

OPTIMALE AUSWAHL DER SERIENINSTRUMENTIERUNG MODERNER GASTURBINEN

D. Nagy¹, S. Staudacher¹, M. Bauer²

¹Institut für Luftfahrtantriebe, Pfaffenwaldring 6, 70569 Stuttgart

²MTU Aero Engines GmbH, Dachauer Strasse 665, 80995 München

ÜBERSICHT

Im Rahmen der Überwachung moderner Gasturbinen stellen sich prinzipiell Fragestellungen im Bereich der Trendüberwachung, der Trendvorhersage, der Detektion von Einzelereignissen und der Analyse im Falle aufgetretener Schäden. Die Grundlage der für diese Aufgaben in Frage kommenden Methoden bildet die Auswahl dafür geeigneter Messgrößen und Messverfahren.

Bis vor wenigen Jahren wurden Gasturbinen jedoch nur so instrumentiert, dass die Überwachung wichtiger Betriebsparameter möglich war. Diese Parameter resultieren dabei aus der den Betrieb der Gasturbine limitierenden Größen. Dazu gehören Größen wie die Abgastemperatur oder die Turbinentemperatur, das Druckverhältnis der Gasturbine (EPR), der Totaldruck nach dem Verdichter (P3), die Drehzahlen und der Brennstoffmassenstrom. Dieser Umfang an Instrumentierung ist jedoch für eine detaillierte Analyse nur bedingt brauchbar. Es stellt sich somit die Frage, welche Instrumentierung für moderne Gasturbinen als optimal erachtet werden kann.

Die vorliegende Abhandlung beantwortet diese Frage auf Basis des bekannten Prinzips der Beobachtbarkeit. Aus den Grundlagen des Begriffes der Beobachtbarkeit wird abgeleitet, dass die damit verbundene Vorgehensweise für mathematisch bestimmte Systeme anwendbar ist, und dass der optimale Instrumentierungsumfang vom Betriebspunkt des nichtlinearen Systems „Gasturbine“ abhängig ist. Darauf aufbauend wird ein Verfahren vorgestellt, das es erlaubt, eine zufriedenstellende Beobachtbarkeit über einen weiten Betriebsbereich für ein bestimmtes System zu ermöglichen.

LISTE DER SYMBOLE

a	Koeffizient der EKM
b	Anzahl der Betriebspunkte
cap_i	Massenstromparameter
d	Häufigkeit
\bar{e}	normierte EKM-Zeile
\vec{g}	orthogonaler Vektor
m	Anzahl der Messgrößen
\dot{m}_i	Massenstrom
n	Anzahl der Zustandsgrößen
\vec{w}	Betriebspunktfestlegender Vektor
y_i	Messgrößen allg.
x_j	Zustandsgrößen allg.
A	Auslassfläche
C	Gewichtungskoeffizienten
E	Zeilennormierte EKM
F	allg. Funktion
I	Empfehlungsindex
J	Einheitsmatrix
K	Kombinationszahl
N_i, n_i	abs. Drehzahl, rel. Drehzahl
M_i	Drehmoment
P_i, p_i	Totaldruck, stat. Druck
T_i	Totaltemperatur
U, V	unitäre Matrizen

GRIECHISCHE SYMBOLE

δ	Abweichung
η_i	Wirkungsgrade
κ	Konditionszahl
λ_j	Eigenwert
σ_j	Singulärwert
Δ	proz. Abweichung zum Referenzpunkt
Σ	Streckungsmatrix

INDIZES

corr	Massenstromparameter
min, max	Minimum, Maximum
ref	Referenz
*, ~	pro BP bezogen, globale Größe

ABKÜRZUNGEN

BP	Betriebspunkt
EKM	Einflusskoeffizienten Matrix
EPR	Engine Pressure Ratio
G.H.O.	Glieder höherer Ordnung
HV, HT	Hochdruckverdichter, -turbine
MK	Messgrößenkombination
NV, NT	Niederdruckverdichter, -turbine

1. EINLEITUNG

Aus wirtschaftlichen Gründen sollen Gasturbinen nur nach Bedarf gewartet werden. Eine detaillierte Analyse des Zustands der Gasturbine und der Komponenten ist dazu erforderlich. Die Grundlage für diese Analyse bildet die Kombination der gemessenen Größen (Messgrößen) und die erreichbare Messunsicherheit. Eine generelle Erläuterung der Bedeutung von Messgrößen für eine Diagnose stellt Sampath [1] vor. Abhängig von der Instrumentierung ergeben sich verschiedene Ansätze für die Analyse. Die Analyse der Gasturbine und deren Komponenten lassen sich nach Lipowsky [2] oder Volponi [3] in die Detektion, Diagnose und Trendvorhersage aufteilen. Die hierzu verwendeten Algorithmen basieren auf statistischen Ansätzen, Optimierungsverfahren, genetischen Algorithmen, neuronalen Netzen oder Fuzzy Logic Systemen.

Ausschlaggebend für die Komplexität der Analysealgorithmen ist die Möglichkeit einer guten Beobachtung der Gasturbine. Die gemessenen Größen, entlang des Gaspfades der Gasturbine, sind Indikatoren der Zustandsgrößenänderungen in den einzelnen Komponenten. Die Zustandsgrößen der Gasturbinenkomponenten werden in dieser Arbeit durch die Wirkungsgrade (η), Massenstromparameter (\dot{m}_{corr}) und Auslassfläche (A_8) beschrieben. Für die Qualität der Analyse der Gasturbine stellt sich die Frage, welche Größen gemessen werden müssen, um einen gewünschten Satz an Zustandsgrößen über einen größtmöglichen Betriebsbereich der Gasturbine sinnvoll zu beobachten. Eine essentielle Forderung an die zu messenden Größen ist die eindeutige Zuordnung zu einer Zustandsgröße. Wird eine Messgröße von mehr als einer Zustandsgröße stark beeinflusst, so ist die Analyse der Gasturbine nicht eindeutig. Umgekehrt, wenn mehr als eine Messgröße auf Zustandsgrößenänderungen ähnlich reagiert, wird von der Redundanz der Messgrößen gesprochen. Um die optimale Information zu erhalten, müssen folgende Kriterien erfüllt werden:

- 1) Ähnliche Muster in den Messgrößen für verschiedene Schadensfälle sollen vermieden werden
- 2) Redundanz zwischen den Messgrößen soll vermieden werden

Verschiedene Verfahren zur Messgrößenauswahl wurden von diversen Autoren vorgestellt. Die hier vorgestellten Verfahren basieren auf der Untersuchung der Einflusskoeffizienten-Matrix (EKM) eines nichtlinearen Triebwerkmodells, das durch die Linearisierung um einen Betriebspunkt gewonnen werden kann. Stamatis [4] stellt die Methode der Sensitivität der Messgrößen in Anlehnung an eine Industriegasturbine dar. Ähnlich stellt Urban [5] die Bedingungen für eine Messgrößenauswahl. Kamboukos [6] stellt ein Verfahren der Konditionszahlbetrachtung vor, um eine optimale Messgrößenauswahl zu gewährleisten. Roesnick [7] erstellt mit Hilfe der Beobachtbarkeitsverlustfunktion eine optimale Auswahl an Messgrößen für eine Gasturbine. Ein verwandtes Verfahren stellt Bechini [8] in

seiner Arbeit vor. Die Ergebnisse der erwähnten Verfahren basieren auf die Untersuchung zu einem Betriebspunkt (Auslegungspunkt). In dieser Abhandlung soll gezeigt werden, dass die Betriebspunktabhängigkeit der Messgrößenauswahl mitunter eine entscheidende Rolle spielt.

Der Vorteil der nach der optimalen Beobachtbarkeit bestimmten Messgrößenkombination für bestimmte Systeme ist die Möglichkeit, die Zustandsgrößenänderungen in jedem Betriebspunkt bestmöglich zu bestimmen.

2. LINEARE MODELLERSTELLUNG FÜR DIE BEOBACHTBARKEITSANALYSE

Für die Beobachtbarkeitsuntersuchung wird als Grundlage ein nichtlineares Gasturbinenmodell verwendet, welches um einen Betriebspunkt linearisiert wird. Eine prinzipielle Herleitung der Linearisierung soll hier in Anlehnung an Kamboukos [6] vorgestellt werden. Das Gasturbinenverhalten kann in Form von

$$(1) \quad \vec{y} = F(\vec{w}, \vec{x})$$

beschrieben werden. Hierbei beschreibt \vec{y} die Messgrößen, \vec{w} die betriebspunktfestlegenden Größen und \vec{x} die unabhängigen Zustandsgrößen der Gasturbine. Für einen festgehaltenen Betriebspunkt wird Gl. (1) zu

$$(2) \quad \vec{y} = F(\vec{x}).$$

Die Messgrößen werden nach Gl. (2) zu einer Funktion der Zustandsgrößen. Wird von einer Gasturbine im unverschlechterten Zustand ausgegangen, so befinden sich die Zustandsgrößen der Gasturbine und deren Messgrößen in ihrem Referenzzustand:

$$(3) \quad \vec{y}^{ref} = F(\vec{x}^{ref}).$$

Durch Fehlfunktion der Gasturbine ändern sich die Zustandsgrößen gegenüber dem ermittelten Referenzzustand aus Gl. (2). Dieser Sachverhalt kann wie folgt dargestellt werden:

$$(4) \quad x_j = x_j^{ref} + \delta x_j.$$

Für kleine Abweichungen δx_j werden die erhaltenen Messgrößen durch eine um x_j^{ref} entwickelte Taylorreihe der Form

$$(5) \quad y_i = y_i^{ref} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \cdot (x_j - x_j^{ref}) + G.H.O.$$

angenähert. Mit der Annahme, dass die Differenz $x_j - x_j^{ref}$ sehr klein ist, sind die Glieder höherer Ordnung ($G.H.O.$) verhältnismäßig klein zum Glied erster Ordnung und werden vernachlässigt. Die zum Referenz bezogene Messgrößenabweichung kann folglich zu:

$$(6) \quad \frac{y_i - y_i^{ref}}{y_i^{ref}} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j^{ref}}{y_i^{ref}} \cdot \frac{(x_j - x_j^{ref})}{x_j^{ref}}$$

$$\text{bzw.} \quad \Delta y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot \Delta x_j \quad \text{mit} \quad a_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j^{ref}}{y_i^{ref}}$$

zusammengefasst werden. Wird das System für alle zu beobachtenden Zustandsgrößen beschrieben, so ergibt sich:

$$(7) \quad \Delta \vec{y} = EKM \cdot \Delta \vec{x}.$$

Die Jakobi-Matrix bzw. die EKM stellt die linearen Zusammenhänge zwischen kleinen Zustandsgrößenänderungen und kleinen Messgrößenänderungen in einem Betriebspunkt dar. Die benötigten Informationen für die Beobachtbarkeit des Systems liegen somit in der *EKM* vor. Für die Schätzung der Zustandsgrößen aus der Messgrößenkombination muss demnach eine Form der Invertierung der *EKM* erfolgen. Für ein bestimmtes System mit vollem Rang gilt:

$$(8) \quad \Delta \vec{x} = EKM^{-1} \cdot \Delta \vec{y}.$$

3. GRUNDLAGEN DER BEOBACHTBARKEITSANALYSE

Die Ansätze für die Beobachtbarkeit lassen sich nach Roesnick [7] und Kamboukos [6] bzw. Mathioudakis [9] in zwei getrennte Verfahren aufteilen:

- 1) Allgemeine Beobachtbarkeit der Gasturbine
- 2) Numerische Beobachtbarkeit der Gasturbine

3.1. Allgemeine Beobachtbarkeit

Der Begriff der allgemeinen Beobachtbarkeit impliziert, dass ein System im Intervall $[t_0, t_1]$ beobachtbar genannt wird, wenn für ein Zeitpunkt $t_1 > t_0$ die Zustandsgröße $x_n(t_0)$ vollständig aus dem Messvektor \vec{y} im Intervall $[t_0, t_1]$ bestimmt werden kann. Dabei ist das quasistationäre System als ein Sonderfall enthalten (vgl. die Herleitung in Roesnick [7]).

Maßgeblich für die allgemeine Beobachtbarkeit ist die minimale Korrelation zwischen den Messgrößen. Um diese Bedingung zu überprüfen wird im n-dimensionalen Zustandsgrößenraum einen Zustandsvektor \vec{g} gesucht, der zu allen Messvektoren (Zeilenvektoren) der *EKM* orthogonal steht.

- Existiert ein Vektor \vec{g} , der auf allen Messvektoren im Zustandsgrößenraum orthogonal steht, so ist das System nicht vollständig beobachtbar da Zustandsgrößenkombinationen existieren, die nicht durch die Messgrößen beschrieben werden können (vgl. BILD 1.)

- Existiert kein Vektor \vec{g} , so sind alle Kombinationen von Zustandsgrößenänderungen exakt beobachtbar.

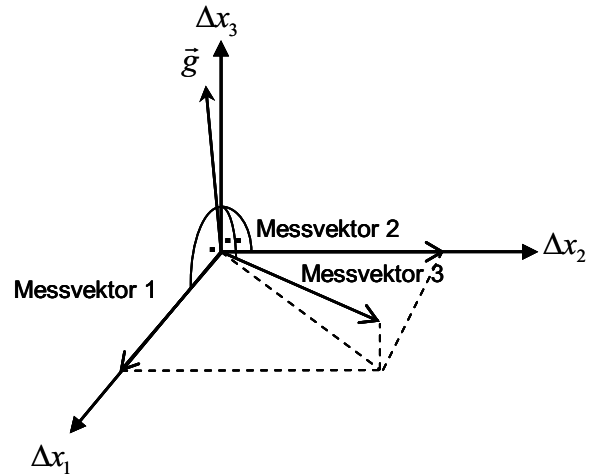


BILD 1. Dreidimensionaler Zustandsgrößenraum mit orthogonalem Vektor \vec{g}

Ein Maß für \vec{g} geht aus der Beobachtbarkeitsverlustfunktion nach Roesnick [7] hervor, welche nachfolgend verkürzt erläutert wird. Es soll derjenige Vektor \vec{g} gefunden werden, welcher auf allen (normierten) Zeilenvektoren (Messvektoren) \vec{e} der *EKM* orthogonal steht ($\vec{e}^T \cdot \vec{g} = 0$). Wird die Aussage für alle normierten Zeilen der *EKM* zu einem quadratischen Gütekriterium zusammengefasst, so folgt:

$$(9) \quad L = \sum_{i=1}^m (\vec{e}_i^T \cdot \vec{g})^2 = \vec{g}^T \cdot [E^T \cdot E] \cdot \vec{g}.$$

Die Funktion L wird als die Beobachtbarkeitsverlustfunktion bezeichnet. Ist die Gl. (9) minimal, so ist \vec{g} der Orthogonalität am nächsten. Die Matrix *E* ist die zeilennormierte *EKM*. Um das Optimierungsproblem zu lösen, wird das Lagrange'sche Verfahren mit dem Lagrange'schen Multiplikator φ und der Nebenbedingung ($\vec{g}^T \cdot \vec{g} = 1$) auf Gl. (9) angewandt. Wird das Minimum der Lagrange'schen Funktion gefordert, so ergibt sich:

$$(10) \quad \frac{\partial L}{\partial \vec{g}} = \frac{\partial [\vec{g}^T \cdot [E^T \cdot E] \cdot \vec{g} + \varphi \cdot (\vec{g}^T \cdot \vec{g} - 1)]}{\partial \vec{g}} = 0.$$

Wird die Ableitung der Gl. (10) gebildet und vereinfacht den erhaltenen Ausdruck, so folgt nach Roesnick [7] die Forderung:

$$(11) \quad \det \cdot [E^T \cdot E - \varphi \cdot J] = 0.$$

Augenscheinlich sind die Werte von φ für die Lösung der Forderung der Gl. (10), die Eigenwerte des Ausdruckes $E^T \cdot E$. Da die Forderung nach $L = \min$ gilt, ist der kleinste Eigenwert $\varphi_{\min} = \lambda_{\min}$ die Lösung von Gl. (11). Folglich ist der absolute Betrag des kleinsten Eigenwertes

λ_{\min} ein Maß für die allgemeine Beobachtbarkeit. Der dazugehörige Eigenvektor ist jene Kombination an Zustandsgrößenänderungen, die am orthogonalsten auf den Messvektoren stehen und damit am schlechtesten beobachtbar sind. Für die Auswahl der Messgrößenkombination ergibt sich die Forderung, dass der Betrag des kleinsten Eigenwertes der *EKM* maximal ist. Für schlecht gestellte Probleme kann mehr als ein Eigenwert zu Null werden, wohingegen für unterbestimmte Systeme ($n > m$) mindestens $n - m$ Eigenwerte gleich Null existieren. Solche Systeme sind nicht vollständig beobachtbar. In diesem Sinne stellt Henriksson [10] das Multipoint-Verfahren vor, um eine Beobachtbarkeitserweiterung mittels Informationen aus zusätzlichen Betriebspunkten zu erhalten.

3.2. Numerische Beobachtbarkeit

Unter der numerischen Beobachtbarkeit wird die Robustheit der linearen Abbildung gegenüber Ungenauigkeiten z.B. im Messvektor definiert. Da nach Gl. (8) die Inverse der *EKM* erstellt werden muss, muss die Frage beantwortet werden, wie stabil die numerische Invertierung ist. Ein Maß für die numerische Stabilität bzw. Robustheit bietet die Konditionszahl der *EKM*. Zieschang [11] bietet eine ausführliche Herleitung zu diesem Thema. Die Definition der Konditionszahl κ für lineare Abbildungen lautet:

$$(12) \quad \kappa = \|EKM^{-1}\| \cdot \|EKM\|.$$

Wird die 2-Norm der Matrizenorm angewandt, so lässt sich Gl. (12) in die folgende Form überführen:

$$(13) \quad \kappa = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}.$$

Hierbei ist σ_{\max} und σ_{\min} jeweils der maximale bzw. minimale Singulärwert der *EKM*. Der Vorteil des nach Gl. (13) gegebenen Zusammenhanges ist, dass die Singulärwerte für beliebige *EKM* über die Singulärwertzerlegung immer gegeben sind. Eine abstrakte bzw. theoretische Abschätzung der Verstärkung von Ungenauigkeiten der *EKM* ist nach Zieschang [11] gegeben durch:

$$(14) \quad \frac{\|\delta \tilde{x}\|}{\|\Delta \tilde{x}\|} \leq \kappa(EKM) \cdot \frac{\|\delta \tilde{y}\|}{\|\Delta \tilde{y}\|} \text{ mit } (\delta \tilde{y} = \Delta \tilde{y} - \Delta \tilde{y}').$$

Hierbei ist $\Delta \tilde{y}'$ der bezogene Messvektor inklusive Unsicherheit. Nach Gl. (14) ist $\delta \tilde{y}$ der bezogene Rauschanteil des Messvektors. Um eine möglichst kleine Verstärkung zu erzielen, muss der Betrag von κ klein sein. Die übliche Größenordnung für ein sehr gut konditioniertes System ist ca. $1 \leq \kappa \leq 5$. Nicht optimal konditionierte Systeme liegen bei ca. $\kappa \leq 100$. Diese Art der Konditionierung kommt am häufigsten im Ingenieurwesen vor, da die Einträge der linearen Abbildungsmatrizen nicht optimal skaliert werden können. Wohingegen für $\kappa \rightarrow \infty$

von einem schlecht gestellten Problem gesprochen wird. Für die Auswahl der Messgrößen folgt, dass der Betrag der Konditionszahl für eine numerisch stabile Invertierung der *EKM* minimal sein soll. Es stellt sich die Frage, wie beide Beobachtbarkeitssäulen (allgemeine und numerische Beobachtbarkeit) gleichzeitig sinnvoll erfüllt werden können.

3.3. Geometrische Deutung der Forderungen

Bei genauer Betrachtung der numerischen Beobachtbarkeit (kleine Konditionszahl) und der Forderung der allgemeinen Beobachtbarkeit (größter Betrag des kleinsten Eigenwertes), lassen sich die Forderungen teilweise ineinander überführen.

Die Konditionszahl kann folgendermaßen interpretiert werden. Die reelle Matrix *EKM* kann als Abbildungsvorschrift $\Delta \tilde{y} = EKM \cdot \Delta \tilde{x}$ ($\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$) aufgefasst werden. Dabei wird eine Hypersphäre (n-dimensionale Kugel) auf ein Hyperellipsoid (m-dimensionale Ellipsoide) abgebildet. Die Singulärvektoren \vec{u}_i aus der Singulärwertzerlegung nach $EKM = U \cdot \Sigma \cdot V$ geben die Richtung der Halbachsen des Hyperellipsoides (Bildraum von der *EKM*) an, die Singulärwerte σ_j ihre Länge. Die Vektoren \vec{v}_i spannen den Kern (Nullraum) von der *EKM* auf. In BILD 2 wird dies an einem 2x2 System veranschaulicht.

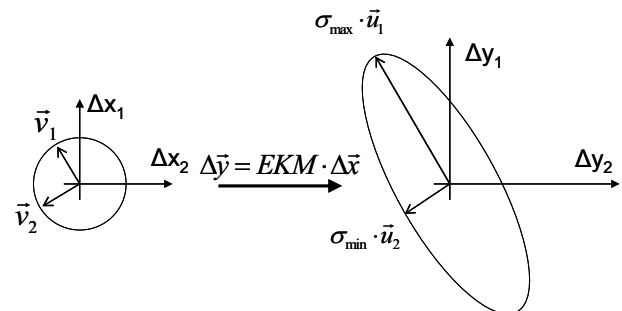


BILD 2. Schematische Darstellung der linearen Abbildung in Anlehnung an Strang [12]

In Worten ausgedrückt, beschreibt die Konditionszahl die Stauchung des Bildraumes in welche abgebildet wird. Mit der Forderung, dass κ möglichst klein sein soll, wird erzwungen, dass der Bildraum \mathbb{R}^m eine Kugelgestalt annimmt. Es sollen Stauchungen im Bildraum \mathbb{R}^m möglichst vermieden werden. Wie weiter oben hergeleitet, spiegelt der kleinste Eigenwert λ_{\min} die Güte der allgemeinen Beobachtbarkeit wieder. Sind folgende Voraussetzungen

- $EKM^T \cdot EKM$ hat vollen Rang
- $EKM^T \cdot EKM$ ist hermitesch und positiv semidefinit

erfüllt, dann kann der Zusammenhang zwischen Eigenwerten und Singulärwerten einer Matrix nach Bunse [13] wie folgt dargestellt werden:

$$(15) \quad \sigma_j(EKM) = \sqrt{\lambda_j(EKM^T \cdot EKM)}.$$

Aus Gl. (15) folgt, dass sich der kleinste Eigenwert λ_{\min} von $(EKM^T \cdot EKM)$ in den kleinsten Singulärwert σ_{\min} von der EKM überführen lässt. Wird das BILD 2 betrachtet, so ist es offensichtlich, dass das Maß der allgemeinen Beobachtung gerade diejenige Halbachse des Bildraumes (hier der Hyperellipsoide) ist, welche am schwächsten aufgespannt wird. In Worten ausgedrückt, je kleiner der Betrag von σ_{\min} , desto größer die Wahrscheinlichkeit, dass im Bildraum eine Dimension der Abbildung verloren geht, und somit eine Zustandsgröße oder Zustandsgrößenkombination nicht mehr beobachtbar ist.

Zusammenfassend kann die Forderungen an die Beobachtbarkeit der Gasturbine wie folgt formuliert werden. Gesucht ist eine Kombination an Messgrößen, welche den Betrag des kleinsten Singulärwertes σ_{\min} der EKM maximiert (Versuch den am schlechtesten aufgespannten Raum des Bildraumes zu maximieren) und die Konditionszahl κ der EKM minimiert (Versuch die Verzerrung des Bildraumes zu minimieren). Aufgrund von $\kappa = F(\sigma_{\min}, \sigma_{\max})$ müssen beide oben genannten Forderungen gleichzeitig betrachtet werden.

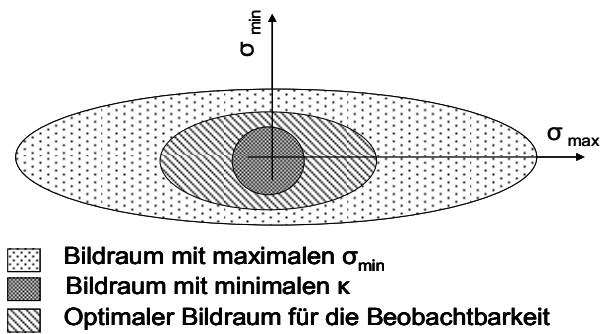


BILD 3. Der Bildraum in Abhängigkeit von σ_{\min} und κ

Da mit der Konditionszahl ein Verhältnis der Singulärwerte betrachtet wird, kann keine Aussage über die Größe der Beträge des größten und kleinsten Singulärwertes gemacht werden. D.h. der Bildraum kann ein Minimum der Konditionszahl besitzen, aber der Betrag für den kleinsten Singulärwert wäre unter Umständen nahe Null. Wird der Betrag des kleinsten Singulärwertes separat betrachtet, so existiert keine Information über die Verzerrung des Bildraumes. In diesen Fällen ist das Optimum für den Bildraum zwischen den aufgespannten Räumen der Extremas des größten Betrages des kleinsten Singulärwertes und des absolut kleinsten Wertes der Konditionszahl. Dieses Dilemma wird in BILD 3 veranschaulicht.

4. DAS ZU UNTERSUCHENDE SYSTEM

4.1. Die Gasturbine

Eine Gasturbine mit einem hohen Nebenstromverhältnis dient zur Demonstration der optimalen Messgrößenauswahl. Die thermodynamischen Ebenen und die Gasturbinenkonfiguration können aus BILD 4 entnommen werden.

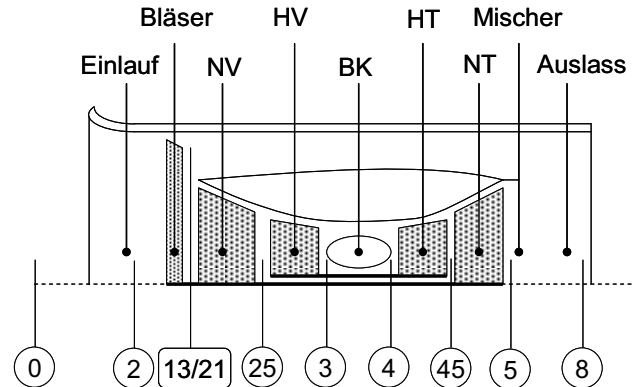


BILD 4. Gasturbinenkonfiguration und thermodynamische Ebenenbezeichnungen

Die Verschlechterungen der Komponenten werden durch ihre Zustandsgrößenänderungen von ihren Referenzwerten wie folgt repräsentiert:

$$(16) \quad \Delta\eta_i = (\eta_i - \eta_{i,ref}) \cdot 100\% ,$$

$$(17) \quad \Delta\dot{m}_{corr,i} = \left[\frac{\dot{m}_i \cdot \left(\frac{\sqrt{T_i}}{p_i} \right)}{\dot{m}_i \cdot \left(\frac{\sqrt{T_i}}{p_i} \right)_{ref}} - 1 \right] \cdot 100\% ,$$

$$(18) \quad \Delta A_g = \left[\frac{A_g}{A_{g,ref}} - 1 \right] \cdot 100\% .$$

Die zu beobachtenden Zustandsgrößen sind jeweils der Wirkungsgrad und Massenstromparameter der einzelnen Turbokomponenten. Eine der Ausnahmen bildet der Auslass. Hier soll nur der Auslassflächenbeiwert beobachtet werden. Die Brennkammer wird aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht beobachtet. Es ergeben sich damit n=11 zu beobachtende Zustandsgrößen.

4.2. Zur Verfügung stehende Messgrößen

Für die optimale Auswahl der Messgrößen stehen am Anfang der Untersuchung Messgrößen der thermodynamischen Ebenen, wie Druck und Temperatur zur Verfü-

gung. Zusätzlich werden noch die Drehzahlen, Drehmomente und der Brennstoffmassenstrom gemessen. Die TAB 1 und TAB 2 fassen die zur Verfügung stehenden Messgrößen zusammen. Die TAB 1 enthält die unabhängigen (betriebspunktfestlegenden) Messgrößen.

Nr.	Messgröße	Abk.	[-]
1	Rel. Niederdruckwellendrehzahl	n_1	-
2	Totale Eintrittstemperatur	$T0$	K
3	Totaler Eintrittsdruck	$p0$	kPa

TAB 1. Unabhängige Messgrößen der Gasturbine

Die rel. Niederdruckwellendrehzahl n_1 spiegelt den Lastparameter der Gasturbine wider. Die totale Eintrittstemperatur und Druck setzen die Betriebsbedingungen fest. Diese Messgrößen gehören nicht zum Satz der auszuwählenden Messgrößen. TAB 2 beinhaltet die zu der Beobachtbarkeitsuntersuchung relevanten, abhängigen Messgrößen.

Nr.	Messgröße	Abk.	[-]
1	Hochdruckwellendrehzahl	N_2	rpm
2	Brennstoffmassenstrom	\dot{m}_B	kg/s
3	Bläser-Außentemperatur	$T13$	K
4	Bläser-Außendruck	$P13$	kPa
5	Bläser-Innentemperatur	$T21$	K
6	HV-Eingangsdruck	$P25$	kPa
7	HV-Austrittstemperatur	$T3$	K
8	HV-Austrittsdruck	$P3$	kPa
9	HT-Austrittstemperatur	$T45$	K
10	HT-Austrittsdruck	$P45$	kPa
11	LT-Austrittstemperatur	$T5$	K
12	LT-Austrittsdruck	$P5$	kPa
13	Auslassdruck	$P8$	kPa
14	Hochdruckwellendrehmoment	M_H	Nm
15	Niederdruckwellendrehmoment	M_N	Nm

TAB 2. Abhängige Messgrößen für die Beobachtbarkeitsuntersuchung

5. DAS VERFAHREN

Für die beschriebene Forderung der optimalen Beobachtbarkeit wird ein Sortiervfahren vorgestellt, welches eine eindeutige Aussage über die optimale Messgrößenkombination für ein bestimmtes System ($n=m$) trifft. Hierzu werden die besten Lösungen der Untersuchung nach σ_{\min} und κ über alle Betriebspunkte (BP) betrachtet. Die Ergebnisse werden über die BP gemittelt und anschließend fusioniert. Das Ergebnis ist eine mittlere Lösung der oben genannten Forderungen. Das Endergebnis des Sortierver-

fahrens ist ein Gewichtungsindex für eine Messgrößenkombination (MK). Je höher der Betrag des Gewichtungsindexes für eine MK ist, desto optimaler die Beobachtbarkeit der Gasturbine.

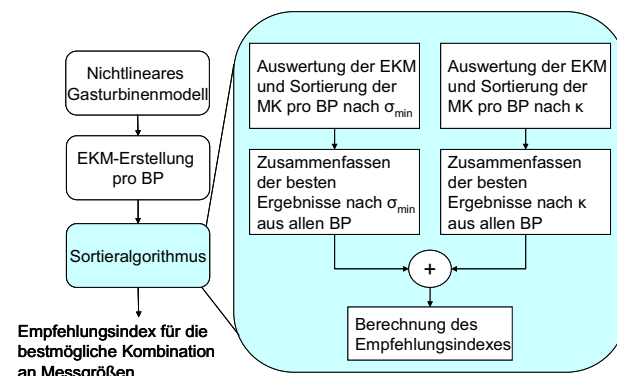


BILD 5. Schematischer Aufbau des Sortieralgorithmuses.

5.1. Auswertungen der EKM

Ausgehend von BILD 5. wird der Ablauf der Sortierung schematisch beschrieben. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird nur der linke Ast (Sortierung nach σ_{\min} -Kriterium) der Skizze näher erläutert. Der Ablauf gilt analog für den rechten Strang (κ -Kriterium). Die Ausgangs-EKM aus dem nichtlinearen Gasturbinenmodell ist $(m-n)=a$ -fach überbestimmt. Um alle möglichen bestimmten Systeme untersuchen zu können, werden a Zeilen der Ausgangs-EKM nach folgenden Kombinationen

$$(19) \quad \binom{m}{a} = \frac{m!}{a!(m-a)!} = K \quad a = m - n$$

gestrichen. Für $m=15$ und $n=11$ existieren 1365 Kombinationen um vier Messgrößen aus der a -fach überbestimmten EKM zu streichen.

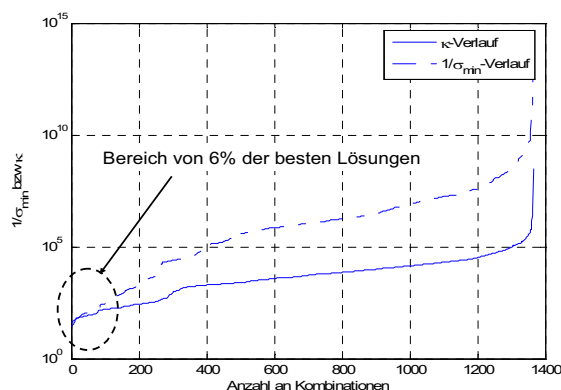


BILD 6. Verläufe von κ -Werten und σ_{\min} -Werten über die Anzahl der Kombinationen in einem BP

Für die neu erhaltenen, reduzierten, bestimmten EKM's werden die zugehörigen σ_{\min} berechnet. Um den Rechenaufwand zu begrenzen werden pro BP nur die besten 6% der Kombinationen nach ihren σ_{\min} beurteilt und für die weitere Untersuchung verwendet. Es hat sich gezeigt, dass die gesuchte Lösung mit großer Wahrscheinlichkeit in diesem Bereich liegt. BILD 6 verdeutlicht den zu untersuchenden Bereich für die Auswahl der Messgrößen für eine optimale Beobachtbarkeit.

Die σ_{\min} -Werte pro BP der so ausgewählten MK werden für die Vergleichbarkeit zwischen den Betriebspunkten auf das arithmetische Mittel der σ_{\min} -Werte pro BP bezogen.

$$(20) \quad \sigma_{\min,i}^* = \frac{\sigma_{\min,i}}{\frac{1}{z} \cdot \left(\sum_{j=1}^{j=z} \sigma_{\min,j} \right)_{BP}} \quad z = 1365 \cdot 0,06$$

Die TAB 3 zeigt für einen BP die nach $\sigma_{\min,i}^*$ sortierten Messgrößenkandidaten die für den Erhalt eines bestimmten Systems ($m=n$) aus dem ursprünglich überbestimmten System ($m>n$) gestrichen werden. Je größer $\sigma_{\min,i}^*$, desto empfehlenswerter die Streichung der aufgelisteten Messgrößenkombination.

K	Zu streichende Messgrößen				$\sigma_{\min,i}^*$
143	N_2	$T13$	$P8$	M_N	1,6436
469	\dot{m}_B	$P13$	$T45$	M_H	1,6347
1349	$T45$	$P5$	M_H	M_N	1,6267
...

TAB 3. Nach der Singulärwertbetrachtung zu streichende Messgrößen in BP1

K	Zu streichende Messgrößen				κ_i^*
629	\dot{m}_B	$T45$	$P8$	M_N	0,6241
413	\dot{m}_B	$T13$	$T45$	$P8$	0,6384
645	\dot{m}_B	$T5$	$P8$	M_N	0,6492
...

TAB 4. Nach der Konditionszahlbetrachtung zu streichende Messgrößen in BP1

Gegenübergestellt zu TAB 3 ist die nach κ_i^* erhaltene Sortierung der zu streichenden MK im selben BP (TAB 4). Es ist offensichtlich, dass die Lösungen der beiden Auswahlkriterien (σ_{\min} und κ) nicht identisch sind. Dieser Sachverhalt steht in Einklang mit der beschriebenen Problematik in Kap.3.3. Zusätzlich unterscheiden sich die Lösungen über die einzelnen Betriebspunkte hinweg. Diesen Sachverhalt verdeutlicht die TAB 5. Es werden beispielhaft

die besten drei Lösungen zum Singulärwertkriterium in einem leicht veränderten BP zu der in TAB 3 aufgezeigt.

K	Zu streichende Messgrößen				$\sigma_{\min,i}^*$
1349	$T45$	$P5$	M_H	M_N	1,6093
1267	$T3$	$T45$	$T5$	$P8$	1,5955
577	\dot{m}_B	$T3$	$T45$	$P8$	1,584
...

TAB 5. Nach der Singulärwertbetrachtung zu streichende Messgrößen in BP2

Um die Einflüsse der BP nicht zu unterschlagen, werden die Ergebnisse der Auswertungen nach den einzelnen Auswahlkriterien pro BP nach dem in BILD 7 dargestellten Katalogprinzip, zwischengespeichert. Analog werden die Tabellen für das nach dem κ -Kriterium erhaltene Ergebnis zwischengespeichert.

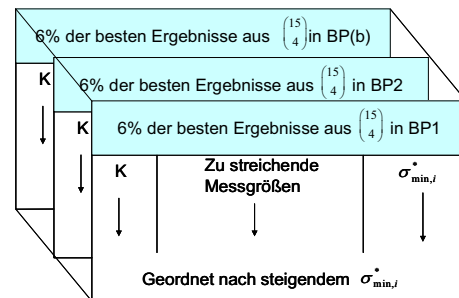


BILD 7. Ergebnislisten der besten 6% der reduzierten EKM's pro BP sortiert nach steigendem $\sigma_{\min,i}^*$

5.2. Zusammenfassung der Ergebnisse über alle BP

Um ein eindeutiges Ergebnis für die zu streichenden Messgrößen zu erreichen, werden die Ergebnisse der einzelnen Tabellen zusammengefasst.

Im ersten Schritt wird die Häufigkeit d der vorkommenden Kombinationen über alle BP pro σ_{\min}^* - und κ^* -Strang (vgl. BILD 5) bestimmt. Der Wert $d=1$ wird so definiert, dass die zu streichende Kombination in allen Betriebspunkten im jeweiligen Strang in den 6% der besten Lösungen enthalten ist. Im zweiten Schritt werden die Auswahlkriteriengrößen pro BP und Strang zu einem globalen Auswahlkriterium über alle BP zusammengefasst und die MK's neu sortiert. Dazu werden die Auswahlkriteriengrößen auf das jeweilige globale Maximum (größtes σ_{\min}^*) bzw. Minimum (kleinstes κ^*) bezogen und durch ihre Häufigkeit in den besten 6% der Lösungen, dividiert. Die Gl 21-22 zeigen die bezogenen Kriteriengrößen $\tilde{\sigma}_{\min}^*$ und $\tilde{\kappa}^*$.

$$(21) \quad \tilde{\sigma}_{\min,i}^* = \frac{\sum_{q=1}^b (\sigma_{\min,i}^*)_q}{d \cdot b \cdot \max(\sigma_{\min}^*)_{Global}}$$

$$(22) \quad \tilde{\kappa}_i^* = \frac{d \cdot b \cdot \min(\kappa^*)_{Global}}{\sum_{q=1}^b (\kappa_i^*)_q}$$

Die bezogenen Kriteriengrößen für jede Kombination in den besten 6% der Lösungen nehmen nur die Werte zwischen 0 und 1 an. Zusammenfassend ergibt sich eine Tabelle pro Auswahlkriterium nach BILD 8 (analog auch für das Konditionszahlkriterium).

Globale Auswahlliste nach σ_{\min}			
K	Zu streichende Messgrößen	Häufigkeit	$\tilde{\sigma}_{\min,i}^*$
↓	↓	↓	↓
Geordnet nach steigendem $\tilde{\sigma}_{\min,i}^*$			

BILD 8. Globale Auswahlliste (Singulärwertkriterium)

5.3. Fusionierung und Gewichtungsindex

Ausgehend von jeweils der globalen Auswahlliste nach den Singulärwertkriterium und Konditionszahlkriterium wird die optimale Lösung der wegzulassenden Messgrößen berechnet. Dazu werden die Lösungen nach den globalen Auswahllisten über eine einfache Summierung fusioniert

$$(23) \quad I_i = C_1 \cdot h_{\sigma_{\min,i}} + C_2 \cdot \tilde{\sigma}_{\min,i}^* + C_3 \cdot h_{\kappa,i} + C_4 \cdot \tilde{\kappa}_i^*$$

Mit den Konstanten $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 1$ wird der Gewichtungsindex I pro Kombination berechnet. Der Wert von I kann einen Wert von 0 bis 4 annehmen. Der Wert 4 indiziert, dass die Kombination an zu streichenden Messgrößen sowohl nach dem Konditionszahlkriterium als auch nach dem Singulärwertkriterium mit den besten Werten und am häufigsten über alle BP vorkommt. In BILD 9 ist die Ergebnisliste nach der Sortiermethode dargestellt.

Ergebnisliste nach der Sortierung		
K	Zu streichende Messgrößen	Gewichtungsindex I
↓	↓	↓
Geordnet nach steigendem I		

BILD 9. Ergebnisliste der Sortierung mit Gewichtungsindex I

Die Kombination mit dem größten Betrag des Gewich-

tungsindexes I ist die gesuchte Lösung über alle BP. Wird diese Kombination an Messgrößen aus dem Set an verfügbaren Messgrößen gestrichen, so entsteht ein bestimmtes System welches eine Kompromisslösung zwischen der allgemeinen und der numerischen Beobachtbarkeit über alle für die Untersuchung betrachteten Betriebspunkte liefert. Da es sich um einen rein mathematischen Lösungsweg handelt, sollte das Ergebnis aus technologischer Sicht kritisch beurteilt werden.

6. ERGEBNISSE

Für eine repräsentative Lösung der optimalen Beobachtbarkeit wurden in 25 Betriebspunkten die EKM 's nach Kapitel 2 erstellt.

Wird der vorgestellte Sortieralgorithmus für die optimale Beobachtbarkeit über die Betriebspunkte ausgewertet, und vergleicht das Ergebnis beispielhaft mit den Ansätzen nach Roesnick [7] und Kamboukos [6] in einem BP so resultiert das Ergebnis nach TAB 6.

Größe	σ_{\min} Lösung	κ Lösung	Opt. Lösung	Häufig- keit %
N_2	✓	✓	✓	81,4
\dot{m}_B	✓	✓		57,0
T_{13}	✓			66,7
P_{13}	✓	✓	✓	64,1
T_{21}	✓	✓	✓	82,1
P_{25}	✓	✓	✓	100,0
T_3	✓	✓	✓	74,4
P_3	✓	✓	✓	100,0
T_{45}		✓		55,1
P_{45}	✓	✓	✓	100,0
T_5			✓	51,9
P_5		✓	✓	61,5
P_8	✓			60,9
M_H	✓		✓	73,7
M_N		✓	✓	71,2

TAB 6. Messgrößenauswahl nach den vorgestellten Verfahren

In der TAB 6 ist zusätzlich zu den gewählten Messgrößen die Häufigkeit der einzelnen Messgrößen in den besten 6% der Lösungen über alle BP aufgetragen. Ein Wert von 100% signalisiert, dass die Messgröße in allen Betriebspunkten zu den besten Messgrößenkombinationen dazugehört. Offensichtlich sind nach TAB 6, Spalte „Häufigkeit“, die Messgrößen P_{25} , P_3 und P_{45} essentielle Messgrößen für eine optimale Beobachtbarkeit. Es sind

diese Messgrößen, die es erlauben die Hoch- und Niederdruckkomponenten für eine folgende Diagnose zu entkoppeln.

Aufgrund der Tatsache, dass die Forderungen nach Roesnick [7] und Kamboukos [6] nur für einen bestimmten BP ausgewertet werden, veranschaulichen BILD 10 und BILD 11 die Nachteile der beiden Verfahren gegenüber dem hier vorgestellten betriebspunktabhängigen optimalen Beobachtbarkeitsansatzes.

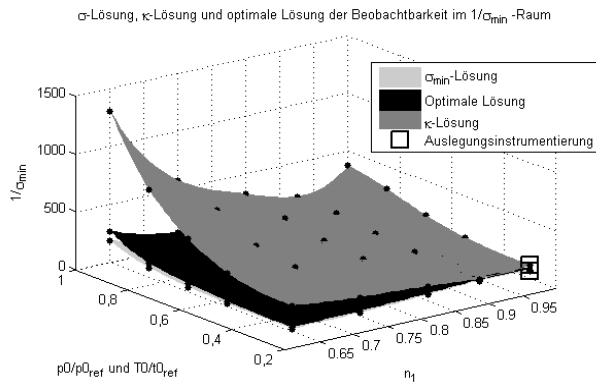


BILD 10. Betriebspunktabhängigkeit der Lösungen im $1/\sigma_{\min}$ -Raum

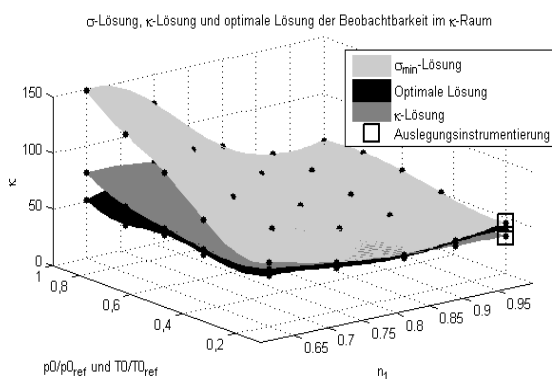


BILD 11. Betriebspunktabhängigkeit der Lösungen im κ -Raum

Die Auslegungspunkte für die Verfahren nach Roesnick [7] und Kamboukos [6] sind in BILD 10 und BILD 11 mit einem Rechteck markiert. Es lässt sich feststellen, dass mit veränderten Betriebsbedingungen die Güte der Beobachtbarkeit nach Roesnick [7] und Kamboukos [6] entweder im $1/\sigma_{\min}$ -Raum oder κ -Raum abnimmt.

Um die Auswirkungen einer besseren Beobachtbarkeit zu verdeutlichen wird anhand eines generierten Abweichens von einem Prozent in der Zustandsgröße Nr.5 in zwei Betriebspunkten veranschaulicht. Für die Visualisierung der Unterschiede in der Diagnose wurde ein leichtes Rauschen auf die Messgrößen hinzuaddiert. Es soll damit

gezeigt werden, wie unterschiedlich die drei Verfahren auf kleine Änderungen im Messgrößenvektor abhängig vom BP reagieren. Der bezogene Rauschvektor $\delta \bar{y}$ ist bei beiden Betriebspunkten identisch und beträgt ca. 0.01% der Messwerte.

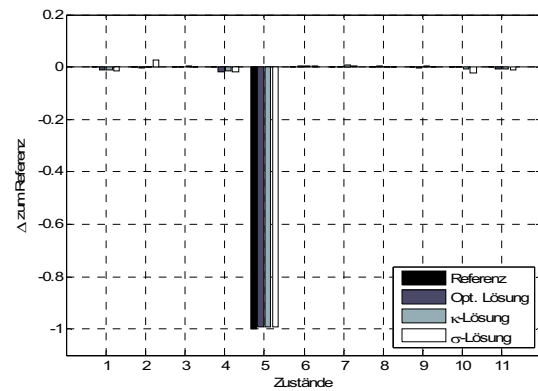


BILD 12. Diagnose im Auslegungspunkt bei leicht verrauschten Messgrößen

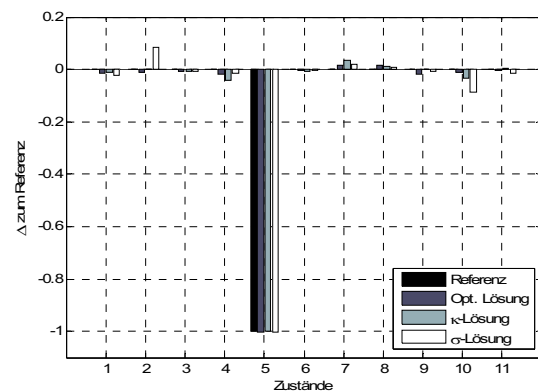


BILD 13. Diagnose außerhalb des Auslegungspunktes bei leicht verrauschten Messgrößen

Das BILD 12 zeigt die Diagnose bzw. die Auswertung von Gl. (8) im Auslegungspunkt (gekennzeichnet in BILD 10 und 11 durch ein Rechteck). Es zeigen sich kaum Einflüsse der Unsicherheiten auf die Ergebnisse. Wird der BP verändert, wie in diesem Beispiel auf $p0/p0_{ref}=1$, $T0/T0_{ref}=1$ und $n1=0.65$, und behält die Auslegungsinstrumentierung bei, so zeigt sich ein Verschmieren der Ergebnisse nach dem σ_{\min} -Verfahren und κ -Verfahren bedingt durch die schlechteren Konditionszahlen bzw. minimalen Singulärwerten der dazugehörigen Systeme. In BILD 13 wird dieser Sachverhalt in der Zustandsgröße 2 und Zustandsgröße 10 für die σ_{\min} -Lösung verdeutlicht. Analog ist ein Verschmieren in den Zustandsgrößen 4 und 7 für die κ -Lösung zu erkennen. Die Verschmierung für die optimale Beobachtbarkeitslösung fällt im Gegensatz zu den beiden anderen Verfahren deutlich geringer aus.

7. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In dieser Abhandlung wurde ein Vergleich zwischen drei unterschiedlichen Ansätzen für die Auswahl von Messgrößen für eine Serieninstrumentierung einer Gasturbine vorgestellt. Die mathematischen Grundlagen der Beobachtbarkeitsanalyse wurden kurz repetiert und die Auswahlverfahren basierend auf der Beobachtbarkeitsanalysen diskutiert. Für die Messgrößenauswahl der optimalen Beobachtbarkeit wurde ein Sortieralgorithmus vorgestellt, welcher über eine Vielzahl an Betriebspunkte eine Kompromisslösung zwischen den Eckpfeilern der fundamentalen Beobachtbarkeitskriterien findet. Es wurde gezeigt, dass ein Betriebspunktabhängiges Messgrößenauswahlverfahren, bedingt durch die besseren Beobachtbarkeitseigenschaften über die Betriebspunkte hinweg, robuster gegenüber leichten Störungen im Messvektor ist. Dieser Sachverhalt wurde am Verschmieren der Diagnose und der Beobachtbarkeitsflächen festgestellt.

Eine sinnvolle Erweiterung des Sortieralgorithmus für eine optimale Auswahl an Messgrößen besteht in der zusätzlichen Betrachtung der Messunsicherheit der Messgrößen. Zusätzlich zu Gl. (23) kann ein weiterer Term hinzugefügt werden, welcher kumulierte Messunsicherheit der Kombination beachtet. Die Invertierung der *EKM* nach Gl. (8) kann zusätzlich mit Hilfe eines erweiterten Least-Squares-Ansatz z.B. mit einer Messgrößenstandardabweichungskovarianzmatrix berechnet werden.

Für zukünftige Untersuchungen für unterbestimmte Systeme ($n > m$) wäre der vorgestellte mathematische Ansatz für eine sinnvolle Zusammenfügung einzelner Zustandsgrößen zielführend, um eine eindeutige Lösung eines pseudobestimmten Systems zu definieren.

8. DANKSAGUNG

Diese Arbeit entstand im Rahmen des Landesprojektes „KW 21“ (Forschungsinitiative Kraftwerke des 21. Jahrhunderts). Für die finanzielle Unterstützung seitens der MTU Aero Engines GmbH und dem Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst, Baden-Württemberg, sei hier gedankt.

9. LITERATURLISTE

- [1] **Sampath S., Singh R.:**
Evolution Strategy for Engine and Sensor Fault Diagnosis,
16th International Symposium on Airbreathing Engines, ISABE-2003-1207, Cleveland, OH, 31 Aug-5 Sep, 2003
- [2] **Lipowsky H. Staudacher, S. Nagy, D. Bauer, M.:**
Probabilistic Gas Turbine Fault Diagnostics using a Fusion of Least Squares Estimations and Fuzzy Logic Rules,
ASME Turbo Expo 2008, GT2008-50190, Berlin, June 9-13, 2008

- [3] **Volponi, A., et al.:**
Method for Performing Gas Turbine Performance Diagnostics,
Patent No: US 6,909,960 B2, Jun. 21, 2005
- [4] **Stamatis A., Mathioudakis, K., Papailiou, K. D.:**
Optimal Measurement and Health Index Selection for Gas Turbine Performance Status and Fault Diagnosis,
Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 114, pp. 209-216, 1992
- [5] **Urban L.A.:**
Parameter Selection for Multiple Fault Diagnostics of Gas Turbine Engines,
ASME, 74-GT-62, Zürich, 1974
- [6] **Kamboukos Ph, Oikonomou P., Stamatis A., Mathioudakis K.:**
Optimizing Diagnostic Effectiveness of Mixed Turbofans by Means of Adaptive Modelling and Choice of Appropriate Monitoring Parameters,
RTO Symposium on Aging Mechanisms and Control, Manchester, UK, October 8-11, 2001
- [7] **Roesnick M.:**
Eine systemtheoretische Lösung des Fehlerdiagnoseproblems am Beispiel eines Flugtriebwerkes,
Dissertation, Institute of Automation Engineering, University of the German Federal Armed Forces, Hamburg, 1984
- [8] **Bechini G., Ameyugo G., Mirinai L., Singh R.:**
Gas path Diagnostics: The importance of measurement selection in the monitoring process,
17th International Symposium on Air-breathing Engines, ISABE-2005-1281, Munich, Germany, September 4-9, 2005
- [9] **Mathioudakis K., Kamboukis Ph:**
Assessment of the Effectiveness of Gas Path Diagnostic Schemes,
Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 128, pp. 57-63, 2006
- [10] **Henriksson M., Borguet S., Leonard O., Grönstedt T.:**
On Inverse Problems in Turbine Engine Parameter Estimation,
ASME Turbo Expo, GT2007-27756, Montreal, Canada, May 14-17, 2007
- [11] **Zieschang H.:**
Lineare Algebra und Geometrie,
Stuttgart, B.G. Teubner Stuttgart, 1997
- [12] **Strang G.:**
Introduction to linear Algebra,
Wellesley, Wellesley-Cambridge Press, 1993
- [13] **Bunse W.:**
Numerische lineare Algebra,
Stuttgart, Teubner Studienbücher, 1985