

PROBABILISTISCHE GESAMTSYSTEMANALYSE EINES SCRAMJET-ANTRIEBSSYSTEMS UNTER BESONDERER BERÜKSICHTIGUNG DES BETRIEBSZUSTANDES

Schütte, G., Staudacher, S.
 Institut für Luftfahrtantriebe, Universität Stuttgart
 Pfaffenwaldring 6
 Stuttgart

EINFÜHRUNG

Um die Startkosten zukünftiger Raumtransportsysteme zu verringern werden derzeit Konzepte entwickelt, die Flexibilität und Wiederverwendbarkeit des Transportsystems maximieren (RLV). Als Antriebssysteme werden für zweistufige Transportsysteme (TSTO) aufgrund ihrer hohen Effizienz luftatmende Antriebe bevorzugt [1]. Da Turboflugtriebwerke bei sehr hohen Machzahlen nicht einsetzbar sind, werden Staustrahlantriebe mit Überschallverbrennung, sog. SCRAMJETS (Supersonic Combustion Ram-jets) verwendet. Die Leistungsvorhersage für diese Klasse von Antriebssystemen ist eine komplex hoch nicht – lineare Aufgabe. Hinzu kommt ein hohes Maß an Unsicherheit bei der Modellierung der physikalischen Prozesse [2]. In diesem Zusammenhang gewinnen probabilistische Methoden zunehmend an Bedeutung.

Analog zu [3] wird im Folgenden ein Antriebssystem untersucht, das direkt in den Flugzeugrumpf integriert ist. Hierdurch lassen sich die Vorkörper-Effekte zur Strömungsverdichtung nutzen, ebenso kann die rückwärtige Flugzeugunterseite als Expansionsfläche für eine halboffene Düse verwendet werden. Die Sensitivität des Nettoschubbetrages sowie die des Schubvektorwinkels sind bei der Auslegung eines solchen Gesamtsystems von zentraler Bedeutung. In der vorliegenden Arbeit werden unterschiedliche geometrische Konfigurationen des Antriebssystems unter Berücksichtigung der vorherrschenden epistemischen und aleatorischen Unsicherheiten analysiert. Hierzu wird das Antriebssystem mithilfe eines modularen Tip-ToTail- Simulationsprogramm modelliert [4]. Die spezifischen Unsicherheiten werden ihrer Ursache entsprechend in die Simulation integriert. Dieses Vorgehen erlaubt die Identifikation der Haupteinflussparameter sowie eine Risikobewertung der Systemkonfiguration.

SYMBOLE UND NOTATIONEN

Formelzeichen

| | |
|------|------------------|
| T | Temperatur [K] |
| Ma | Machzahl [-] |
| Re | Reynoldszahl [-] |
| Pr | Prandtl-Zahl [-] |
| Nu | Nußelt-Zahl [-] |

| | |
|--------------------|---|
| ρ | Dichte [kg/m^3] |
| p | Druck [bar] |
| $p(x)$ | Wahrscheinlichkeit von x [-] |
| $p(x y)$ | Wahrscheinlichkeit von x wenn y [-] |
| η | Wirkungsgrad [-] |
| σ | Standardabweichung [-] |
| μ | Mittelwert [-] |
| \dot{m} | Massenstrom [kg/sec] |
| AoA | Anstellwinkel [$^\circ$] |
| \vec{F}_{Netto} | Nettoschub [N] |
| β | Schubvektorwinkel [$^\circ$] |
| Indizes | |
| i | Triebwerkskomponente |
| j | Parameter |
| 0 | Freie Anströmung |
| 31 | Einlaufaustritt/Brennkammereintritt |
| $4,7$ | Brennkammeraustritt/Düseneintritt |
| MIX | Mischung |
| t | Total |
| Abkürzungen | |
| PDF | Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion |
| LMF | Low-Fidelity-Modell |
| HFM | High-Fidelity-Modell |
| MCS | Monte Carlo Simulation |
| RLV | Wiederverwendbares Transportsystem (Reusable Launch Vehicle) |
| $TSTO$ | Zweistufiges Raumtransportsystem (Two Stage to Orbit) |
| ER | Äquivalenzverhältnis |
| DFG | Deutsche Forschungsgemeinschaft |

1. DETERMINISTISCHES MODELL

Die Basis einer probabilistischen Analyse bildet stets ein deterministisches Modell, mit welchem die physikalischen Zusammenhänge zwischen Eingangsparametern und Leistungsparametern vereinfacht dargestellt werden. Als Leistungsparameter dieses Low-Fidelity-Modells (LFM) gelten in der vorliegenden Arbeit die horizontale und vertikale Komponente des Nettoschubes, der sich als Summe aus Bruttoschub der Düse und Widerstand des Einlaufs ergibt. In die Bilanz der integrierten Kräfte gehen lediglich die Flächen der inneren Stromröhre ein (Bild 1, rot), alle Außenflächen des Antriebsystems (Bild 1, blau) werden dem Flugzeug zugerechnet. Die Einteilung der Antriebsmodule erfolgt anhand ihrer Funktionen im thermodynamischen Prozess.

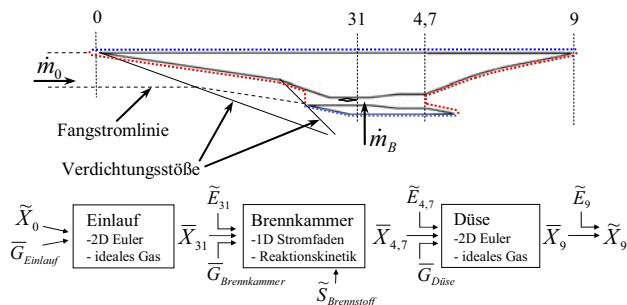


BILD 1. Schematische Darstellung des Antriebssystems

Die Verknüpfung der einzelnen Module erfolgt durch die Übergabe von massengemittelten Strömungsparametern \bar{X}_i . Die Geometrie der einzelnen Module wird durch die Parameter \bar{G}_i beschrieben. Die Steuerparameter wie Äquivalenzverhältnis sowie Brennstofftemperatur und –geschwindigkeit sind als Elemente des Vektors $\bar{S}_{\text{Brennstoff}}$ gegeben.

1.1. Einlauf

Die Verdichtung der Einlaufströmung in einem ebenen Zwei-Rampen Einlauf erfolgt durch drei schräge Verdichtungsstöße, deren Lage und Winkel den Strömungszustand im Einlaufaustritt bestimmen (Bild 2). Zur korrekten Berechnung der Stoßlagen werden die reibungsfreien, kompressiblen Euler-Gleichungen numerisch gelöst. Hierzu wird ein Space-Time Expansion Discontinuous Galerkin Verfahren verwendet, welches sich aufgrund der Tatsache, dass dieses Verfahren Unstetigkeiten zwischen benachbarten Gitterzellen zulässt, besonders dazu eignet Überschallströmungen mit Verdichtungsstößen auf groben, unstrukturierten Gittern zu approximieren. Beim Auftreten besonders starker Gradienten oder Unstetigkeiten im Strömungsfeld wie etwa bei den Rampenstößen oder vor runden Vorderkanten, wird dies vom verwendeten Verfahren automatisch erkannt und das Netz lokal verfeinert, wobei gleichzeitig die lokale Approximationsordnung reduziert wird [5].

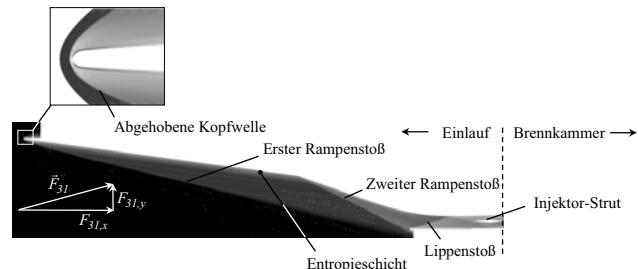


BILD 2. Charakteristika der Einlaufströmung

Die Euler-Gleichungen ergeben sich unter dem Postulat der Reibungsfreiheit aus den Navier-Stokes Gleichungen so dass Grenzschichteffekte im ersten Schritt nicht abgebildet werden. Zur Berücksichtigung der Verdrängungswirkung der sich ausbildenden Grenzschicht wird die Verdrängungsgrenzschichtdicke mithilfe von semi-empirischen Korrelationen abgeschätzt und der Körperkontur zugeschlagen [6]. Die Verdrängungsdicke ergibt sich nach [7] in Abhängigkeit von Machzahl und Reynoldszahl zu

$$(1) \quad \delta^* = 0.046 \cdot (1 + 0.8 \cdot Ma^2)^{0.44} \cdot x^* \cdot Re_x^*^{-1/5}$$

wobei aufgrund der zu erwartenden Vorkörpereffekte von einer turbulenten Grenzschicht ausgegangen werden kann. Die Ermittlung des Einlaufwiderstandes erfolgt durch die Integration der Druckkräfte über die bilanzierten Flächen.

1.2. Brennkammer

Die Brennkammer besteht aus drei Segmenten, von denen das mittlere einen variablen Divergenzwinkel δ_2 aufweist. Aufgrund der hohen Strömungsgeschwindigkeiten von ca. 1500 m/sec liegen die Zeitskalen der chemischen Prozesse bei Zündung und Verbrennung im Bereich der Verweildauer in der Brennkammer. Um den Verbrennungsprozess und die damit verbundene Energiezufuhr beschreiben zu können, muss die Reaktionskinetik mit der Strömungsberechnung gekoppelt werden. Dies geschieht durch den Wärmequellterm sowie den Molmassenquellterm in einer eindimensionalen Strömungsberechnung [8]. Diese Quellterme werden unter Berücksichtigung endlicher Reaktionsgeschwindigkeiten mithilfe eines Reaktionsschemas berechnet, welches insgesamt 16 Spezies und 19 Elementarreaktionen umfasst [9]. Die Menge des für die chemische Reaktion zur Verfügung stehenden Wasserstoffs wird durch einen exponentiellen Mischungswirkungsgrad beschrieben, der das Einmischverhalten des Injektors wiedergibt:

$$(2) \quad \eta_{\text{MIX}} = 1 - e^{\frac{\ln(1-\eta_{\text{max}})}{L_{\text{MIX}}}_x}$$

Hierin bedeuten η_{MIX} die lokale Mischungseffizienz und η_{MAX} die maximale Mischungseffizienz nach der Mischungslänge L_{MIX} [10]. Das Mischungsverhalten des verwendeten horizontalen Injektor Struts mit wellenförmiger Hinterkante sowie die abgeleitete Exponentialfunktion sind in Bild 3 dargestellt.

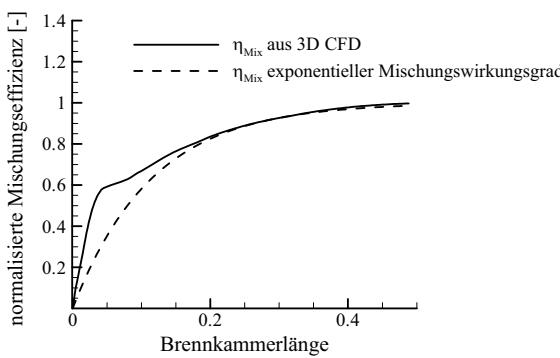


BILD 3. Mischungswirkungsgrad

Die Berücksichtigung von Grenzschichtwachstum erfolgt analog zur Einlaufmodellierung durch semi-empirische Korrelationen, aufgrund der hohen Temperaturen wird zusätzlich Verlustwärmestrom in die Brennkammerwand berücksichtigt. Für turbulente Kanalströmungen lautet die entsprechende Nußelt-Korrelation:

$$(3) \quad Nu = 0.023 \cdot Re_{D_{Hyd}}^{0.8} \cdot Pr^{0.4}$$

wobei von einer konstanten Prandtl-Zahl $Pr = 0,7$ ausgegangen wird.

1.3. Düse

Die Modellierung der halboffenen, asymmetrischen Düse erfolgt unter ähnlichen Gesichtspunkten wie die Modellierung des Einlaufs. Auch hier stehen zweidimensionale aerodynamische Vorgänge im Vordergrund, so dass ebenfalls auf die zweidimensionalen Euler-Gleichungen zurückgegriffen wird. Die Strömung wird im Moment ihres Eintrittes in das Düsenmodul als eingefroren betrachtet. Relaxations- und Rekombinationseffekte werden aufgrund ihrer geringen Einflüsse auf den Düsenschub nicht berücksichtigt [11]. Der Bruttoschub der Düse wird aus den Druckintegralen über die bilanzierten Flächen und dem Austrittsimpuls bestimmt. Analog zu der Bestimmung des Einlaufwiderstandes ergeben sich aus dem zweidimensionalen Design zwei Schubkomponenten $F_{9,x}$ und $F_{9,y}$, die in der Summe mit den entsprechenden Komponenten des Einlaufwiderstandes die Komponenten des Nettoschubvektors ergeben (Bild 4).

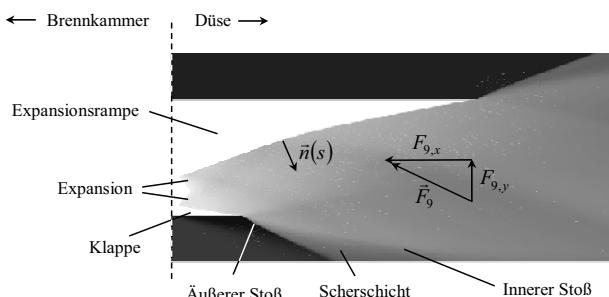


BILD 4. Charakteristika der Düsenströmung

2. PROBABILITISCHES MODELL

Reale Systeme lassen sich in der Regel nicht vollständig durch ein deterministisches Modell beschreiben. Häufig enthalten die Systeme Komponenten, die selbst ein stochastisches Verhalten aufweisen, oder durch ihre hohe Anzahl von Freiheitsgraden nur als stochastische Komponenten interpretiert werden können [12]. Des Weiteren sind die beobachteten Größen, die zur Kalibrierung und Validierung der Modelle herangezogen werden, von Störungen überlagert, die sich aus gestörten Sensoren oder ungenauen Messungen ergeben.

Die Berechnungen, die mit dem vorgestellten Modell durchgeführt werden, sind demzufolge mit spezifischen Unsicherheiten behaftet, die sich je nach Grund für ihr Auftreten in zwei Gruppen unterteilen lassen [13]. Zum einen können die Input-Parameter des Modells, die einen realen Betriebszustand beschreiben, nur mit begrenzter Genauigkeit angegeben werden, da bei ihrer Bestimmung insbesondere in hypersonischen Strömungen mit großen Messunsicherheiten zu rechnen ist. Da der Ursprung dieser Unsicherheit natürlichen Ursprungs ist, wird diese Art von Unsicherheit als *aleatorische* (lat.: aleas – Würfel) Unsicherheit bezeichnet. Dem gegenüber steht eine Form von Unsicherheit, die sich aus der zwangsläufigen Einführung von Vereinfachungen der Vernachlässigung einiger Strömungsaspekte ergibt. Das vorgestellte Low-Fidelity-Modell vernachlässigt beispielsweise viskose Effekte und ist demzufolge nicht in der Lage, Grenzschichttransition oder Grenzschichtablösungen wiederzugeben. Die hieraus resultierenden Abweichungen zur Realität werden jedoch zugunsten eines verringerten Rechenaufwandes bewusst in Kauf genommen. Diese Form von Unsicherheit wird dementsprechend als *epistemische* (gr.: episteme – Wissen) Unsicherheit bezeichnet. Je nach Form der Unsicherheit wird bei der Quantifizierung der spezifischen Unsicherheit, die in Form einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) in das deterministische Modell integriert wird, auf unterschiedliche Art und Weise verfahren.

2.1. Aleatorische Unsicherheit

Im Falle der natürlichen oder zufälligen Varianz der Input-Parameter wird die ihnen zugrunde liegende Unsicherheit mit der auftretenden Messunsicherheit gleichgesetzt. Diese Messunsicherheit lässt sich als Folge einer Anzahl unabhängiger, nicht im Detail bekannter Zusammenhänge darstellen. Dies umfasst Fertigungsungenauigkeiten bei der Herstellung des Sensors, mechanische oder thermische Verformungen, Ablese- oder Wandlungsfehler o.ä., wobei sich jeder dieser Zusammenhänge als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_i(x)$ schreiben lässt. Nach dem Zentralen Grenzwertsatz nach Moivre und Laplace konvergieren alle Folgen

$$(4) \quad p(x) = p_1(x) \circ p_2(x) \circ \dots p_i(x)$$

ungeachtet der Form der einzelnen Dichtefunktionen $p_i(x)$ für $i \rightarrow \infty$ gegen eine Gauß'sche Normalverteilung mit der Dichte

$$(5) \quad p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

so dass sich die aleatorische Form der Unsicherheit durch eine Gauß'sche Normalverteilung beschreiben lässt. Als Mittelwert μ wird für die Parameter der freien Anströmung der entsprechende Wert der Internationalen Standard Atmosphäre angenommen, die Streuung σ ergibt sich aus den Datenblättern der Messinstrumente, die bei diesen Bedingungen üblicherweise eingesetzt werden [14] [15] [16]. Die probabilistischen Parameter der freien Anströmung $\tilde{X}_i = (Ma_0, AoA_0, \rho_0, T_0)^T$ ergeben sich hieraus zu den in Tab. 1 zusammengefassten Werten.

| Parameter | Mittelwert | Standardabweichung |
|------------------|------------|------------------------|
| Ma_0 [-] | 8 | 0,0045 |
| AoA_0 [°] | 0 | 0,5 |
| ρ_0 [kg/m³] | 0,018012 | $5,3065 \cdot 10^{-7}$ |
| T_0 [K] | 226,65 | 0,0066 |

TAB 1. Unsicherheiten der freien Anströmung

Eine weitere Klasse von Parametern, die über die Systemgrenzen in das System eintreten und mit aleatorischer Unsicherheit behaftet sind, sind die Betriebsparameter der Brennkammer $\tilde{S}_{Brennstoff}$. Die Temperatur des eingemischten Wasserstoffs ergibt sich aus der am Eintritt in den Injektor-Strut gemessenen Temperatur und einer Abschätzung des Wärmeübergangs an den als Kühlmittel fungierenden Wasserstoff innerhalb des Injektors. Die Geschwindigkeit des ausströmenden Wasserstoffs ergibt sich aus dem gemessenen Druck, der ermittelten Temperatur und der Kontur der in den Strut eingearbeiteten Laval-Düse. Die Werte sind in Tab. 2 zusammengefasst.

| Parameter | Mittelwert | Standardabweichung |
|--------------------|------------|--------------------|
| ER [-] | - | 0,0033 |
| v_{Br} [m·sec⁻¹] | 3081,56 | 0,0602 |
| T_{Br} [K] | 409,0 | 0,0664 |

TAB 2. Unsicherheiten der Betriebsparameter

2.2. Epistemische Unsicherheit

Zur Quantifizierung der epistemischen Unsicherheit $\tilde{E}_{i,j} = p(\mu_{i,j}, \sigma_{i,j})$ wird sowohl auf höherwertige, numerische Simulationen (HFM) als auch auf experimentelle Daten zurückgegriffen. In einem zweistufigen Verfahren wird zunächst durch einen Vergleich des High-Fidelity-Modells mit experimentellen Daten einschließlich der auftretenden Messunsicherheit die erste Komponente der

epistemischen Unsicherheit $\tilde{E}_{HFM} = p(\mu_{HFM}, \sigma_{HFM})$ für alle j Parameter des i -ten Moduls bestimmt (Bild 5). Die zweite Komponente $\tilde{E}_{LFM} = p(\mu_{LFM}, \sigma_{LFM})$ wird durch den Vergleich der mit \tilde{E}_{HFM} kalibrierten Ergebnisse der HFM-Simulation mit den entsprechenden Ergebnissen des Low-Fidelity-Modells (LFM) bestimmt.

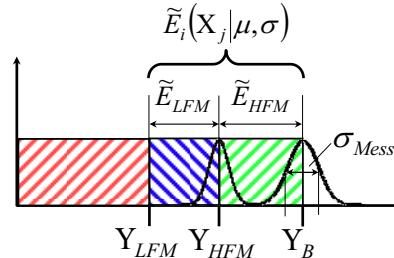


BILD 5. Komponenten der epistemischen Unsicherheit

Dies geschieht unter der Voraussetzung physikalischer Ähnlichkeit der betrachteten Fälle, d.h., dass nur geometrisch ähnliche Modelle unter ähnlichen Strömungsbedingungen untersucht wurden. Zur Quantifizierung der modellspezifischen Unsicherheit des Einlaufmoduls können beispielsweise keine Daten von Vier- oder Zwei-Stoß-Diffusoren verwendet werden, da diese sich prinzipiell anders verhalten als die hier präferierten Drei-Stoß-Diffusoren.

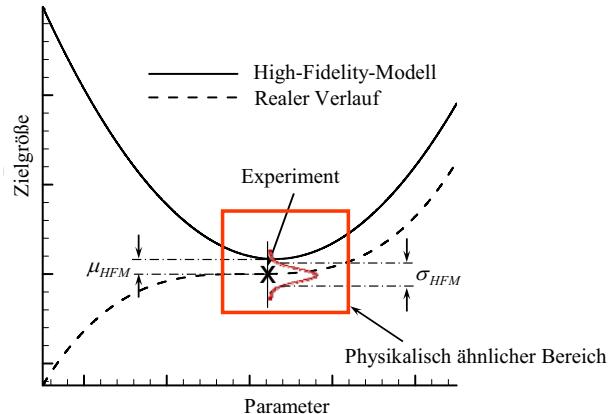


BILD 6. Erster Schritt zur Quantifizierung der epistemischen Unsicherheit

In Bild 6 ist das prinzipielle Vorgehen beim ersten Schritt zur Ermittlung der epistemischen Unsicherheit dargestellt. Es wird hierbei angenommen, dass das HFM das reale Verhalten des Moduls in betrachteten Parameterbereich qualitativ korrekt wiedergibt. Die formale Interpretation der HFM Lösung als Dirac-Stoß und der experimentellen Daten als Gauß-Verteilung (siehe 2.1.) erlaubt es, Mittelwert und Streuung für diesen ersten Schritt in der Form

$$(6) \quad \mu_{HFM} = Y_{Exp.} - Y_{HFM}$$

$$(7) \quad \sigma_{HFM} = \sqrt{\sigma_{Mess}^2 - \sigma_\delta^2} = \sigma_{Mess}$$

anzugeben, da die Streuung eines Dirac Stoßes σ_δ per

Definitionem $\sigma_\delta = 0$ beträgt.

Im Zweiten Schritt des Verfahrens wird das Ergebnis der HFM-Simulation mit dem der LFM-Simulation in allen n verfügbaren Datenpunkten verglichen (Bild 7).

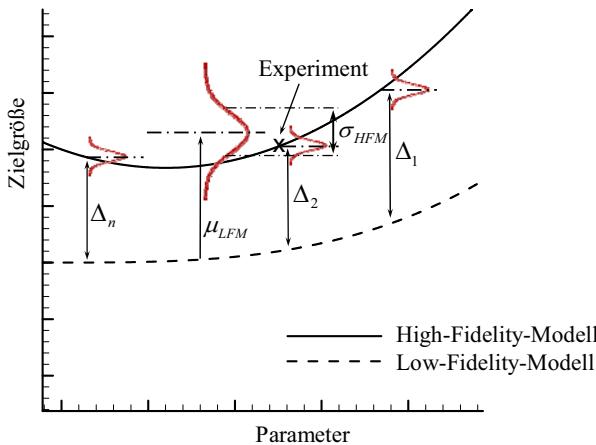


BILD 7. Zweiter Schritt zur Quantifizierung der epistemischen Unsicherheit

Diese Vorgehensweise bietet die Möglichkeit, massengemittelte Größen zu vergleichen. Darüber hinaus ist die Menge an numerischen Datensätzen größer als die experimenteller Daten, wodurch die Schätzung einer Wahrscheinlichkeitsdichte für die Verteilung der Unsicherheit ermöglicht wird. Für n verfügbare Datensätze ergibt sich eine Student- t -Verteilung mit n Freiheitsgraden der Form

$$(8) \quad p(Y_{LFM}) = \frac{\Gamma \cdot \left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n \cdot \pi} \cdot \Gamma \cdot \frac{n}{2}} \cdot \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

mit der für stetige Verteilungen üblichen Formulierung der Gamma-Funktion

$$(9) \quad \Gamma(x) = \int_0^\infty \xi^{x-1} \cdot e^{-\xi} d\xi$$

Nach dem Berry-Esseén-Theorem der Statistik kann die Kullback-Leibler-Distanz zwischen der ermittelten Student- t -Verteilung und einer Gauß'schen Normalverteilung durch den Grenzübergang $n \rightarrow \infty$ minimiert werden [17]. Demzufolge bildet die Normalverteilung eine untere Schranke für die auftretende Varianz und kann somit als Maß für die kleinstmögliche, auftretende Unsicherheit angesehen werden [18]. Die Lageparameter der angenommenen Normalverteilung ergeben sich aus einer Bootstrap-Schätzung für die verfügbaren Datenpunkte [19].

$$(10) \quad \mu_{LFM} = \frac{\sum_{j=1}^n (Y_{HFM} - Y_{LFM})_j}{n}$$

$$(11) \quad \sigma_{LFM} = \frac{1}{n} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^n [(Y_{HFM} - Y_{LFM})_j - \mu_{LFM}]^2}$$

Die kumulierte modellspezifische Unsicherheit $\tilde{E}_{i,j}$ ergibt sich aus der additiven Faltung der in den beiden Schritten ermittelten Verteilungen:

$$(12) \quad \tilde{E}_{i,j}(\mu_{i,j}, \sigma_{i,j}) = p(\mu_{HFM}, \sigma_{HFM}) \circ p(\mu_{LFM}, \sigma_{LFM})$$

Dieses Verfahren wird auf jedes einzelne Modul des Low-Fidelity-Modells angewendet.

2.2.1. Einlauf

In Bild 8 sind die experimentellen Einzelmessungen im Einlaufaustrittsquerschnitt mit ihrer zugehörigen Messunsicherheit dargestellt [20]. Ihnen sind die Ergebnisse der HFM-Simulation gegenübergestellt [21].

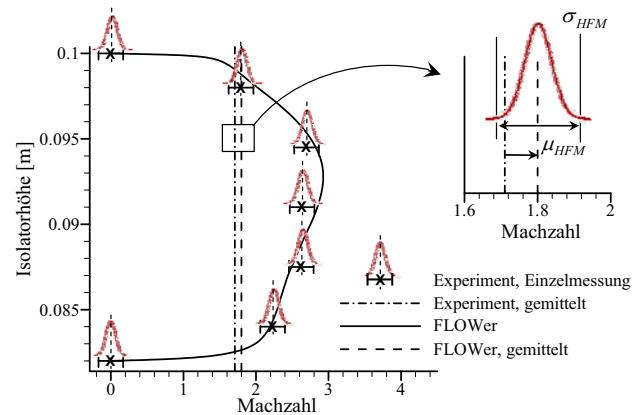


BILD 8. Quantifizierung der modellspezifischen Unsicherheit bei der Bestimmung der Einlaufaustrittsmachzahl

Aus diesen Daten ergeben sich nach oben beschriebenen Verfahren die in Tab. 3 angegebenen Lageparameter für die epistemische Unsicherheit des Einlaufmoduls.

| Parameter | Mittelwert | Standardabweichung |
|-------------------------|------------|--------------------|
| \dot{m}_{31} [kg/sec] | 0.0619 | 0.0361 |
| T_{31} [K] | 50.8517 | 64.8791 |
| Ma_{31} [-] | -0.3973 | 0.2079 |

TAB 3. Epistemische Unsicherheiten des Einlaufmoduls

2.2.2. Brennkammer

Im Falle der Brennkammer ist die experimentelle Bestimmung massengemittelter Strömungsparameter im Modulaustrittsquerschnitt aufgrund der hohen Temperaturen nicht möglich. Daher kann bei der Quantifizierung der

epistemischen Unsicherheit des Brennkammermoduls nur auf numerische Simulationen zurückgegriffen werden [22]. In Bild 9 ist der Verlauf der massengemittelten Machzahl über der Brennkammerlänge für zwei unterschiedliche Konfigurationen dargestellt. Insbesondere hinsichtlich der Zündung des Wasserstoff-Luft-Gemisches, welche durch den abrupten Einbruch der Machzahl zu identifizieren ist, wird für beide Konfigurationen eine gute Übereinstimmung zwischen HFM-Simulation (Bild 9, durchgezogene Linie) und LFM-Simulaiton (Bild 9, gestrichelte Linie) erzielt.

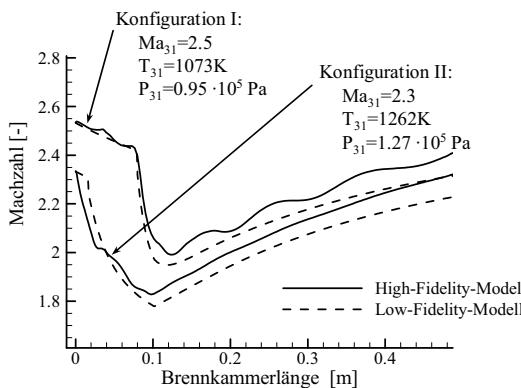


BILD 9. Machzahlverlauf in der Brennkammer

Der zweite Schritt des oben beschriebenen Verfahrens liefert die in Tab. 3 zusammengefassten Lageparameter.

| Parameter | Mittelwert | Standardabweichung |
|-----------------------|------------|--------------------|
| $\rho_{4,7}$ [kg/sec] | -0.001787 | 0.00059 |
| $T_{4,7}$ [K] | 30.875 | 9.9066 |
| $Ma_{4,7}$ [-] | 0.09432 | 0.00115 |

TAB 4. Epistemische Unsicherheiten des Brennkammermoduls

2.2.3. Düse

Bei der Quantifizierung der epistemischen Unsicherheit des Düsenmoduls wurde in derselben Weise verfahren wie im Falle des Einlaufes. Der Bruttoschub der Düse wurde für drei verschiedene Düsendruckverhältnisse sowohl experimentell als auch mithilfe kommerzieller Strömungs-simulationssoftware (FLUENT) bestimmt [23]. In Bild 10 sind die resultierenden Bruttoschubwerte in Abhängigkeit vom untersuchten Düsendruckverhältnis angegeben.

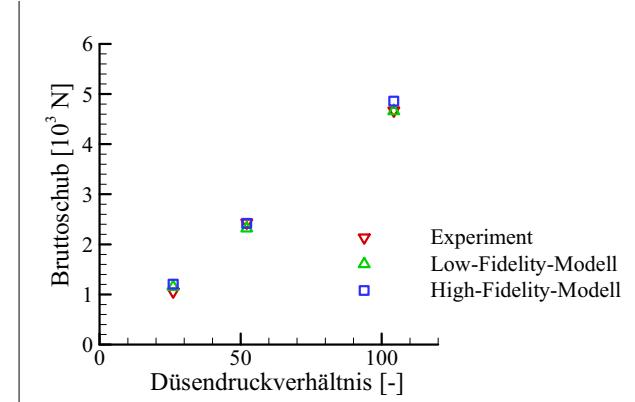


BILD 10. Bruttoschub des Düsenmoduls

Da sich der Bruttoschubwert aus dem Druckintegral über die bilanzierten Flächen ergibt, wird als Messunsicherheit bei der experimentellen Bruttoschubbestimmung die Messunsicherheit der verwendeten Druckaufnehmer angenommen. Die Parameter der epistemischen Unsicherheit des Düsenmoduls sind in Tab. 5 zusammengefasst.

| Parameter | Mittelwert | Standardabweichung |
|--------------------|------------|--------------------|
| $F_{Brutto,x}$ [N] | -63.5249 | 44.5081 |
| $F_{Brutto,y}$ [N] | -118.8391 | 97.6678 |

TAB 5. Epistemische Unsicherheiten des Düsenmoduls

2.3. Integration der probalistischen Variablen

Für die probabilistische Analyse des Antriebssystems werden die quantifizierten epistemischen Unsicherheiten in das deterministische Modell integriert. Dies geschieht durch die Interpretation aller bei der Berechnung auftretenden Parameter als stochastische Größen, deren Verteilung durch die oben ermittelten Lageparameter gegeben ist. In Bild 11 ist diese Erweiterung des deterministischen Modells durch Einführung wahrscheinlichkeitsverteilter Parameter dargestellt.

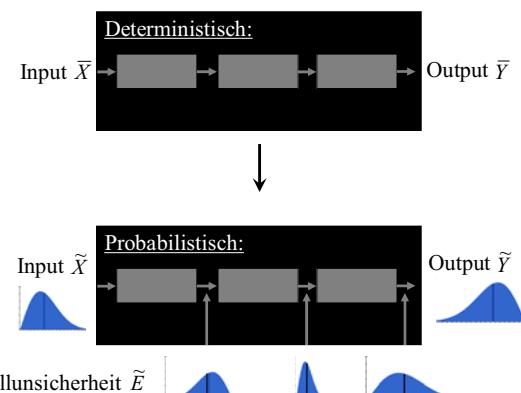


BILD 11. Bruttoschub des Düsenmoduls

Die probabilistischen Eintrittsgrößen wie Anström- und Steuerparameter können direkt durch die oben ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion beschreiben werden. Hierdurch erhalten die Austrittsparameter eines jeden Moduls ebenfalls den Charakter einer stochastischen Variablen. Zur Kombination der Dichtefunktion der Austrittsparameter eines Moduls mit der epistemischen Unsicherheit dieses Moduls werden beide als bedingte Wahrscheinlichkeiten interpretiert [24]. Nach dem Satz von Bayes kann die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des an das folgende Modul übergebenen Parameters durch

$$(13) \quad p_i(A|B) \propto p_i(A) \circ p_i(B|A)$$

beschrieben werden. Hierin bezeichnet $p_i(A)$ die epistemische Unsicherheit des i -ten Moduls und $p_i(B|A)$ die Dichtefunktion des betreffenden Austrittsparameters, der unter der Voraussetzung der durch $p_i(A)$ quantifizierten Unsicherheiten in diesem Modul berechnet wurde.

Zur Lösung des Faltungsintegrals und zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Austrittsgrößen des Modells wird eine Monte-Carlo Simulationsmethode (MCS) verwendet. MCS-Methoden bieten den Vorteil, dass sie zur Klasse der nicht-intrusiven Verfahren zählen, d.h. keine zusätzlichen, verfälschenden Informationen in das System einbringen. Monte-Carlo Simulationen bestehen aus einer Anzahl von N unabhängigen deterministischen Einzelsimulationen, aus deren Ergebnissen Mittelwert und Streuung der Ergebnisgrößen bestimmt werden. Für eine große Anzahl von Einzelsimulationen $N \rightarrow \infty$ konvergieren Mittelwert und Streuung gegen die exakte Verteilung der Ergebnisgrößen, jedoch kann durch die Wahl spezieller Sampling-Verfahren die Anzahl der notwendigen Einzelsimulationen auf einige Tausend reduziert werden [25]. Das hier verwendete Descriptive-Sampling Verfahren maximiert die Konvergenzgeschwindigkeit der Monte-Carlo Simulation und erlaubt eine Reduzierung der Anzahl der erforderlichen Einzelsimulationen auf 5000. Der Nachweis wurde an Hand eines Ersatzsystems mit identischer Parameterzahl geführt (Bild 12).

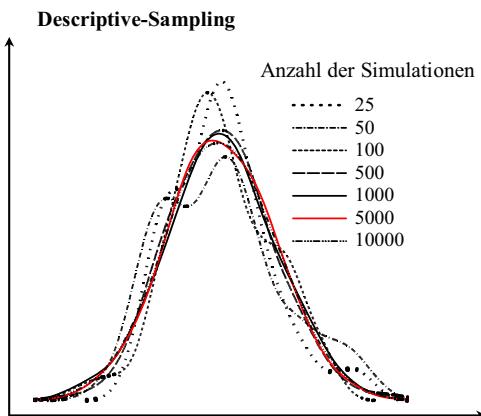


BILD 12. Konvergenzverhalten des Descriptive-Sampling Verfahrens

Durch die Verwendung des Descriptive-Sampling Verfahrens wird trotz der zufallsbasierten Berechnung eine voll-

ständige Wiederholbarkeit garantiert. Das Verfahren lässt sich vollständig parallelisieren, so dass die Durchführung einer probabilistischen Analyse auf 20 Prozessoren 36 Stunden in Anspruch nimmt.

3. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

Mit dem vorgestellten Verfahren wurden unterschiedliche Konfigurationen eines Scramjet-Antriebssystems hinsichtlich ihres Schubverhaltens untersucht. Die Ausgangskonfiguration orientiert sich an den Designvorgaben der ersten Projektphase des GRK 1095/1 [26]. Für die zweite Konfiguration wurde eine optimierte Einlaufkonfiguration verwendet, deren Widerstand und Totaldruckverluste minimiert wurden [27]. Für beide Konfigurationen wurden Variationen der Brennkammergeometrie untersucht, die in einer Änderung des Brennkammerdivergenzwinkels bestanden. Der Düsenaustrittsquerschnitt wird durch Verschiebung der Düsenklappe an den varierten Brennkammeraustrittsquerschnitt angepasst wobei die Geometrie der Expansionsrampe unverändert bleibt.

Zunächst wird anhand einer deterministischen Berechnung das grundsätzliche Betriebsverhalten eines Scramjet-Antriebssystems erläutert. Hierzu wird die Entwicklung des Nettoschubes in Flugrichtung in Abhängigkeit des Äquivalenzverhältnisses betrachtet. Da keine Flugtrajektorie gegeben ist, werden konstante Flugbedingungen angenommen. Der betrachtete Auslegungspunkt ist durch eine Flugmachzahl von 8 und eine Flughöhe von 30 km gegeben. In Bild 13. ist der erwartete Nettoschub für alle untersuchten Konfigurationen dargestellt.

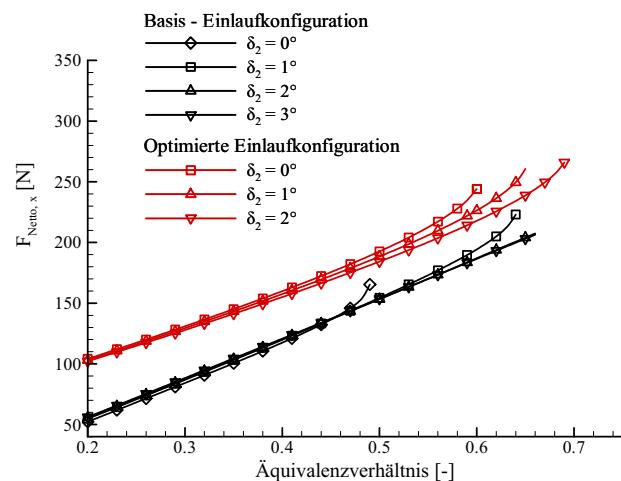


BILD 13. Nettoschub in Flugrichtung in Abhängigkeit des Äquivalenzverhältnisses

Bei niedrigen Äquivalenzverhältnissen bis etwa 0,4 ist ein nahezu linearer, für alle Konfigurationen homogener Anstieg des Nettoschubes mit steigendem Äquivalenzverhältnis zu beobachten. Bei höheren Äquivalenzverhältnissen äußert sich die Abhängigkeit von geometrischen Parametern in einem überproportionalen Nettoschubzuwachs, der je nach Konfiguration von unterschiedlichen Effekten begrenzt wird.

Die Basis-Einlaufkonfiguration sorgt durch steilere Rampenwinkel und ein höheres Kontraktionsverhältnis für höhere Temperaturen im Brennkammereintrittsquerschnitt und insbesondere im Nachlaufgebiet des Injektors. Hier werden Temperaturen von 1371 K erreicht, die für eine sehr kurze Zündverzugszeit sorgen [28]. Die Hauptreaktionszone befindet sich unter diesen Bedingungen unmittelbar hinter dem Injektor-Strut. Wird in diesem Fall das Äquivalenzverhältnis über einen kritischen Wert hinaus gesteigert, kommt es zum thermischen Blockieren der Brennkammer. Als thermisches Blockieren bezeichnet man das Auftreten eines senkrechten Verdichtungsstoßes beim Unterschreiten der Schallgeschwindigkeit in der Brennkammer. Infolge der Energiezufuhr in der Brennkammer kommt es zu einem Anstieg der Temperatur und somit zu einem Absinken der Machzahl. Der mit dem senkrechten Verdichtungsstoß einhergehende, sprunghafte Druckanstieg breitet sich über die Brennkammergrenzschicht stromaufwärts in den Einlauf aus, wo er zu instationären Effekten wie Einlauf-Brunnen oder einem Einlauf-Unstart führt. Da in diesen Fällen kein stabiler Betriebszustand eingestellt werden kann, wird eine thermisch blockierte Brennkammer als unzulässiger Betriebszustand interpretiert.

Die optimierte Einlaufkonfiguration zeichnet sich durch flachere Einlauframpen sowie ein geringeres Kontraktionsverhältnis aus. Hierdurch lässt sich der Widerstand des Einlaufes verringern, so dass die realisierbaren Nettoschübe höher ausfallen als für die Basis-Einlaufkonfiguration. Die aufgrund der schwächeren Verzögerung durch den optimierten Einlauf niedrigere Temperatur im Brennkammereintrittsquerschnitt führt jedoch zu längeren Zündverzugszeiten und somit zu einer weiter stromab etablierten Hauptreaktionszone. Der eingebrachte Wasserstoff hat eine mittlere Temperatur von 409 K und ist damit deutlich kälter als die Hauptströmung im Brennkammereintrittsquerschnitt. Die mittlere Temperatur des Gemisches sinkt demnach zunächst ab, bevor sie durch die beginnende chemische Reaktion weiter stromab wieder ansteigt. Als weiterer Faktor sorgt die Divergenz der Brennkammer für eine Beschleunigung der Strömung und somit ebenfalls für ein Absinken der Temperatur. Fällt durch das Einbringen großer Mengen kalten Wasserstoffs und starke Divergenz der Brennkammer die Temperatur unter die für eine Selbstzündung des Wasserstoff-Luft-Gemisches notwendige Temperatur, kommt es zum Erlöschen der Flamme in der Brennkammer. In diesem Zustand ist ebenfalls kein positiver Nettoschub zu erzielen, daher wird auch der Zustand mit einer erloschenen Brennkammerflamme als unzulässiger Betriebszustand interpretiert.

Ein ähnliches Bild ergibt bei der Betrachtung des in Bild 14 dargestellten Schubvektorwinkels

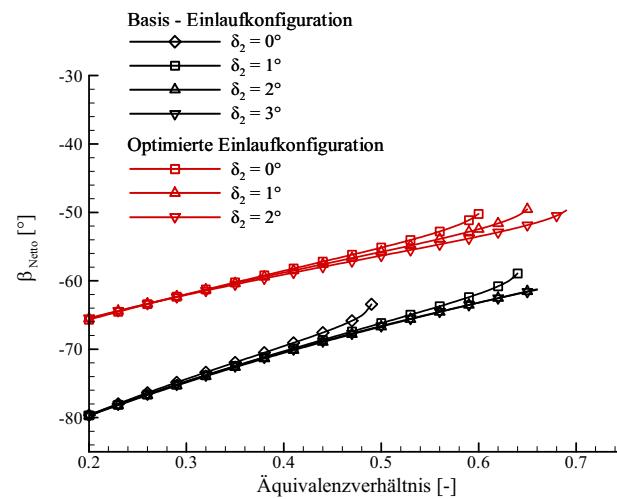
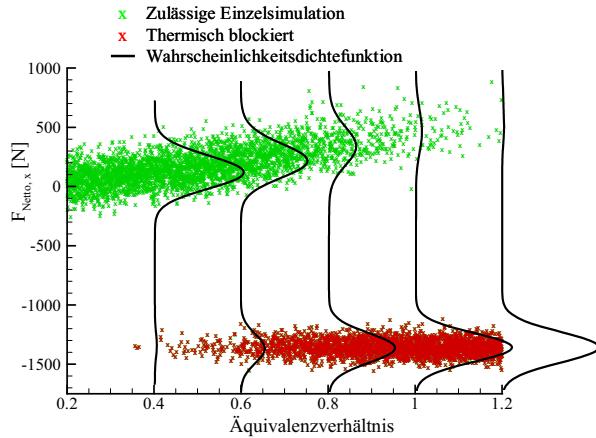


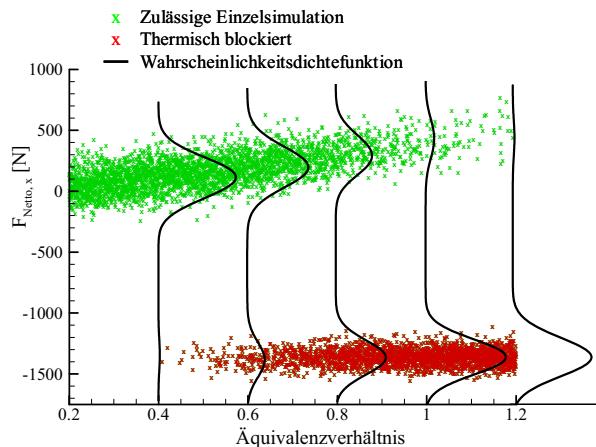
BILD 14. Schubvektorwinkel in Abhängigkeit des Äquivalenzverhältnisses

Hierbei ist jedoch zu beachten, dass bei der Berechnung des Schubvektorwinkels nur die bilanzierten Flächen des Antriebssystems berücksichtigt werden. Da in diesem Designstadium noch keinerlei Angaben zur Lage des Schwerpunkts oder zur Masse des Antriebssystems gemacht werden können, fällt der Betrag des Schubvektorwinkels sehr hoch aus. In der Realität wirkt der Auftriebskomponente des Nettoschubes das Gewicht des Fluggerätes entgegen, so dass mit geringeren absoluten Werten zu rechnen ist. Von Interesse sind daher weniger die Winkelbeträge selbst, sondern vielmehr ihr Verhalten bezüglich der Betriebsparameter. Eine Veränderung im Schubvektorwinkel zieht eine Veränderung des Nickmomentes nach sich, was zur Gewährleistung eines stationären Horizontalfluges durch aktive Regelungsprozesse kompensiert werden muss. Da mit steigendem Äquivalenzverhältnis die horizontale Komponente des Nettoschubvektors stärker anwächst als die vertikale, verringert sich mit steigendem Äquivalenzverhältnis der Absolutbetrag des Schubvektorwinkels. Die optimierte Einlaufkonfiguration führt grundsätzlich zu kleineren Winkelbeträgen, was in erster Linie auf den verminderten Auftrieb des Einlaufes zurückzuführen ist. Das überproportionale Anwachsen der Schubkomponente in Flugrichtung kurz vor Erreichen des kritischen Äquivalenzverhältnisses zeigt sich auch im Verlauf des Schubvektorwinkels.

Während die deterministische Analyse im Falle der Basis-Einlaufkonfiguration das Eintreten thermischen Blockierens je nach Brennkammergeometrie erst ab einem kritischen Äquivalenzverhältnis von ca. 0,66 vorhersagt, zeigt die probabilistische Analyse, dass bei der Berücksichtigung der vorherrschenden Unsicherheiten bei der Vorhersage bereits bei einem Äquivalenzverhältnis von 0,4 ein Risiko von 1,5% für thermisches Blockieren besteht. Der in Bild 15 dargestellte probabilistische Nettoschubverlauf für die Basis-Einlaufkonfiguration und einem Brennkammerdivergenzwinkel von $\delta_2=2^\circ$ zeigt eine bimodale Verteilung, die die Eintretenswahrscheinlichkeit für die jeweiligen Betriebszustände symbolisiert.

BILD 15. Probabilistische Nettoschubvorhersage, $\delta_2=2^\circ$

Es wird deutlich, dass sich das Risiko des thermischen Blockierens mit steigendem Äquivalenzverhältnis stetig erhöht. Im Bereich des kritischen Äquivalenzverhältnisses ist ein näherungsweise ausgeglichenes zwischen Risiko für thermisches Blockieren und zulässiger Einzelsimulation zu erwarten. Dieses Risiko lässt sich zwar durch die Erhöhung des Brennkammerdivergenzwinkels verringern, jedoch zeigt auch der in Bild 16 dargestellte probabilistische Verlauf des Nettoschubes für einen Brennkammerdivergenzwinkel von $\delta_2=3^\circ$ ein hohes Risiko für thermisches Blockieren, welches bei Äquivalenzverhältnissen von ca. 0,8 bereits mehr als 50% erreicht.

BILD 16. Probabilistische Nettoschubvorhersage, $\delta_2=3^\circ$

Bei Betrachtung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für die einzelnen Äquivalenzverhältnisse ist zu erkennen, dass einem geringen Risiko für thermisches Blockieren ein erhöhtes Risiko für einen negativen Nettoschub gegenübersteht (Bild 17).

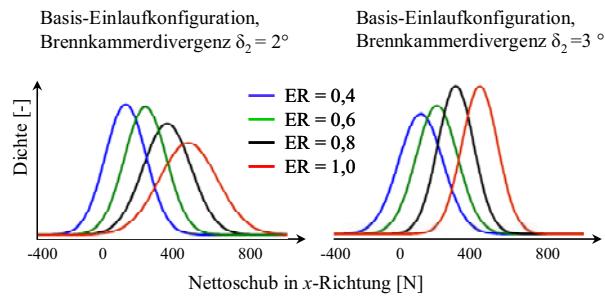


BILD 17. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des Nettoschubes für Basis-Einlaufkonfiguration

Für niedrige Äquivalenzverhältnisse von 0,4 liegt das Risiko des thermischen Blockierens für beide Brennkammergeometrien unter 2%, jedoch beträgt die Sicherheit für einen nutzbaren Nettoschub nur $1,15\sigma$ im Falle der schlankerer (Bild 17, links) bzw. $0,99\sigma$ im Falle der stärker divergenten Brennkammer (Bild 17, rechts). Durch Erhöhung des Äquivalenzverhältnisses lässt sich Erwartungswert des Nettoschubes um insgesamt 268% steigern, jedoch beträgt das Risiko für thermisches Blockieren 91% im Falle der schlanken und 88% im Falle der stärker divergenten Brennkammer. Die in Bild 17 unterscheiden sich hinsichtlich ihres Nettoschubzuwachses nicht signifikant, was das Ergebnis der deterministischen Vorhersage bestätigt (Bild 13). Während sich die Varianz des Nettoschubes jedoch im Falle der schlankerer Brennkammer mit steigendem Äquivalenzverhältnis verstärkt, ist im Gegensatz dazu eine Verringerung der Nettoschubvarianz im Falle der stärker divergenten Brennkammer zu beobachten. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, dass sich der Schub aus zwei Anteilen zusammensetzt, die in unterschiedlicher Art und Weise vom Äquivalenzverhältnis beeinflusst werden. Der Impulsanteil des Schubes sinkt mit zunehmendem Äquivalenzverhältnis, da die Strömungsgeschwindigkeit infolge der Energiezufuhr abnimmt. Der Druckanteil des Schubes steigt hingegen aufgrund des mit steigendem Äquivalenzverhältnis zunehmenden Druckes im Brennkammeraustrittsquerschnitt an. Im Falle der schlankerer Brennkammer wird dieser Effekt aufgrund der geringeren Druckabsenkung durch eine stärkere Erweiterung des Strömungsquerschnittes noch verstärkt. Da der Austrittsimpuls aufgrund der Lage der Systemgrenzen (vgl. Bild 1) lediglich den Unsicherheiten des Einlauf- und des Brennkammermoduls unterliegt, ist seine Streuung geringer als die des Druckanteils. Im Falle der schlankerer Brennkammer (Bild 17, links) führt dieser Effekt zu einer Zunahme der Standardabweichung mit steigendem Äquivalenzverhältnis, da sich Einfluss des Druckanteils auf den Nettoschub stärker erhöht als im Falle der stärker divergenten Brennkammer (Bild 17, rechts).

Betrachtet man den probabilistischen Nettoschubverlauf für die optimierte Einlaufkonfiguration in Kombination mit einer Brennkammer konstanten Querschnitts, ist die Ausbildung einer trimodalen Verteilung zu erkennen (Bild 18).

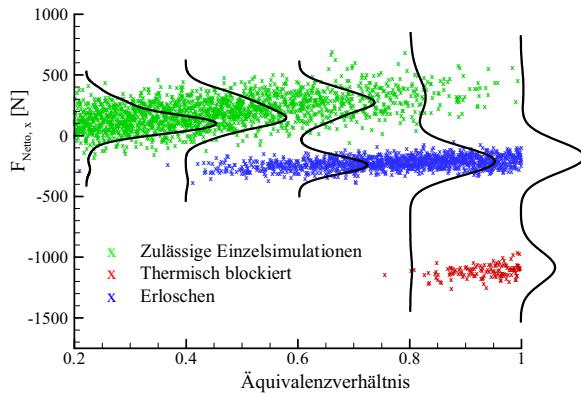


BILD 18. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des Nettoschubes für Basis-Einlaufkonfiguration

Wie bereits der deterministischen Analyse zu entnehmen war, kommt es bei höheren Äquivalenzverhältnissen zum Erlöschen der Flamme. Dies wird durch eine blaue Farbgebung der entsprechenden Simulationsergebnisse ange deutet. Bei hohen Äquivalenzverhältnissen kann es in den Fällen, in denen eine Selbstzündung des Gemisches erfolgt, trotz des geringeren Temperaturniveaus zum thermischen Blockieren kommen. Grund hierfür ist die Tatsache, dass die Energiezufuhr selbst einen starken Temperaturanstieg bewirkt, der im vorliegenden Falle nicht durch eine Erweiterung des Strömungsquerschnittes entgegengewirkt wird. In Bild 19 ist der probabilistische Nettoschubverlauf für die Kombination der optimierten Einlaufkonfiguration und divergenter Brennkammer dargestellt. Bereits die geringe Divergenz von $\delta_2=1^\circ$ reicht aus, um thermisches Blockieren auszuschließen.

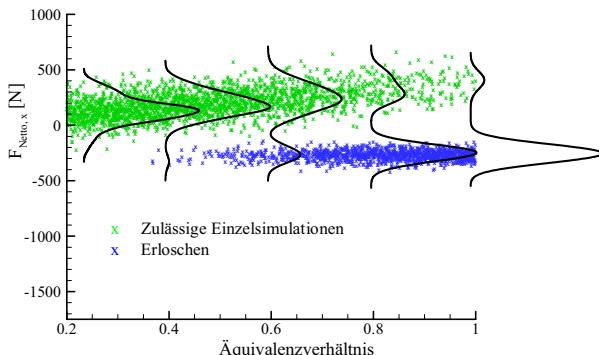


BILD 19. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des Nettoschubes für die Basis-Einlaufkonfiguration

Ebenso wie im Falle der Basis-Einlaufkonfiguration kann auch die Verwendung der optimierten Einlaufkonfiguration bei niedrigen Äquivalenzverhältnissen einen positiven Nettoschub nicht mit ausreichender Sicherheit garantieren. Aufgrund des geringeren Einlaufwiderstandes erhöht sich diese Sicherheit geringfügig auf $1,09\sigma$ bzw. $1,12\sigma$. Durch die Erhöhung des Äquivalenzverhältnisses kann zwar die Wahrscheinlichkeit für einen positiven Nettoschub erhöht werden, jedoch geht mit dieser Erhöhung auch ein erhöhtes Risiko für eine erloschene Flamme einher.

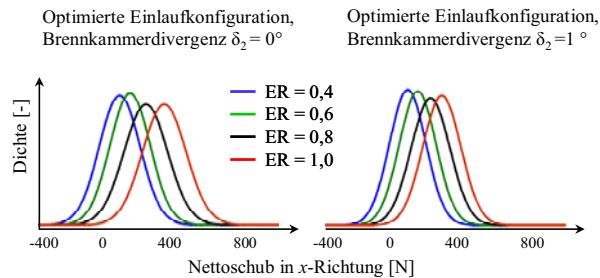


BILD 20. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des Nettoschubes für die optimierte Einlaufkonfiguration

In Bild 20 sind die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für alle zulässigen Einzelsimulationen mit der optimierten Einlaufkonfiguration dargestellt. Es wird deutlich, dass auch hier die schlankere Brennkammer eine mit zunehmendem Äquivalenzverhältnis wachsende Streuung der Nettoschubwerte begünstigt. Da jedoch aufgrund des geringeren Kontraktionsverhältnisses der optimierten Einlaufkonfiguration das Druckniveau insgesamt niedriger ist, fällt der Effekt weniger deutlich aus. Ebenfalls eine Folge des geringeren Kontraktionsverhältnisses ist der geringere Massenstrom, so dass der Erwartungswert des Nettoschubes im Falle der Brennkammer mit konstantem Querschnitt um maximal 20% bzw. im Falle der schwach divergenten Brennkammer um maximal 169% steigt.

4. ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wurden unterschiedliche geometrische Konfigurationen eines Scramjet-Antriebssystems auf ihr Nettoschubverhalten untersucht. Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten für das Erreichen eines positiven Nettoschubes bzw. des Risikos für thermisches Blockieren oder Erlöschen der Flamme wurden die quantifizierten, spezifischen Unsicherheiten, die die Messung der Triebwerkseintrittsgrößen oder die Modellierung des Systems begleiten, in die Berechnung integriert. Als wichtigstes Ergebnis dieser probabilistischen Analyse ergab sich, dass bei den gegebenen Flugbedingungen mit den untersuchten Konfigurationen ein beherrschbarer Prozess mit einer ausreichenden Sicherheit für positiven Nettoschub nur schwer erreicht werden kann. Kleine Äquivalenzverhältnisse bieten eine hohe Sicherheit gegen thermisches Blockieren des Antriebes oder Erlöschen der Flamme, allerdings sind die erzielten Nettoschübe aufgrund der hohen Unsicherheiten in derselben Größenordnung wie die zu erwartende Streuung. Eine Steigerung des Äquivalenzverhältnisses führt zwar zu einer deutlichen Steigerung des erzielten Nettoschubes, erhöht jedoch gleichzeitig das Risiko für thermisches Blockieren oder Erlöschen der Flamme.

5. DANKSAGUNG

Diese Arbeit entstand im Rahmen des Graduiertenkollegs 1095/1 und wurde in vollem Umfang von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) finanziert.

REFERENCES

- [1] Bertin, J. J.: *Hypersonic Aerothermodynamics*, AIAA Education Series, Washington, 1994.
- [2] Schütte, G., Staudacher, S.: *Probabilistic Design Analysis of Scramjets*, AIAA 2008-1811, 10th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference, Schaumburg, 2008.
- [3] Bauer, A.: *Betriebsverhalten Luftatmender Kombinationstriebwerke für den Hyperschallflug unter besonderer Berücksichtigung der Triebwerksintegration*, Dissertation, Lehrstuhl für Flugantriebe, TU München, 1994.
- [4] Schütte, G., Staudacher, S.: *Non-Deterministic Analysis of a Scramjet Propulsion System*, CEAS 2007-366, 1st CEAS European Air and Space Conference, Berlin, 2007.
- [5] Gassner, G., Lörcher, F., Munz, C.-D.: *A Discontinuous Galerkin Scheme based on a Space-Time Expansion II. Viscous Flow Equations in Multi Dimensions*, Journal of Scientific Computing, Vol. 34, 2008, pp. 260-286.
- [6] Rogers, E. W. E, Davis, B. M.: *A Note on Turbulent Boundary - Layer Allowances in Supersonic Nozzle Design*, CP No. 133, A.R.C. Technical Report, British Aeronautical Research Council, London, 1957.
- [7] Stratford, B. S., Beavers, G. S.: *The Calculation of the Compressible Turbulent Boundary Layer in an Arbitrary Pressure Gradient – A Correlation of certain previous Methods*, N.G.T.E. Memorandum M.330-A.R.C. 21,399, British Aeronautical Research Council, London, 1961.
- [8] Scheuermann, T.: *Eindimensionale Modellierung von thermodynamischen Vorgängen bei der Überschallverbrennung*, Diplomarbeit, Institut für Thermodynamik der Luft- und Raumfahrt, Universität Stuttgart, 2005.
- [9] Walther, R.: *Ein Differenzenverfahren für chemisch reagierende Strömungen*, Dissertation, Institut für Thermodynamik der Luft- und Raumfahrt, Universität Stuttgart, 1985.
- [10] Curran, E. T., Murthy, S. N. B.: *Scramjet Propulsion*, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 189, Virginia, 2000.
- [11] Link, T.: *Simulation von Nicht-Gleichgewichtsströmungen in Düsen mit einem Finite-Elemente-Verfahren*, Dissertation, Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2003.
- [12] Lorenz, E. N.: "Deterministic Nonperiodic Flow", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 20, 1963.
- [13] Ferson, S., Ginzburg, L. R.: *Different methods are needed to propagate ignorance and variability*, Reliability Engineering and System Safety, Vol. 54, Issue 2, 1996, pp. 133-144.
- [14] International Electrotechnical Commission (IEC): *Pt100 Thermocouple, Class B*, IEC-751, 2000.
- [15] Kulite Inc.: *Miniature Pressure Transducer*, Product No. XCQ-080, 2007.
- [16] SpaceAge Control, Inc.: *Data Sheet of the Unheated Straight-Nose Air Data Boom for Supersonic, Non-Icing Conditions* No. 100600, <http://www.spaceagecontrol.com/100600.pdf>
- [17] Qiying, W., Bing-Yi, J. Lincheng, Z.: *The Berry Esseen Theorem for Studentized Statistics*, The Annals of Probability, Vol.28, No. 1, 2000, pp 511-535.
- [18] Fahrmeir, L., Künstler, R., Pigeot, I., Tutz, G.: *Statistik. Der Weg zur Datenanalyse*, 6.Auflage, Springer Berlin/Heidelberg/New York, 2007.
- [19] Zech, G.: *Einführung in Statistik und Messwertanalyse für Physiker*, Vorlesung an der Universität Siegen, Fachbereich Physik, 2004.
- [20] Häberle, J., Gühan, A.: *Investigation of Two-Dimensional Scramjet Inlet Flowfield at Mach 7*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 24, No. 3, 2008.
- [21] Krause, M., Ballmann, J.: *Numerical Simulation and Design of a Scramjet Intake Using Two Different RANS Solvers*, AIAA 2007-5423, 43rd Joint Propulsion Conference and Exhibit, Cincinnati, 2007.
- [22] Gerlinger, P.: *Numerische Verbrennungssimulation*, Habilitationsschrift, Institut für Verbrennungstechnik der Luft- und Raumfahrt, Universität Stuttgart, 2005.
- [23] Hirschen, C., Gühan, A.: *Experimental Study of a Scramjet Nozzle Flow using the Pressure Sensitive Paint Method*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 24, No. 4, 2008.
- [24] Mantis, G. C.: *Quantification and Propagation of Disciplinary Uncertainty via Bayesian Statistics*, Dissertation, Georgia Institute of Technology, 2002.
- [25] Saliby, E.: *Descriptive Sampling: An Improvement Over Latin Hypercube Sampling*, Proceedings of the 29th Conference on Winter Simulation, 1997, pp. 230-233.
- [26] Gaisbauer, U., Weigand, B., Reinartz, B., Kau, H.-P., Schröder, W.: *Research Training Group GRK 1095/1: "Aero-Thermodynamic Design of a Scramjet Propulsion System"*, ISABE-2007-1131, 18th International Symposium on Airbreathing Engines, Beijing, 2007.
- [27] Smart, M.K.: *Optimization of Two-Dimensional Scramjet Inlets*, Journal of Aircraft, Vol. 36, No. 2, March-April 1999.
- [28] Algermissen, J., Nötzold, D.: *Der Zeitliche Ablauf der Verbrennung von Wasserstoff im Überschall-Luftstrom*, Forschung im Ingenieurwesen, Band 36, Nr. 6, Düsseldorf, 1970, pp. 169-200.