgeführten Parameter verwendet:

| Rumpf | Wert | Rotor | Wert | Einheit |
|---------------|------|---------------|------|---------------------|
| d | 500 | d_R | 3600 | Nms/rad |
| h_{CG_PPB} | 1,15 | h_{TB_PPB} | 0,2 | m |
| I_y | 300 | $I_{y,R}$ | 150 | kg · m ² |
| m | 400 | m_R | 30 | kg |

TAB 2. Parameter für den Vergleich der Modellierungsansätze

Dabei werden die hier verwendeten Hebelarme immer als Abstände und somit positiv definiert.

4.1. Modell mit sechs Freiheitsgraden

In dem Modell mit sechs Freiheitsgraden wird die Zwangskopplung zwischen Rumpf und Rotor am Punkt PPB durch (steife) Feder-/Dämpferelemente abgebildet. Die entsprechenden Parameter sind in TAB 3 aufgeführt.

| Parameter | Bezeichnung | Wert | Einheit |
|-----------|-------------|------------------|---------|
| c_{PPB} | Steifigkeit | $800 \cdot 10^3$ | N/m |
| d_{PPB} | Dämpfung | $8 \cdot 10^3$ | N/(m/s) |

TAB 3. Feder- und Dämpferdaten für die Zwangskoppelung zwischen Rumpf und Rotor

Die freigeschnittenen Kräfte und Momente dieses Modells sind in BILD 6 dargestellt. Neben den äußeren Kräften und Momenten treten die Verbindungskräfte in x- und z-Richtung im Punkt PPB sowie das Steuermoment M_{st} auf, das die Ansteuerung des Rotors durch den Piloten abbildet.

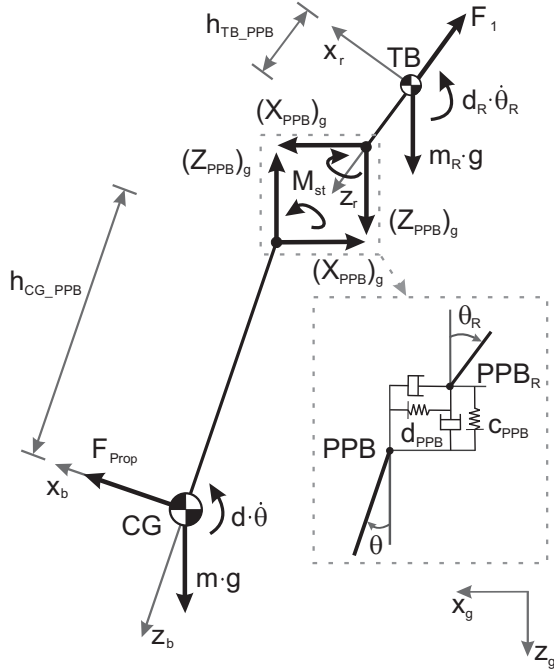


BILD 6. Freigeschnittene Kräfte und Momente des Modells mit sechs Freiheitsgraden

Die drei Bewegungsgleichungen des Rotors im rotorfesten Koordinatensystem lauten:

$$(2) \quad m_R \cdot (\dot{u}_{K,R})_r = -m_R \cdot g \cdot \sin \theta_R + (X_{PPB})_r - \dot{\theta}_R \cdot (w_{K,R})_r \cdot m_R$$

$$(3) \quad m_R \cdot (\dot{w}_{K,R})_r = m_R \cdot g \cdot \cos \theta_R + (Z_{PPB})_r - F_1 + \dot{\theta}_R \cdot (u_{K,R})_r \cdot m_R$$

$$(4) \quad I_{y,R} \cdot \ddot{\theta}_R = M_{st} + (X_{PPB})_r \cdot h_{TB_PPB} - d_R \cdot \dot{\theta}_R$$

Für die drei Bewegungsgleichungen des Rumpfes im körperfesten Koordinatensystem folgt:

$$(5) \quad m \cdot (\dot{u}_K)_b = -m \cdot g \cdot \sin \theta + (X_{PPB})_b + F_{Prop} - \dot{\theta} \cdot (w_K)_b \cdot m$$

$$(6) \quad m \cdot (\dot{w}_K)_b = m \cdot g \cdot \cos \theta + (Z_{PPB})_b + \dot{\theta} \cdot (u_K)_b \cdot m$$

$$(7) \quad I_y \cdot \ddot{\theta} = -M_{st} - (X_{PPB})_b \cdot h_{CG_PPB} - d \cdot \dot{\theta}$$

Für die Gelenkkräfte im geodätischen Koordinatensystem gilt:

$$(8) \quad (X_{PPB})_g = c_{PPB} \cdot ((x_{PPB})_g - (x_{PPB,R})_g) + d_{PPB} \cdot ((u_{K,PPB})_g - (u_{K,PPB,R})_g)$$

$$(9) \quad (Z_{PPB})_g = c_{PPB} \cdot ((z_{PPB})_g - (z_{PPB,R})_g) + d_{PPB} \cdot ((w_{K,PPB})_g - (w_{K,PPB,R})_g)$$

Dabei ergeben sich die Geschwindigkeiten des Rotors im geodätischen Koordinatensystem am PPB_R zu:

$$(10) \quad (u_{K,PPB,R})_g = (u_{K,R})_r \cdot \cos \theta_R + (w_{K,R})_r \cdot \sin \theta_R + \dot{\theta}_R \cdot \cos \theta_R \cdot h_{TB_PPB}$$

$$(11) \quad (w_{K,PPB,R})_g = -(u_{K,R})_r \cdot \sin \theta_R + (w_{K,R})_r \cdot \cos \theta_R - \dot{\theta}_R \cdot \sin \theta_R \cdot h_{TB_PPB}$$

Die Geschwindigkeiten des Rumpfes im geodätischen Koordinatensystem am PPB entsprechen:

$$(12) \quad (u_{K,PPB})_g = (u_K)_b \cdot \cos \theta + (w_K)_b \cdot \sin \theta - \dot{\theta} \cdot \cos \theta \cdot h_{CG_PPB}$$

$$(13) \quad (w_{K,PPB})_g = -(u_K)_b \cdot \sin \theta + (w_K)_b \cdot \cos \theta + \dot{\theta} \cdot \sin \theta \cdot h_{CG_PPB}$$

Durch Integration der Gln. (10) - (13) werden die Positionen beider Systeme am PPB bzw. PPB_R ermittelt, so dass Gln. (8) und (9) ausgewertet werden können. Für die Gelenkkräfte im rotorfesten Koordinatensystem folgt:

$$(14) \quad (X_{PPB})_r = (X_{PPB})_g \cdot \cos \theta_R - (Z_{PPB})_g \cdot \sin \theta_R$$

$$(15) \quad (Z_{PPB})_r = (X_{PPB})_g \cdot \sin \theta_R + (Z_{PPB})_g \cdot \cos \theta_R$$

Die Gelenkkräfte im flugzeugfesten Koordinatensystem ergeben sich analog zu:

$$(16) \quad (X_{PPB})_b = -(X_{PPB})_g \cdot \cos \theta + (Z_{PPB})_g \cdot \sin \theta$$

$$(17) \quad (Z_{PPB})_b = -(X_{PPB})_g \cdot \sin \theta - (Z_{PPB})_g \cdot \cos \theta$$

4.2. Modell mit vier Freiheitsgraden

Der Modellansatz mit sechs Freiheitsgraden weist den Nachteil auf, dass durch die sehr steifen Feder-/Dämpferelemente hochfrequente Eigenwerte auftreten, die zu numerischen Problemen in der Simulation führen können. Es wird daher ein System mit vier Freiheitsgraden untersucht, das lediglich die Nickbewegung des Rotors als zusätzlichen Freiheitsgrad berücksichtigt und damit zu einer vereinfachten Modellstruktur führt.

Die bei diesem Modell wirkenden Kräfte und Momente sind in BILD 7 dargestellt. Neben den Gewichtskräften und den Nickdämpfungen von Rumpf und Rotor sowie dem Schub, der am Rotor vorherrschenden Kraft und dem Steuermoment müssen nun ebenfalls die Trägheitskräfte aufgrund der Beschleunigung des Rotors durch den Rumpf (und umgekehrt) am Teeter Bolt berücksichtigt werden.

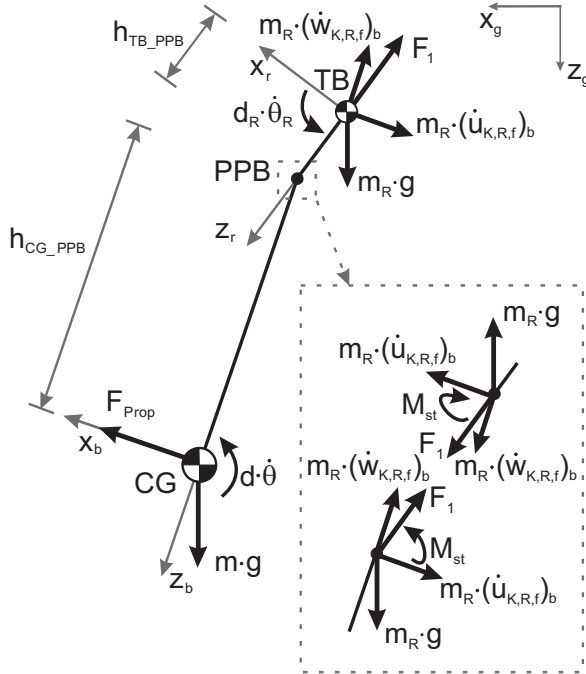


BILD 7. Freischnitt des Zweimassensystems mit vier Freiheitsgraden

Für die Bewegungsgleichungen des Rumpfes im körperfesten Koordinatensystem ergibt sich:

$$(18) \quad m \cdot (\dot{u}_K)_b = -(m + m_R) \cdot g \cdot \sin \theta - F_1 \cdot \sin \theta_{st} + F_{Prop} - m_R \cdot (\dot{u}_{K,R,f})_b - \dot{\theta} \cdot (w_K)_b \cdot m$$

$$(19) \quad m \cdot (\dot{w}_K)_b = (m + m_R) \cdot g \cdot \cos \theta - F_1 \cdot \cos \theta_{st} - m_R \cdot (\dot{w}_{K,R,f})_b + \dot{\theta} \cdot (u_K)_b \cdot m$$

$$(20) \quad I_y \cdot \ddot{\theta} = -M_{st} + F_1 \cdot \sin \theta_{st} \cdot h_{CG_PPB} - d \cdot \dot{\theta} + m_R \cdot (g \cdot \sin \theta + (\dot{u}_{K,R,f})_b) \cdot h_{CG_PPB}$$

Die Bewegungsgleichung des Rotors lautet:

$$(21) \quad I_{y,R} \cdot \ddot{\theta}_R = M_{st} + m_R \cdot g \cdot h_{TB_PPB} \cdot \sin \theta_R + m_R \cdot ((\dot{u}_{K,R,f})_b \cdot \cos \theta_{st} - (\dot{w}_{K,R,f})_b \cdot \sin \theta_{st}) \cdot h_{TB_PPB} - d_R \cdot \dot{\theta}_R$$

Der hier eingeführte Steuerwinkel θ_{st} bildet den Winkel zwischen Rotor und Rumpf ab:

$$(22) \quad \theta_{st} = \theta_R - \theta$$

Die Reduzierung des Modells auf vier Freiheitsgrade be-

ruht auf der Annahme, dass die Masse des Rotors klein gegenüber der Masse des Rumpfes ist, so dass die Translationsbewegung des Rotors direkt von der Translation des Rumpfes abgeleitet werden kann.

$$(23) \quad (\dot{u}_{K,R,f})_b = (\dot{u}_{K,f})_b - h_{CG_PPB} \cdot \ddot{\theta} - \underbrace{h_{TB_PPB} \cdot \cos \theta_{st} \cdot \ddot{\theta}_R}_{\approx 0} + \underbrace{h_{TB_PPB} \cdot \sin \theta_{st} \cdot \dot{\theta}_R^2}_{\approx 0}$$

$$(24) \quad (\dot{w}_{K,R,f})_b = (\dot{w}_{K,f})_b + \underbrace{h_{TB_PPB} \cdot \sin \theta_{st} \cdot \ddot{\theta}_R}_{\approx 0} + \underbrace{h_{TB_PPB} \cdot \cos \theta_{st} \cdot \dot{\theta}_R^2}_{\approx 0}$$

Es kann gezeigt werden, dass die in den Gln. (23) und (24) auftretenden Zusatzbeschleunigungen durch die Drehgeschwindigkeit und Drehbeschleunigung des Rotors klein und somit zu vernachlässigen sind.

4.3. Vergleich der Modellierungsansätze

Die Umsetzung beider Zweimassensysteme erfolgt unter Matlab®&Simulink®. Der Vergleich beider Modelle zeigt, dass bei Vorgabe eines Steuerkommandos nahezu identische Flugzustandsänderungen eintreten (Bild 8).

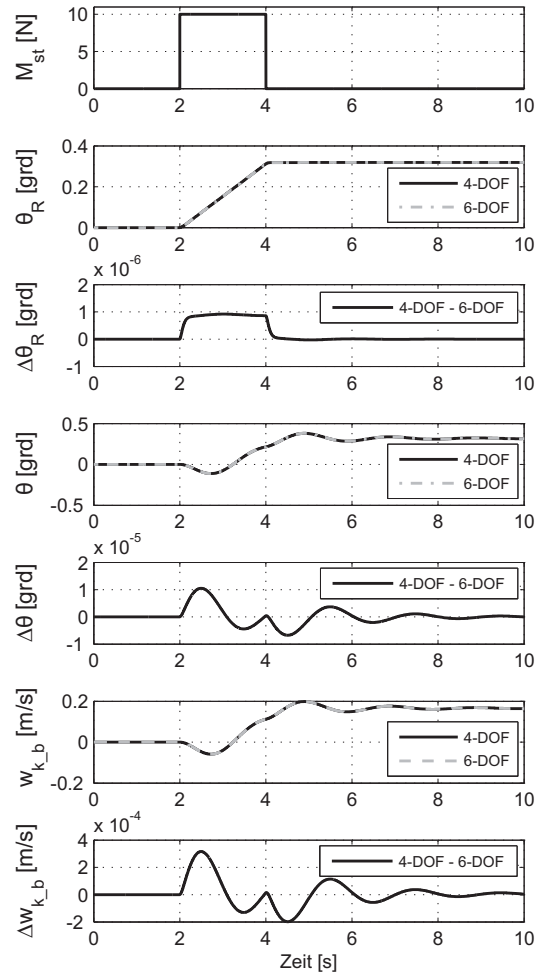


BILD 8. Vergleich des Systemverhaltens der Zweimassensysteme mit vier (4-DOF) und sechs (6-DOF) Freiheitsgraden, $u_{K,Tr} = 30$ m/s

Es können nur kleine Unterschiede beim dynamischen Einschwingvorgang zwischen den Zweimassensystemen mit sechs und vier Freiheitsgraden ausgemacht werden. Weiterführende lineare Analysen und die Gegenüberstellung von Eigenwerten und Eigenvektoren zeigen, dass beide Modelle in ihrem dynamischen Verhalten gut übereinstimmen. In TAB 4 und TAB 5 sind die Eigenwerte und Eigenvektoren angegeben, die die maßgebenden Eigenbewegungsformen der beiden Zweimassensysteme beschreiben. Die reinen Integratoren werden nicht dargestellt.

| Eigenwerte | -23,981 | $-0,582 \pm 3,162j$ |
|------------------|---------|-----------------------|
| Eigenvektoren | | |
| θ | -0,0008 | $0,0331 \pm 0,0000j$ |
| $\dot{\theta}$ | 0,0185 | $-0,0193 \pm 0,1047j$ |
| θ_R | -0,0416 | $0,0000 \mp 0,0002j$ |
| $\dot{\theta}_R$ | 0,9986 | $0,0006 \pm 0,0001j$ |
| $(u_K)_b$ | -0,0156 | $-0,0010 \pm 0,0083j$ |
| $(w_K)_b$ | -0,0231 | 0,9937 |

TAB 4. Eigenwerte und Eigenvektoren des Zweimassensystems mit vier Freiheitsgraden

| EW | -23,818 | $-0,582 \pm 3,162j$ |
|------------------|---------|-----------------------|
| Eigenvektoren | | |
| θ | -0,0002 | $0,0331 \mp 0,0000j$ |
| $\dot{\theta}$ | 0,0036 | $-0,0192 \pm 0,1029j$ |
| θ_R | -0,0419 | $0,0000 \mp 0,0002j$ |
| $\dot{\theta}_R$ | 0,9986 | $-0,0006 \pm 0,0001j$ |
| $(u_K)_b$ | -0,0029 | $-0,0009 \pm 0,0083j$ |
| $(w_K)_b$ | -0,0043 | 0,9937 |
| $(u_{K,R})_r$ | -0,2079 | $0,0210 \mp 0,1113j$ |
| $(w_{K,R})_r$ | -1,2578 | $0,0003 \mp 0,0057j$ |

| EW | $-143,33 \pm 90,12j$ | $-157,76 \pm 81,48j$ |
|------------------|-----------------------|-----------------------|
| Eigenvektoren | | |
| θ | $0,0000 \pm 0,0000j$ | $0,0004 \pm 0,0002j$ |
| $\dot{\theta}$ | $-0,0000 \mp 0,0000j$ | $-0,0861 \mp 0,0003j$ |
| θ_R | $0,0000 \pm 0,0000j$ | $0,0002 \pm 0,0001j$ |
| $\dot{\theta}_R$ | $-0,0000 \mp 0,0000j$ | $-0,0449 \mp 0,0032j$ |
| $(u_K)_b$ | $0,0000 \pm 0,0000j$ | $0,0744 \pm 0,0000j$ |
| $(w_K)_b$ | $-0,0748 \mp 0,0000j$ | $0,0129 \pm 0,0067j$ |
| $(u_{K,R})_r$ | $-0,0000 \mp 0,0000j$ | -0,9923 |
| $(w_{K,R})_r$ | 0,9972 | $0,0065 \pm 0,0040j$ |

TAB 5. Eigenwerte und Eigenvektoren des Zweimassensystems mit sechs Freiheitsgraden - Eigenvektoren der Eigenwerte -23,981 und $-0,582 \pm 3,162j$ für den Vergleich mit den Eigenvektoren des Zweimassensystems mit vier Freiheitsgraden normiert.

Bei beiden Zweimassensystemen treten zwei Eigenbewegungsformen auf, die sich sehr ähneln. Bei der Eigenbewegung mit dem Eigenwert $-0,582 \pm 3,162j$ sind im Wesentlichen die Nickgeschwindigkeit des Tragschraubers sowie die Geschwindigkeitskomponente des Rumpfes in z-Richtung beteiligt, wie es auch bei der Anstellwinkelschwingung beim Flächenflugzeug der Fall ist. Die Eigenbewegungsform mit dem Eigenwert -23,981 beim Zweimassensystem mit vier bzw. -23,818 beim System mit sechs Freiheitsgraden beschreibt im Wesentlichen die Rotordynamik. Daher sind auch bei dem System mit sechs Freiheitsgraden neben der Nickgeschwindigkeit des Rotors die Geschwindigkeitskomponenten des Rotors an der Eigenbewegungsform beteiligt. Es wird allerdings darauf hingewiesen, dass diese Bewegungsform keine realistische Bewegungsform eines Tragschraubers abbildet.

Zusätzlich treten bei dem System mit sechs Freiheitsgraden neben den bereits aus dem System mit vier Freiheitsgraden bekannten Eigenwerten und Eigenvektoren zwei weitere relevante Eigenbewegungsformen auf, die den Einfluss der Feder-/Dämpferelemente wiedergeben. Durch deren sehr hochfrequenten Anteil ist deren Einfluss auf die Eigenbewegung des Zweimassensystems mit sechs Freiheitsgraden nur von untergeordneter Bedeutung und somit im Vergleich zum System mit vier Freiheitsgraden vernachlässigbar klein.

Die gute Übereinstimmung der Eigenwerte spricht für die Reduzierung des Zweimassensystems von sechs auf vier Freiheitsgrade. Damit kann der Ansatz mit vier Freiheitsgraden für die weiterführende Entwicklung eines Tragschraubermodells verwendet werden.

5. TRAGSCHRAUBERMODELLIERUNG

Basierend auf den Ergebnissen der Modellierungsansätze wird nun ein geeignetes Tragschraubermodell für die Längsbewegung entwickelt. Hierzu wird das Modell des Zweimassensystems mit vier Freiheitsgraden um die speziellen Eigenschaften des Tragschraubers erweitert. Diese sind die Rotordrehdynamik, die Rotornickdynamik und -steuerung sowie die Eigenschaften von Rumpf, Höhenleitwerk und der Propellerschub.

5.1. Rotordrehdynamik

Der Rotor des Tragschraubers wird im Flug durch die an ihm wirkenden Luftkräfte angetrieben. Hierzu braucht er eine so genannte *positive Durchströmung*, also eine Geschwindigkeitskomponente in vertikaler Richtung [1]. Dabei wirken die inneren Blattsegmente antreibend, die äußeren bremsend [7].

Zur Ermittlung der Rotoraerodynamik wird der Rotor mit Hilfe der Blattelementenmethode modelliert (10 Segmente pro Blatt) (BILD 9) [7]. Hiermit werden die aerodynamischen Kräfte und Momente unter Beachtung der jeweils vorherrschenden Anströmbedingungen einzeln berechnet.

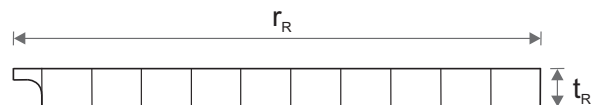


BILD 9. Modellierung der Rotordrehdynamik mithilfe der Blattelementenmethode

Unter Einsatz der geometrischen Kenngrößen des MTOsport (TAB 6) wird die Profilpolare so abgestimmt, dass die bekannten Kenndaten dieses Tragschraubers erreicht werden: etwa 4000 N Rotorkraft und eine Rotordrehzahl von 350 U/min bei einer vertikalen Durchströmgeschwindigkeit von 7 m/s. Mit Hilfe dieser Kenngrößen wird ein sehr einfaches Ersatzmodell für die Rotorbewegung abgeleitet: Die Rotorkraft F_R ergibt sich dabei als Funktion der vertikalen Durchströmgeschwindigkeit w_R und der Rotordrehzahl ω_R :

$$(25) F_R = f(w_R, \omega_R)$$

Die Rotordrehzahl ω_R wird durch eine Differentialgleichung 1. Ordnung beschrieben:

$$(26) I_{z,R} \cdot \dot{\omega}_R = N_{R, Luft}(w_R, \omega_R)$$

Dabei ist $N_{R, Luft}(w_R, \omega_R)$ das durch die Luftkräfte wirkende Rotordrehmoment.

5.2. Rotornickdynamik und -steuerung

Mit Hilfe des Blattelementenmodells wird die Nickdämpfung des drehenden Rotors bestimmt, indem eine konstante Nickgeschwindigkeit $\dot{\theta}_R$ aufgebracht wird. Dies führt zu einem Nickmoment abhängig von der Rotordrehzahl und -kraft sowie der Nickgeschwindigkeit des Rotors:

$$(27) M_{d,R} = d_R(F_R, \omega_R) \cdot \dot{\theta}_R$$

Die Rotorsteuerung erfolgt über die Steuerstangen, die ein Steuermoment M_{st} in den Rotor einleiten (BILD 3). Hiermit wird der Rotorkopf in eine Nickbewegung versetzt und es entsteht eine Schlagbewegung des Rotors. Dabei verstärkt das bei dieser Bewegung auftretende Moment bezüglich der Zentrifugalkräfte des Rotors das Steuermoment derart, dass die Steuerung des sehr trägen Rotors über den Steuerknüppel überhaupt realisierbar wird. Für diesen Effekt wird ein Verstärkungsfaktor von etwa $K_{M,st} = 200$ abgeschätzt.

Weiter wird der horizontale Abstand zwischen PPB und TB modelliert (BILD 3 und BILD 10). Dieser wird durch den Parameter l_{TB_PPB} beschrieben. Für die Bewegungsgleichung des Rotors folgt somit (vgl. Gl. (21)):

$$(28) \begin{aligned} I_{y,R} \cdot \ddot{\theta}_R = & K_{M,st} \cdot [M_{st} + m_R \cdot g \cdot h_{TB_PPB} \cdot \sin \theta_R \\ & + m_R \cdot ((\dot{u}_{K,R,f})_b \cdot \cos \theta_{st} - (\dot{w}_{K,R,f})_b \cdot \sin \theta_{st}) \cdot h_{TB_PPB} \\ & + m_R \cdot g \cdot l_{TB_PPB} \cdot \cos \theta_R - F_R \cdot l_{TB_PPB} \\ & - m_R \cdot ((\dot{u}_{K,R,f})_b \cdot \sin \theta_{st} - (\dot{w}_{K,R,f})_b \cdot \cos \theta_{st}) \cdot l_{TB_PPB}] \\ & - d_R \cdot \dot{\theta}_R \end{aligned}$$

Aufgrund der geänderten Geometrien berechnet sich die Beschleunigung in z-Richtung am Pitch Pivot Bolt nun zu

$$(29) (\dot{w}_{K,R,f})_b \approx (\dot{w}_{K,f})_b + \ddot{\theta} \cdot l_{CG_PPB}$$

| Größe | Bezeichnung | Wert |
|---------------------------|----------------------------------|-------------------------|
| Rumpf | | |
| d | Nickdämpfung Rumpf | 500 Nm/(rad/s) |
| S | Stirnfläche Rumpf | 1 m ² |
| C_W | Widerstandsbeiwert Rumpf | 0,7 |
| I_y | Trägheitsmoment Rumpf | 300 kg · m ² |
| h_{CG_PPB} | Vertik. Abstand CG zu PPB | 1,15 m |
| l_{CG_PPB} | Horiz. Abstand CG zu PPB | 0,268 m |
| m | Tragschraubermasse | 400 kg |
| Rotor | | |
| d_R | Nickdämpfung Rotor | 3600 Nm/(rad/s) |
| $K_{M,st}$ | Verstärkungsfaktor Steuermoment | 200 |
| $I_{y,R}$ | Trägheitsmoment Rotor um y-Achse | 150 kg · m ² |
| $I_{z,R}$ | Trägheitsmoment Rotor um z-Achse | 150 kg · m ² |
| m_R | Rotormasse | 30 kg |
| h_{TB_PPB} | Vertik. Abstand TB zu PPB | 0,2 m |
| l_{TB_PPB} | Horiz. Abstand TB zu PPB | 0,015 m |
| r_R | Rotorradius | 4,2 m |
| t_R | Blatttiefe | 0,2 m |
| Höhenleitwerk | | |
| S_{Stab} | Höhenleitwerksfläche | 1 m ² |
| $C_{A\alpha_Stab}$ | Auftriebsanstieg Höhenleitwerk | 4 |
| l_{CG_Stab} | Horiz. Abstand CG zu Stab | 2,0 m |
| Propellertriebwerk | | |
| P_{max} | Maximale Motorleistung | 100 PS |
| η | Propellerwirkungsgrad | 1 |

TAB 6. Abgeschätzte und bekannte Parameter für generische Tragschraubersimulationen

5.3. Rumpf, Höhenleitwerk und Triebwerk

Die exakte Modellierung des Rumpfes ist aufgrund der Struktur und der charakteristischen Eigenschaften (Interferenzen, Ablösungen) sehr aufwendig. Für die Betrachtungen dieser Arbeit reicht eine Modellierung des Rumpfes als Widerstand aus, der im aerodynamischen Koordinatensystem angegeben ist:

$$(30) W = \bar{q} \cdot C_W \cdot S$$

Im Unterschied zum Modellierungsvergleich in Abschnitt 4 wird eine Schwerpunktlage vor dem PPB angenommen (BILD 10). Dieses wird durch den Parameter l_{CG_PPB} beschrieben.

Für das Höhenleitwerk wird vereinfachend angenommen, dass es lediglich zum Auftriebshaushalt und zur Nickdämpfung des Tragschraubers beiträgt. Interferenzen mit

dem Rotorabwind und dem Propeller werden in diesem Stadium der Modellierung vernachlässigt. Beide Größen werden in aerodynamischen Koordinaten angegeben:

$$(31) \quad A_{Stab} = \bar{q} \cdot S_{Stab} \cdot C_{A\alpha, Stab} \left(\alpha + \text{asin} \left(\frac{\dot{\theta} \cdot I_{CG_Stab}}{V} \right) \right)$$

$$(32) \quad M_{Stab} = A_{Stab} \cdot I_{CG_Stab}$$

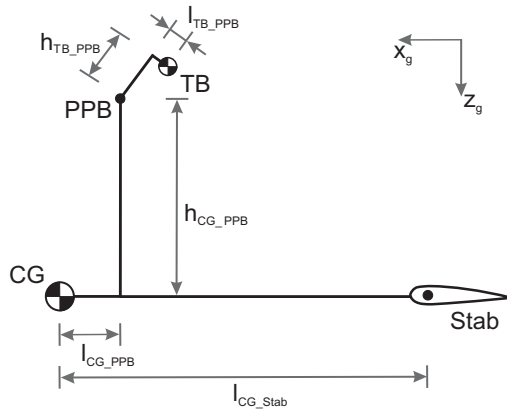


BILD 10. Modellierung von Rumpf und Höhenleitwerk

Für den Triebwerksschub wird lediglich eine Abhängigkeit von der Fluggeschwindigkeit berücksichtigt. Für ein Propellertriebwerk mit Kolbenmotor, das eine konstante Antriebsleistung P liefert, gilt unter Berücksichtigung eines Propellerwirkungsgrades η folgender Zusammenhang [10]:

$$(33) F_{Prop} = \frac{\eta \cdot P}{V}$$

Durch Kenntnis der maximalen Leistung des Rotax 912 Triebwerkes von $P_{max} = 100 \text{ PS}$ wird der maximal mögliche Schub in Abhängigkeit von der Fluggeschwindigkeit $F_{Prop,max}(v)$ ermittelt und anschließend über die Schubhebelstellung reguliert:

$$(34) F_{Prop} = F_{Prop,max}(V) \cdot \delta_{Prop}$$

Es wird angenommen, dass der Triebwerksschub keinen Anteil am Nickmoment aufweist, da er etwa im Schwerpunkt des Tragschraubers angreift.

Mit Hilfe der zuvor gemachten Aussagen lassen sich abschließend die Bewegungsgleichungen des Rumpfes aufstellen:

$$\begin{aligned}
m \cdot (\dot{u}_K)_b = & -(m + m_R) \cdot g \cdot \sin \theta - F_R \cdot \sin \theta_{st} \\
(35) \quad & + F_{Prop} - m_R \cdot (\dot{u}_{K,R,r})_b - \dot{\theta} \cdot (w_K)_b \cdot m \\
& + A_{Stab} \cdot \sin \alpha - W \cdot \cos \alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m \cdot (\dot{w}_K)_b &= (m + m_R) \cdot g \cdot \cos \theta - F_R \cdot \cos \theta_{st} \\
 &\quad - m_R \cdot (\dot{w}_{K,R,f})_b + \dot{\theta} \cdot (u_K)_b \cdot m \\
 &\quad - A_{Stab} \cdot \cos \alpha - W \cdot \sin \alpha
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
I_y \cdot \ddot{\theta} = & -M_{st} + F_R \cdot \sin \theta_{st} \cdot h_{CG_PPB} \\
& + m_R \cdot (g \cdot \sin \theta + (\dot{u}_{K,R,f})_b) \cdot h_{CG_PPB} \\
& + m_R \cdot (g \cdot \cos \theta - (\dot{w}_{K,R,f})_b) \cdot l_{CG_PPB} \\
& - F_R \cdot \cos \theta_{st} \cdot l_{CG_PPB} - M_{Stab} \cdot \cos \alpha
\end{aligned}
\quad (37)$$

6. FLUGDYNAMISCHE ANALYSEN

Es werden weiterführend die dynamischen Eigenschaften des Tragschraubers untersucht und mit den Ergebnissen der Literatur verglichen. Umfangreiche Untersuchungen auf diesem Gebiet wurden bereits von Houston [11]-[15] durchgeführt, der das Stabilitätsverhalten von Tragschraubern in der Längs- und Seitenbewegung erforscht. Das Hauptaugenmerk seiner Untersuchungen liegt dabei auf der Analyse des Einflusses der Variation verschiedener Parameter auf das Stabilitätsverhalten des Tragschraubers.

6.1. Eigenwertanalyse

Zur Analyse des dynamischen Verhaltens in der Längsbewegung wird das entwickelte nichtlineare Tragschraubersimulationsmodell an einem Arbeitspunkt getrimmt und linearisiert. Damit ergeben sich für den Trimpunkt die linearen Zustandsdifferentialgleichungen der Form

$$(38) \quad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

mit den Zustands- und Steuervektoren

$$(39) \quad \begin{aligned} \mathbf{x} &= [u_K \ w_K \ q \ \theta \ q_R \ \theta_R \ \omega_R]^T \\ \mathbf{u} &= [\delta_{prop} \ M_{st}]^T \end{aligned}$$

so dass sich ein System siebter Ordnung in der Längsbewegung ergibt. Es wird darauf hingewiesen, dass das Steuermoment des Piloten die Eingangsgröße ist und nicht wie oft in der Simulation von Flugzeugen der Steuer-ausschlag.

Die Betrachtung der Eigenwerte und Eigenvektoren der Dynamikmatrix **A** zeigt, dass die Eigenbewegungsformen des Tragschraubers weitestgehend denen von Flächenflugzeugen entsprechen (TAB 7), wie es bereits in [11]-[17] dargelegt wurde. Das dynamische Eigenverhalten des Tragschraubers wird in der Längsbewegung durch Anstellwinkelschwingung (AS) und Phyoide (Ph) charakterisiert, die beide durch ein stabiles, komplex konjugiertes Polpaar abgebildet werden. Zusätzlich wird das Eigenverhalten durch einen weiteren stabilen, aperiodischen Pol (RD), resultierend aus der Drehdynamik des Rotors, beeinflusst [14]. Zudem tritt ein weiteres, hochfrequentes, konjugiert komplexes Polpaar auf, das die Nickdynamik des Rotors abbildet.

| Eigenbewegung | Eigenwert |
|-------------------------|----------------------|
| Phygoide | $-0,071 \pm 0,210 j$ |
| Anstellwinkelschwingung | $-1,32 \pm 4,32 j$ |
| Rotordrehdynamik | $-0,247$ |
| Nickdynamik des Rotors | $-12,5 \pm 19,7 j$ |

TAB 7. Eigenwerte des Tragschraubers im stationären Horizontalflug $V_{Tr} = 30 \text{ m/s}$

In BILD 11 sind die Eigenwerte des Tragschraubers in der Längsbewegung im flugdynamisch relevanten Bereich für drei Fluggeschwindigkeiten dargestellt.

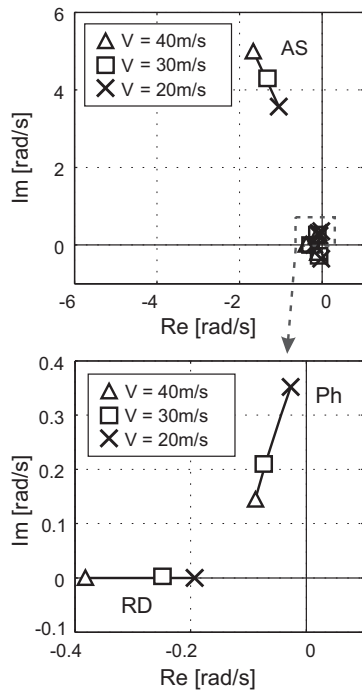


BILD 11. Eigenwerte des Tragschraubers im flugdynamisch relevanten Bereich für drei Fluggeschwindigkeiten

Bei dem von Houston untersuchten Tragschrauber [14] handelt es sich um den VPM M16, der von seiner Bauweise dem MTOsport entspricht. Die Eigenwerte dieses Tragschraubers stimmen in ihrem Verlauf mit den hier ermittelten Eigenwerten überein, lediglich in der Größenordnung sind größere Unterschiede festzustellen. So weist insbesondere die Anstellwinkelschwingung bei Houston eine geringere Eigenfrequenz auf.

6.2. Nichtlineare Analysen

Zur weiteren Beurteilung der Modellierung werden zwei relevante Manöver in der nichtlinearen Simulation betrachtet. Diese sind der Triebwerksausfall und die Eingabe eines Nicksteuermomentes. BILD 12 zeigt die Simulation des Triebwerksausfalls. Dabei wird angenommen, dass der Schub sprungartig auf Null abfällt und der Pilot kein Nicksteuermoment aufbringt ($M_{st} = 0$).

Es zeigen sich folgende Ergebnisse:

1. Die Bahngeschwindigkeit V_K nimmt zunächst ab und steigt dann signifikant an.
2. Der Steuerwinkel θ_{st} nimmt unmittelbar nach dem Triebwerksausfall dynamisch ab, d. h. der Steuerknüppel bewegt sich nach vorn. Anschließend schwingt der Steuerknüppel leicht mit der Eigenfrequenz der Phygoide.

3. Es tritt dynamisch ein sehr großer negativer Nickwinkel des Rumpfes von etwa -30° auf. Stationär tritt ein Nickwinkel von etwa -20° auf.

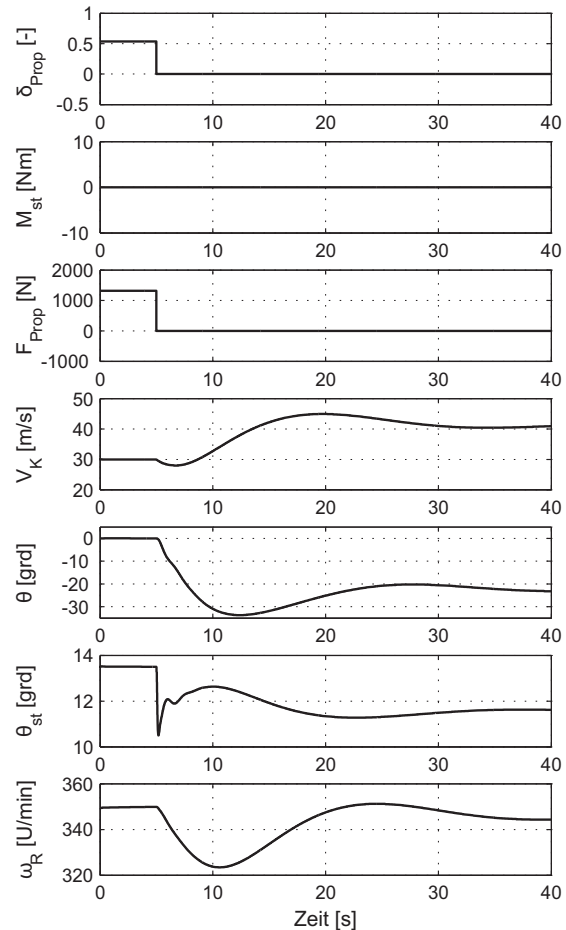


BILD 12. Simulation des generischen Tragschraubermodells bei Triebwerksausfall

BILD 13 zeigt die Simulation der Eingabe des Nicksteuermomentes. Dabei wird angenommen, dass das Steuermoment M_{st} bei konstantem Propellerschub sprungartig auf -12Nm abfällt.

Es zeigen sich folgende Ergebnisse:

1. Die Bahngeschwindigkeit V_K steigt.
2. Der Steuerwinkel θ_{st} nimmt dynamisch ab. Anschließend schwingt der Steuerknüppel leicht mit der Eigenfrequenz der Phygoide.
3. Es treten dynamisch vergleichsweise große negative Nickwinkel des Rumpfes von -15° bis -8° auf.

Alle beobachteten Ergebnisse stimmen qualitativ mit den Erfahrungen aus dem Fliegen mit MT-Tragschraubern überein. Mit Hilfe des gewählten Modellierungsansatzes mit vier Freiheitsgraden können demnach die Eigenschaften eines Tragschraubers qualitativ nachgebildet werden.

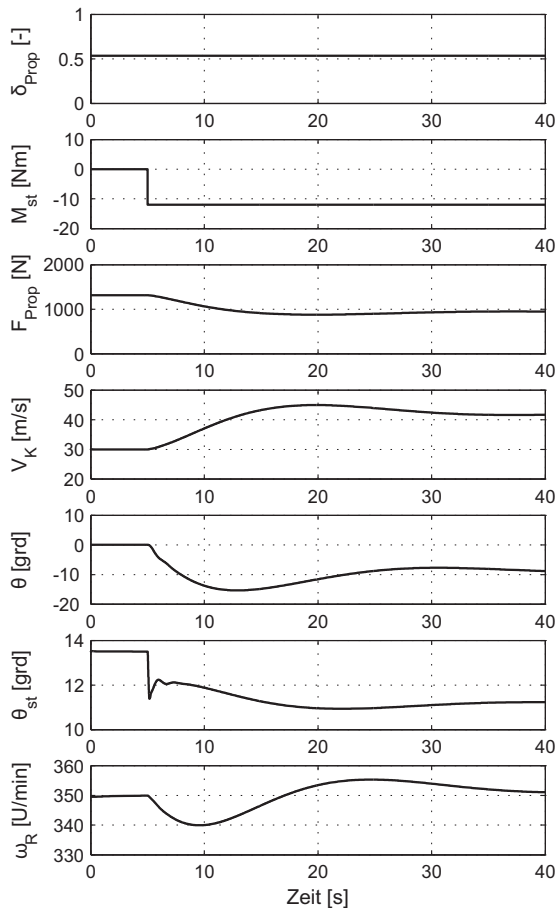


BILD 13. Simulation des generischen Tragschraubermodells bei einer Nicksteuereingabe

7. ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Beitrag werden der Aufbau und die Eigenschaften eines nichtlinearen Simulationsmodells für die Längsbewegung eines Tragschraubers vorgestellt. Die Basis bildet die Untersuchung von Modellierungsansätzen für das Zweimassensystem bestehend aus Rumpf und Rotor. Es wird gezeigt, dass das entwickelte Zweimassensystem mit vier Freiheitsgraden die statischen und dynamischen Eigenschaften des Tragschraubers nachbildet. Dieser Systemansatz bildet somit die Grundlage für den Aufbau eines nichtlinearen Simulationsmodells.

Es kann gezeigt werden, dass das dynamische Eigenverhalten des Tragschraubers dem von Flächenflugzeugen bezüglich der Anstellwinkelschwingung und Phyoide entspricht. Ein zusätzlicher Pol, resultierend aus der Autorotation des Rotors und ein hochfrequentes, konjugiert komplexes Polpaar, das die Nickdynamik des Rotors abbildet, treten auf. Die Ergebnisse aus nichtlinearen Simulationsrechnungen stimmen qualitativ mit den Erfahrungen aus dem Fliegen mit MT-Tragschraubern überein. Mit Hilfe des Modellierungsansatzes mit vier Freiheitsgraden können demnach die Eigenschaften eines Tragschraubers qualitativ nachgebildet werden.

Damit liegt eine vielversprechende Ausgangsbasis für die Entwicklung eines vollständigen nichtlinearen Simulationsmodells vor. Weitere Arbeiten betreffen die Implementierung der Seitenbewegung und eines Fahrwerksmodells

sowie eines detaillierten Triebwerksmodells. Für das angestrebte Ziel der Entwicklung eines Trainingssimulators sind Flugversuche mit einem instrumentierten Tragschrauber durchzuführen und mit den Verfahren der Systemidentifizierung auszuwerten.

8. LITERATUR

- [1] Leishman, J. G.: *Development of the Autogyro: A Technical Perspective*, Journal of Aircraft, Vol. 41, No. 4, 2004, pp. 765-781
- [2] Anon.: *Jahresstatistik des DAeC-Luftsportgeräte-Büros 2007*, Braunschweig
- [3] AutoGyro GmbH: www.auto-gyro.com, 2009
- [4] Anon.: *Rotorcraft Flying Handbook*, U.S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration, 2000
- [5] McRuer, D., et al.: *Aviation Safety and Pilot Control: Understanding and Preventing Unfavorable Pilot-Vehicle Interactions*, ASEP National Research Council, National Academy Press, Washington D.C., 1997
- [6] Kiggen, T.: *Flughandbuch für den Tragschrauber MT03*, Hildesheim, 2003
- [7] Bittner, W.: *Flugmechanik der Hubschrauber*, Springer Verlag, 2002
- [8] Bramwell, A. R. S., Done, G., Balmford, D.: *Bramwell's Helicopter Dynamics*, 2. Auflage, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2001
- [9] Anon.: *Begriffe, Größen und Formelzeichen der Flugmechanik*, DIN 9300, 1990
- [10] Brockhaus, R.: *Flugregelung*, 2. Auflage, Springer Verlag, 2001
- [11] Houston, S. S.: *Validation of a Rotorcraft Mathematical Model for Autogyro Simulation*, Journal of Aircraft, Vol. 37, No. 3, 2000, pp. 403-409
- [12] Houston, S. S.: *Longitudinal stability of gyroplanes*, Aeronautical Journal, 1996
- [13] Thomson, D., Houston, S. S.: *Advances in the Understanding of Autogyro Flight Dynamics*, American Helicopter Society 64th Annual Forum, Montreal, Canada, 2008
- [14] Houston, S. S.: *Identification of Autogyro Longitudinal Stability and Control Characteristics*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 21, No. 3, 1998, pp. 391-399
- [15] Houston, S. S.: *Modeling and Analysis of Helicopter Flight Mechanics in Autorotation*, Journal of Aircraft, Vol. 40, No. 4, 2003, pp. 675-682
- [16] Arnold, U.: *Untersuchungen zur Flugmechanik eines Tragschraubers*, Diplomarbeit, TU Braunschweig, Institut für Flugmechanik, 1989
- [17] Lopez, C. A., Wells, V. L.: *Dynamics and Stability of an Autorotating Rotor/Wing Unmanned Aircraft*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 27, No. 2, 2004