

# NUMERISCHE SIMULATION VON ÜBERZOGENEN PROFIL- UMSTRÖMUNGEN MIT EINEM REYNOLDS-SPANNUNGS- TURBULENZMODELL FÜR KLEINE REYNOLDSZAHLEN

A. Probst, A. Bach, R. Radespiel  
Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig  
Bienroder Weg 3, D-38106 Braunschweig

## ÜBERSICHT

Es werden Simulationsrechnungen von 2D-Profilumströmungen bei hohen Anstellwinkeln bis in den überzogenen Bereich vorgestellt, die mit dem DNS-basierten Reynolds-Spannungs-Turbulenzmodell nach Jakirlić und Hanjalić unter Berücksichtigung der Transition laminar-turbulent mit dem DLR-TAU-Code durchgeführt wurden. Vergleiche mit experimentellen Daten aus Druck-, Geschwindigkeits- und Reynolds-Spannungs-Messungen zeigen, dass das Einsetzen der druckinduzierten Hinterkantenablösung an den Profilen HGR-01 bei  $Re = 0,65$  Mio. und  $Re = 1,3$  Mio. sowie Onera-A bei  $Re = 2$  Mio. mit dieser Modellierung gegenüber dem  $k-\omega$  SST Modell und dem SSG/LRR Reynolds-Spannungsmodell besser wiedergegeben wird, sofern zwei zusätzliche Terme zur Berücksichtigung von Nicht-Gleichgewichtseffekten und Druckgradienten in der Längenmaßgleichung verwendet werden. Damit kann eine genauere Vorhersage des Maximalauftriebs der Profile erzielt werden.

## NOMENKLATUR

$c_a$	Auftriebsbeiwert
$c_f$	Wandschubspannungsbeiwert
$c_p$	Druckbeiwert
$c_w$	Widerstandsbeiwert
$D_{ij}$	Diffusionstensor
$k$	turbulente kinetische Energie
$l$	Profiltiefe
$l_t$	turbulentes Längenmaß
$P_{ij}$	turbulenter Produktionstensor
$P_k$	Produktion der Turbulenzenergie
$Re$	Reynoldszahl
$Re_t$	turbulente Reynoldszahl
$S_{\epsilon 4}$	Druckgradiententerm
$S_l$	Term zur Längenmaßlimitierung
$u, v, w$	Geschwindigkeitsschwankungen
$U, V, W$	Geschwindigkeitskomponenten
$\overline{u_i u_j}$	Reynolds-Spannungstensor
$\alpha$	Anstellwinkel
$\epsilon$	turbulente Dissipationsrate
$\epsilon_{ij}$	Dissipationsratentensor
$\mu$	dynamische Viskosität
$\Phi_{ij}$	Tensor der Druck-Scher-Korrelation
$\rho$	Dichte
$\omega$	spezifische Dissipationsrate

### Subscripte

$n$	wandnormal
$\infty$	freie Anströmung
$()^h$	homogener Anteil
$()$	isotroper Anteil

## 1 EINLEITUNG

Die numerische Strömungssimulation spielt bei der aerodynamischen Auslegung neuer Flugzeuge eine zunehmend wichtige Rolle, da man bestrebt ist, den Anteil von aufwändigen Windkanaluntersuchungen im Entwurfsprozess zu reduzieren. Insbesondere bei komplexen, dreidimensionalen Konfigurationen ist man dabei auf hochwertige Lösungsverfahren der Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen angewiesen [1], die in Verbindung mit den heute gebräuchlichen Turbulenzmodellen nach dem Wirbelviskositätsprinzip bei anliegenden Strömungen in der Regel gute Ergebnisse erzielen [2], [3]. Mit der Annäherung an den überzogenen Flugzustand sinkt jedoch die mit der dieser Modellierung erzielbare Genauigkeit [4], da die Annahme einer Wirbelviskosität in Strömungen mit starken Druckgradienten und Ablösungen ihre Gültigkeit verliert.

Eine prinzipielle Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit solcher Strömungen versprechen Reynolds-Spannungsmodelle, die durch direkte Modellierung der Reynolds-Spannungs-Gleichungen wesentliche Effekte beim Überziehen, wie z.B. die Anisotropie der turbulenten Scheinspannungen, Stromlinienkrümmungen sowie Druckgradienten auf natürliche Weise berücksichtigen [2]. Ihre Anwendung war bislang aufgrund höherer Anforderungen sowohl an die Modellierung, als auch an das numerische Lösungsverfahren jedoch eingeschränkt.

In der vorliegenden Arbeit werden die Fähigkeiten

des Reynolds-Spannungsmodells nach Jakirlić und Hanjalić [5] bei der Vorhersage überzogener Profilumströmungen untersucht. Dieses Modell nutzt den so genannten homogenen Anteil der  $\varepsilon$ -Gleichung zur Bereitstellung des Längenmaßes der Turbulenz und wurde anhand von DNS-Daten zur möglichst genauen Wiedergabe der wandnahen Turbulenz kalibriert. Damit zählt es zur Klasse der Modelle für kleine Reynoldszahlen. Als Testfälle dienen das bereits vielfach untersuchte Profil Onera-A [6] bei  $Re = 2$  Mio. im Bereich des Maximalauftriebs sowie der Überziehvorgang des Leitwerksprofils HGR-01 bei zwei verschiedenen Reynoldszahlen [7].

## 2 NUMERISCHES VERFAHREN

### 2.1 Reynolds-Spannungsmodellierung der Turbulenz

Ausgangspunkt der hier gewählten Turbulenzmodellierung sind die Reynolds-Spannungsgleichungen, die in inkompressibler Strömung folgende tensorielle Schreibweise annehmen:

$$\frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + D_{ij}^\nu + D_{ij}^t \quad (1)$$

Darin kann die Produktion  $P_{ij}$  der turbulenten Spannungen exakt, d.h. ohne Modellierung zu

$$P_{ij} = - \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (2)$$

angegeben werden, während die Druck-Scher-Korrelation  $\Phi_{ij}$ , die Dissipationsrate  $\varepsilon_{ij}$  sowie die viskose und die turbulente Diffusion,  $D_{ij}^\nu$  und  $D_{ij}^t$ , modelliert werden müssen.

#### 2.1.1 Das $\varepsilon^h$ -Reynolds-Spannungsmodell

Das hier eingesetzte  $\varepsilon^h$ -RSM stellt eine Variante des Reynolds-Spannungsmodells für kleine Reynoldszahlen nach Hanjalić und Jakirlić [8] dar, das eine Längemaßgleichung für die Dissipationsrate  $\varepsilon$  verwendet. Beide Modelle nutzen eine lineare Formulierung für die Druck-Scher-Korrelation:

$$\Phi_{ij} = -C_1 \varepsilon a_{ij} - C_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) + \Phi_{ij}^w \quad (3)$$

Darin stellt  $\Phi_{ij}^w$  den Einfluss der Wandreflexion dar, der nach dem Ansatz von Gibson und Launder [9] mit den Koeffizienten  $C_1^w$  und  $C_2^w$  und der Funktion  $f_w$  modelliert wird.

Sämtliche Modellkoeffizienten sind variabel formuliert, um den Einfluss von Wänden auf die Turbulenz anzunähern und ergeben sich aus einer Kalibrierung anhand von DNS-Daten für ausgewählte Strömungsfälle. Dabei werden neben klassischen

Parametern der Turbulenz, wie der turbulenten Reynoldszahl  $Re_t = k^2/(\nu\varepsilon)$ , auch die Invarianten der Anisotropie des turbulenten Spannungstensors ( $A, A_2, A_3$ ), sowie des Dissipationsratentensors ( $E, E_2, E_3$ ) verwendet:

$$\begin{aligned} C_1 &= C + \sqrt{A} E^2 & C_2 &= 0.8 A^{1/2} \\ C &= 2.5 A F^{1/4} f & F &= \min(0.6; A_2) \\ f &= \min \left[ \left( \frac{Re_t}{150} \right)^{3/2}; 1 \right] & f_w &= \min \left[ \frac{k^{3/2}}{2.5 \varepsilon x_n}; 1.4 \right] \\ C_1^w &= \max(1 - 0.7 C; 0.3) & C_2^w &= \max(A; 0.3) \end{aligned} \quad (4)$$

Für die beiden Diffusionsanteile  $D_{ij} = D_{ij}^\nu + D_{ij}^t$  wird das Gradientenmodell nach Daly und Harlow [10] verwendet (mit  $C_s = 0,22$ ):

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \delta_{kl} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right) \quad (5)$$

Wie Untersuchungen von Jovanović et. al. [11] zeigen, sind die klassischen Formulierungen der  $\varepsilon$ -Gleichung nur für den so genannten homogenen Anteil  $\varepsilon^h$  der Dissipationsrate  $\varepsilon$  gültig, der mit der Gesamtdissipationsrate über die viskose Diffusion  $D_{ij}^\nu$  folgendermaßen verknüpft ist:

$$\varepsilon_{ij}^h = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{2} D_{ij}^\nu \quad (6)$$

Wenngleich der Unterschied zwischen der homogenen und der gesamten Dissipationsrate auf die unmittelbare Wandnähe beschränkt ist, formulieren Jakirlić und Hanjalić [5] ihre Längemaßgleichung für die homogene Dissipationsrate  $\varepsilon^h$  und erhalten so ohne weitere Modellierungen das korrekte Profil der Dissipationsrate in Wandnähe. Diese  $\varepsilon^h$ -Gleichung lautet weitgehend analog zu klassischen  $\varepsilon$ -Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon^h}{Dt} &= -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon^h}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \frac{\varepsilon^h \varepsilon^h}{k} \\ &+ C_{\varepsilon 3} \nu \frac{k}{\varepsilon^h} \overline{u_j u_k} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_l} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_l} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu \delta_{kl} + C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon^h} \overline{u_k u_l} \right) \frac{\partial \varepsilon^h}{\partial x_l} \right] \end{aligned} \quad ,$$

mit den Modellkoeffizienten:

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.8 \quad C_{\varepsilon 3} = 0.3 \quad C_\varepsilon = 0.18 \quad (7)$$

und einer Dämpfungsfunktion für den wandnahen Bereich:

$$f_\varepsilon = 1 - \frac{C_{\varepsilon 2} - 1.4}{C_{\varepsilon 2}} \exp \left[ - \left( \frac{Re_t}{6} \right)^2 \right] \quad (8)$$

Eine weitere Besonderheit der hier verwendeten Modellierung stellt die Berücksichtigung der Anisotropie des homogenen Dissipationsratentensors dar,

der über eine implizit formulierte, algebraische Gleichung aus der skalaren, homogenen Dissipationsrate der Turbulenzenergie berechnet wird:

$$\varepsilon_{ij}^h = f_s \overline{u_i u_j} \frac{\varepsilon^h}{k} + (1 - f_s) \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon^h ; f_s = 1 - \sqrt{AE^2} . \quad (9)$$

### 2.1.2 Erweiterung der Modellierung für Nicht-Gleichgewichtsströmungen

In Strömungen mit starken Druckanstiegen neigen  $\varepsilon$ -basierte Turbulenzmodelle zu einer Überbewertung der turbulenten Reynoldsspannungen [2], die zu einer Verzögerung der Ablösung und somit häufig zu einer Überbewertung des Maximalauftriebs von Flügelprofilen führt. Als Grund für dieses Verhalten identifizieren Hanjalić und Launder [12] eine zu geringe  $\varepsilon$ -Produktion bei rotationsfreien Verzerrungen der Strömung und schlagen daher einen Zusatzterm für die  $\varepsilon$ -Gleichung vor, der das Verhalten der Gleichung in solchen Strömungen korrigieren soll.

Da die Originalformulierung dieses Terms nach [12] im Rahmen eines Modells für kleine Reynoldszahlen eine unbestimmte Dämpfungsfunktion erfordert, wurde in [13] vorgeschlagen, stattdessen eine Neuformulierung des Terms in einem Stromlinienkoordinatensystem nach Apsley und Leschziner [14] zu verwenden, und diese auf den allgemeinen 3D-Fall zu erweitern. Dieser mit  $S_{\varepsilon 4}$  bezeichnete Term zur Berücksichtigung von Druckgradienten in der Strömung lautet in der hier verwendeten Form:

$$S_{\varepsilon 4} = -C_{\varepsilon 4}^* \frac{\varepsilon^h}{k} \left( \overline{u_s^2} \frac{\partial U_s}{\partial x_s} + \overline{u_{n1}^2} \frac{\partial U_{n1}}{\partial x_{n1}} + \overline{u_{n2}^2} \frac{\partial U_{n2}}{\partial x_{n2}} \right) , \quad (10)$$

mit  $C_{\varepsilon 4}^* = 1, 16$ . Die darin auftretenden Größen im Stromliniensystem  $x_s, x_{n1}, x_{n2}$  können durch eine geeignete Transformation aus dem kartesischen System abgeleitet werden [13].

Eine weitere bekannte Schwäche von Reynolds-Spannungsmodellen, die auf einer  $\varepsilon$ -Gleichung basieren, stellt eine starke Überhöhung des turbulenten Längenmaßes  $l_t = k^{3/2}/\varepsilon$  in Strömungszuständen dar, die stark vom turbulenten Gleichgewicht abweichen [15]. Dies führt z.B. im Wiederanlegebereich von abgelösten Strömungen zu einer unphysikalischen Rückkrümmung der Stromlinien. Um dieses Verhalten zu korrigieren, führen Hanjalić et. al. [15] einen weiteren Quellterm  $S_l$  in die  $\varepsilon$ -Gleichung ein, der durch lokale Vergrößerung der  $\varepsilon$ -Produktion dem unphysikalischen Längenmaßwachstum entgegenwirkt (mit  $C_l = 2, 5$ ):

$$S_l = \max \left\{ \left[ \left( \frac{1}{C_l} \frac{\partial l_t}{\partial x_n} \right)^2 - 1 \right] \left( \frac{1}{C_l} \frac{\partial l_t}{\partial x_n} \right)^2 ; 0 \right\} \frac{\varepsilon^h \tilde{\varepsilon}^h}{k} A . \quad (11)$$

Beide Terme  $S_{\varepsilon 4}$  und  $S_l$ , die ursprünglich für die klassische  $\varepsilon$ -Gleichung eingeführt wurden, können aufgrund des weitgehend analogen Verhaltens von  $\varepsilon$  und  $\varepsilon^h$  wie angegeben auch mit  $\varepsilon^h$  formuliert und so im Rahmen eines  $\varepsilon^h$ -Modells verwendet werden.

Das  $\varepsilon^h$ -Reynolds-Spannungsmodell mit den Erweiterungen wurde für die vorliegenden Untersuchungen in den Strömungslöser DLR-TAU für unstrukturierte Rechennetze implementiert und verifiziert. Dabei wurde auf den bereits vorhandenen Implementierungen von Reynolds-Spannungsmodellen nach Eisfeld [16] aufgebaut. Wie die meisten Turbulenzmodelle mit Dämpfungstermen für den wandnahen Bereich berechnet auch das  $\varepsilon^h$ -RSM eine vom Turbulenzgrad der Anströmung abhängige Verzögerung der Transition, die bei den hier betrachteten Strömungen zu nicht eindeutigen Ergebnissen führen kann [17]. Um dieses Problem zu umgehen, wird hier im lokal eng begrenzten transitionellen Bereich eine Modell-Variante ohne Dämpfungsfunktionen verwendet, die einen raschen, eindeutigen Umschlag zur Turbulenz bewirkt und dadurch geeignete Eingangsdaten für die stromab genutzte Original-Formulierung des Modells mit Dämpfungstermen gewährleistet. Nähere Angaben zu diesem Vorgehen und zur restlichen Implementierung des  $\varepsilon^h$ -RSM finden sich in [13].

## 2.2 Der Strömungslöser TAU

Die numerischen Strömungssimulationen erfolgen mit dem DLR-TAU-Code [1], der die (instationären) Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen auf hybriden Rechennetzen (mit Drei- und Viereckszellen im 2D) löst. Die konvektiven Flüsse werden in diesen Untersuchungen durch ein zentrales Differenzenschema diskretisiert, das mit skalarer, künstlicher Dissipation stabilisiert wird. Aufgrund der verhältnismäßig kleinen Machzahlen wird ferner eine Präkonditionierung des Gleichungssystems vorgenommen [18].

Sofern das stationäre Lösungsverfahren aufgrund dominanter, instationärer Ablösevorgänge nicht konvergiert, wird die Rechnung zeitgenau nach der Methode der Dualen Zeitschritte fortgesetzt. Dabei wird die physikalische Schrittweite so gewählt, dass die Dauer, während der die freie Anströmung eine Profillänge passiert, mit mindestens 100 Zeitschritten aufgelöst wird. Die instationären Ergebnisse werden zeitlich gemittelt, um Vergleichbarkeit mit den ebenfalls gemittelten Messdaten und den stationären Rechnungen zu ermöglichen. Für die Reynolds-Spannungen werden hierzu sowohl die Beiträge aus der instationären Grundströmung, als auch die des Turbulenzmodells berücksichtigt, indem beide Anteile in jedem Zeitschritt aufsummiert

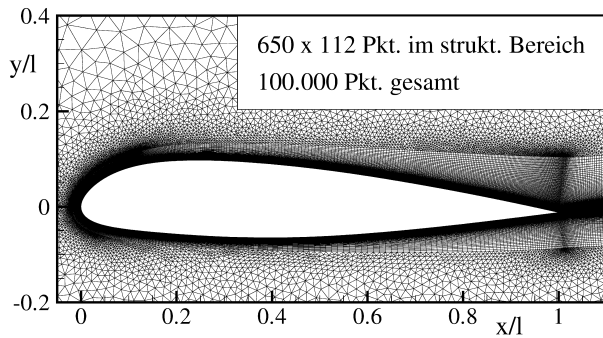


BILD 1: Hybrides Rechennetz für das Profil Onera-A

und am Ende der Rechnung durch die Anzahl der Zeitschritte  $n$  geteilt werden. Dies führt auf:

$$\overline{u_i u_j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\overline{u_i u_j}_{RSM} + (U_i - \overline{U_i})(U_j - \overline{U_j})] \quad (12)$$

### 3 SIMULATION DES ÜBERZIEHENS VON PROFILUMSTRÖMUNGEN

#### 3.1 Onera-A Profil im Bereich des Maximalauftriebs

Als erster Testfall für die Validierung des  $\varepsilon^h$ -RSM wird die Umströmung des Profils Onera-A bei  $Re = 2$  Mio. und  $Ma = 0,15$  im Bereich des Maximalauftriebs bei  $\alpha = 13,3^\circ$  simuliert. Laut den Experimenten [6] im Windkanal F2 der Onera bildet sich auf der Saugseite im Bereich  $x/l = 0,1$  eine dünne laminare Ablöseblase aus, die infolge der Transition bei etwa  $x/l = 0,12$  stabil geschlossen wird. Bei  $x/l = 0,83$  löst die turbulente Grenzschicht infolge des Druckanstiegs ab und begrenzt den Auftrieb bei diesem Anstellwinkel. Neben Auftrieb und Widerstand wurden Druck- und Wandschubspannungen auf der Profiloberfläche sowie Geschwindigkeits- und Reynolds-Spannungsverteilungen an mehreren Grenzschichtpositionen gemessen.

Für die numerischen Untersuchungen mit TAU wird ein hybrides Netz mit c-Topologie und 650x112 Punkten im wandnahen strukturierten Bereich verwendet, vgl. BILD 1. In einer exemplarischen Verfeinerungsstudie mit einem Zweigleichungs-Turbulenzmodell wurde nachgewiesen, dass Diskretisierungsfehler bei dieser Netzauflösung vernachlässigbar sind. Entsprechend der Experimente wird die Transition bei  $x/l = 0,12$  auf der Oberseite und  $x/l = 0,3$  auf der Unterseite fixiert. Die korrekte Vorgabe des Umschlags laminar-turbulent ist für diesen Fall besonders wichtig, da nach [4] die Unterdrückung der laminaren Ablöseblase durch vollturbulente Rechnung zu einer deutlichen Änderung des Überziehverhaltens führen kann.

Bei dem  $\varepsilon^h$ -Reynolds-Spannungsmodell wird im Fol-

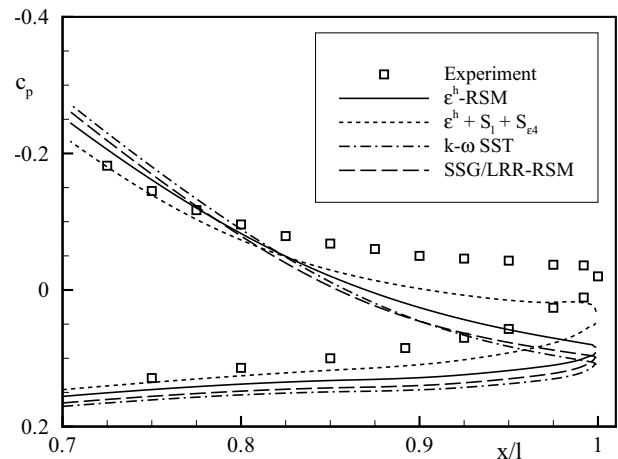
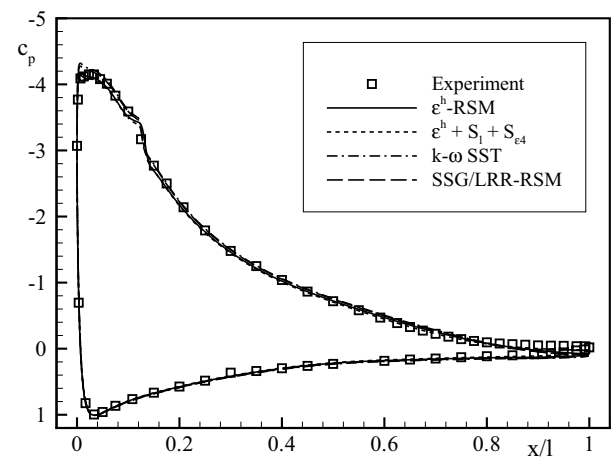


BILD 2: Druckverteilung auf dem Profil Onera-A,  $\alpha = 13,3^\circ$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$ .

genden zwischen der Grundversion und der um die beiden Terme  $S_{\epsilon 4}$  und  $S_l$  erweiterten Variante unterschieden. Zum Vergleich kommen die auf einer  $\omega$ -Gleichung basierenden Modelle  $k-\omega$  SST [3] und SSG/LLR-RSM [16] zum Einsatz.

##### 3.1.1 Ergebnisse

Berechnete und gemessene Druckverteilungen auf der Profiloberflächen sowie ein vergrößerter Ausschnitt des Hinterkantenbereichs sind in BILD 2 dargestellt. Über einen weiten Bereich der Profillänge stimmen die mit verschiedenen Turbulenzmodellen berechneten Verteilungen gleichermaßen gut mit der Messung überein, wobei die Höhe der Saugspitze an der Vorderkante mit dem  $k-\omega$  SST Modell leicht überbewertet wird, während das  $\varepsilon^h$ -RSM mit den Zusatztermen hier den höchsten Druckbeiwert vorhersagt. Da die Höhe der Saugspitze mit der Zirkulation des Profils verknüpft ist, lassen sich diese Verhältnisse auch in der Gegenüberstellung der Kraftbeiwerte in TAB 1 ablesen, wonach der gemessene Auftriebsbeiwert  $c_a$  von letzterem Modell am genauesten berechnet wird, während ihn das SST Modell am stärksten überbewertet.



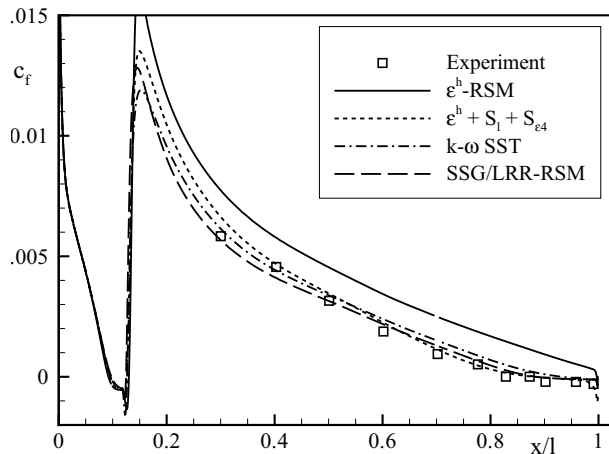


BILD 3: Wandschubspannung auf der Saugseite des Profils Onera-A,  $\alpha = 13,3^\circ$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$ .

Begründet liegt dieses Verhalten im Wesentlichen durch die unterschiedliche Ausprägung der Hinterkantenablösung, die im Experiment am negativen Druckbeiwert an der Hinterkante zu erkennen ist (vgl. BILD 2, unten). Wenngleich alle Modelle einen zu großen Druckrückgewinn an der Hinterkante berechnen, was auf eine zu kleine Ablösung hindeutet, liegt das erweiterte  $\varepsilon^h$ -RSM zumindest in der Nähe der Messwerte und bestätigt so die gute Übereinstimmung im Auftriebsbeiwert. Gestützt wird diese Deutung durch die Auftragung des Wandschubspannungsbeiwertes  $c_f$  auf der Profilerseite in BILD 3, aus dem sich auch der Ablösepunkt  $x_{sep}/l$  aus den Rechnungen ablesen lässt (eingetragen in TAB 1). Demnach setzt die Ablösung zwar auch beim erweiterten  $\varepsilon^h$ -RSM noch merklich zu spät ein, insgesamt wird der  $c_f$ -Verlauf im Bereich der Hinterkante jedoch besser getroffen, als mit den beiden  $\omega$ -basierten Modellen. Besonders deutlich wird hier die Rolle der Zusatzterme  $S_l$  und  $S_{\varepsilon4}$  in der  $\varepsilon^h$ -Gleichung, ohne die die Wandschubspannungen stark überbewertet werden und die Hinterkantenablösung fast vollständig verschwindet.

Da das Ablöseverhalten an der Hinterkante wesentlich durch die Entwicklung der Grenzschicht beeinflusst wird, sollen Verteilungen von Geschwindig-

	$c_a$	$c_w$	$x_{sep}/l$
Experiment	1,52	0,031	0,83
$\varepsilon^h$ -RSM	1,537	0,025	0,998
$\varepsilon^h + S_l + S_{\varepsilon4}$	1,519	0,025	0,88
$k$ - $\omega$ SST	1,587	0,022	0,93
SSG/LRR-RSM	1,57	0,022	0,885

TAB 1: Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte sowie Lage der Hinterkantenablösung des Onera-A Profils,  $\alpha = 13,3^\circ$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$ .

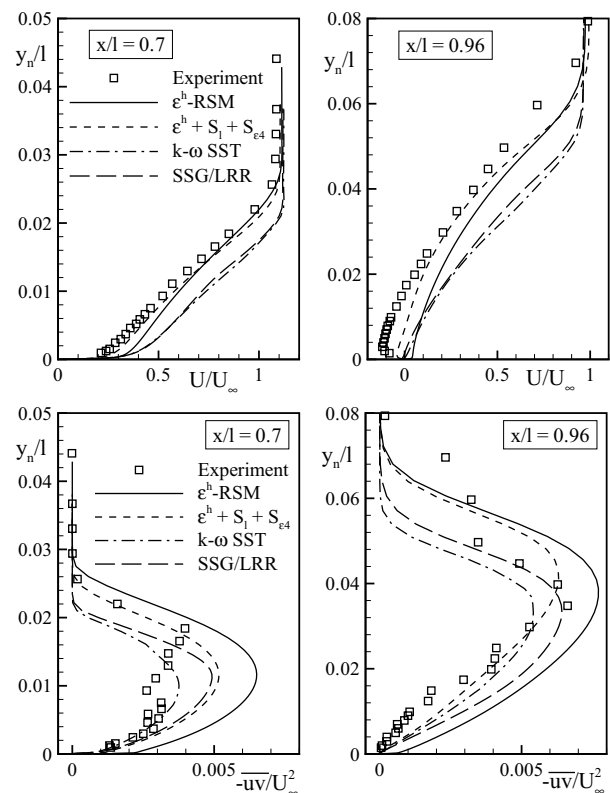


BILD 4: Geschwindigkeitsverläufe und turbulente Scherspannungen in der Grenzschicht auf der Oberseite des Onera-A,  $\alpha = 13,3^\circ$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$ .

keit und turbulenten Scherspannung an zwei Positionen der Saugseite betrachtet werden, BILD 4. Bereits deutlich stromauf des Ablösepunktes bei  $x/l = 0,7$  zeigen sich große Abweichungen der Modelle untereinander und zu der Messung, wobei die  $\omega$ -basierten Modelle etwa gleichermaßen eine zu geringe Grenzschichtdicke bei gleichzeitig zu großem Impuls berechnen. Nur die erweiterte Variante des  $\varepsilon^h$ -RSM kann hier den gemessenen Verlauf bei nur leichter Überbewertung der Geschwindigkeit gut wiedergeben. Ähnliche Verhältnisse sind auch noch im Bereich der Ablösung bei  $x/l = 0,96$  zu erkennen, wobei nun auch das erweiterte  $\varepsilon^h$ -Modell vor allem in Wandnähe und am Grenzschichttrand stärker vom Experiment abweicht und die Stärke der gemessenen Rückströmung nicht erreicht.

Die in BILD 4, unten, dargestellten Verläufe der Reynolds'schen Scherspannung zeigen erwartungsgemäß ebenfalls deutliche Unterschiede zwischen den Modellen und bestätigen die wichtige Rolle der Zusatzterme im  $\varepsilon^h$ -RSM, die hier  $\overline{uv}/U_\infty^2$  in Richtung der gemessenen Werte verringern. Während bei  $x/l = 0,7$  eine Bewertung aufgrund der offensichtlichen Streuung der Messwerte schwerfällt, wird das Niveau der turbulenten Scherspannung bei  $x/l = 0,96$  vor allem vom erweiterten  $\varepsilon^h$ -RSM und auch dem SSG/LRR-RSM gut getroffen.

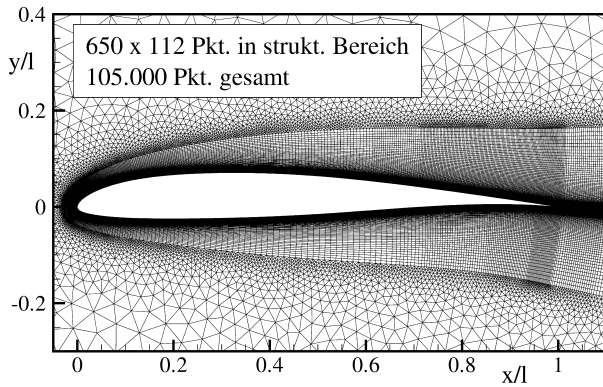


BILD 5: Hybrides Rechennetz für das Profil HGR-01.

### 3.2 Das Profil HGR-01

Als zweiter Testfall dient das Forschungsprofil HGR-01, das hinsichtlich seines strömungsmechanischen Verhaltens einem industrietypischen Leitwerksprofil nachempfunden wurde [7]. Aus Windkanaluntersuchungen am Institut für Strömungsmechanik der TU Braunschweig stehen Druckbeiwerte auf der Oberfläche, Ölanstrichbilder sowie PIV-Messungen der Geschwindigkeiten und der turbulenten Reynoldsspannungen im Hinterkantenbereich für die zwei Reynoldszahlen  $Re = 0,65 \text{ Mio.}$  mit  $Ma = 0,073$  und  $Re = 1,3 \text{ Mio.}$  mit  $Ma = 0,146$  über einen weiten Anstellwinkelbereich zur Verfügung [7]. Demnach bildet sich bei hohen Anstellwinkeln, ähnlich dem Onera-A, eine laminare Ablöseblase an der Vorderkante und eine anwachsende, turbulente Hinterkantenablösung, die den Beginn des Überziehvorgangs dominiert und den maximalen Auftrieb begrenzt.

Für die numerischen Untersuchungen bei  $Re = 0,65 \text{ Mio.}$  wird das in BILD 5 dargestellte hybride C-Netz verwendet, das laut einer Verfeinerungsstudie nur sehr geringen Netzeinfluss gewährleistet. Aufgrund der höheren Anforderungen an die wandnahe Auflösung, wurde das Netz für die höhere Reynoldszahl  $Re = 1,3 \text{ Mio.}$  neu angepasst. Die Simulationen decken jeweils einen Anstellwinkelbereich von  $\alpha = 0^\circ$  bis  $\alpha = 14^\circ$  bzw.  $15^\circ$ , wobei beim Auftreten größerer Strömungsablösungen an der Hinterkante zeitgenau gerechnet und entsprechend Abschnitt 2.2 ausgewertet wurde. Da die Transitionslagen in den Experimenten nicht gemessen wurden, kommt in den Simulationen das in TAU implementierte Verfahren zur Transitionsberechnung nach der  $e^N$ -Methode zum Einsatz [19]. Für einen an den Modell-Unterschall-Windkanal der TU Braunschweig angepassten kritischen N-Faktor von 6,5 wird die Transition bei hohen Anstellwinkeln zuverlässig innerhalb der saugseitigen laminaren Ablöseblase an der Vorderkante berechnet, während die Strömung auf der Unterseite erwartungsgemäß laminar bleibt. Es werden die gleichen Turbulenzmodelle verwendet, wie in

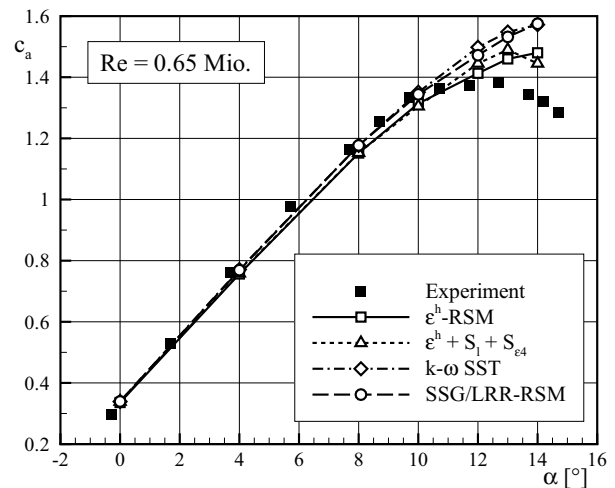


BILD 6: Auftriebskurve des HGR-01 bei  $Re = 0,65 \cdot 10^6$ .

den Untersuchungen zum Onera-A Profil.

#### 3.2.1 Ergebnisse bei $Re = 0,65 \text{ Mio.}$

Die in BILD 6 dargestellten Auftriebskurven für  $Re = 0,65 \cdot 10^6$  zeigen den typischen Verlauf eines Profilüberziehens infolge von Hinterkantenablösungen, bei dem der zunächst nahezu lineare Auftriebsanstieg mit zunehmendem Anstellwinkel abflacht, bis zwischen  $\alpha = 12^\circ$  und  $13^\circ$  ein Auftriebsmaximum von  $c_{a,max} = 1,39$  erreicht wird und der Auftrieb wieder graduell abnimmt. Wie bereits für eine Reihe verschiedener Turbulenzmodelle dokumentiert wurde [7], [20], berechnen auch die hier betrachteten Modelle nach zunächst guter Übereinstimmung mit der Messung im linearen Bereich zu große Auftriebsbeiwerte im Bereich des Überziehens. Im Gegensatz zu den Modellen  $k-\omega$  SST und SSG/LRR RSM, die im betrachteten Anstellwinkelbereich bis  $\alpha = 14^\circ$  monoton steigenden Auftrieb bis etwa  $c_a = 1,58$  berechnen, tritt mit dem erweiterten  $\epsilon^h$ -RSM ein Auftriebsmaximum von  $c_{a,max} = 1,49$  bei  $\alpha = 13^\circ$  auf, das mit einer relativen Abweichung von etwa 7% zumindest in der Nähe der gemessenen Werte liegt. Bei der Bewertung der Auftriebskurven muss allerdings beachtet werden, dass die Hinterkantenablösung im Windkanal ab etwa  $\alpha = 13^\circ$  zunehmend dreidimensionalen Charakter (so genannte Eulen-Augen) aufweist [7], der wie auch der Einfluss der Windkanalwände in den vorliegenden 2D-Rechnungen nicht berücksichtigt wird. Zudem treten sowohl in der Messung, als auch in der Simulation bei hohen Anstellwinkeln zunehmend starke, zeitliche Schwankungen der Ablösung auf, die eine genaue Bestimmung verlässlicher Auftriebsbeiwerte erschweren. Somit ist eine gute Vergleichbarkeit von Messung und 2D-Rechnung nur bis ca.  $\alpha = 12^\circ$  gewährleistet.

Das nicht modifizierte  $\epsilon^h$ -Modell berechnet zwar

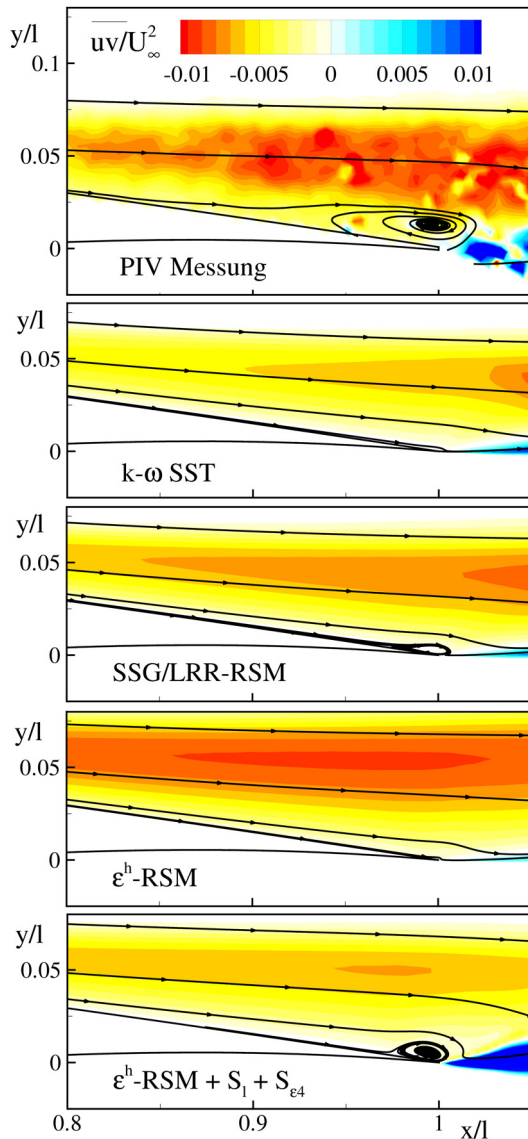


BILD 7: Stromlinien und turbulente Scherspannung im Hinterkantenbereich des HGR-01,  $\alpha = 12^\circ$ ,  $Re = 0,65 \cdot 10^6$ .

ebenfalls verminderten Auftriebsanstieg bei hohen Anstellwinkeln (vgl. BILD 6), jedoch ist dieser Versatz nicht durch eine ausgeprägte Ablösung an der Hinterkante, sondern durch eine überbewertete Entwölbung der effektiven Profilgeometrie infolge der bei diesem Modell zu stark anwachsenden Grenzschicht zu erklären. Dies wird deutlich aus der Darstellung von Stromlinien und der normierten turbulenten Scherspannung im Hinterkantenbereich bei  $\alpha = 12^\circ$  in BILD 7. Im Experiment bildet sich hier eine turbulente Ablösung über die hinteren 10% der Profillänge, die von der Basisversion des  $\epsilon^h$ -Modells nicht wiedergegeben wird. Erst durch die beiden Zusatzterme  $S_{\epsilon 4}$  und  $S_l$  wird eine signifikante Ablösung berechnet, die zudem starken zeitlichen Schwankungen unterliegt und daher nur mit dem zeitgenauen URANS-Löser berechnet werden kann. Erkennbar ist dies an den nach Gl. (12) be-

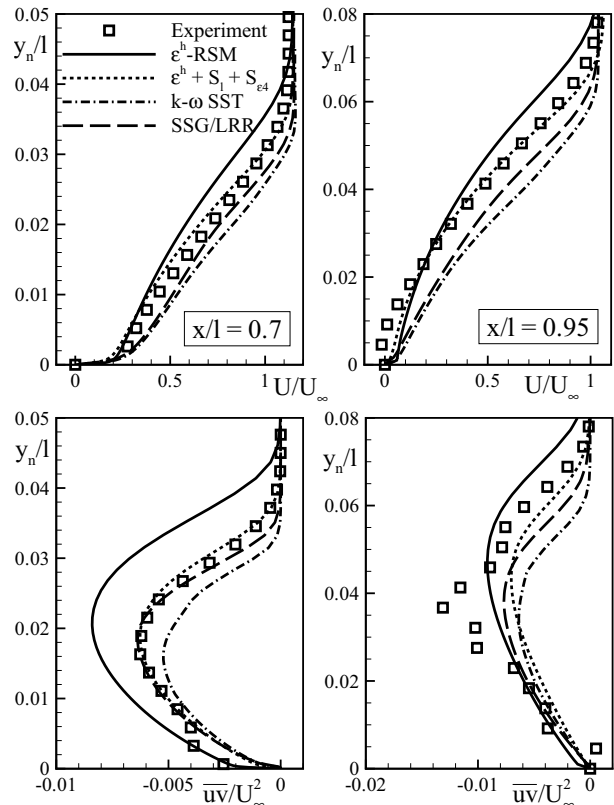


BILD 8: Geschwindigkeits- und turbulente Scherspannungsverläufe in der Grenzschicht des HGR-01,  $\alpha = 12^\circ$ ,  $Re = 0,65 \cdot 10^6$ .

rechneten, hohen positiven Scherspannungen direkt im Nachlauf, die zumindest qualitativ auch in der PIV-Messung wiederzufinden sind. Auch die Auftragung von Geschwindigkeiten und turbulenten Scherspannungen in der Grenzschicht, BILD 8, bestätigen die gute Vorhersagegenauigkeit der erweiterten Version des  $\epsilon^h$ -RSM. Sowohl die Grenzschichtdicke als auch die Geschwindigkeitsverteilungen stimmen bei diesem Modell bis auf das zu späte Einsetzen der Rückströmungen bei  $x/l = 0,95$  gut mit der Messung überein, während die übrigen Modelle entweder zu große ( $\epsilon^h$ -RSM) oder zu kleine Grenzschichtdicken ( $k-\omega$  SST und SSG/LRR RSM) berechnen und die wandnahe Verzögerung der Grenzschicht bei  $x/l = 0,95$  gleichsam deutlich unterbewerten. Die einzigen signifikanten Abweichungen des erweiterten  $\epsilon^h$ -RSM treten im Bereich der maximalen Scherspannungen im abgelösten Bereich auf ( $x/l = 0,95$ ), wobei die recht unregelmäßige Verteilung der Messwerte auch auf eine zu geringe Sampling-Zahl in der PIV-Messung hindeuten könnten.

### 3.2.2 Ergebnisse bei $Re = 1,3$ Mio.

Bei Vergrößerung der Reynoldszahl um den Faktor 2 ergeben sich die in BILD 9 dargestellten Auftriebskurven. In der Messung äußert sich die Erhöhung der Reynoldszahl in einem geringfügig steileren Auf-

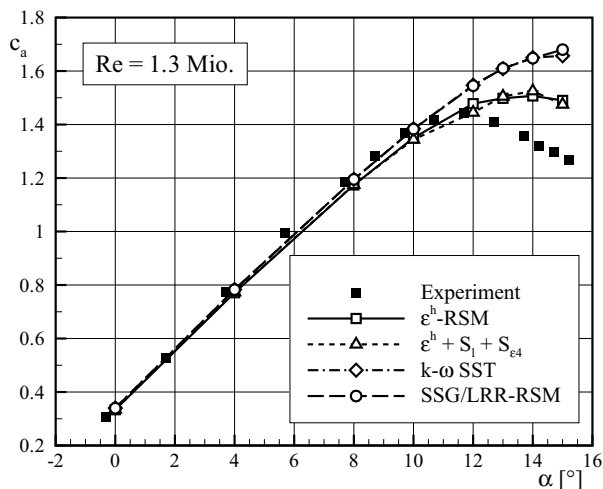


BILD 9: Auftriebskurve des HGR-01 bei  $Re = 1,3 \cdot 10^6$ .

triebsanstieg und einem größeren Maximalauftrieb von etwa  $c_{a,max} = 1,47$  bei  $\alpha = 12^\circ$  gegenüber  $Re = 0,65 \cdot 10^6$  (vgl. BILD 6). Dieser Reynoldszahleffekt ist auf die kleineren Grenzschichtdicken und der damit verbundenen, geringeren Entwölbung der effektiven Profilkontur bei hohen Anstellwinkeln zurückzuführen. Auch in den Simulationen wird dieser Einfluss an den übereinstimmend größeren Auftriebsbeiwerten bei hohen Anstellwinkeln gegenüber  $Re = 0,65 \cdot 10^6$  deutlich. Der mit dem erweiterten  $\epsilon^h$ -RSM gefundene Maximalauftrieb weicht mit  $c_{a,max} = 1,53$  nur noch etwa 4% von der Messung ab, ist dafür jedoch um etwa  $2^\circ$  zu höheren Anstellwinkeln verschoben. Die nahezu deckungsgleiche Verlauf für das Basismodell  $\epsilon^h$ -RSM mit einem Auftriebsmaximum von  $c_{a,max} = 1,51$  ist wiederum kritisch zu bewerten, da er auch bei dieser Reynoldszahl nicht auf verbesserte Vorhersage der Hinterkantenablösung, sondern auf ein überbewertetes Grenzschichtwachstum zurückzuführen ist. Mit den Modellen  $k-\omega$  SST und SSG/LRR RSM werden dagegen wieder deutlich zu große Auftriebsbeiwerte mit Mindestabweichungen im Maximalauftrieb von etwa 13% gegenüber der Messung erreicht.

Aus den PIV-Messungen der Grenzschicht bei  $\alpha = 12^\circ$  in BILD 10 lässt sich eine Verkleinerung der Hinterkantenablösung gegenüber der kleineren Reynoldszahl ablesen, da selbst bei  $x/l = 0,95$  noch keine Rückströmung auftritt. Der Vergleich mit den Simulationsergebnissen deckt sich dennoch weitgehend mit den Beobachtungen für  $Re = 0,65 \cdot 10^6$  (vgl. BILD 8). Bis auf kleine Abweichungen etwa in der Mitte der Grenzschicht stimmt das Geschwindigkeitsprofil des  $\epsilon^h$ -RSM mit den Zusatztermen  $S_{\epsilon^4}$  und  $S_l$  bei  $x/l = 0,95$  nun auch bis hin zur Wand gut mit den Messungen überein, während die beiden  $\omega$ -basierten Modelle sowohl die Dicke, als auch die Verzögerung der Grenzschicht noch deutlicher verfehlen als bei  $Re = 0,65 \cdot 10^6$ . Demgegenüber

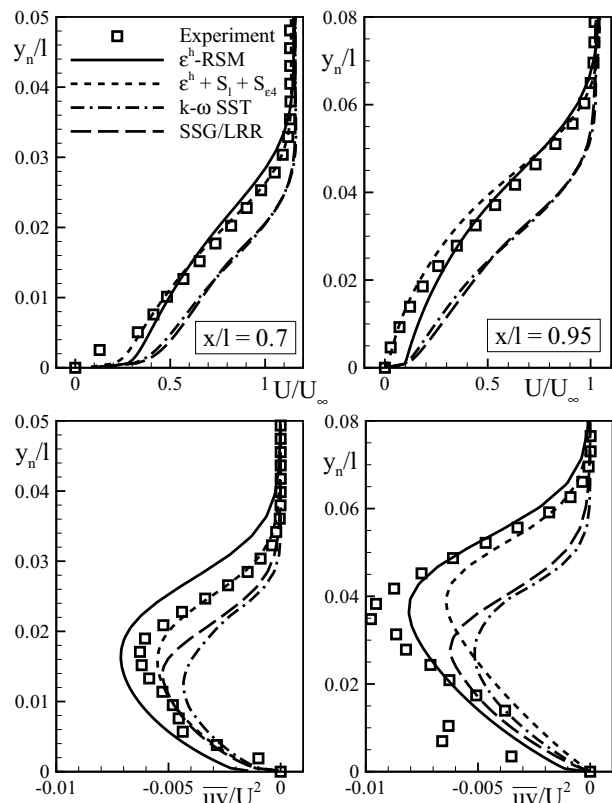


BILD 10: Geschwindigkeits- und turbulente Scherspannungsverläufe in der Grenzschicht des HGR-01,  $\alpha = 12^\circ$ ,  $Re = 1,3 \cdot 10^6$ .

steht auch bei dieser Reynoldszahl eine deutliche Unterbewertung der turbulenten Scherspannungen bei  $x/l = 0,95$  von fast 40% für das erweiterte  $\epsilon^h$ -Modell. Diese offenbar systematische Unterbewertung des Anstiegs der turbulenten Scherspannungen zwischen anliegender ( $x/l = 0,7$ ) und gerade ablösender Grenzschicht ( $x/l = 0,95$ ) beim HGR-01 ist insofern bemerkenswert, als dass sie bei der vergleichbaren Umströmung des Onera-A nicht auftritt (vgl. BILD 4, unten).

Die weitere Entwicklung der Hinterkantenablösung ist exemplarisch für das erweiterte  $\epsilon^h$ -RSM in BILD 11 dargestellt. Die dargestellten Ergebnisse stellen über einen hinreichend langen Zeitraum gemittelte Ergebnisse von URANS-Rechnungen dar, die zunehmende zeitliche Schwankungen der Ablösung aufweisen. Neben dem schnellen, zunehmendem Wachstum der Ablösung um ca. 10% - 15% der Profiltiefe pro  $1^\circ$  Anstellwinkel fällt die Ausbildung von zwei zusätzlichen Wirbelkernen bei  $\alpha = 14^\circ$  auf.

## 4 ZUSAMMENFASSUNG

Das Reynolds-Spannungsmodell nach Jakirlić und Hanjalić, das anhand von DNS-Daten der wandnahen Turbulenz kalibriert wurde und eine Längenmaßgleichung für die homogene Dissipa-



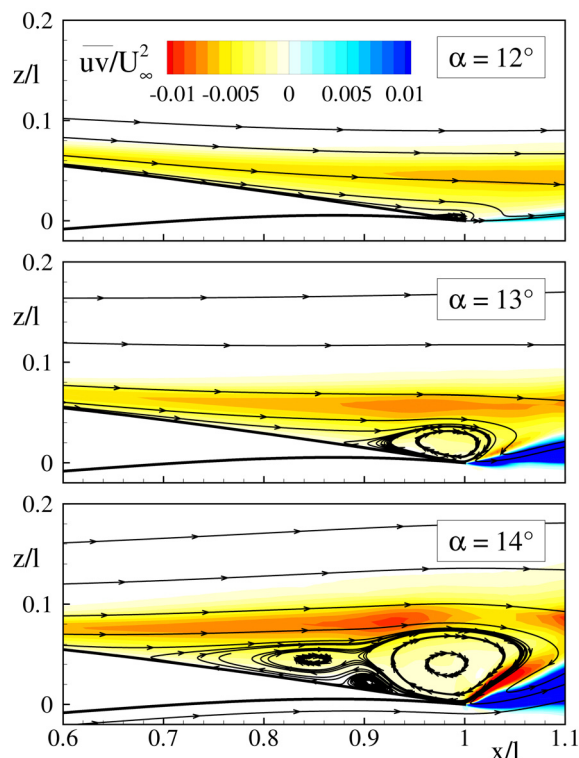


BILD 11: Entwicklung der Hinterkantenablösung am HGR-01,  $\varepsilon^h$ -RSM +  $S_l + S_{\varepsilon 4}$ ,  $Re = 1,3 \cdot 10^6$ .

tionsrate  $\varepsilon^h$  verwendet, wurde für Simulationen der Profilumströmungen Onera-A bei  $Re = 2$  Mio. und HGR-01 bei  $Re = 0,65$  Mio. und  $Re = 1,3$  Mio. im Bereich des Maximalantriebs eingesetzt. Um die in diesen Strömungen auftretenden Abweichungen vom lokalen turbulenten Gleichgewicht zu erfassen, werden zwei zusätzliche Quellterme in der  $\varepsilon^h$ -Gleichung verwendet, die zum Einen das turbulente Längenmaßwachstum limitieren und zum Anderen den Einfluss rotationsfreier Verzerrungen bzw. Druckgradienten auf die Dissipationsrate berücksichtigen.

Diese Zusatzterme spielen bei den Profilberechnungen mit dem  $\varepsilon^h$ -RSM eine wesentliche Rolle, da sie die turbulenten Scherspannungen in der Grenzschicht auf ein sinnvolles Maß reduzieren und dadurch die ansonsten unterbewertete Neigung zur druckinduzierten Hinterkantenablösung deutlich erhöhen. Oberflächendruck und Wandschubspannungen, Geschwindigkeits- und Reynolds-Spannungsprofile in der Grenzschicht sowie die Ausdehnung der Ablösungen werden so für beide Profilumströmungen in besserer Übereinstimmung mit den Messdaten wiedergegeben, als mit den zum Vergleich eingesetzten Turbulenzmodellen  $k-\omega$  SST und SSG/LRR-RSM. Der mit diesen Modellen deutlich überbewertete Maximalauftrieb kann mit dem erweiterten  $\varepsilon^h$ -RSM mit relativen Abweichungen zu Messungen von 4% bzw. 7% wesentlich genauer vorhergesagt werden.

## DANKSAGUNG

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Projekts "Numerische Simulation des Überziehens von Triebwerkseinläufen im Niedergeschwindigkeitsbereich mit Reynolds-Spannungsmodellen der Turbulenz" des DFG-PAK 136 von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert. Dank gilt zudem Dr. Bernhard Eisfeld von C<sup>2</sup>A<sup>2</sup>S<sup>2</sup>E (DLR Braunschweig) und Dr. Suad Jakirlić, TU Darmstadt, für die Unterstützung bei der Modellimplementierung.

## LITERATUR

- [1] Kroll, N., Rossow, C.-C., Schwaborn, D.: *The MEGAFLOW-Project - Numerical Flow Simulation for Aircraft*. Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2004, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 2005.
- [2] Wilcox, D.C.: *Turbulence Modelling for CFD*. Second edition, DCW Industries, La Canada, 1998.
- [3] Menter, F. R.: *Zonal Two Equation  $k-\omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows*. AIAA Paper 93-2906, 1993.
- [4] Kotapati-Apparao, R.B., Squires, K.D., Forsythe, J.R.: *Prediction of the Flow over an Airfoil at Maximum Lift*. AIAA-2004-0259, 2004.
- [5] Jakirlić, S., Hanjalić, K.: *A new approach to modelling near-wall turbulence energy and stress dissipation*. J. Fluid Mech., Vol. 539, pp. 139-166, 2002.
- [6] Gleyzes, C.: *Operation décrochage - resultats de la 2<sup>eme</sup> campagne d'essais a F2 - Mesures de pression et velocimetrie laser*. Tech. Rep. RTDERAT 55/5004, ONERA, 1989.
- [7] Wokoeck, R., Krimmelbein, N., Radespiel, R., Ciobaca, V., Krumbein, A.: *RANS Simulation and Experiments on the Stall Behaviour of an Airfoil with Laminar Separation Bubbles*. AIAA-2006-0244, 2006.
- [8] Jakirlić, S., Hanjalić, K.: *A Second-Moment Closure for Non-Equilibrium and Separating High- and Low-Re-Number Flows*. Proc. 10th Symposium on Turbulent Shear Flows, The Pennsylvania University, USA, August 14-16, 1995.
- [9] Gibson, M.M., Launder, B.E.: *Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer*. J. Fluid Mech., Vol. 86., pp. 491-511, 1978.
- [10] Daly, B.J., Harlow, F.H.: *Transport Equations in Turbulence*. Physics of Fluids, Vol. 13., pp 2634-2649, 1970.
- [11] Jovanović, J., Ye, Q.-Y., Durst, F.: *Statistical Interpretation of the Turbulent Dissipation Rate in Wall-Bounded Flows*. J. Fluid Mech., Vol. 293., pp 321-347, 1995.
- [12] Hanjalić, K., Launder, B.E.: *Sensitizing the Dissipation Equation to Irrotational Strain*. Journal of Fluids Engineering, Vol. 102, March 1980.
- [13] Probst, A., Radespiel, R.: *Implementation and Extension of a Near-Wall Reynolds-Stress Model for Application to Aerodynamic Flows on Unstructured Meshes*. AIAA-2008-770, 2008.

- [14] Apsley, D.D., Leschziner, M.A.: *Advanced Turbulence Modelling of separated flow in a diffuser*. Flow, Turbulence and Combustion, 63, 81-112, 2000.
- [15] Hanjalić, K., Jakirlić, S., Hadžić, I.: *Expanding the limits of "equilibrium" second-moment closures*. Fluid Dynamics Research, Volume 20, Number 1, pp. 25-41(17), 1997.
- [16] Eisfeld, B.: *Numerische Simulation aerodynamischer Probleme auf unstrukturierten Netzen mit dem SSG/LRR- $\omega$ -Reynolds-Spannungsmodell*. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Vol. 96, Springer, Berlin, 2007.
- [17] Rumsey, C.L., Pettersson Reif, B.A., Gatski, T.B.: *Arbitrary Steady-State Solutions with the  $K$ - $\varepsilon$  Model*. AIAA Journal, Vol. 44, No. 7, pp. 1586-1592, 2006.
- [18] Turkel, E., Radespiel, R., Kroll, N.: *Assessment of preconditioning methods for multidimensional aerodynamics*. Computers and Fluids, Vol.26, No. 6, pp. 613-634, 1997.
- [19] Krimmelbein, N., Radespiel, R., Nebel, C.: *Numerical Aspects of Transition Prediction for Three-Dimensional Configurations*. AIAA-2005-4764, 2005.
- [20] Probst, A., Mazlum, E., Radespiel, R.: *Investigation of computational uncertainties of airfoil flow phenomena close to trailing edges*. RTO-Symp. on: Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, RTO-MP-AVT-147, Athens, 2007.