

ORTSAUFGELOSTE BESTIMMUNG INSTATIONÄRER WÄRMESTROMDICHTEN AUS THERMOGRAFISCHEN MESSUNGEN

Malte Estorf

Institut für Strömungsmechanik, Technische Universität Braunschweig
Email: m.estorf@tu-bs.de

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden unterschiedliche Berechnungsverfahren zur Bestimmung von Wärmestromdichten aus thermografisch gemessenen Oberflächentemperaturen angegeben. Insbesondere werden Verfahren auf Basis der linearisierten Wärmeleitungsgleichung zur Bestimmung von Wärmestromdichten unter Berücksichtigung lateraler Wärmeleitung aufgezeigt. Des Weiteren werden Korrekturterme für die Berücksichtigung tiefengewichteter Temperaturinformationen bei Infrarotmessungen an teiltransparenten Materialien angegeben. Für eine reduzierte Übertragung des Messrauschens auf die berechneten Wärmestromdichten wird das Verfahren der iterativen Regularisierung vorgeschlagen. Zur Validierung der Verfahren werden numerische und experimentelle Testfälle betrachtet.

BEZEICHNUNGEN

a	Temperaturleitfähigkeit
\underline{A}	Übertragungsfunktion
c	spezifische Wärmekapazität
Fo	Fourierzahl
\mathcal{J}	Residuumfunktional
L	Strahldichte
Ma	Machzahl
P	Druck
St	Stantonzahl
t	Zeit
\dot{q}	Wärmestromdichte
T	Temperatur
x, y, z	kartesische Koordinaten (z wandnormal)
ϵ	Messfehler
κ	Absorptionskonstante
λ	Wärmeleitfähigkeit
σ^2	Varianz der Messung
τ	Integrationszeit
$1t$	Totalgröße hinter der Expansion
e	Ergebniswert
n, k (s)	Indizes zeitlicher Zählung schwarzer Strahler
u, v *	kartesische Wellenzahlen dimensionslose Größe
ν	Iterationsindex
λ	Strahlungswellenlänge

1. EINLEITUNG

Die genaue Kenntnis von Wärmestromdichten an Oberflächen umströmter Körper ist von großer Bedeutung für die thermische Auslegung technischer Systeme. Insbesondere sind in der Luft- und Raumfahrttechnik die hohen thermischen Lasten an Flugtriebwerkskomponenten sowie an der Außenhaut von Wiedereintrittsfahrzeugen von Interesse, da sie großen Einfluss auf die Sicherheit und die Wirtschaftlichkeit der Gesamtsysteme haben.

Zum Auffinden und zur Bestimmung lokaler Überhöhungen der Wärmestromdichte in Windkanalexperimenten sind thermografische Verfahren besonders geeignet, da sie eine flächenhafte Messung von Oberflächentemperaturen bei guter Ortsauflösung erlauben. Die Bestimmung der in hypersonischen Windkanälen oft nur sehr kurzzeitig auftretenden Oberflächenwärmeströme stellt dabei eine besondere Herausforderung an Experiment und Auswertung dar. Die Quellen systematischer Fehler liegen in der optischen Temperaturmessung selbst und in der Umrechnung der gewonnenen Messdaten in eine oberflächennormale Wärmestromdichte.

Die umfassende Beschreibung einer am Institut für Strömungsmechanik der TU Braunschweig erarbeiteten Mess- und Auswertungsmethodik wurde in (Estorf, 2008) vorgenommen. Dort wird insbesondere auch auf das Vorgehen bei der räumlichen Kalibrierung solcher Messungen sowie bei der Bestimmung von Reflexions- und Emissionseigenschaften teiltransparenter Materialien eingegangen. Die folgende Übersicht beschränkt sich hingegen auf die Behandlung einiger spezieller Probleme bei der Umrechnung der gemessenen Temperaturdaten in Wärmestromdichten und berichtet über Validierungsmessungen im Hyperschallwindkanal des Instituts. Für eine ausführlichere Behandlung sei auf die Originalarbeit verwiesen.

2. PROBLEME DER WÄRMESTROMBERECHNUNG

2.1 Laterale Temperaturgradienten

Die Ermittlung von Wärmestromdichten aus instationären Oberflächentemperaturmessungen erfolgt häufig unter der Annahme eindimensionaler Wärmeleitung in einem Körper unendlicher Tiefe und konstanter Leitfähigkeit. Das häufig angewendete Verfahren von Cook & Felderman (1966) verwendet dafür eine geschlossene Lösung der linearen Wärmeleitungsgleichung, um die Wärmestromdichte als Funktion der

zeitabhängigen Oberflächentemperatur zu berechnen. Diese einfache Methode, ist auf diskrete Dünnfilm-Temperatursensoren zugeschnitten (Schultz & Jones, 1973), welche so aufgebaut sind, dass das Temperaturfeld im Sensor demjenigen in einem einseitig beheizten Stab gleicht. Dieses Verfahren kann keine laterale Wärmeleitung an der Modelloberfläche berücksichtigen und berechnet deswegen falsche Ergebnisse, sobald in lateraler Richtung veränderliche Wärmestromdichten auftreten. Die gute räumliche und zeitliche Auflösung moderner Infrarotkameras erlaubt hingegen eine Berücksichtigung der lateralen Wärmeleitung bei der Wärmestrombestimmung. In hierzu prinzipiell geeigneten Finite-Differenzen-Verfahren kann die gemessene Oberflächentemperatur als eine Randbedingung erster Art vorgegeben werden, um schließlich aus einer Energiebilanz für Kontrollvolumina an der Oberfläche die lokalen Wärmestromdichten zu bestimmen. Neben dem Aufwand für die räumlich diskretisierte Modellierung der Geometrie und die zeitgenaue Simulation ergibt sich aus diesem Vorgehen ein erheblicher Diskretisierungsfehler (Walker & Scott, 1998). Fortschrittliche Verfahren zur inversen Wärmeleitungsanalyse, welche das Problem iterativ mit Hilfe von Optimierungsalgorithmen lösen sind zwar genauer, es bleibt aber das Problem des erheblichen numerischen Aufwandes (Daryabeigi et al., 2003).

In (Estorf, 2006) werden Verfahren zur Bestimmung von Wärmestromdichten unter Berücksichtigung lateraler Wärmeleitung mit Hilfe einer analytischen Lösung der dreidimensionalen, linearen Wärmeleitungsgleichung angegeben. Insbesondere wird ein Verfahren, welches den räumlich entkoppelten Zusammenhang zwischen Oberflächentemperatur und Wärmestromdichte im Fourierraum nutzt, für besonders geeignet befunden. Statt des Wärmestroms \dot{q}_{xy} für die diskreten Pixelpositionen (x, y) muss für die Lösung im Fourierraum die Amplitude \hat{q}_{uv} des mit einer diskreten räumlichen Frequenz (u, v) im Wärmestrom enthaltenen Anteils bestimmt werden. Diese hängt nur von der zeitlichen Entwicklung der Amplitude \hat{T}_{uv} des Temperaturanteils mit der gleichen Frequenz ab. Der Zusammenhang zwischen fouriertransformierter Oberflächenwärmestromdichte und Temperatur zur Zeit t lautet in direkter Formulierung¹

$$\hat{T}_{uv}(z, t) = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^t \hat{q}_{uv}|_{z=0}(\tau) \frac{e^{-a[(u^2+v^2)(t-\tau)]}}{\sqrt{t-\tau}} \cdot e^{-\frac{z^2}{4a(t-\tau)}} d\tau \quad (1)$$

wobei λ die Wärmeleitfähigkeit, a der thermische Diffusionskoeffizient und z die Entfernung von der Körperoberfläche bedeuten. Das Faltungsintegral über der Zeit ergibt sich aus dem linearen zeitinvarianten Zusammenhang zwischen Temperatur und Wärmestromdichte. Mit einer geeigneten den Messzeitpunkten angepassten Diskretisierung des Integrals (siehe (Estorf, 2006)) kann die

Gleichung auch in die Form

$$\hat{T}_{uv} = \underline{\underline{A}}_{uv} \cdot \hat{q}_{uv} \quad (2)$$

überführt werden, wobei hier \hat{T}_{uv} der Vektor aller über der Zeit gemessenen Temperaturamplituden mit dem Wellenvektor (u, v) und \hat{q}_{uv} die korrespondierenden Amplituden der Wärmestromdichten zu den diskreten Messzeitpunkten sind. Die gesuchte Abhängigkeit $\hat{q}_{uv} = f(\hat{T}_{uv})$ ist zwar prinzipiell durch eine Inversion der Übertragungsfunktion $\underline{\underline{A}}_{uv}$ möglich, jedoch bei hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung der Messung wegen der dann schlechten Konditionierung nicht zu empfehlen. Stattdessen wird das in Abschnitt 2.3 beschriebene iterative Lösungsverfahren mit Regularisierung zur Bestimmung von \hat{q}_{uv} empfohlen.

Es ist bemerkenswert, dass sich für jede Wellenzahl (u, v) eine eigene Matrix $\underline{\underline{A}}_{uv}$ ergibt, deren Elemente nur von der Zeit abhängen. Mit der Lösung im Fourierraum ist also durch die Nutzung der Eigenfunktionen der Wärmeleitungsgleichung ein räumlich entkoppeltes Gleichungssystem entstanden. Somit entspricht der Berechnungsaufwand bei jeder Frequenz dem des Verfahrens ohne Berücksichtigung lateraler Wärmeleitung nach Cook & Felderman (1966). Für die im Voraus zu berechnende Fouriertransformation der Temperaturmesswerte sowie für die Rücktransformation der Wärmestromdichten sind aus der diskreten Signal- und Bildverarbeitung schnelle Algorithmen bekannt (Oppenheim et al., 2004; Jähne, 2005).

Der Nachteil dieses einfachen Verfahrens gegenüber numerischen Feldverfahren liegt in einer Beschränkung auf ebene oder nur wenig gekrümmte Oberflächen und in der Voraussetzung temperaturunabhängiger Stoffwerte.

Testfall: Beheizte Halbebene

Als generischer Testfall wird die analytische Lösung für die beheizte Halbebene des halbinendlichen Körpers aus (Carslaw & Jaeger, 1959) herangezogen. Der Oberfläche des Körpers werde in dem Bereich $0 \leq x < \infty$; $-\infty < y < \infty$ die stationäre Wärmestromdichte \dot{q}_z während eines Zeitintervalls $0 < \tau < t$ zugeführt. In der Linie $y = 0$ liegt also ein unendlich großer lateraler Gradient der oberflächennormalen Wärmestromdichte vor. Das physikalische Problem hat kein charakteristisches Längenmaß und die einzige einzuführende Länge ist somit der Diskretisierungsabstand Δx , der hier durch die Pixelauflösung eines Kamerasensors gegeben sein soll. Mit der analytischen Lösung für die Oberflächentemperatur wurde eine Serie synthetischer Testbilder im zeitlichen Abstand Δt generiert, indem der von jedem Pixel virtuell gemessene Temperaturwert dem im Pixelzentrum berechneten Wert gleichgesetzt wurde².

¹Es kann entsprechend dem Kausalitätsprinzip zwischen einer direkten Formulierung $T = f(\dot{q})$ und einer inversen Formulierung $\dot{q} = f(T)$ unterschieden werden.

²Auf die Modellierung eines Messfehlers und einer aus der optischen Abbildung eines Oberflächenelements resultierenden Übertragungsfunktion wurde hier verzichtet.

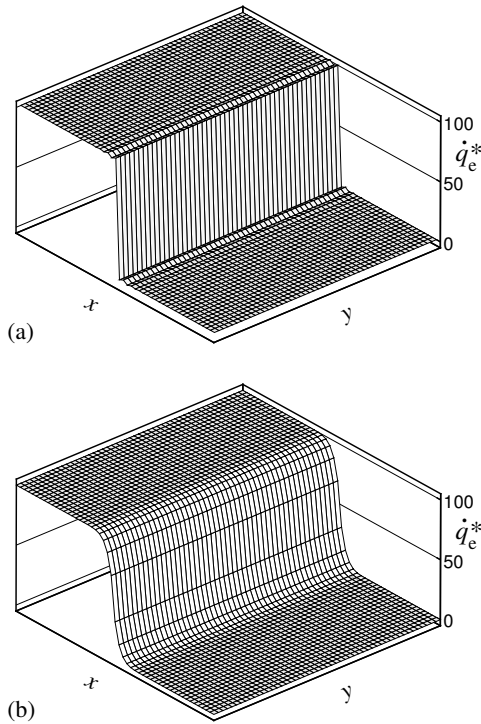


Abbildung 1: Ausgewertete Wärmestromdichten am Rand einer beheizten Halbebene ($\Delta Fo = 0, 1$; $Fo = 2, 5$)
(a) 3D-Auswertung im Fourierraum
(b) 1D-Auswertung Cook & Feldermann

Aus den gegebenen Parametern lassen sich für den Testfall drei dimensionslose Kennzahlen berechnen. Die Zeit t nach Einsetzen des Wärmestromes kann als Fourierzahl $Fo = a \cdot t / \Delta x^2$ dimensionslos angegeben werden. Dieser Parameter bestimmt die Anzahl der Pixel, die beiderseits der Diskontinuität vom Breitfließen der Wärme erfasst werden. Da sich mit fortschreitender Zeit aus der analytischen Lösung immer ähnliche, in x -Richtung gestreckte Temperaturverteilungen ergeben, ist also die räumlich diskrete Auflösung dieser Verteilung durch Fo bestimmt. Die zeitlich diskrete Auflösung ist in dimensionsloser Form durch $\Delta Fo = a \cdot \Delta t / \Delta x^2 = Fo / n$ gegeben. Des Weiteren kann ein dimensionsloser Wärmestrom als $\dot{q}^* = \dot{q}_z c \Delta t^2 / (\lambda \Delta x)$ definiert werden, mit dem die Körpertemperatur bei gegebenem Fo skaliert. Der analytisch vorgegebene Wärmestrom wird für den Testfall zu $\dot{q}^* = 100$ gewählt.

Abbildung 1 zeigt die Ergebnisse der Wärmestromberechnung für $Fo = 2, 5$ und $\Delta Fo = 0, 1$ mit der 3D-Lösung im Fourierraum (a) und mit der als Cook & Feldermann-Verfahren bezeichneten 1D-Lösung (b). Der Rand der beheizten Halbebene wurde in den Rand einer Pixelreihe gelegt, wobei das in den Abbildungen gezeigte Gitter die Pixelzentren verbindet. Der mit der 1D-Lösung berechnete Wärmestrom ist offensichtlich durch die laterale Wärmeleitung verfälscht, während das 3D-Verfahren den Sprung mit recht geringem Fehler auflöst. Die Lösung im Fourierraum zeigt hier leichte Oszillatio-

nen um den Sprung, was aus der Auflösung mit einer durch die Pixelzahl begrenzten Anzahl von Fouriergliedern folgt.

2.2 Teiltransparente Materialien

Die Zuordnung der mit einer Infrarotkamera gemessenen Grauwerte zu Temperaturwerten erfolgt oft über Vergleichsmessungen an einem schwarzen Referenzstrahler bekannter Temperatur. Als ein wesentlicher Teil der Grauwertkalibrierung muss bei diesem Vorgehen auch die Ermittlung der optischen Eigenschaften des später zu vermessenden Materials verstanden werden, wobei in der Literatur zumeist nur auf die Bedeutung des Emissions- und Reflexionsgrades hingewiesen wird, weil man oft vereinfachend davon ausgeht, dass die von dem vermessenen Körper ausgehende Strahlung in ihrer Intensität mit der Oberflächentemperatur korrespondiert.

Für instationäre Wärmeübergangsmessungen in aerothermodynamischen Kurzzeitversuchen werden aber häufig Kunststoff- oder Keramikmodelle verwendet, da die geringe Wärmeleitfähigkeit dieser Materialien für ein gutes Signal-zu-Rauschverhältnis sorgt. Die für die Isolations-eigenschaften verantwortliche amorphe Materialstruktur und die geringe Elektronenbeweglichkeit in diesen Materialien hat aber zugleich eine geringe optische Absorptionsfähigkeit zur Folge. Aus einem Temperaturgradienten des Testkörpers über die optische Eindringtiefe der Strahlung ergibt sich somit, dass die extern zu messende Strahldichte kein der Oberflächentemperatur äquivalentes Maß ist, sondern nur eine integrale Information über die Temperatur wandnahe Schichten. Zur Interpretation der Messwerte ist es also notwendig, auch die volumetrischen Absorptionseigenschaften und somit den Grad der Transparenz des Materials zu kennen. Der Zusammenhang zwischen den Größen Emissions- und Reflexionsgrad sowie Transmissionsgrad und volumetrischer Absorptionskonstante wird aus den bekannte optischen Gesetzmäßigkeiten einleitend in (Estorf, 2008) zusammengefasst. Es werden dort außerdem einfache Methoden zur Bestimmung der relevanten optischen Eigenschaften vorgeschlagen.

Aus der Strahlungstransportgleichung (z.B. (Chandrasekhar, 1960)) lässt sich bei vernachlässigter Streuung folgende Formel für die senkrecht zu den Ebenen der Temperaturschichtung ($z = \text{konst}$) an die Oberfläche $z = 0$ gelangende spektrale Strahldichte L_λ herleiten

$$L_\lambda(z=0) = \int_0^\infty e^{-\kappa z} \kappa L_\lambda^{(s)}(T(z)) dz \quad (3)$$

Dabei ist κ die Absorptionskonstante³ und $L_\lambda^{(s)}(T(z))$ ist die Strahldichte eines schwarzen Strahlers bei der Temperatur $T(z)$ und der Wellenlänge λ . Die die Oberfläche erreichende Strahlung ergibt sich also als Integral der im Inneren emittierten Strahlung über die Körpertiefe, wobei die aus jeder Schicht z an die Oberfläche gelangende Strahlung um den Faktor $e^{-\kappa z}$ geschwächt wird.

³ $\kappa = \kappa(\lambda)$ hängt ebenfalls von der Wellenlänge ab.

Beim Austritt aus der Oberfläche wird die Strahldichte noch durch den Emissionsgrad vermindert, der sich aus der Tatsache erklärt, dass ein Teil der Strahlung von der Oberfläche zurück in den Körper reflektiert wird. Somit ergeben sich in bekannter Weise der Reflexionsgrad und der Emissionsgrad komplementär zu 1.

Die Temperatur, die sich aus einer homogenen instationären Oberflächenwärmestromdichte in der Körpertiefe z einstellt, ist mit Gl. (1) für $u = v = 0$ gegeben. Setzt man diese in Gl. (3) ein, so erhält man nach umfangreichen Umformungen und mit einer Linearisierung der Kalibrierkurve um die Oberflächentemperatur (siehe (Estorf, 2008)) wieder eine lineare Übertragungsfunktion zwischen den gemessenen Temperaturwerten und der Oberflächenwärmestromdichte.

$$T_n = \sum_{k=0}^{n-1} \dot{q}_k \left\{ \frac{2}{\rho c \sqrt{a\pi}} \left(\sqrt{t_n - t_k} - \sqrt{t_n - t_{k+1}} \right) - \frac{1}{\kappa \lambda} \left[e^{\kappa^2 a(t_n - t_{k+1})} \operatorname{erfc} \left(\kappa \sqrt{a(t_n - t_{k+1})} \right) - e^{\kappa^2 a(t_n - t_k)} \operatorname{erfc} \left(\kappa \sqrt{a(t_n - t_k)} \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

Hier markieren die Indizes n bzw. k diskrete Messzeitpunkte, zwischen denen eine abschnittsweise konstante Wärmestromdichte angenommen wurde. Die Terme der ersten Zeile entsprechen dem Zusammenhang zwischen Wärmestromdichte und Oberflächentemperatur. Die zweite und dritte Zeile dagegen enthalten die Differenz zwischen der tatsächlichen Oberflächentemperatur und der scheinbar gemessenen, welche sich aus der Transparenz ergibt.

Der Zusammenhang zwischen Wärmestromdichte und Temperatur kann auch hier analog zu Gl. (2) in vektorieller Schreibweise angegeben und mit dem iterativen Verfahren gelöst werden, auf das im folgenden Abschnitt hingewiesen wird.

2.3 Stochastische Messfehler

In den beiden vorangegangenen Abschnitten wurden lineare Übertragungsfunktionen zwischen Wärmestromdichte und Temperatur angegeben. Da sich die Temperaturverteilung dabei als eine integrale Größe infolge des über der Zeit aufgeprägten Wärmestroms ergibt, ist der Rückschluss von der Temperatur auf den Wärmestrom ein inverses Problem, das im mathematischen Sinn schlecht gestellt sein kann, sobald die gemessenen Temperaturen von den tatsächlichen um den stochastischen Messfehler abweichen (Tikhonov & Arsenin, 1977). In (Estorf, 2008) ist auch die inverse Funktionen der Lösung (1) explizit angegeben, anhand derer das Übertragungsverhalten der Temperatur auf die damit berechnete Wärmestromdichte analysiert werden kann. Damit kann die zunehmende Verstärkung von Messfehlern mit steigender Messdatenrate und zunehmender räumlicher Auflösung quantifiziert werden.

Daraus empfiehlt es sich, bei zeitlich und räumlich hochauflösenden Messungen anstelle der inversen Übertragungsfunktionen nur die oben angegebenen direkten Zusammenhänge zu verwenden, und daraus die Wärmestromdichten iterativ zu bestimmen. Zu diesem Zweck wird das Verfahren der iterativen Regularisierung vorgeschlagen, welches in der Literatur bereits für Probleme mit körperinterner diskreter Modellierung der Wärmeleitungsgleichung angegeben wurde (Alifanov, 1994).

Mit der Regularisierung werden der Lösung bewusst Fehlerterme hinzugefügt, deren Wahl auf der Kenntnis der Größenordnung des Messfehlers fußt. Es wird dafür ein Optimierungsproblem gelöst, bei dem letztlich nicht die strenge Übereinstimmung zwischen gemessener und modellierter Systemantwort verlangt wird, sondern nur die Minimierung der Abweichungen unter Beibehaltung des Fehlers. Die Wahl dieses Fehlers ist ein wesentlicher Parameter der Regularisierung, der sehr geschickt aus der Kenntnis des Messrauschens (z.B. aus einer Referenzmessung bei konstanter Temperatur) gewählt werden kann.

Zur Beurteilung des Abstandes der in jedem Iterationsschritt berechneten Temperaturwerte von den Messwerten wird ein Residuumfunktional definiert.

$$\mathcal{J}(\underline{\dot{q}}^\nu) = \left| \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\dot{q}}^\nu - (\underline{T} + \underline{\epsilon}) \right|^2. \quad (5)$$

ν ist hier der Iterationsindex und $\underline{\epsilon}$ der Vektor der zufälligen Temperaturmessfehler. Für die iterative Korrektur des Wärmestroms kann die Methode der konjugierten Gradienten verwendet werden (z.B. (Shewchuck, 1994)).

Die Regularisierung wird mit dem Abbruchkriterium eingebracht. Man erkennt aus Gl. (5), dass der Wert des Residuums nicht kleiner werden muss als $|\underline{\epsilon}|^2$, falls $\underline{\dot{q}}^\nu$ die Gleichung (2) für \underline{T} löst. Diese Abschätzung wird zur Regularisierung genutzt, indem die Iteration abgebrochen wird, sobald $\mathcal{J}(\underline{\dot{q}}^\nu) \leq |\underline{\epsilon}|^2$ wird. Der unbekannte Wert $|\underline{\epsilon}|^2$ hängt direkt von der Varianz σ^2 der Temperaturmessung ab und kann experimentell ermittelt werden.

Testfall: Verrauschte Temperaturdaten

Der obige Testfall der beheizten Halbebene wird hier aufgegriffen, wobei nun weißes Rauschen zu den analytisch berechneten Temperaturwerten addiert wurde. Die Standardabweichung des Rauschens betrug 1% der maximalen Oberflächentemperatur zum Zeitpunkt der Auswertung. Die Auswertung wurde im Fourierraum durchgeführt. Abbildung 2 zeigt das Ergebnis der Auswertung mit der inversen (hier nicht angegebenen) Lösung (a) und das regularisierte Ergebnis (b). Die Standardabweichung des Ergebnisses beträgt 8,5% in Abb. (a) und 2,5% in Abb. (b).

2.4 Nichtlineare Wärmeleitung

Für die aufgezeigten analytischen Lösungen der behandelten Wärmeleitungsprobleme wurden stets die Linearisierbarkeit der Wärmeleitungsgleichung sowie einfache Körpergeometrien vorausgesetzt. Damit ergaben sich

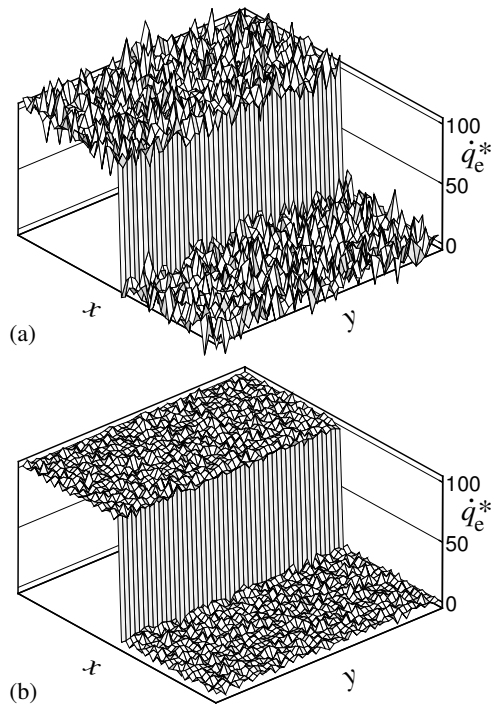


Abbildung 2: Aus verrauschten Temperaturdaten berechnete Wärmestromdichten ($\Delta Fo = 0, 1; Fo = 2, 5$).
(a) direkte Lösung mit invertierter Gleichung (1)
(b) iterative Lösung mit Regularisierung

ausschließlich lineare und zeitinvariante Übertragungsfunktionen, die mit geeigneter Diskretisierung schließlich auf lineare Gleichungssysteme für die zu bestimmten Wärmestromdichten führten. Für allgemeinere Geometrien oder bei stark temperaturabhängigen Stoffeigenschaften ist es hingegen nur möglich, das inverse Wärmeleitungsproblem mittels interner Modellierung z.B. mit Hilfe finiter Differenzen zu lösen. Das im Vorangegangenen Abschnitt beschriebene iterative Verfahren kann dann zur Lösung beibehalten werden, wobei der Gradient des Residuumfunktional durch eine Lösung der adjungierten Differenzialgleichung bestimmt werden muss (Jarny et al., 1991). Ein entsprechendes Rechenverfahren ist in (Estorf, 2008) angegeben.

3. VALIDIERUNGSMESSUNGEN

Zur Qualifizierung des optischen Messverfahrens und der Berechnungsmethoden zur inversen Bestimmung der Wärmestromdichte wurden mit der Infrarotmesstechnik an dem in Abbildung 3 gezeigten Hyperboloid/Flare-Modell im Hyperschallwindkanal Wärmestromdichten bestimmt und mit Ergebnissen aus Dünnwandmessungen sowie mit numerischen Rechnungen aus (Wolf, 2007) verglichen.

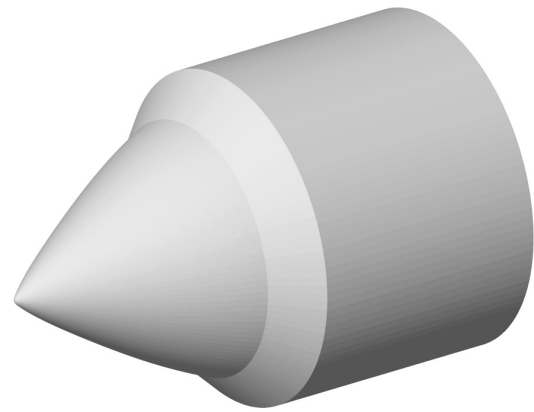


Abbildung 3: Windkanalmodell Hyperboloid/Flare

3.1 Versuchstechnik

Testkörper

Die Oberflächengeometrie des Testkörpers entspricht dem rotierten Mittelschnitt der Unterseite des „Hermes“-Wiedereintrittsfahrzeuges mit ausgeschlagener Steuerklappe bei einem Anstellwinkel von 30° . Die Polynome der Oberflächenkontur sind (Schwane, 1996) zu entnehmen.

Es wurden Messungen an zwei Modellen dieser Geometrie durchgeführt. Eines der Modelle war für die Infrarotmessungen aus schwarzem Plexiglas gefertigt. An diesem Modell wurden zunächst Messungen bei unlackierter Plexiglasoberfläche durchgeführt. Danach wurde das Modell mit schwarzem Lack ca. $60 \pm 10 \mu\text{m}$ *Nextel Velvet-Coating 811-21* beschichtet und ein zweites Mal vermessen. Das zweite Modell war ein vom DLR Göttingen zur Verfügung gestelltes Dünnwandmodell. Das Dünnwandmodell besteht aus einem $0,35 \text{ mm}$ dicken Nickelmantel, der auf einem stabilisierenden Grundkörper aus Plexiglas aufgebracht ist. In unterschiedlichen axialen Positionen in die Oberfläche eingelötete Nickel-Chrom-Drähte dienen zur Messung der lokalen Temperatur der Nickelschicht mittels thermoelektrischem Effekt. Unterhalb der Messpositionen ist in den Plexiglaskörper eine Nut eingefräst, die eine thermische Isolierung der Nickelschicht gegenüber dem Körper gewährleistet. Hinsichtlich Einzelheiten zu dem Dünnwandmodell wird auf (Krogmann, 1994) verwiesen. Über weitere Messungen an dem gleichen Modell wird in (Niezgodka & Henckels, 1994) berichtet.

Hyperschallwindkanal HLB

Eine Skizze des HLB ist in Abb. 4 gegeben. Der Kanal arbeitet nach dem Ludwig'schen Speicherrohrprinzip. Er erlaubt Messzeiten von ca. 80 ms bei einer Machzahl von $Ma = 5,9$ und Reynoldszahlen zwischen $Re/l = 3 \dots 20 \cdot 10^6 \text{ 1/m}$. Die Messstrecke hat einen Durchmesser von 500 mm . Über Einzelheiten zu Aufbau, Funktion und Strömung des Kanals wird in (Estorf et al., 2003) und (Estorf et al., 2004) berichtet. Details zur Ermittlung der

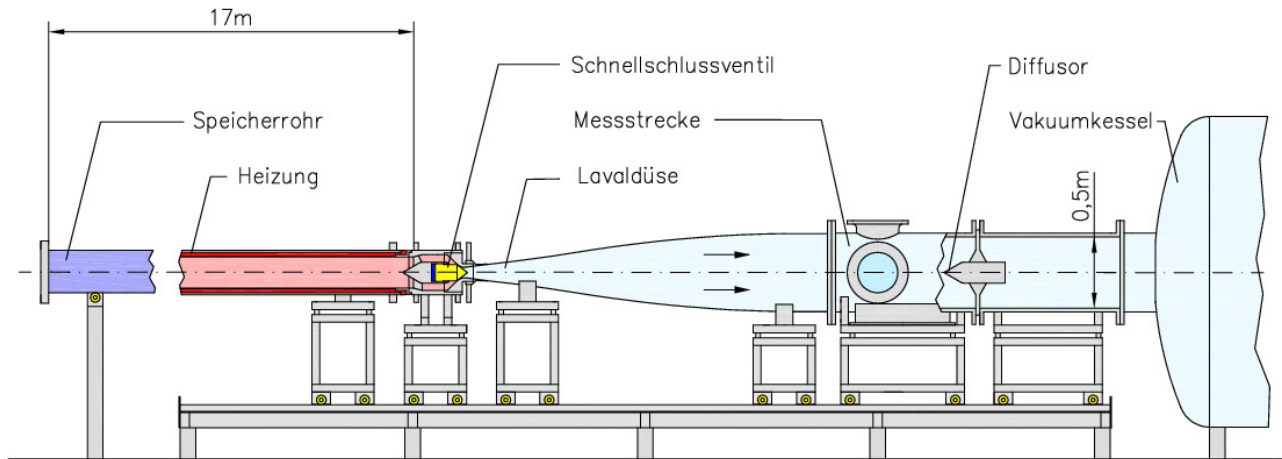


Abbildung 4: Zeichnung des Hyperschallwindkanals Ludwiegrohr Braunschweig (HLB)

Anströmgrößen und eine Abschätzung der dabei auftretenden Unsicherheiten sind in (Estorf, 2008) gegeben.

Infrarotkamera / Optik

Für die optische Messung der Modelltemperatur wurde ein Infrarotkamerasystem vom Typ *Phoenix DAS* der Firma *Indigo* verwendet. Die Kamera hat einen Stirling-gekühlten Indium-Antimonid-Sensor (InSb) und misst im mittleren Infrarotbereich zwischen $3\ \mu\text{m}$ und $5\ \mu\text{m}$ Wellenlänge. Die Integrationszeit der Kamera betrug bei den Messungen etwa $3\ \text{ms}$ bei einer Aufnahmerate $170\ \text{Hz}$. Das verwendete Objektiv hatte $25\ \text{mm}$ Brennweite bei einer Blendenzahl von 2,3. Der optische Zugang zur Messstrecke war durch ein Saphirfenster gegeben.

3.2 Ergebnisse

Eine Beschreibung des 2-dimensionalen Strömungsfeldes um die Hyperboloid/Flare-Geometrie ist in (Wolf, 2007) gegeben. Dort sind auch die hier gezeigten Ergebnisse numerischer Berechnungen um diese Konfiguration entnommen, weshalb auch hinsichtlich der Rechenetze und des verwendeten numerischen Verfahrens auf diese Arbeit verwiesen werden kann.

Lackiertes Modell

Abbildung 5 zeigt die Ergebnisse für die Wärmestromdichte aus Messungen und Rechnungen bei zwei unterschiedlichen Reynoldszahlen. Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden gezeigten Fällen liegt darin, dass in dem Fall mit geringerer Zuströmreynoldszahl ($P_{1t} = 3,03\ \text{bar}$) die Grenzschicht über die gesamte Körperlänge laminar bleibt, während sie bei erhöhter Reynoldszahl ($P_{1t} = 8,16\ \text{bar}$) über der Ablöseblase ($X/l \approx 0,6 \dots 0,95$) transitionell wird und turbulent auf dem kegligen Abschnitt der Kontur anlegt. Daraus resultiert, wie der Abbildung zu entnehmen ist, ein im Verhältnis zum laminaren Fall überhöhter Wärmeübergang in der Anlegelinie. Dementsprechend wurde für die in der unteren Abbildung gezeigte Simulation eine Transitionslage im Klappenknie bei $X/l = 5/6$ vorgegeben, und von

dort an die Grenzschicht mit dem $k-\omega$ -Turbulenzmodell berechnet. Eine in (Wolf, 2007) gezeigte voll laminare Berechnung dieses Strömungsfalls erzielte wesentlich schlechtere Übereinstimmung mit den Messungen.

Die gezeigten Ergebnisse der Infrarot-Messung wurden mit dem eindimensionalen, linearen Verfahren mit iterativer Regularisierung bei einem vorgegebenen Temperaturresiduum von $0,01\ \text{K}$ bestimmt.

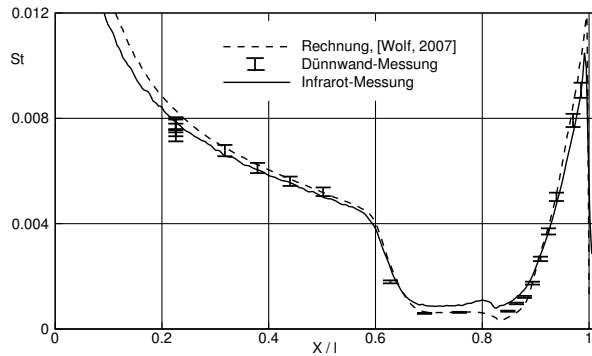
Die hier gute Übereinstimmung der Messungen der Wärmestromdichte mit den verschiedenen Messtechniken sowie die Übereinstimmung der Messungen mit der numerischen Berechnung geben gutes Vertrauen in die verwendeten Verfahren.

Eine Auswertung der Infrarotdaten mit dem in Abschnitt 2.4 erwähnten Verfahren unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte von Plexiglas ergab lediglich im Bereich der turbulenten Anlegelinie, wo die Oberflächentemperatur bis zum Versuchsende um ca. $40\ \text{K}$ angestiegen war, eine nennenswerte Erhöhung der berechneten Wärmestromdichte um $1,6\%$, was etwa einem Viertel der an dieser Stelle dargestellten Höhe des Fehlerbalkens entspricht. Wegen der sonstigen Übereinstimmung des nichtlinearen Ergebnisses mit dem gezeigten im Rahmen der gewählten Darstellungsgenauigkeit, wird auf die gesonderte Auftragung dieses Ergebnisses verzichtet.

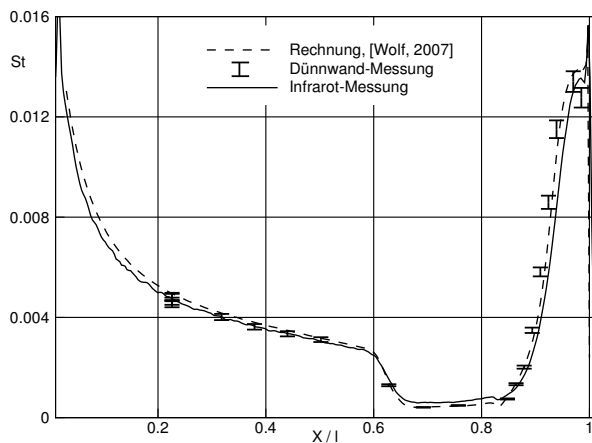
Der Fehler der sich bei den gegebenen Versuchsbedingungen ($Fo \approx 0,05$) aus der lateralen Wärmeleitung ergibt beträgt maximal $0,1\%$ weshalb auch auf eine Darstellung der Ergebnisse bei 3-dimensionaler Auswertung verzichtet wird.

Unlackiertes Modell

Es wurden Messungen bei nominell gleichen Windkanalbedingungen wie am Dünnwand-Modell auch am unlackierten Modell aus schwarzem Plexiglas durchgeführt. Trotz des sehr guten Emissionsgrades dieses Materials (96%) ergaben sich aufgrund der geringen Absorptions-



(a) $Ma = 5,85$; $P_{1t} = 3,03 \text{ bar}$; $T_{1t}^{\text{Dnnwd}} = 500 \text{ K}$; $T_{1t}^{\text{Infrt}} = 485 \text{ K}$



(b) $Ma = 5,89$; $P_{1t} = 8,16 \text{ bar}$; $T_{1t}^{\text{Dnnwd}} = 493 \text{ K}$; $T_{1t}^{\text{Infrt}} = 492 \text{ K}$

Abbildung 5: Dimensionslose Wärmestromdichte an dem Hyperboloid/Flare-Modell

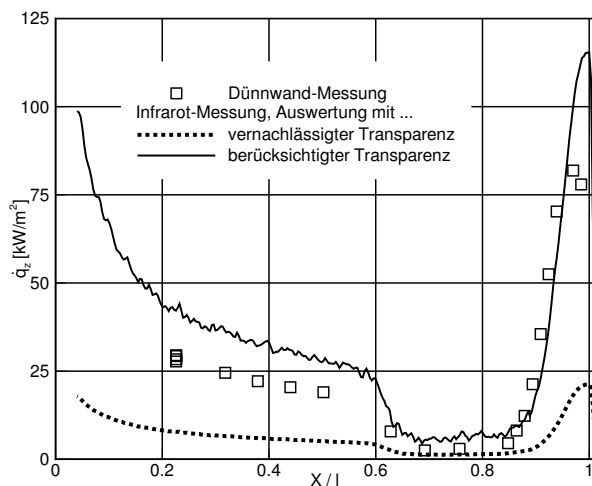


Abbildung 6: Aus Messungen am unlackierten Modell berechnete Wärmestromdichte ohne und mit Berücksichtigung der Transparenz nach Gleichung (4);

Versuchsbed.: $Ma = 5,89$; $P_{1t} = 8,16 \text{ bar}$; $T_{1t} = 493 \text{ K}$

konstante und der somit guten Transparenz dieses Materials viel geringere Strahldichten als beim lackierten Modell. Bei der Berechnung der Wärmestromdichte aus den Infrarotdaten nach dem zuvor verwendeten Verfahren ergeben sich damit zu geringe Werte, die um etwa 75% unter den Dünnwandmesswerten liegen. Abbildung 6 zeigt das Ergebnis dieser Auswertung als gepunktete Linie. Berücksichtigt man hingegen die Transparenz mit den in Gl. (4) gegebenen Termen, so fällt das berechnete Ergebnis um 30-50% zu hoch aus.

Der Grund für die unbefriedigende Übereinstimmung der Theorie mit dem Experiment konnte bislang nicht geklärt werden. Eine unzureichend genaue Bestimmung der über den spektralen Empfindlichkeitsbereich der Kamera variablen Absorptionskonstante kann als Ursache vermutet werden. Es ist aber zu betonen, dass die Größenordnung der Korrekturterme offenbar stimmt. Das ist deswegen schon ein wichtiges Ergebnis, weil sich damit auch am lackierten Körper trotz der viel größeren Absorptionskonstante des Lackes ein Auswertungsfehler von ca. 4% bei Vernachlässigung der Transparenz abschätzen lässt, was zeigt dass die Vernachlässigung der Transparenzeffekte einen verhältnismäßig großen Fehler bei thermographischen Wärmeübergangsbestimmungen an isolierenden Materialien in transienten Aufheizversuchen verursachen kann.

4. ZUSAMMENFASSUNG

Für die Berechnung von Wärmestromdichten aus gemessenen Oberflächentemperaturdaten wurden unterschiedliche Verfahren entwickelt. Im Rahmen der Gültigkeit der linearisierten Wärmeleitungsgleichung wurde zur Berücksichtigung lateraler Wärmeleitung bei der Bestimmung oberflächennormaler Wärmestromdichten ein Rechenverfahren im Fourierraum vorgeschlagen. Es konnte eine lineare zeitinvariante Übertragungsfunktionen für die Umrechnung von Wärmestromdichten in Temperaturen bei jeder räumlichen Wellenzahl angegeben werden. Für die inverse Operation der Umrechnung von Oberflächentemperaturen in Wärmestromdichten wurde ein iteratives Verfahren mit regularisierendem Abbruchkriterium vorgeschlagen, weil die invertierte Übertragungsfunktion das Messrauschen mit zunehmender räumlicher und zeitlicher Auflösung zunehmend verstärkt auf die berechneten Wärmestromdichten überträgt.

Für die Berücksichtigung teiltransparenter optischer Eigenschaften bei der Wärmestrombestimmung wurden Korrekturterme für die Umrechnung der gemessenen Strahldichten in Oberflächenwärmestromdichten angegeben. Die experimentelle Validierung dieser Terme ist aber bislang nicht gelungen, wenn auch die Größenordnung der Transparenzeffekte richtig erfasst wurde. Die Auswertungen deuten darauf hin, dass auch bei Verwendung vermeintlich undurchsichtiger Lacke große Fehler aus der Vernachlässigung der Transparenz entstehen können. Demgegenüber waren bei den gezeigten Ergebnissen aus Versuchen im HLB die Fehler die sich aus der Vernachlässigung temperaturveränderlicher Stoffwerte und lateraler Wärmeleitung ergaben klein.

Insgesamt lagen die Unsicherheiten bei der Angabe von Wärmestromdichten nach Berücksichtigung aller genannten Effekte bei etwa 2%. Für den Vergleich von Ergebnissen in verschiedenen Windkanälen oder beim Vergleich mit Freiflugdaten ist aber immer die Angabe von Ähnlichkeitskennzahlen notwendig. Insbesondere werden Wärmestromdichten oft in Stantonzahlen umgerechnet, wofür die Kenntnis der Zuströmbedingungen notwendig ist. Da diese Bedingungen in vielen hypersonischen Windkanalanlagen nur mit ähnlich großen Unsicherheiten bekannt sind, muss deren genauerer Bestimmung zukünftig ebensoviel Sorgfalt gewidmet werden wie der weiteren Fehlerreduktion bei der Bestimmung von Wärmestromdichten.

LITERATUR

- Alifanov, O. M., *Inverse Heat Transfer Problems*, Springer, Berlin, Heidelberg (1994).
- Carslaw, H. S.; Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, Oxford, New York, 2. Auflage (1959).
- Chandrasekhar, S., *Radiative Transfer*, Dover Publications, Inc., New York (1960).
- Cook, W. J.; Felderman, E. J., *Reduction of Data from Thin-Film Heat-Transfer Gages: A Concise Numerical Technique*, AIAA Journal, Band 4, (1966), S. 561–562.
- Daryabeigi, K.; Berry, S. A.; Horvarth, T. J.; Norwak, R. J., *Finite Volume Numerical Methods for Aeroheating Rate Calculations from Infrared Thermographic Data*, AIAA Paper 2003-3634 (2003).
- Estorf, M., *Image based heating rate calculation from thermographic data considering lateral heat conduction*, Int. J Heat Mass Transfer, Band 49, (2006), S. 2545–2556.
- Estorf, M., *Ortsaufgelöste Bestimmung instationärer Wärmestromdichten in der Aerothermodynamik*, ZLR-Forschungsbericht 2008-03, Shaker Verlag, Aachen (2008).
- Estorf, M.; Radespiel, R.; Heine, M.; Müller-Eigner, R., *Der Hyperschallwindkanal Ludwigrohr Braunschweig HLB*, in *DGLR-Jahrbuch 2003* (2003), S. 661–670.
- Estorf, M.; Wolf, T.; Radespiel, R., *Experimental and numerical investigations on the operation of the Hypersonic Ludwig Tube Braunschweig*, 5th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles (2004).
- Jähne, B., *Digital Image Processing*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 6. Auflage (2005).
- Jarny, Y.; Ozisik, M. N.; Bardon, J. P., *A general optimization method using adjoint equation for solving multidimensional inverse heat conduction*, Int. J Heat Mass Transfer, Band 34, (1991), S. 2911–2919.
- Krogmann, P., *Hyperboloid/Flare Experiments at Mach 6.8 in RWG*, Technical Report DLR-IB 223-94 C 44, Institut für Strömungsmechanik, DLR Göttingen (1994).
- Niezgodka, J.; Henckels, A., *Pressure Distribution and Stanton Number Distribution Measurement on a Hyperboloid-Flare Model at $M_\infty = 8.7$* , Technical Report DLR-IB 39113-94C07, WT-WK KP, DLR Köln-Porz (1994).
- Oppenheim, A. V.; Schaffer, R. W.; Buck, J. R., *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*, 2. Aufl., Pearson Studium, München, Boston, San Francisco etc. (2004).
- Schultz, D. L.; Jones, T. V., *Heat-transfer Measurements in Short-duration Hypersonic Facilities*, AGARDograph No. 165 (AGARD-AG-165) (1973).
- Schwane, R., *Description of the Testcase: MSTP Workshop 1996 Reentry Aerothermodynamics and Ground-to-Flight Extrapolation*, Technical Report YPA/1889/RS, ESTEC, Noordwijk (1996).
- Shewchuck, J. R., *An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain*, electronic copy available at <http://www.cs.cmu.edu/~quakepapers/painless-conjugate-gradient.pdf> (1994).
- Tikhonov, A. N.; Arsenin, V. Y., *Solutions of Ill-posed Problems*, V. H. Winston & Sons, Washington, D.C. (1977).
- Walker, D. G.; Scott, E. P., *Evaluation of Estimation Methods for High Unsteady Heat Fluxes from Surface Measurements*, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Band 12, (1998), S. 543–551.
- Wolf, T., *Strömungsanalyse und Wärmeübergang beim Startvorgang eines ventiltageordneten Ludwig-Rohres*, ZLR-Forschungsbericht 2007-06, Shaker Verlag, Aachen (2007).