

# EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG ZU SCHWACH NICHTLINEAREN INTERAKTIONEN VON INSTABILITÄTEN IN EINER NICHT SELBSTÄHNLICHEN GRENZSCHICHT

D. Sartorius, Royal Oak, Michigan, USA

## Zusammenfassung

Nichtlineare Interaktionen von Grenzschichtstörungen sind ein wesentlicher Schritt im Transitionsprozess an Tragflügelprofilen. Das Einsetzen dieser Interaktionen führt durch die starke resonante Anfachung zu einem schnellen Anwachsen der Störamplituden und leitet den Übergang zur turbulenten Grenzschicht ein. Für passive Maßnahmen zur Laminarhaltung ist es notwendig, diesen Bereich möglichst zu verzögern. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich daher auf detaillierte Untersuchungen von schwach nichtlinearen, resonanten Interaktionen von Tollmien-Schlichting Wellen in einer hierfür speziell ausgelegten zweidimensionalen nicht selbstähnlichen Grenzschicht an einem Tragflügelprofil.

## 1. EINLEITUNG

Beim Entwurf von Profilen mit Laminarhaltung durch Formgebung wird weitgehend die klassische, halbempirische Transitionsvorhersage basierend auf der linearen Stabilitätstheorie (LST) angewandt. Dieses Vorgehen hat seine Berechtigung, solange der Bereich nichtlinearer Störungsentwicklung vergleichsweise kurz im Verhältnis zum gesamten Umschlagprozess ist. Die gezielte Optimierung laminarer Laufstrecken führt jedoch zu Grenzschichten, bei denen die selektive Anfachung und Dämpfung einzelner Tollmien-Schlichting (TS) Frequenzen insoweit ausgenutzt wird, dass die resultierenden Amplituden (linear) stets knapp unter einem vorgegebenen Schwellenwert bleiben. In diesem Fall kommt der nichtlinearen Störungsentwicklung entscheidende Bedeutung zu.

### 1.1. Stand der Forschung

Die wesentliche Rolle von resonanten Interaktionen beim laminar-turbulenten Umschlagsprozess in Scherschichten wurde schon von Raetz [25] und Kelly [23] erkannt. Basierend auf einem schwach nichtlinearen Ansatz entwickelte Craik [13] die Theorie einer Drei-Wellen Interaktion. Diese sogenannte "Craik-Triade" besteht aus einer fundamentalen 2D TS Welle in Kombination mit zwei subharmonischen Wellen, die betragsmäßig den gleichen Schräglauftyp (aber mit umgekehrten Vorzeichen) haben. Der schwach nichtlineare Ansatz wurde in den siebziger Jahren von Volodin und Zelman [30] weiter verfolgt und Herbert [17] entwickelte die Floquet-Theorie für die Sekundärinstabilität von TS Wellen. Die Ergebnisse dieser Arbeiten sind in [20] und [18, 24, 36] beschrieben. Bei allen theoretischen Ansätzen wurde die Möglichkeit eines starken, resonanten Wachstums von 3D subharmonischen und quasi-subharmonischen Wellen gefunden.

Der erste experimentelle Nachweis der Anfachung von quasi-subharmonischen spektralen Moden gelang in [21] für eine Blasius Grundströmung. Dieses Experiment initiierte eine Reihe von detaillierten Untersuchungen [22, 26] zur subharmonischen Resonanz und führte zu der experimentellen Bestätigung der theoretischen Vorhersagen.

Das von Kachanov et al. [22] durchgeführte Experiment zeigte, dass bei Einleitung einer fundamentalen 2D Welle das breitbandige, "weiße" Rauschen der niederfrequenten Hintergrundstörungen als Ganzes angefacht wird, eine Folge der subharmonischen Resonanz von 3D quasi-subharmonischen Störungen mit der primären 2D Welle. Diese Schlussfolgerung wurde gestützt durch erste Vergle-

iche der experimentellen Daten mit theoretischen Annahmen [33] und durch weitere Experimente [9, 10]. Dabei führten Corke und Mangano [10] das erste Experiment mit vollständig kontrolliertem Frequenz-Wellenzahl-Spektrum der angefachten subharmonischen Moden durch. Weiterhin zeigten die Experimente, dass bei künstlicher Anregung von quasi-subharmonischen Störungen mit kontrollierter Frequenz und kontrolliertem spannweitigem Wellenzahlspektrum die resonante Anfachung sehr stark von der Phasenbeziehung zwischen dem subharmonischen Wellenpaar und der fundamentalen Welle abhängt. Gleichzeitig wurde beobachtet, dass die Resonanz in einem weiten Frequenzbereich wirksam ist.

Im Bereich der parametrischen Resonanz sind die gemessenen wandnormalen Profile für die Amplitude und Phase der angefachten subharmonischen Störungen identisch mit theoretischen Eigenfunktionen nach der linearen Stabilitätstheorie, der schwach nichtlinearen Theorie (WNT) [36] und Direkten Numerischen Simulationen (DNS) auf der Basis der Navier-Stokes Gleichungen [15]. Dies ist auf den bekannten linearen Charakter der subharmonischen Resonanz zurückzuführen, der vorliegt, wenn die Störungsschwingungen klein genug sind, um keine direkte Rückwirkung auf die fundamentale Welle zu haben. Kachanov und Levchenko [22] fanden zudem, dass dieser parametrische Bereich der subharmonischen Resonanz selbst bei subharmonischen Amplituden vorhanden ist, die bis zu 2.5-fach größer als die Amplituden der fundamentalen Welle sind. Volodin und Zelman [30] zeigten, dass die Amplituden der subharmonischen Wellen ein doppelt exponentielles Wachstum im Resonanzfall aufweisen - ein bekanntes Phänomen für parametrische Resonanz in schwingenden Systemen.

Der Einfluss eines Druckgradienten in Strömungsrichtung auf den parametrischen Teil der subharmonischen Resonanz wurde erstmals theoretisch in [19] mit Hilfe der Floquet Theorie und in [28, 34-36] mit Hilfe der schwach nichtlinearen Theorie untersucht. In [36] wurden zwei Fälle von selbstähnlichen, Falkner-Skan Grenzschichten betrachtet (Hartree-Parameter  $\beta_H = +0.1$  und  $\beta_H = -0.1$ ). Dabei zeigte sich, dass die Änderung der resonanten, subharmonischen Anfachungsrate mit dem Hartree Parameter  $\beta_H$  im wesentlichen auf die Änderung der Anfachungsrate der fundamentalen Welle zurückzuführen ist. Im Falle der verzögerten Grenzschicht (APG: Adverse Pressure Gradient) wächst die subharmonische Mode sehr schnell und der doppelt exponentielle Charakter ist mehr ausgeprägt.

Es ist zu bemerken, dass die überwiegende Mehrzahl bisheriger Experimente der nichtlinearen Stadien der Transition an der ebenen Platte durchgeführt wurden, d.h. ohne Druckgradient in Strömungsrichtung. In den allermeisten praktischen Fällen findet die Transition aber im Bereich eines Druckanstiegs statt, der zudem in Strömungsrichtung nicht konstant ist.

Die Tatsache, dass der Druckgradient einen wesentlichen Einfluss auf den laminar-turbulenten Umschlag hat, ist schon seit Anfang des letzten Jahrhunderts bekannt. Die erste direkte experimentelle Studie der subharmonischen Resonanz in einer selbstähnlichen APG Grenzschicht wurde in [12] für kleine Werte des Hartree-Parameters durchgeführt ( $\beta_H = -0.06$  und  $\beta_H = -0.09$ ). In Übereinstimmung mit allen theoretischen Ansätzen zeigte sich eine schnelle resonante Anfachung der kontrolliert eingegebenen subharmonischen Wellen. Dennoch konnte kein doppelt-exponentielles Wachstum festgestellt werden.

Es ist zu bemerken, dass auch für eine selbstähnliche APG Grenzschicht einige wesentliche Eigenschaften der resonanten Interaktion bisher nicht experimentell untersucht wurden. Durch aktuelle Untersuchungen [4-6] wurde diese Lücke etwas verkleinert. Dabei wurde insbesondere der Einfluss der Anfangsamplituden und die Anfangsphasenbeziehung zwischen fundamentaler und subharmonischer Mode untersucht sowie die Rolle einer Verstimmung der Störfrequenz und der spannweiten Wellenzahl von den exakten Resonanzbedingungen. Dabei konnte gezeigt werden, dass die fundamentale 2D TS Welle in resonante Interaktion mit einem breiten Band an Frequenzen, kontrolliert eingegeben als deterministisches "Hintergrundrauschen", treten kann und diese Störungen im Umschlagsprozess stark anfacht.

## 1.2. Zielsetzung

In der vorliegenden Forschungsarbeit soll der spezielle und praktisch relevante Fall untersucht werden, bei dem der Druckgradient in Strömungsrichtung so gewählt wird, dass eine frequenzselektive Anfachung und Dämpfung einzelner TS Frequenzen erreicht wird, bei der die Maximalamplitude der jeweiligen Frequenz gerade unter einem vorgegebenen Schwellenwert bleibt. Durch die geeignete Wahl des Grenzschichtverlaufs werden somit die Stabilitätsbedingungen (nach LST) so gesteuert, dass sich der Bereich instabiler Frequenzen stromab laufend verschiebt, wodurch sich eine effektive Verlängerung der laminaren Laufstrecke ergibt [31]. Der schwach nichtlinearen und insbesondere der verstimmten Resonanz kommt bei diesem Konzept wesentliche Bedeutung zu, da das Einsetzen dieser Resonanz sowie die resultierenden Anfachungsraten eine andere Steuerung des Grenzschichtverlaufs erfordern würden. Experimentelle Beobachtungen an einem Tragflügelprofil mit der oben angeführten Auslegung des APG zeigen das intermittierende Auftreten von turbulenten Spots, die vergleichsweise weit stromauf einsetzen, als Einzelereignisse dann eine lange Strecke in der ansonsten laminaren Grenzschicht zurücklegen und erst am Beginn des eigentlichen Hauptdruckanstiegs zu einer "Transitionsfront" zusammenwachsen. Diese Art der Transitionentwicklung unterscheidet sich erheblich von der üblicherweise beobachteten, zumindest annähernd 2D Transitionsslage an einem Profil. Es ist davon auszugehen, dass das Auftreten dieser Spots eine Folge von zufälligem Zusammentreffen von Störungen mit passender Resonanzbedingung ist. Eine genaue Kenntnis dieses Resonanzmechanismus würde die Möglichkeit eröffnen, besonders kritische Fälle zu erkennen und diese dann durch eine etwas andere Steuerung des Grenzschichtverlaufs zu

unterdrücken. Somit wäre eine weitere Steigerung der laminaren Lauflänge möglich.

Die Störungsentwicklung in einer solchen APG Grenzschicht wurde bisher weder experimentell noch numerisch detailliert untersucht und ist Gegenstand der vorliegenden Forschungsarbeit.

Die experimentellen Daten werden mit Daten aus der linearen und schwach nichtlinearen Theorie, sowie der DNS verglichen und ausführlich mit Ergebnissen aus einer selbstähnlichen APG Grenzschicht [4-6] diskutiert. Die detaillierten Vergleiche mit theoretischen, numerischen und experimentellen Daten ergeben einen tieferen Einblick in den schwach nichtlinearen Mechanismus der Grenzschichttransition und liefern vor allem neue Erkenntnisse über die Turbulenzproduktion für den komplexen, d.h. möglichst praxisnahen Fall, einer Grenzschicht an einem Tragflügelprofil.

## 2. EXPERIMENTELLER AUFBAU

Bei der Auslegung der Versuchsbedingungen wurde eine Druckverteilung, die dem Auslegungszustand eines Tragflügelprofils (für Segelfluganwendungen) am unteren Eck der Laminardelle entspricht, angestrebt [31]. Um möglichst lange laminare Laufstrecken zu erzielen, wird die Grenzschichtentwicklung so gesteuert, dass sich, basierend auf Linearer Stabilitätstheorie, ein Plateau im Verlauf des n-Faktors ergibt. Dieses Plateau bleibt dabei knapp unterhalb des sogenannten kritischen n-Faktors ( $n \leq 9 \dots 11$ ) für den der Einsatz der Transition erwartet wird. Die Berechnung der reibungsbehafteten Geschwindigkeitsverteilung erfolgt mit XFOIL in der Version 5.8 [14], basierend darauf wird eine Grenzschichtrechnung mit einem Finite-Differenzen Verfahren nach Cebeci und Smith [7] durchgeführt. Die resultierenden Grenzschichtprofile werden dann einer linearen Stabilitätsanalyse mit einem Schießsolver nach Conte [8] unterzogen.

Die Messungen wurden im Laminarwindkanal (LWK) des Instituts für Aero- und Gasdynamik der Universität Stuttgart durchgeführt. Der Kanal hat eine geschlossene Messstrecke mit einem Querschnitt von  $0.73 \times 2.73 \text{ m}^2$ . Für eine Strömungsgeschwindigkeit von  $30 \text{ m/s}$  liegt der Turbulenzgrad bei  $Tu \leq 2 \cdot 10^{-4}$  (Frequenzbereich  $20 \text{ Hz} \dots 5 \text{ kHz}$ ). Typischerweise werden bei Messungen n-Faktoren am Umschlagsbeginn von  $n_{\text{krit}} \approx 11$  erreicht. Das heißt, die Profilauslegung muss für einen deutlich niedrigeren n-Faktor erfolgen, so dass kontrollierte Störungen in die Grenzschicht eingebracht werden können, deren Niveau zumindest eine Größenordnung über dem natürlichen Störspektrum liegt. Die Unterseite des Profils WW03BL106 [32] wurde speziell für diese Untersuchung entworfen und weist einen maximalen n-Faktor von 6, stromab  $s/s_{\text{max}} = 0.3$  ( $s_{\text{max}} = 604 \text{ mm}$ , Bogenlänge gemessen ab Profilnase) bei einem Anstellwinkel von  $2^\circ$  und einer Reynolds-Zahl von  $\approx 0.7 \cdot 10^6$  auf. Aufgrund des quadratischen Einflusses der Geschwindigkeit auf die Stabilitäts-eigenschaften wurde für die vorliegenden Untersuchungen die Geschwindigkeit ( $U_\infty = 18 \text{ m/s}$ ) anstelle der Reynolds-Zahl konstant gehalten. Die Grenzschicht zeigt alle Eigenheiten einer üblichen Auslegung, wie starke 2D Anfachungsraten im vorderen Profilteil, gefolgt von einer kontinuierlichen Variation der Grundströmung die zu einer Verschiebung der relevanten Frequenzbereiche führt und somit zu einer Begrenzung des maximalen n-Faktors (BILD 2).

Die Untersuchungen wurden unter kontrollierten Randbedingungen durchgeführt, wobei die Störreinleitung durch eine universelle Störquelle erfolgt. Diese Störquelle wurde von Borodulin et al. [2, 3] entwickelt und für die vorliegen-

den Untersuchungen modifiziert. Die Einleitung der Störungen erfolgt über einem schmalen Schlitz bei  $s/s_{max} = 0.13$  (0.2mm breit, 290mm lang und 0.8mm tief) mit darunter angebrachten Röhrchen (116 Stück in einem Abstand von 2.5mm), die über Miniatur-Lautsprecher v-Fluktuationen in die Grenzschicht einbringen (BILD 3).

Der dazugehörige Signalgenerator besteht aus 16 Kanälen mit unabhängigem Speicher und der Möglichkeit die gespeicherten Signalformen exakt taktgesteuert abzuspielen. Der notwendige Takt wird dabei über den Triggerimpuls der AD-Wandlerkarte des Signalrechners bereitgestellt und ermöglicht somit eine genau phasengekoppelte Datenerfassung. Die Miniatur-Lautsprecher (Bürklin LSF 28) befinden sich in einzelnen, gekapselten Gehäusen und werden über einen statischen Druckanschluss der Störquelle auf gleiches statisches Druckniveau wie die Störquelle ausbalanciert. Aufgrund von Fertigungsstreuungen mussten diese Lautsprecher bezüglich der Amplitude einzeln über eine Kompensationsschaltung einjustiert werden (BILD 3). Dadurch konnte eine Gleichförmigkeit der Amplitude in der Größenordnung von 1% erreicht werden.

Die Überprüfung der wesentlichen Parameter, wie die stromab Entwicklung der Geschwindigkeit, des Formparameters  $H_{12}$  und der Verdrängungsdicke  $\delta_1$ , zeigte eine sehr gute Übereinstimmung mit der angestrebten Entwurfsverteilung (BILD 4). Die Stabilitätseigenschaften für einzelne 2D und 3D TS Wellen zeigen ebenfalls sehr gute Übereinstimmung mit der LST (BILD 5).

BILD 6 zeigt mit Hilfe der LST berechnete Anfachungsraten  $-a_i$  für 2D und 3D ( $|\beta| = 0.335 \text{ rad/mm}$ ) TS Wellen als Funktion der Frequenz und Position in Strömungsrichtung. Subharmonische Resonanz wurde für vier 2D fundamentale TS Wellen mit Frequenzen  $f_1 = 610, 510, 409$  und  $255 \text{ Hz}$  untersucht. Die ausgewählten Frequenzen entsprechen in etwa den am stärksten angefachten TS Wellen im untersuchten Messgebiet stromab der Störquelle.

### 3. ANGEWENDETE MESSTECHNIK UND SIGNALAUSWERTUNG

Die Hitzdrahtmessungen erfolgten stromab der Störquelle in wandnormaler und spannweiter Richtung. Der Schwankungsanteil des Zeitsignal der Dantec 55M10 Hitzdrahtbrücke wurde über einen Hochpassfilter abgetrennt und mit einem programmierbaren Verstärker an den Eingangsbereich des 12bit AD-Wandlers angepasst. Damit konnte ein Dynamikumfang  $>20\text{bit}$  realisiert werden. Die Abtastrate betrug, je nach untersuchtem Fall, etwa  $10\text{kHz}$ . Das Zeitsignal wurde in 8 Blöcke von je 4096 Werten unterteilt, die Blöcke im Zeitbereich gemittelt und Fourier transformiert. Nach der Fouriertransformation wurden Amplitude und Phase bezüglich des vorgeschalteten  $50\text{Hz}-4.4\text{kHz}$  Bandpassfilters korrigiert. Für die Bestimmung von Anfachungsraten und Amplitudenverläufen wurde zunächst das jeweilige Maximum der zu untersuchenden Frequenz in spannweiter Richtung bestimmt. Im Anschluss daran wurden an mehreren Positionen stromab wandnormale Profile gemessen und für jede Mode getrennt das Maximum der Eigenfunktion in  $y$ -Richtung ermittelt. Die Zusammenstellung dieser Maximalwerte führt dann zum Amplitudenverlauf in Strömungsrichtung.

Der prinzipielle Aufbau der Datenerfassung ist in BILD 7 dargestellt, BILD 8 zeigt den Aufbau im Windkanal. Von besonderer Bedeutung ist die Verwendung eines Kompensationskörpers auf der gegenüberliegenden Profilseite, der den Einfluss der Hitzdrahttraverse auf die Zirkulation des Profils kompensiert.

Der Vergleich von Amplitudenverläufen mit der LST zeigte anfangs größere Abweichungen auf. Diese Abweichungen konnten auf geringe Änderungen der Umgebungstemperatur zurückgeführt werden. Insbesondere im Bereich des  $n$ -Faktor Plateaus ( $\Delta s > 100\text{mm}$ ) bewegt man sich in der Nähe des II. Zweiges der Instabilitätskurve, wobei je nach Temperaturänderung eine geringe Anfachung oder auch Dämpfung vorliegt. Da die lineare Amplitudenentwicklung über eine relativ lange Strecke erfolgt, schlägt sich dieser Einfluss im Absolutwert der Amplitude vergleichsweise stark nieder. Aus diesem Grund wurden alle theoretischen Untersuchungen exakt auf die experimentellen Bedingungen angepasst (temperaturbedingte Variation der kinematischen Viskosität von  $14.5 \cdot 10^{-6}$  bis  $16.4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ). Zur Reduzierung des Zeitaufwands die für die Neuberechnung der Grundströmung erforderlich gewesen wäre, wurden die DNS mit gemittelter Reynolds-Zahl und kinematischer Viskosität, basierend auf experimentellen Werten, durchgeführt. Die Auswertung der experimentellen Daten sowie die Vergleiche mit DNS und der schwach nichtlinearen Stabilitätstheorie zeigen eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse der unterschiedlichen Ansätze.

### 4. ABGESTIMMTE RESONANZ

In einem ersten Schritt wurden resonante Triplets nach Craik [13] (zweidimensionale fundamentale TS Welle mit Frequenz  $f_1$  und zwei schräglauflende subharmonische Wellen mit halber Frequenz  $f_{1/2}$  und der resonanten spannweiten Wellenlänge  $|\beta_r|$ ) in die Strömung eingebracht. BILD 9 zeigt die Änderung der resonanten spannweiten Wellenlänge in Strömungsrichtung berechnet für alle untersuchten fundamentalen Frequenzen. Aufgrund der nicht selbstähnlichen Grenzschicht variiert die rezonante spannweite Wellenlänge  $\lambda_r = 2\pi/\beta_r$  sehr stark in Strömungsrichtung. Als Bezugspunkt für alle Messungen wurde der Ort der Störreinleitung gewählt, so dass die Resonanzbedingung sowohl hinsichtlich Frequenz als auch spannweiter Wellenzahl am Ort der Störquelle ( $\Delta s = 0\text{mm}$ ) erfüllt war. Die Einleitung der Störung wurde so angepasst, dass die Amplitude der 2D fundamentalen TS Welle  $20\text{mm}$  stromab der Störquelle  $A \approx 0.06\%$  von der Geschwindigkeit am Grenzschichtrand  $u_e$  betrug und die des 3D subharmonischen Paars etwa eine Größenordnung darunter lag.

Im Falle der oben beschriebenen Craik-Triade spielt die initiale Phasenbeziehung eine wesentliche Rolle, die zu einer Verstärkung oder Unterdrückung der subharmonischen Resonanz führen kann [4]. Um gezielt diese Extremwerte untersuchen zu können, wurde eine vom ITAM entwickelte Methode der minimal verstimmt Resonanz eingesetzt. Dabei wird nicht die exakte subharmonische Frequenz eingeleitet, sondern eine, im vorliegenden Fall um 1%, abweichende Frequenz. Diese minimale Verstimming bewirkt im Zeitbereich eine langsame Drift der Phase der quasi subharmonischen Frequenz, mit einer entsprechenden Variation der subharmonischen Resonanz als Funktion der Zeit. Daraus lassen sich die Extremwerte bezüglich der optimalen Phasenlage für maximale Resonanz (MR) sowie die Phasenlage für Anti-Resonanz (AR) ableiten.

BILD 10 zeigt die Amplituden- und Phasenverläufe für diese beiden Fälle im Vergleich zum Amplitudenverlauf der subharmonischen Mode ohne Einleitung einer zweidimensionalen fundamentalen Mode (S). Der Fall der optimalen Phasenlage zeigt ab  $\Delta s = 60\text{mm}$  das Einsetzen der Resonanz mit annähernd doppelt exponentiellem Amplitudenwachstum, wohingegen im Anti-Resonanzfall eine Unterdrückung bis  $\Delta s = 100\text{mm}$  ersichtlich ist. Der Phasen-

sprung um  $90^\circ$  in der Stromabentwicklung der Phasendifferenz  $\Delta\phi$  kennzeichnet das Ende der Anti-Resonanz und das Einsetzen der Resonanz. Die Beobachtung des mehr als exponentiellen Wachstums zeigt, dass die subharmonische Resonanz nicht nur in selbstähnlichen Grenzschichten [4, 30] eine wesentliche Rolle spielt, sondern auch im vorliegenden Fall einer realen Tragflügelgrenzschicht mit starker Variation der Grenzschichtparameter in Strömungsrichtung. Die Anfachungsraten der subharmonischen Welle übersteigen dabei, wie auch in der selbstähnlichen Grenzschicht, bei weitem die der fundamentalen 2D Welle, wodurch schon nach einer kurzen Strecke die subharmonischen Amplituden größer werden als die der fundamentalen Welle und damit den Beginn des stark nichtlinearen Bereichs der Transition markieren.

Ein wichtige Voraussetzung für resonante Interaktionen ist die Erfüllung der Phasensynchronisation, die zu einer Anpassung der Phasengeschwindigkeiten  $C_x$  der subharmonischen Mode an die Phasengeschwindigkeiten der fundamentalen Mode führt (BILD 11). Bis  $\Delta s = 120\text{mm}$  zeigt der Vergleich mit der LST eine gute Übereinstimmung der mit  $u_e$  normierten Phasengeschwindigkeit für die fundamentale Mode. Abweichungen zur Theorie werden für fundamentale Amplituden  $A_1 > 1\%$  beobachtet, wenn die Störungen in das Gebiet nichtlinearer Interaktionen vordringen. Der Vergleich der Phasengeschwindigkeiten zeigt, dass bereits in einem sehr frühen Stadium sich die Phasengeschwindigkeit der subharmonischen Welle an die der fundamentalen anpasst und somit die Bedingung der Phasensynchronisation erfüllt. Dies ist der Fall, wenn die fundamentale Amplitude  $A_1 \approx 0.2\%$  erreicht und stimmt sehr gut mit dem Beginn der beobachteten Abweichung der subharmonischen Anfachung im Vergleich zur linearen Entwicklung (BILD 10) und mit Ergebnissen aus Untersuchungen in einer selbstähnlichen Grenzschicht [4] überein. BILD 10 zeigt auch die stromab Entwicklung der Phasengeschwindigkeit der resonanten, subharmonischen Welle im Vergleich zu ihrer Entwicklung ohne fundamentale Mode (Regime S) und im Vergleich zur LST. Während die Phasengeschwindigkeit der subharmonischen Mode in Regime S sehr gut mit dem Verlauf der LST übereinstimmt, weicht die Phasengeschwindigkeit der resonanten subharmonischen Mode an der erwarteten stromab Position von der Theorie ab.

Die detaillierte Untersuchung der Abhängigkeit der subharmonischen Resonanz von der Frequenz der fundamentalen 2D TS Welle zeigt, dass in der vorliegenden nichtselbstähnlichen Grenzschicht die Resonanz am effektivsten für hohe Frequenzen arbeitet, die im vorderen Profilteil auf einem kurzen Stück am stärksten angefacht werden (BILD 12). Um dies quantitativ darstellen zu können, wurde ein Amplitudenverhältnis  $\kappa_1$  definiert. Das Amplitudenverhältnis  $\kappa_1$  ergibt sich aus den gemessenen Amplituden bei  $\Delta s = 40$  und  $120\text{mm}$ . Als Grund für die höhere Effizienz kann angesehen werden, dass sich die Resonanzbedingungen, nach Überschreiten der Schwellenamplitude  $A \approx 0.2\%$ , für diese hohen fundamentalen Frequenzen vergleichsweise wenig stromab ändern, bei gleichzeitig hohen Amplituden und Anfachungsraten der 2D Welle. Für niedrige Frequenzen, die über ein langes Stück nur schwach angefacht werden, ändert sich diese Resonanzbedingung praktisch kontinuierlich und wirkt somit dem Einsetzen der subharmonischen Resonanz entgegen. Dieses Ergebnis ist von wesentlicher Bedeutung für die Beurteilung der Wichtigkeit der subharmonischen Resonanz im Hinblick auf erweiterte Transitionsvorhersagen.

## 5. VERSTIMMTE RESONANZ

Messungen von Corke und Mangano [9] sowie Borodulin et al. [4, 5] in einer selbstähnlichen Grenzschicht mit konstantem Hartree-Parameter zeigten, dass für den Fall der verstimmten Resonanz höhere Anfachungsraten erwartet werden können, als für den Fall in dem die Resonanzbedingung exakt erfüllt ist. Deshalb wurden zwei Fälle näher untersucht: verstimmte Resonanz bezüglich der Frequenz der subharmonischen Welle (bei festgehaltener resonanter spannweiter Wellenzahl bezüglich der exakten subharmonischen Frequenz) und verstimmte Resonanz bezüglich der spannweiten Wellenzahl (bei festgehaltener exakter subharmonischer Frequenz).

### 5.1. Frequenzverstimmung

Im Fall der Frequenzverstimmung (FD) zeigte sich, dass bei hohen Frequenzen der fundamentalen 2D Welle das Maximum der resonanten Anfachung etwa mit der exakten subharmonischen Frequenz zusammen fällt. Mit abnehmender fundamentaler Frequenz verschiebt sich dieses Maximum deutlich in Richtung positiver Frequenzverstimmung, d.h. höhere Frequenzen als die exakte subharmonische werden stärker angefacht (BILD 13). Dieser generelle Trend entspricht den Beobachtungen in selbstähnlichen Grenzschichten und konnte mit Hilfe der linearen und schwach nichtlinearen Theorie erklärt werden [29, 36]. Die subharmonische Amplitudenentwicklung wird zunächst im wesentlichen durch die lineare Anfachung bestimmt. Mit abnehmender fundamentaler Frequenz nimmt auch die Anfachung der exakt subharmonischen Mode ab, so dass die maximale, subharmonische Anfachung für eine eingeleitete quasi-subharmonische Mode mit positiver Frequenzverstimmung erzielt wird. Der Vergleich mit der WNT und DNS zeigt im Allgemeinen eine sehr gute quantitative Übereinstimmung. Die quantitative Abweichung für  $f_1 = 409\text{Hz}$  lässt sich durch leicht unterschiedliche Anfachungsraten erklären, die zu niedrigeren integralen Amplituden in der DNS führen. Dies ist das Resultat von minimalen Unterschieden in der kinematischen Viskosität zwischen DNS und Experiment (Kapitel 3).

Für die Auswertung, und vor allem für den Vergleich mit dem exakten subharmonischen Fall, werden die Amplituden der jeweils symmetrisch zur halben fundamentalen Frequenz liegenden Moden addiert und somit eine effektive Amplitude bestimmt [5]. Bei genauerer Analyse stellte sich heraus, dass die Amplituden dieser beiden Moden nicht gleich groß sind, sondern ein systematischer Trend existiert, der unabhängig von der Frequenz der fundamentalen 2D Welle ist (BILD 14). Dieser systematische Trend wird durch das Amplitudenverhältnis  $\kappa_2$  zwischen der eingeleiteten Mode und der symmetrisch generierten Mode beschrieben und zeigt sich ebenfalls in der guten Übereinstimmung mit Ergebnissen der WNT und der DNS. Die Mode mit der niedrigeren Frequenz weist immer größere Amplituden auf, unabhängig davon ob sie eingeleitet oder nichtlinear generiert wird. Mit Hilfe der schwach nichtlinearen Theorie konnte gezeigt werden, dass die nichtlinearen Kopplungskoeffizienten  $S_k$ , welche maßgebend für die resonante Anfachung sind, für die Mode mit der niedrigeren Frequenz um eine Größenordnung höher sind, als die Mode mit der höheren Frequenz (BILD 15).

### 5.2. Spannweitige Wellenzahlverstimmung

Die Untersuchung der verstimmten Resonanz bezüglich der spannweiten Wellenzahl zeigt ein sehr differenzierteres Ergebnis, wobei sich zwei Effekte überlagern: zum einen der Einfluss der verstimmten Resonanz selbst, zum anderen die Änderung der lokalen Resonanzbedingung

durch die starke Variation der Grundströmung. Daher werden zwei Bereiche gefunden mit konträrem Verhalten: nahe der Störquelle werden subharmonische Wellen mit  $\beta < \beta_r$  stärker angefacht als die subharmonische Welle mit exakter Resonanzbedingung ( $\beta_r$  am Ort der Störquelle), weiter stromab wird das gegenteilige Verhalten festgestellt (BILD 16). Prinzipiell entspricht dieses Verhalten dem Verlauf der lokalen Resonanzbedingung in Strömungsrichtung. Diese Abhängigkeit der resonanten Interaktionen von der spannweiten Wellenzahl konnte auch in selbstähnlichen Grenzschichten beobachtet werden [5]. Allerdings zeigt der vorliegende Fall einer nicht selbstähnlichen Grenzschicht einen größeren Resonanzbereich in Bezug auf die spannweite Wellenzahlverstimmung.

### 5.3. Superposition von Resonanzen

Bei der weiteren Auswertung, vor allem im Hinblick auf die verstimmte Resonanz bezüglich der subharmonischen Frequenz, wird beobachtet, dass die höchsten resonanten Anfachungsraten sich auf einen Frequenzbereich um 300Hz konzentrieren, und zwar weitgehend unabhängig von der Frequenz (im Rahmen der untersuchten Parameter) der fundamentalen 2D Welle (BILD 17). Daraus lässt sich ableiten, dass eine Kombination von mehreren zweidimensionalen TS Wellen (bzw. eines ganzen Frequenzbandes im Falle eines "natürlichen" Störhintergrundes) unter Umständen konzentriert subharmonische Resonanz in diesem Frequenzbereich auslösen kann, mit entsprechender Forcierung der Umschlagsentwicklung. Dieser "kumulative" Effekt wurde exemplarisch durch die Eingabe von zwei fundamentalen TS Wellen ( $f_{11} = 510\text{Hz}$  und  $f_{12} = 610\text{Hz}$ ) sowie einer quasi subharmonischen Frequenz von  $f_{1/2} = 311\text{Hz}$  untersucht. Dabei zeigt sich, dass dieser Effekt tatsächlich eintritt und zu einem stärkeren resonanten Anwachsen der Amplitude der subharmonischen Welle führt, als wenn beide fundamentalen Wellen getrennt eingegeben werden, die Amplituden der resultierenden subharmonischen Wellen dabei aber zusammen addiert werden (BILD 18).

In allen untersuchten Fällen der verstimmten Resonanz setzten, wie auch bei der abgestimmten Resonanz, die resonanten Interaktionen beim Überschreiten des Schwellenwerts  $A \approx 0.2\%$  für die fundamentale 2D TS Welle ein. Des Weiteren konnte durchweg die Phasensynchronisation der Phasengeschwindigkeiten in Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus der abgestimmten Resonanz beobachtet werden.

## 6. KONTINUIERLICHES STÖRSPEKTRUM

Für Untersuchungen im Hinblick auf den dominierenden Transitionsmechanismus wurde zum einen die Entwicklung von Störmoden mit einer spektralen Verteilung nahe am "natürlichen" Störspektrum in der Grenzschicht untersucht, zum anderen dieses kontinuierliche Spektrum mit gleichzeitiger Einleitung einer 2D TS Welle (stationär oder zeitlich moduliert). Aufgrund der phasengekoppelten Datenerfassung und der Deterministik der eingeleiteten Störung war eine komplett quantitative Analyse der resonanten Interaktionen möglich.

Die Untersuchung umfasst drei Arten von Störsignalen: (i) breitbandiges "zufälliges" Rauschen [1] mit einem kontinuierlichen Frequenz- und spannweitigem Wellenzahlspektrum, (ii) dem zufälligem Rauschen überlagerte fundamentale 2D TS Welle und (iii) dem zufälligem Rauschen überlagerte und zeitlich modulierte fundamentale 2D TS Welle (Superposition).

Das Störsignal wird nach 200 fundamentalen Perioden wiederholt, wobei die zurückgelegte Strecke des Störsignals die Profiltiefe bei weitem überschreitet, so dass die Störmoden aus Sicht der Strömung als zufällig betrachtet werden können, aber aus Sicht der Datenerfassung periodisch. Dies ermöglicht eine Mittelung des Signals zur Verbesserung des Rauschabstands als auch die Anwendung der üblichen Fourier Transformation zur Bestimmung der Amplitude und Phase durch spektrale Zerlegung. Shaikh [27] war der erste, der diese Methode bei Transitionsuntersuchungen in einer Blasius Grenzschicht angewendet hatte.

Für die Einleitung von Störmoden in einem weiten Bereich von spannweiten Wellenzahlen, werden all 16 Kanäle des Signalgenerators mit unterschiedlichen, zufälligen Signalen geladen. Zusammen mit dem festen Abstand der Röhrchen von 2.5mm, ergeben sich 3D Störmoden mit spannweiten Wellenzahlen von  $0.157 \leq |\beta| \leq 1.257\text{rad/mm}$ . Störmoden mit größeren spannweiten Wellenzahlen werden nach linear Theorie ohnehin stark gedämpft, so dass die zur Verfügung stehende Anzahl von Kanäle ausreichend ist. Eine zuverlässige Auswertung über eine spannweite Länge von 16 Kanälen setzt eine Periodizität in spannweiter Richtung voraus. Messungen über vier spannweite Perioden zeigen Periodizität über einen weiten Frequenz- und Wellenzahlbereich im gesamten Messgebiet.

Bei Einleitung der Störmoden ohne 2D TS Welle (Regime N) zeigt sich eine gute Übereinstimmung des angefachten Frequenz- und Wellenzahlbereichs (für  $|\beta| < 0.7\text{rad/mm}$ ) mit Ergebnissen der LST (BILD 19). Die vermeintliche Anfachung von Moden mit  $|\beta| \geq 0.7\text{rad/mm}$  in Regime N (und auch Regime NR) wird durch die spektrale Zerlegung der spannweiten Signale und den darin enthaltenen Streuungen verursacht. Obwohl die 2D Amplituden den Schwellenwert für resonante Interaktionen von  $A \approx 0.2\%$  (siehe Abschnitte 4 und 5) nicht erreicht haben, können angefachte 3D Moden im subharmonisch typischen Frequenzbereich von  $100 < f < 300\text{Hz}$  beobachtet werden, die eigentlich nach LST gedämpft werden. Die Anfachung dieser Moden lässt vermuten, dass bei einem kontinuierlichen Störspektrum die Interaktionen bei deutlichen niedrigeren Amplituden der 2D Moden einsetzen als es für diskrete Störmoden der Fall ist.

Eine Erhöhung des Störsignals bestätigt die resonante Anfachung subharmonischer Moden, wobei der Schwellenwert  $A \approx 0.01\%$  für das Einsetzen resonanter Interaktionen mehr als eine Größenordnung niedriger ist als bei Einleitung diskreter Störmoden ( $A \approx 0.2\%$ ). Während bei diskreten Störmoden die absolute Amplitude der 2D TS Welle entscheidend für das Einsetzen subharmonischer Resonanz ist, ist es die gemeinsame Energie mehrerer 2D TS Wellen bei Einleitung des kontinuierlichen Störspektrums.

Erfolgt die Einleitung der Störmoden gleichzeitig mit einer 2D TS Welle (Regime NR1  $f_1 = 610\text{Hz}$  oder Regime NR2  $f_1 = 516\text{Hz}$ ), können stark angefachte quasi-subharmonische 3D Moden im Frequenzbereich  $0 < f < 500\text{Hz}$  und im Wellenzahlbereich  $0.3 < |\beta| < 0.5\text{rad/mm}$  beobachtet werden, deren Anfachung auf resonante Interaktion zurückgeführt werden kann (BILD 19).

Der Vergleich der spektralen Anfachung der zwei am stärksten angefachten 3D subharmonischen Moden ( $|\beta| = 0.314$  und  $0.471\text{rad/mm}$ ) mit frequenzverstimmten subharmonischen Anfachungsraten (Kapitel 5), zeigt eine Verschiebung der am stärksten angefachten Moden zu niedrigeren Frequenzen hin unter Beibehaltung der abso-

luten spektralen Breite (BILD 20, exemplarisch für  $|\beta| = 0.314 \text{ rad/mm}$  und  $f_1 = 610 \text{ Hz}$  bei  $\Delta s = 120 \text{ mm}$ ). Die stärkste subharmonische Anfachung wird für  $f \approx 170 \text{ Hz}$ , unabhängig von der Frequenz der eingeleiteten fundamentalen 2D TS Welle, beobachtet (diskretes Störspektrum  $f \approx 310 \text{ Hz}$ ). Des Weiteren bestätigt sich die subharmonische Resonanz durch die Synchronisation der Phasengeschwindigkeiten der subharmonischen Moden mit der Phasengeschwindigkeit der fundamentalen Mode. Die stromab Entwicklung gemittelter Amplituden im Vergleich zu Regime N und LST zeigt, dass bei Einleitung einer disreten 2D Störmode, resonante Interaktionen ebenfalls bei dem typischen Schwellenwert der fundamentalen Amplitude  $A_1 \approx 0.2\%$  einsetzen (BILD 21).

Die Superposition zweier 2D TS Wellen in Regime NR12 ( $f_1 = 516$  und  $610 \text{ Hz}$ ) führt zu einer Erweiterung der spektralen Anfachung subharmonischer Moden, sowohl im Frequenz-, als auch im Wellenzahlbereich (BILD 22).

Der Vergleich der Anfachungsraten mit denen aus Regime NR1 und NR2 zeigt, dass die Anfachungsraten der am stärksten angefachten subharmonischen Moden als "Einhüllende" der einzelnen Anfachungsraten (bei Einleitung nur einer 2D TS Welle) betrachtet werden können (BILD 23). Die Ausnutzung der jeweils optimalen Konditionen bestätigt sich auch in den Phasengeschwindigkeiten der einzelnen subharmonischen Moden. Zunächst erfolgt die Synchronisation mit der zu Beginn am stärksten angefachten fundamentalen Mode ( $f_1 = 610 \text{ Hz}$ ). Nachdem diese die Sättigung erreicht und wieder gedämpft wird, erfolgt eine Anpassung der subharmonischen Phasengeschwindigkeiten zu der Phasengeschwindigkeit der zweiten, immer noch stark angefachten fundamentalen Moden ( $f_1 = 516 \text{ Hz}$ ), hin.

## 7. ZUSAMMENFASSUNG

Schwach nichtlineare Interaktionen von TS Wellen wurden unter kontrollierten Störeinleitungsbedingungen in einer nicht selbstähnlichen APG Grenzschicht an einem Tragflügelprofil untersucht. Die Untersuchung wurde in vier Abschnitte untergliedert: i) abgestimmte subharmonische resonante Interaktionen von TS Wellen in symmetrischen Triplets, ii) verstimmte, bezüglich Frequenz und spannweiter Wellenzahl, subharmonische resonante Interaktionen symmetrischer Triplets, iii) Superposition von Resonanzen und iv) resonante Interaktionen von 2D TS Wellen (stationär oder zeitlich moduliert) mit breitbandigen, kontrollierten und vollständig (zeitlich und räumlich) analysierbaren 3D Störungen.

Für eine Vielzahl von untersuchten Fällen wurden die experimentellen Ergebnisse mit Ergebnissen aus DNS und WNT verglichen. Die im allgemeinen sehr gute Übereinstimmung zeigt einen hohen Grad an Verlässlichkeit der experimentellen, theoretischen und numerischen Ergebnisse und führt zu einem besseren Verständnis der zugrundeliegenden physikalischen Mechanismen.

Es zeigte sich, dass Interaktionen von TS Wellen in einer Grenzschicht an einem Tragflügelprofil zu einem sehr schnellen resonanten Anwachsen von 3D subharmonischen Wellen führen kann, wenn die fundamentalen Amplituden den aus vorangegangenen experimentellen und theoretischen Untersuchungen bekannten Schwellenwert  $A_1 \approx 0.2\%$  überschreitet. Weiterhin wurde gezeigt, dass sich die Phasengeschwindigkeiten der subharmonischen Moden an die Phasengeschwindigkeiten der fundamentalen Moden anpassen. Die Erfüllung der Phasenbedingung ist ein Beweis für resonante Interaktionen des subharmonischen Typs und ist ebenfalls in Übereinstimmung

mit Ergebnissen aus früheren theoretischen und experimentellen Forschungsarbeiten [4-6].

Im Gegensatz zu selbstähnlichen Grenzschichten ist die resonante Interaktion am stärksten für hohe Frequenzen der fundamentalen Mode (am instabilsten im vorderen Profilteil) und schnell abnehmend mit abnehmender Frequenz.

Obwohl die resonante, spannweite Wellenzahl in Strömungsrichtung stark variiert, können den Umschlag dominierende, resonante Interaktionen in einem weiten Frequenz- und Wellenzahlbereich beobachtet werden.

Im Fall der Frequenzverstimmung zeigte sich, dass bei hohen Frequenzen der fundamentalen 2D Welle das Maximum der resonanten Anfachung etwa mit der exakten subharmonischen Frequenz zusammen fällt. Mit abnehmender fundamentaler Frequenz verschiebt sich dieses Maximum deutlich in Richtung positiver Frequenzverstimmung, d.h. höhere Frequenzen als die exakte subharmonische werden stärker angefacht. Dieser generelle Trend entspricht den Beobachtungen in selbstähnlichen Grenzschichten und konnte mit Hilfe der schwach nichtlinearen Theorie erklärt werden.

Die Variation der spannweiten Wellenzahl hat einen erheblichen Einfluss auf die resonanten Interaktionen. Es wurde gezeigt, dass der Einfluss im wesentlichen mit der Variation der Grundströmung korreliert und dass subharmonische Moden mit resonanter spannweiterer Wellenzahl immer am stärksten angefacht werden.

Ein "kumulativer" Effekt bezüglich der resonanten Anfachung von Störungen mit ähnlicher Frequenz durch fundamentale Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen wurde gefunden. Durch die Einleitung von zwei fundamentalen TS Wellen mit unterschiedlicher Frequenz und einem quasi-subharmonischen Wellenpaar wurde gezeigt, dass dieser "kumulative" Effekt zu höheren Anfachungsraten der subharmonischen Mode führen kann, als es der Fall ist, wenn die resonanten Interaktionen getrennt von einander stattfinden.

Die Einleitung von vollständig kontrollierten, breitbandigen Störmoden mit kleiner Amplitude simuliert Hintergrundstörungen die üblicherweise unter "natürlichen" Bedingungen beobachtet werden. Bei einer Einleitung ohne eine dominante 2D fundamentale TS Welle entwickeln sich die breitbandigen Störmoden entsprechend der LST. Wird gleichzeitig mit dem breitbandigem Störspektrum eine 2D fundamentale TS Welle eingeleitet, können in einem weiten Frequenz- und spannweiten Wellenzahlbereich stark angefachte 3D Moden beobachtet werden, sobald die fundamentale 2D Amplitude den Schwellenwert von  $\approx 0.2\%$  überschritten hat. Im Vergleich zu den untersuchten Fällen und Ergebnissen aus vorangegangenen Untersuchungen in selbstähnlichen APG Grenzschichten zeigte sich, dass die stärksten Anfachungen zwar für vergleichbare resonante spannweite Wellenzahlen, aber für deutlich niedrigere Frequenzen beobachtet werden konnte. Die Anpassung der subharmonischen Phasengeschwindigkeit an die Phasengeschwindigkeit der fundamentalen Mode bestätigt resonante Interaktionen des subharmonischen Typs und ist in Übereinstimmung mit bisherigen experimentellen Ergebnissen [4-6].

Die gleichzeitige Einleitung der breitbandigen Störmoden mit zwei 2D fundamentalen TS Wellen führt sogar zu noch größeren Anfachungsraten und einer Ausweitung des angefachten Frequenzbereiches. Die resonant angefachten quasi-subharmonischen Moden nutzen die optimalen

Bedingungen zur Anfachung, in dem sie ihre Phasengeschwindigkeit an die lokal am stärksten angefachte fundamentale Mode anpassen und so die höchstmöglichen Anfachungsraten aufweisen.

Bei Einleitung von vollständig kontrollierten, breitbandigen Störmoden mit höheren Amplituden können resonante Interaktionen schon bei niedrigeren fundamentalen Amplituden von  $\approx 0.01\%$  beobachtet werden, also deutlich früher als in den bisher untersuchten Fällen. Der Frequenzbereich der am stärksten angefachten quasi-subharmonischen Moden ist vergleichbar zu den hier untersuchten Fällen, was auf einen vergleichbaren oder sehr ähnlichen Mechanismus der subharmonischen Anfachung schließen lässt, der aber bei deutlichen niedrigeren 2D Amplituden einsetzt.

Die Ergebnisse aller untersuchten Fälle zeigen, dass die subharmonische Resonanz das dominierende Umschlagszenario in einer Tragflügelgrenzschicht unter simulierten "natürlichen" Störbedingungen ist.

## 8. ANERKENNUNG

Die vorliegende Forschungsarbeit wurde mit finanzieller Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft (Wu 265/1-1 und N 436 RUS 113/749/0-1) und der Russian Foundation for Basic Research (N 03-01-04003) durchgeführt. Der Beitrag von Prof. Y.S. Kachanov wurde von der Alexander von Humboldt-Stiftung unterstützt.

## 9. LITERATUR

- [1] Blacha T.: *Numerische Simulation der Störungsentwicklung in einer laminaren Profilgrenzschicht bei komplexer Störungsanregung*. IAG Universität Stuttgart, Studienarbeit, 2006
- [2] Borodulin V.I., Gaponenko V.R. and Kachanov Y.S.: *Method of introduction of normal instability modes into the 3D boundary layer*. 8th Int. Conf. on Meth. of Aerophy. Res. Proc. Part II Inst. Theor. & Appl. Mech., Novosibirsk, pp. 39-45, 1996
- [3] Borodulin V.I., Gaponenko V.R. and Kachanov Y.S.: *Investigation of normal instability modes in a three-dimensional boundary layer*. Thermophys. Aeromech. 5, pp. 21-31, 1998
- [4] Borodulin V.I., Kachanov Y.S. and Koptsev D.B.: *Experimental study of resonant interactions of instability waves in self-similar boundary layer with an adverse pressure gradient: I. Tuned resonances*. Journal of Turbulence 3, 062, 2002
- [5] Borodulin V.I., Kachanov Y.S., Koptsev D.B. and Roschek-tayev A.P.: *Experimental study of resonant interactions of instability waves in self-similar boundary layer with an adverse pressure gradient: II. Detuned resonances*. Journal of Turbulence 3, 063, 2002
- [6] Borodulin V.I., Kachanov Y.S. and Koptsev D.B.: *Experimental study of resonant interactions of instability waves in self-similar boundary layer with an adverse pressure gradient: III. Broadband disturbances*. Journal of Turbulence 3, 064, 2002
- [7] Cebeci T. and Smith A.M.O.: *Analysis of turbulent boundary layers*. Academic Press, New York, 1974
- [8] Conte S.D.: *The numerical solution of linear boundary layer value problems*. SIAM Review, Vol. 8, No. 3, 1966
- [9] Corke T.C. and Mangano R.A.: *Resonant growth of three-dimensional modes in transitioning Blasius boundary layers*. J. Fluid Mech. 209, pp. 93-150, 1989
- [10] Corke T.C.: *Effect of controlled resonant interactions and mode detuning on turbulent transition in boundary layers*. Laminar-Turbulent Transition ed D. Arnal and R. Michel (Berlin: Springer) pp. 151-178, 1990
- [11] Corke T.C.: *Three-dimensional mode growth in boundary layers with tuned and detuned subharmonic resonance*. Phil. Trans. R. Soc., London, A352, pp. 453-471, 1995
- [12] Corke T. and Gruber S.: *Resonant growth of three-dimensional modes in Falkner-Skan boundary layers with adverse pressure gradients*. J. Fluid Mech. 320, pp. 211-233, 1996
- [13] Craik A.D.D.: *Nonlinear resonant instability in boundary layers*. J. Fluid Mech. 50, pp. 393-413, 1971
- [14] Drela M. and Giles M.B.: *Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils*. AIAA 86-1786-CP, 1986
- [15] Fasel H.F., Rist U. and Konzelmann U.: *Numerical investigation of the three-dimensional development in boundary layer transition*. AIAA Paper No. 87-1203, 1987
- [16] Gaster M. and Grant T.: *An experimental investigation of the formation and development of a wave packet in a laminar boundary layer*. Proc. Roy. Soc. A 347, pp. 253-269, 1975
- [17] Herbert T.: *On finite amplitudes of periodic disturbances of the boundary layer along a flat plate*. Lecture Notes in Physics 35, pp. 212-217, 1975
- [18] Herbert T.: *Analysis of the subharmonic route to transition in boundary layers*. AIAA Paper No. 84-0009, 1984
- [19] Herbert T. and Bertolotti F.: *The effects of pressure gradients on the growth of subharmonic disturbances in boundary layers*. Proc. Conf. Low Reynolds Number Airfoil Aerodyn ed T. Muller (Notre Dame University) pp. 65-76, 1985
- [20] Herbert T.: *Secondary instability of boundary layers*. Ann. Rev. Fluid Mech. 20, pp. 487-526, 1988
- [21] Kachanov Y.S., Kozlov V.V. and Levchenko V.Y.: *Nonlinear development of a wave in a boundary layer*. Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhidk. i Gaza 3, pp. 49-53, 1977 (in Russian, translated in Fluid. Dyn. 12, pp. 383-390, 1978)
- [22] Kachanov Y.S. and Levchenko V.Y.: *The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer*. Inst. Theor. & Appl. Mech., Siberian Div. USSR Acad. Sci., Novosibirsk, Preprint No. 10-82, 1982 (in Russian, translated in J. Fluid. Mech. 138, pp. 209-247, 1984)
- [23] Kelly R.E.: *On the stability of an inviscid shear layer which is periodic in space and time*. J. Fluid Mech. 27, pp. 657-689, 1967
- [24] Maslennikova I.I. and Zelman M.B.: *On subharmonic-type laminar-turbulent transition in boundary layer*. Laminar-Turbulent Transition ed V.V. Kozlov (Berlin: Springer) pp. 21-28, 1985
- [25] Raetz G.S.: *A new theory of the cause of transition in fluid flows*. Norair Rep., NOR 59-383 (BLC-121) Nawthorne, California, 1959
- [26] Saric W.S., Kozlov V.V. and Levchenko V.Y.: *Forced and unforced subharmonic resonance in boundary-layer transition*. AIAA Paper No. 84-0007, 1984
- [27] Shaikh F.N.: *Investigation of transition to turbulence using whitenoise excitation and local analysis techniques*. J. Fluid. Mech. 348, pp. 29-83, 1997
- [28] Smorodsky B.V.: *Stability of boundary layers with inflectional mean velocity profile*. In: Simulations in Mechanics (Novosibirsk: Inst. Theor. & Appl. Mech.) 4(21), No. 2, pp. 118-122, 1990 (in Russian)
- [29] Smorodsky B.V.: *Persönliche Mitteilung*. 2005
- [30] Volodin A.G. and Zelman M.B.: *Three-wave resonant interaction of disturbances in a boundary layer*. Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhidk. i Gaza 5, pp. 78-84, 1978 (in Russian).
- [31] Würz W.: *Entwurf und Vermessung von 2 Profilen für Segelflugzeuge der Standardklasse*. Symposium für Segelflugzeugentwicklung 11.-12.11.1997, Stuttgart, 1997
- [32] Würz W.: *Persönliche Mitteilung*. 2003
- [33] Zelman M.B. and Maslennikova I.I.: *Resonant amplification of spatial disturbances in boundary layer*. Instability of Sub- and Supersonic Flows ed V.Y. Levchenko (Novosibirsk: Inst. Theor. & Appl. Mech.) pp. 5-15, 1982 (in Russian).
- [34] Zelman M.B. and Smorodsky B.V.: *Linear evolution of disturbances in boundary layers with an inflectional mean velocity profile*. J. Appl. Mech. & Techn. Phys. No. 1, pp. 50-55, 1991 (in Russian) (Translated: JAMTP 32, No. 1, pp. 46-51, 1991)
- [35] Zelman M.B. and Smorodsky B.V.: *On the influence of inflection in mean velocity profile on the resonant interaction of disturbances in a boundary layer*. J. Appl. Mech. & Techn. Phys. No. 2, pp. 61-67, 1991 (in Russian) (Translated: JAMTP 32, No. 2, pp. 200-204, 1991)
- [36] Zelman M.B. and Maslennikova I.I.: *Tollmien-Schlichting wave resonant mechanism for subharmonic type transition*. J. Fluid Mech. 252, pp. 449-478, 1993

## 10. ABBILDUNGEN

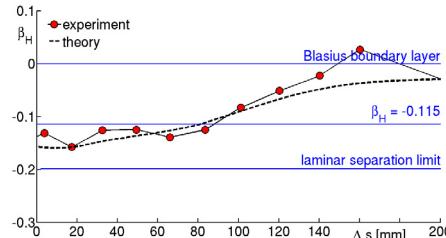


BILD 1. Hartree-Parameter  $\beta_H$  der untersuchten, nicht selbstähnlichen Grenzschicht im Vergleich zu früheren Untersuchungen in selbstähnlichen Grenzschichten ( $\beta_H = -0.115$ : Borodulin et al. [4-6]).

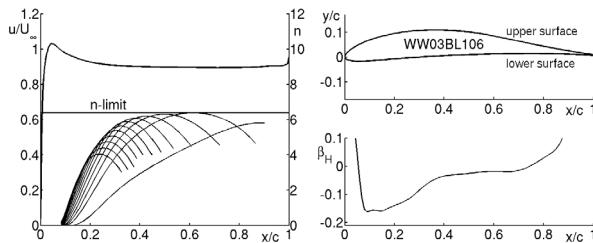


BILD 2. Mit Hilfe der Theorie berechnete Geschwindigkeitsverteilung und Anfachungskurven (links), und Hartree-Parameterverlauf für das untersuchte Profil WW03BL106 (rechts).

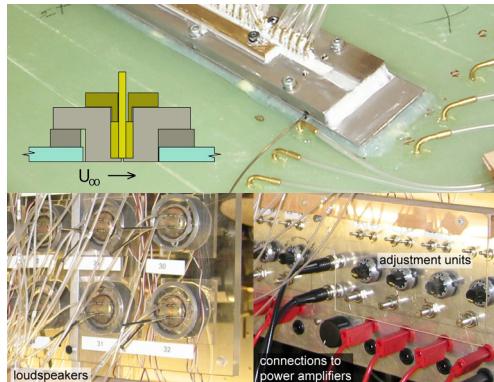


BILD 3. Detailansicht der Störquelle und Schlauchanschlüsse der Druckanbohrungen (oben). Lautsprechergehäuse (unten links) und Kompen-sationsschaltung und Anschlüsse zum Verstärker (unten rechts).

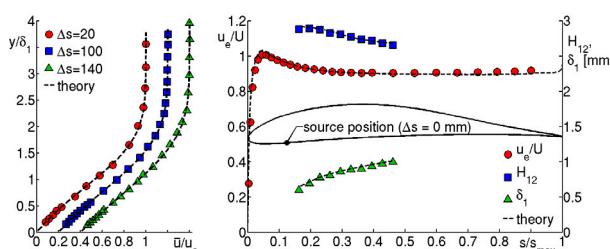


BILD 4. Typische wandnormale Grenzschichtprofile (links) und stromab Entwicklung der Geschwindigkeit  $u_e/U_\infty$ , des Formparameters  $H_{12}$  und der Verdrängungsdicke  $\delta_1$  (rechts) im Vergleich zur Theorie.

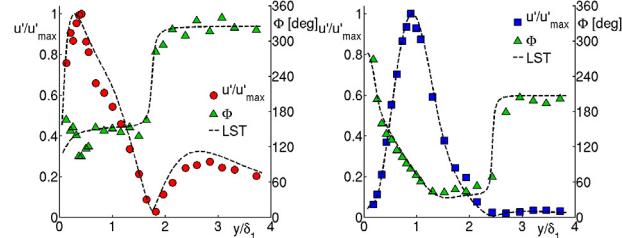


BILD 5. Typische wandnormale Eigenfunktionen für die 2D fundamental Mode ( $f_1 = 510\text{Hz}$ ; links) und 3D subharmonische Mode ( $f_{1/2} = 255\text{Hz}$ ; rechts) im Vergleich zur LST bei  $\Delta s = 100\text{mm}$ .

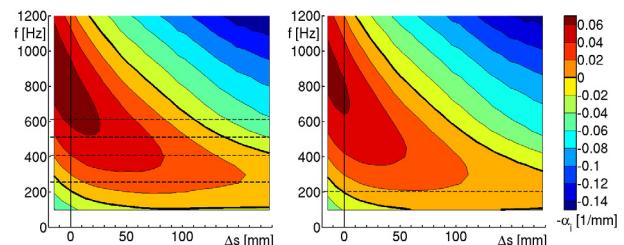


BILD 6. Lineares Stabilitätsdiagramm für 2D (links) und 3D (rechts,  $|\beta| = 0.335\text{rad/mm}$ ) TS Wellen. Die Position der Störquelle ( $\Delta s = 0\text{mm}$ ), die untersuchten fundamentalen Frequenzen und die zu  $f_1 = 409\text{Hz}$  gehörige subharmonische Frequenz sind durch Linien gekennzeichnet.

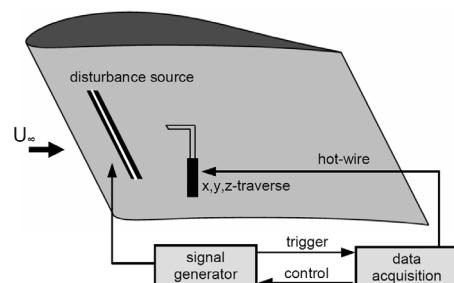


BILD 7. Skizze des Messaufbaus.

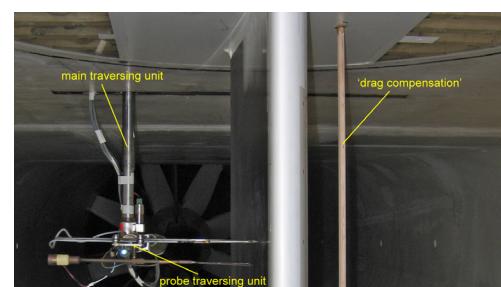


BILD 8. Windkanalmodell in der Messstrecke mit Hitzdrahttraverse und Kompensationskörper.

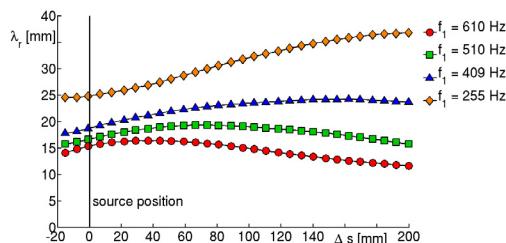


BILD 9. Theoretische stromab Entwicklung der resonanten spannweiten Wellenlänge  $\lambda_r$  für alle untersuchten fundamentalen Frequenzen.

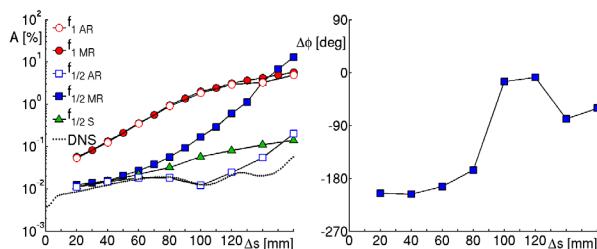


BILD 10. Fundamentale und subharmonische Amplitudenverläufe (links) für Regime AR im Vergleich zur DNS und Regimes MR und S für  $f_1 = 409\text{Hz}$ . Stromab Entwicklung der Phasendifferenz  $\Delta\phi$  (rechts).

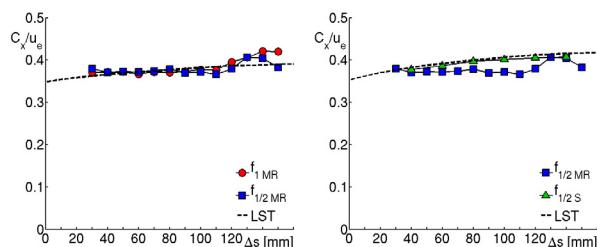


BILD 11. Stromab Entwicklung der fundamentalen und subharmonischen dimensionslosen Phasengeschwindigkeiten für Regime MR im Vergleich zur LST der fundamentalen Mode (links) und subharmonische dimensionslose Phasengeschwindigkeiten aus Regime MR im Vergleich mit Regime S und korrespondierender LST (rechts) für  $f_1 = 409\text{Hz}$ .

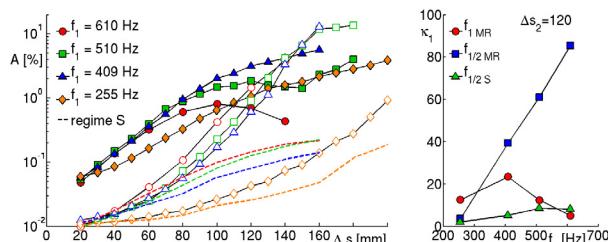


BILD 12. Variation der Resonanzeffizienz in Abhängigkeit der fundamentalen Frequenz. Anfachungskurven (links) der fundamentalen (volle Sym.) und den entsprechenden subharmonischen Moden (offene Sym.) im Vergleich zu subharmonischen Moden S (gestrichelte Linien). Effektives fundamentales und subharmonisches Amplitudenverhältnis  $\kappa_1$  (rechts,  $\Delta s = 120\text{mm}$ ) für MR und S in Abhängigkeit der fundamentalen Frequenz.

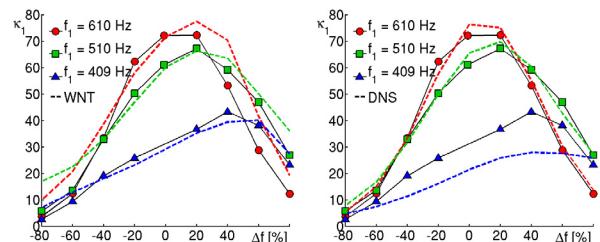


BILD 13. Effektives subharmonisches Amplitudenverhältnis  $\kappa_1$  in Abhängigkeit der Frequenzverstimmung  $\Delta f$  für  $f_1 = 409, 510$  und  $610\text{Hz}$  im Vergleich zu WNT (links) und DNS (rechts).

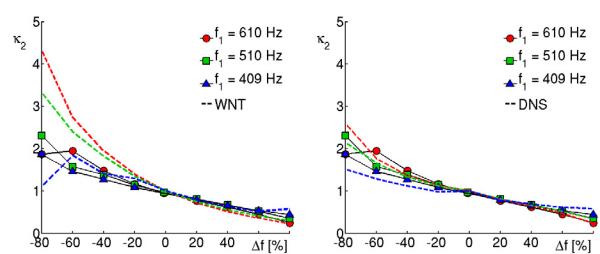


BILD 14. Amplitudenverhältnis  $\kappa_2$  in Abhängigkeit der Frequenzverstimmung  $\Delta f$  für  $f_1 = 409, 510$  und  $610\text{Hz}$  im Vergleich zu WNT (links) und DNS (rechts).

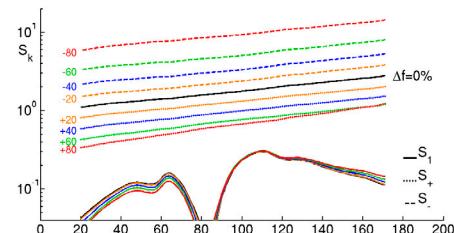


BILD 15. Stromab Entwicklung der absoluten Werte der nichtlinearen Kopplungskoeffizienten  $|S_k|$  in Abhängigkeit der Frequenzverstimmung  $\Delta f$  für  $f_1 = 409\text{Hz}$  und  $\beta = 0.335\text{rad/mm}$ .

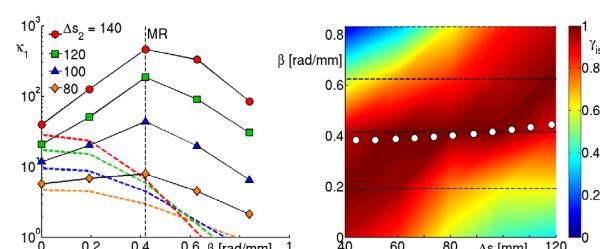


BILD 16. Subharmonisches Amplitudenverhältnis  $\kappa_1$  in Abhängigkeit der spannweiten Wellenzahl und Position in Strömungsrichtung im Vergleich zu LST (links) und normalisierten subharmonischen Inkrementen  $\gamma_{is}$  (rechts) die qualitativ mit der stromab Variation der resonanten spannweiten Wellenzahl (weiße Kreise) korrelieren.

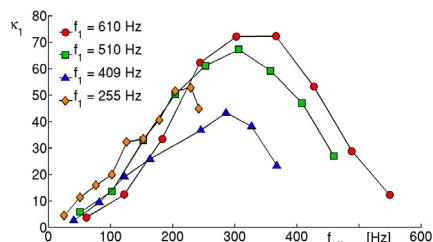


BILD 17. Subharmonisches Amplitudenverhältnis  $\kappa_1$  in Abhängigkeit der eingeleiteten quasi-subharmonischen Frequenz  $f_{1/2\text{exc}}$  und der fundamentalen Frequenz  $f_1$ .

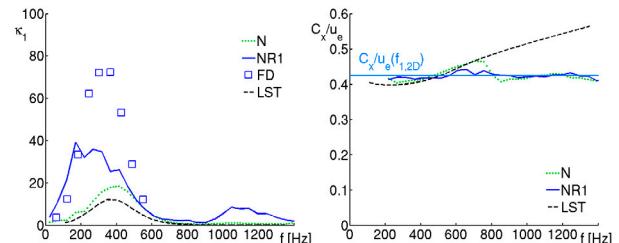


BILD 20. Amplitudenverhältnis  $\kappa_1$  (links) und normierte Phasengeschwindigkeit  $C_x/u_0$  (rechts) für 3D Moden mit  $|\beta| = 0.314\text{rad/mm}$  in Regimes N und NR ( $f_1 = 610\text{Hz}$ ) im Vergleich zu LST und korrespondierendem Regime FD bei  $\Delta s = 120\text{mm}$ . Horizontale Linie kennzeichnet die Phasengeschwindigkeit der fundamentalen Mode in Regime NR.

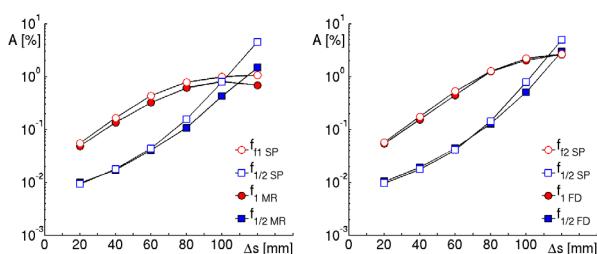


BILD 18. Anfachungskurven der fundamentalen Moden (links:  $f_1 = 610\text{Hz}$ , rechts:  $f_2 = 510\text{Hz}$ ) und zugehörige effektive subharmonische Moden aus Regime SP im Vergleich zu korrespondierenden Regimes MR ( $f_1 = 610\text{Hz}$ ) und FD ( $f_1 = 510\text{Hz}$ ,  $\Delta f = +20\%$ ).

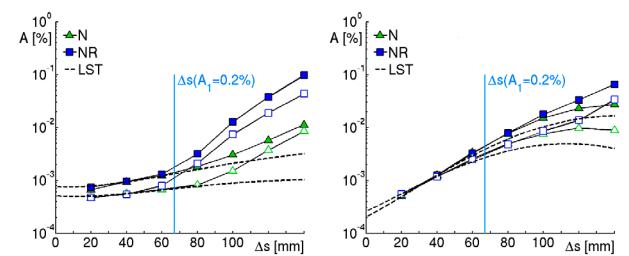


BILD 21. Gemittelte Anfachungskurven für ausgewählte mittlere Frequenzen  $f = 169$  (links) und  $414\text{Hz}$  (rechts) für Regime NR im Vergleich zu Regime N und LST. Volle Symbole:  $|\beta| = 0.314\text{rad/mm}$ , offene Symbole:  $|\beta| = 0.471\text{rad/mm}$ , vertikale Linie:  $\Delta s(A_1=0.2\%)$  für Regime NR.

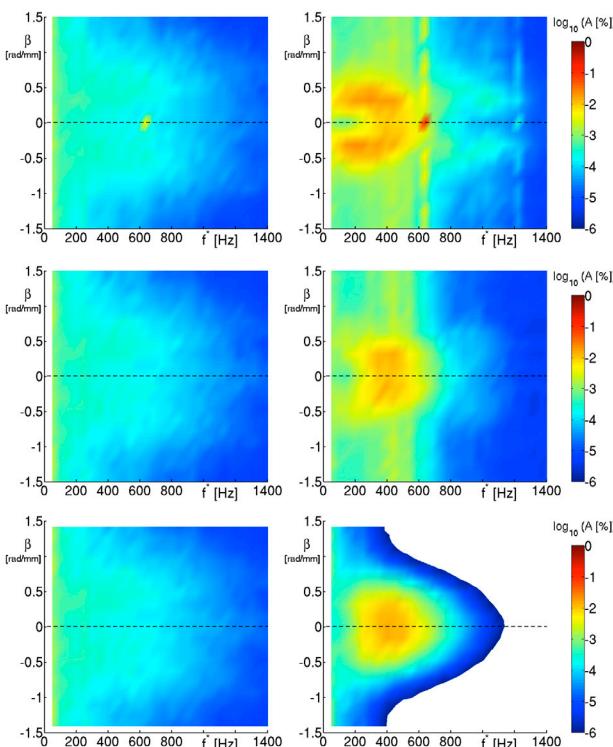


BILD 19. Gemittelte spektrale Amplitudenverteilung Regime NR (oben) in Vergleich zu Regime N (Mitte) und LST (unten) bei  $\Delta s = 20\text{mm}$  (links) und  $120\text{mm}$  (rechts).

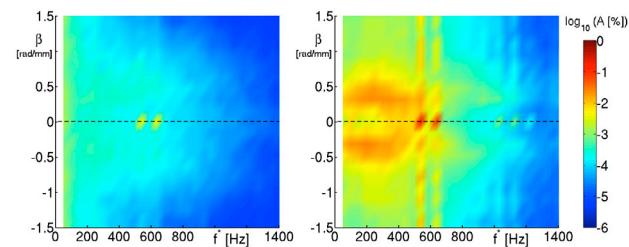


BILD 22. Gemittelte spektrale Amplitudenverteilung bei Superposition zweier 2D TS Wellen (Regime NR12  $f_1 = 510$  und  $610\text{Hz}$ ).

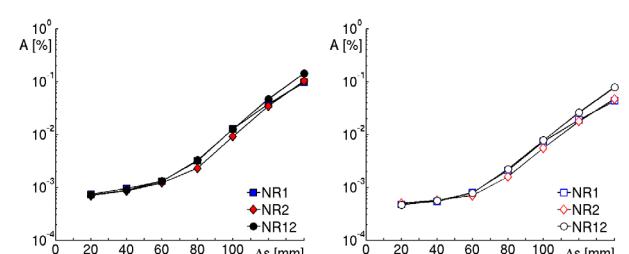


BILD 23. Gemittelte Anfachungskurven für 3D Moden mit  $f^* = 169\text{Hz}$  und  $|\beta| = 0.314\text{rad/mm}$  (links) und  $|\beta| = 0.471\text{rad/mm}$  (rechts) bei Superposition zweier 2D TS Wellen (Regime NR12  $f_1 = 510$  und  $610\text{Hz}$ ).