

# KRÜMMUNGS-NEBENBEDINGUNGEN IN DER AERODYNAMISCHEN MEHRKRITERIEN-OPTIMIERUNG VON VERDICHTERSCHAUFELPROFILEN

L. Sommer, P. M. Flassig, A. K. Dutta, D. Bestle

Lehrstuhl Technische Mechanik und Fahrzeugdynamik  
Brandenburgische Technische Universität Cottbus  
03013 Cottbus, Germany

E-Mails: lars.sommer@tu-cottbus.de, flassig@tu-cottbus.de,  
dutta@tu-cottbus.de, bestle@tu-cottbus.de

## Kurzfassung

Auf dem Gebiet des zweidimensionalen Schaufelentwurfs existieren verschiedene Entwurfsmethoden. Waren anfangs inverse Methoden erste Wahl, wurden mit zunehmender Rechenleistung die direkten Methoden bevorzugt, da diese eine bessere Steuerung der Geometrie erlauben. In letzter Zeit stellen sich Automatisierungs- und Optimierungsansätze als zielführend heraus, da diese die Anforderungen der Industrie nach immer kürzeren Entwicklungszeiten bei gleichzeitig verbesserten aerodynamischen Eigenschaften erfüllen können. Die am Lehrstuhl für Technische Mechanik und Fahrzeugdynamik entwickelten Prozesse zeigen bereits deutliche Fortschritte auf diesen Gebieten [1].

Die zur Optimierung notwendige Parametrisierung der Profilgeometrie kann beispielsweise über die dimensionslosen Skelettlinienginkel- und Dickenverteilungen in Anlehnung an [2] erfolgen. Um möglichst glatte Schaufelprofile bei akzeptablem Rechenaufwand zu erhalten, beschränken sich bisherige Untersuchungen auf die Parametrisierung der Skelettlinienginkelverteilung mit Bézierkurven mit nur drei Kontrollpunkten. Dieser geringe Entwurfsfreiheitsgrad schränkt den Entwurfsraum jedoch deutlich ein, so dass auch die Verbesserung der Strömungseigenschaften des Schaufelprofils begrenzt ist. Daher werden im Rahmen dieser Arbeit Modellierungen mit einer erhöhten Anzahl von Entwurfsparametern untersucht, wobei sowohl die Skelettlinienginkelverteilung als auch die Dickenverteilung durch B-Splinekurven beschrieben werden.

Um auch bei diesem erhöhtem Entwurfsfreiheitsgrad glatte Profile zu erhalten, müssen Nebenbedingungen bezüglich der Krümmungen der Saug- und Druckseite des Schaufelprofils eingeführt werden. Die Krümmung spielt insofern eine wichtige Rolle, als dass sie einen erheblichen Einfluss auf die Umströmung des Profils hat [3]. Im Rahmen eines Optimierungsprozesses, bei dem der Druckverlust minimiert und der Arbeitsbereich des Schaufelprofils maximiert werden soll, werden vor der zeitintensiven 2D-Strömungsanalyse zunächst der Krümmungsverlauf der Saugseite berechnet und geometrische Nebenbedingungen ausgewertet. Werden die Krümmungs-Nebenbedingungen nicht eingehalten, wird die Iterationsschleife an dieser Stelle, also noch vor der zeitintensiven CFD-Analyse abgebrochen. Es zeigt sich, dass bei mindestens gleicher Qualität des Optimierungsergebnisses die Dauer des Entwurfsprozesses dadurch erheblich verkürzt werden kann.

# Nomenklatur

$\widetilde{(\cdot)}$	dimensionslose bzw. normierte Größe
$c$	(wahre) Sehnenlänge
$\mathbf{C}$	B-Splinekurve
DP	Auslegungspunkt
$E$	Austritt bzw. Hinterkante
$i, j, k$	Laufindizes
$I$	Eintritt bzw. Vorderkante
isen	isentrop
$\mathbf{f}$	Vektorkriterium
$h_i$	Ungleichheitsnebenbedingung
$m'$	axiale Stromlinienkoordinate
$M$	(relative) Machzahl
max	maximal
min	minimal
$N$	Basispolynom
$p$	Polynomgrad, Druck
$\mathbf{p}$	Parametervektor
$\mathbf{P}$	B-Splinekontrollpunkte
PS	Druckseite
$r$	Radius
$R$	Stromlinienradius
$\mathbb{R}$	reelle Zahl
$S1$	Meridianstromfläche
$S2$	Schaufelkanalstromfläche
SS	Saugseite
$T$	Dickenverteilung
$u$	Geschwindigkeit, Kurvenparameter
$\mathbf{U}$	Knotenvektor der B-Splinekurve
$x$	(wahre) Sehnenkoordinate
$\alpha$	(relativer) Strömungswinkel
$\beta$	Skelettliniengewinkelverteilung
$\phi^{nc}$	Anzahl nicht konvergierter Rechnungen
$\varphi$	Winkel (Polarkoordinaten)
$\kappa$	Krümmung
$\mu$	dynamische Viskosität
$\omega$	dimensionsloser Druckverlustbeiwert
$\Omega$	Winkelgeschwindigkeit
$\rho$	Dichte
$\theta$	Stromlinienwinkelkoordinate
$\nabla$	Nabla-Operator

## 1 Einleitung

Die Hersteller von Luftfahrtantrieben sehen sich derzeit einem enormen Innovationsdruck gegenübergestellt. Einerseits fordern Politik und Bevölkerung angesichts eines weltweit steigenden Passagieraufkommens eine drastische

Reduktion von Emissionen und Lärm (ACARE 2020, [4]), andererseits zwingen rasant steigende Kraftstoffkosten die Fluggesellschaften, Flottenerneuerungen mit verbrauchsärmeren Flugzeugen durchzuführen. Dafür werden unter anderem stetige Verbesserungen in allen Details der verwendeten Triebwerke angestrebt, um so die Effizienz weiter zu steigern. Beispielhaft hierfür sind die hohen Auftragseingänge für die neue Boeing 787 (Dreamliner) mit modernen Triebwerken mit sehr hohen Nebenstromverhältnissen von Rolls-Royce (Trent 1000) und General Electric (GEtX).

Ein probates Mittel zur Steigerung des thermischen Wirkungsgrades eines Triebwerks ist die Erhöhung des Verdichtungsverhältnisses. Um dies zu erreichen und gleichzeitig den Verdichterwirkungsgrad zu steigern, bedarf es großer Entwicklungsanstrengungen im Bereich des Hochdruckverdichters. Hier sind zwar keine großen Sprünge bei der Verdichtertechnologie zu erwarten, jedoch findet zur Zeit ein Umbruch bei den Entwicklungsmethoden statt, um das vorhandene Optimierungspotential auszuschöpfen. Entscheidend für den Erfolg einer numerischen Optimierung ist die Entwurfsparametrisierung. Dabei gilt es, einen gesunden Kompromiss zwischen einem hohen Entwurfsfreiheitsgrad und dem damit verbundenen Optimierungsaufwand zu finden. Ein hoher Freiheitsgrad führt bei ausreichend vielen Evaluierungen zu besseren Entwürfen. Jedoch werden gerade zu Beginn einer Optimierung viele Entwürfe produziert, die in keiner Weise den Anforderungen entsprechen. Hier gilt es, diese Entwürfe schon frühzeitig, und zwar vor einer zeitintensiven Strömungsanalyse, zu verwerfen, um Rechenzeit einzusparen. Einen wichtigen Beitrag hierzu kann die Einbeziehung von Krümmungsnebenbedingungen liefern.

## 2 Schaufelprofilentwurf

Innerhalb eines Hochdruckverdichters existiert ein instationäres, dreidimensionales Strömungsfeld entlang der Schaufeln. Da es noch immer sehr aufwendig ist, eine solche Strömung numerisch zu analysieren, kann sie nach [5] in zwei gekoppelte zweidimensionale Strömungsfelder zerlegt werden (Abbildung 1). Die S2-Stromebene wird durch die Stromlinien entlang der Maschinenachse gebildet. Die S1-Stromfläche entsteht durch Rotation der

einzelnen Stromlinien der S2-Ebene um die Maschinenachse des Verdichters. Für beide Stromflächen wird vereinfachend eine stationäre Strömung angenommen. Die S1-Stromflächen bilden mit den Verdichterschaufeln doppelt gekrümmte Schnittflächen, die Grundlage des zweidimensionalen Schaufelentwurfs sind.

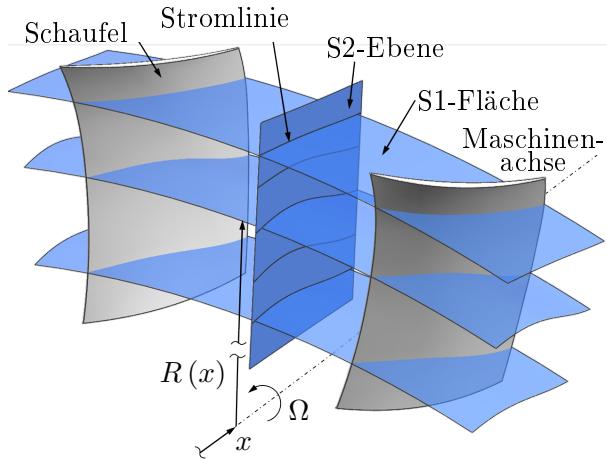


Abbildung 1: Quasi-dreidimensionales Strömungsfeld

## 2.1 Einfluss der Krümmung auf Schaufelumströmungen

Das in dieser Arbeit verwendete CFD-Programm *MISES* [6–8] unterteilt die als stationär angenommene, zweidimensionale Strömung um das Schaufelprofil in der S1-Fläche in zwei Bereiche. Die viskose Grenzschicht wird über ein System nichtlinearer, integraler Grenzschichtgleichungen modelliert. Mittels eines Newton-Raphson-Verfahrens erfolgt die Kopplung an das reibungsfrei angenommene, äußere Strömungsfeld. Für dieses reduzieren sich die Navier-Stokes-Gleichungen zu den Euler-Gleichungen

$$(1) \quad \rho (\underline{u} \nabla \underline{u}) = -\nabla p + \rho \underline{f}.$$

Wird eine ebene Strömung um eine gekrümmte Fläche, wie das hier vorliegende Schaufelprofil betrachtet, ist es vorteilhaft, (1) in den Polarkoordinaten  $r, \varphi$  eines in der S1-Fläche liegenden örtlichen

Polarkoordinatensystems zu schreiben [9]:

$$(2) \quad \begin{aligned} & \rho \left[ u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( u_\varphi \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi^2 \right) \right. \\ & \left. u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( u_\varphi \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - u_r u_\varphi \right) \right] \\ &= - \left[ \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \rho \begin{bmatrix} f_r \\ f_\varphi \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Analog gilt für die Spannungen  $\tau_{ij}$  eines Newtonschen Fluids in der Grenzschicht

$$(3) \quad \begin{bmatrix} \tau_{rr} \\ \tau_{\varphi\varphi} \\ \tau_{r\varphi} \end{bmatrix} = -\mu \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \\ 2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \\ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\varphi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} \end{bmatrix}$$

mit der dynamischen Viskosität  $\mu$  und der Divergenz des Geschwindigkeitvektors  $\mathbf{u}$

$$(4) \quad (\nabla \cdot \mathbf{u}) = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} \right].$$

Auffällig in diesen Gleichungen sind die Terme  $1/r$ . Diese beschreiben gemäß [10] die Krümmung einer Kurve und stellen einen maßgeblichen Zusammenhang zwischen der Krümmung einerseits und der Geschwindigkeit bzw. dem Druck und auch den Wandschubspannungen andererseits her [3]. Für die Spannungen (3) ist sofort ersichtlich, dass diese mit kleiner werdendem Radius  $r$ , also größer werdender Krümmung, steigen. Generell kann davon ausgegangen werden, dass stetige Verläufe sowohl der Krümmung als auch der Krümmungsänderung einen positiven Einfluss auf die Umströmung eines Schaufelprofils ausüben [3]. Aus dieser Tatsache heraus folgt die Motivation, die Krümmung während einer Optimierung zu kontrollieren bzw. beschränkende Nebenbedingungen für gute Schaufelprofilentwürfe zu definieren. Für einen bekannten Kurvenverlauf  $f$  berechnet sich die Krümmung  $\kappa$  nach [10] gemäß

$$(5) \quad \kappa = \frac{1}{r} = \frac{f''}{(1 + f')^{3/2}}.$$

## 2.2 Schaufelprofilparametrisierung

Grundlage eines erfolgreichen Optimierungsprozesses ist eine geeignete Parametrisierung des

Schaufelprofils. Der Freiheitsgrad der Parametrisierung muss dabei einerseits groß genug sein, dass Geometrien erzeugt werden können, die alle Bedingungen erfüllen. Andererseits sollte die Anzahl der Freiheitsgrade aber auch möglichst klein sein, um den Aufwand der Optimierung gering zu halten. Für eine Schaufelsektion bieten sich sowohl direkte Beschreibungen der Kontur (z.B. [1]), als auch indirekte Parametrisierungsmethoden an. Als vorteilhaft hat sich ein dimensionsloser Profilaufbau nach [2] erwiesen, bei dem orthogonal auf die Skeletlinie eine Dickenverteilung aufgeprägt wird [11–13] (Abbildung 2).

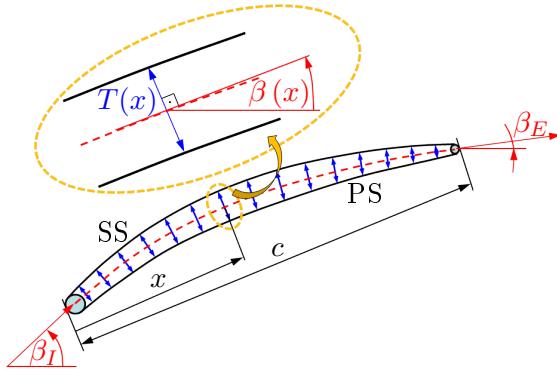


Abbildung 2: Parametrisierung einer Verdichterschaufelsektion

Die Skeletlinie wird durch den Verlauf ihrer ersten Ableitung in Form des Skeletlinienwinkels  $\beta$  als Funktion der relativen Sehnenlänge  $\tilde{x}$  dargestellt. Dieser Verlauf wird zusätzlich durch die Metallwinkel  $\beta_I$  und  $\beta_E$  so normiert, dass Start- und Endpunkt der normierten Skeletlinienwinkelverteilung  $\tilde{\beta}(\tilde{x})$  die Werte 0 und 1 annehmen:

$$(6) \quad \tilde{\beta}(\tilde{x}) = \frac{\beta_I - \beta(\tilde{x})}{\beta_I - \beta_E} \quad \text{mit} \quad \tilde{x} = \frac{x}{c} \in [0, 1].$$

Da die Dicke  $T$  ihr Maximum nicht an einem der beiden Ränder erreicht, muss zur Berechnung der normierten Dickenverteilung  $\tilde{T}$  die Fallunterscheidung

$$(7) \quad \tilde{T}(\tilde{x}) = \begin{cases} \frac{T(\tilde{x}) - T_I}{T_{\max} - T_I}, & \text{für } \tilde{x} \leq \tilde{x}(T_{\max}) \\ \frac{T(\tilde{x}) - T_E}{T_{\max} - T_E}, & \text{für } \tilde{x} > \tilde{x}(T_{\max}) \end{cases}$$

vorgenommen werden, wobei  $T_I, T_E$  die Dicken an der Vorder- bzw. Hinterkante und  $T_{\max}$  die maximale Dicke kennzeichnen. Die so entstehenden Kurven sind in Abbildung 3 dargestellt. Zur

Variation durch den Optimierer werden die einzelnen Punkte der Verteilungen in Form von B-Splinekurven

$$(8) \quad \begin{bmatrix} \tilde{x}_k^{\tilde{\beta}}(u_k) \\ \tilde{\beta}_k(u_k) \end{bmatrix} = \sum_{j=0}^{n_P-1} \mathbf{P}_j^{\tilde{\beta}} N_{j,p}(u_k), \quad u_k \in [0, 1],$$

mit  $k = 1(1)100$  Kurvenpunkten, der Anzahl der Kontrollpunkte  $n_P$ , den Kontrollpunkten  $\mathbf{P}^{\tilde{\beta}}$  und den rekursiv definierten Basisfunktionen

$$(9) \quad N_{i,j} = \frac{u_k - U_i}{U_{i+j} - U_i} N_{i,j-1} + \frac{U_{i+j+1} - u_k}{U_{i+j+1} - U_{i+1}} N_{i+1,j-1}$$

dargestellt, wobei für  $j = 0$  der Sonderfall

$$(10) \quad N_{i,0} = \begin{cases} 1 & \text{für } U_i \leq u_k < U_{i+1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gilt [14]. Die Skeletlinienwinkelverteilung  $\tilde{\beta}$  wird im Folgenden durch eine B-Splinekurve vierten Grades mit sechs Kontrollpunkten beschrieben. Der Knotenvektor  $\mathbf{U} = [U_0, \dots, U_{n_P+p}]^T$  lautet

$$(11) \quad \mathbf{U}^{\tilde{\beta}} = [0, 0, 0, 0, 0, 1/2, 1, 1, 1, 1, 1]^T.$$

Für die Dickenverteilung werden in Gleichung (8)  $\tilde{x}_k^{\tilde{\beta}}(u_k)$  und  $\tilde{x}_k^{\tilde{T}}(u_k)$  durch  $\tilde{\beta}_k(u_k)$  und  $\tilde{T}_k(u_k)$  sowie die Kontrollpunkte  $\mathbf{P}_j^{\tilde{\beta}}$  durch  $\mathbf{P}_j^{\tilde{T}}$  ersetzt. Verwendet werden Basisfunktionen dritten Grades und sieben Kontrollpunkte mit dem Knotenvektor

$$(12) \quad \mathbf{U}^{\tilde{T}} = [0, 0, 0, 0, 1/2, 1/2, 1/2, 1, 1, 1, 1]^T.$$

Die Endpunkte der Verteilungskurven werden jeweils auf die Koordinaten  $(0, 0)$  und  $(1, 1)$  bzw.  $(1, 0)$  festgesetzt. Die Koordinaten der anderen Kontrollpunkte sind entsprechend der Kennzeichnung durch die Pfeile in Abbildung 3 variabel. Für die Dickenverteilung ist darauf zu achten, dass kein Punkt der Kurve den Wert  $\tilde{T} = 1$  übersteigt, da dieser die maximale Dicke kennzeichnet. Die wird durch drei benachbarte Kontrollpunkte mit den Ordinatenwerten  $\tilde{T} = 1$  erreicht. Weiterhin soll ein glatter und natürlicher Verlauf der Dicke erreicht werden. Deshalb muss die Dickenverteilung eine waagerechte Tangente durch den mittleren der drei Kontrollpunkte (Punkt maximaler Dicke) bilden, was durch den dreifachen mittleren Knoten im Knotenvektor (12) realisiert wird.

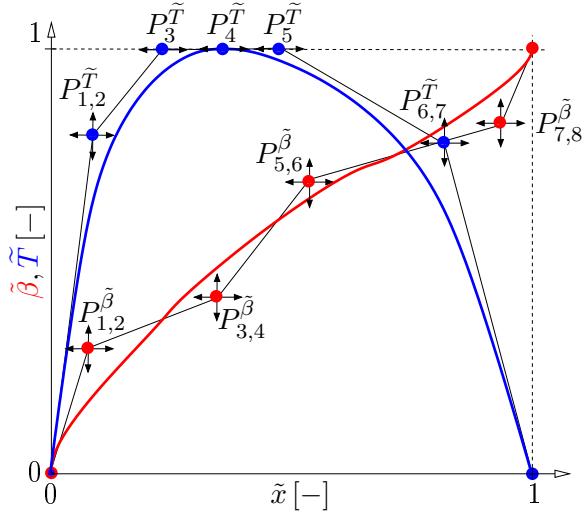


Abbildung 3: Parametrisierte Skeletlinienwinkel- und Dickenverteilung

Zusätzlich können die Metallwinkel  $\beta_I$  und  $\beta_E$  sowie die maximale Dicke durch den Parameter  $\tilde{T}_{\max} = T_{\max}/c$  vom Optimierer verändert werden. Die Vorder- und Hinterkante des Schaufelprofils sind jeweils als Kreise ausgeführt. Die Radien sind auf den unteren Grenzwert, der durch Fertigungs- und Festigkeitsbedingungen gegeben ist, festgelegt. Die Anbindung der Saug- und Druckseite an die Kreise erfolgt tangenten-, aber nicht krümmungsstetig. Damit stehen dem Optimierer insgesamt 18 Entwurfsvariablen zur Verfügung, die im Entwurfsvektor

$$(13) \quad \mathbf{p} = [P_1^{\tilde{\beta}} \dots P_8^{\tilde{\beta}}, P_1^{\tilde{T}} \dots P_7^{\tilde{T}}, \beta_I, \beta_E, \tilde{T}_{\max}]^T$$

zusammengefasst sind. Weiterhin werden sowohl an die Skeletlinienwinkel-, als auch an die Dickenverteilung Nebenbedingungen gestellt, die einen korrekten Profilaufbau sicherstellen sollen. Für beide Verteilungen wird im vorliegenden Fall gefordert, dass  $\tilde{x}$  in Gleichung (8) stetig ansteigt, damit für jeden Punkt der Verteilungen nur jeweils ein Wert für den Skeletlinienwinkel bzw. die Dicke vorliegt. Die Mächtigkeit der Menge zweier benachbarter Punkte  $k$  und  $k+1$  der Verteilungskurven, die diese Forderung nicht erfüllen, soll demnach Null sein:

$$(14) \quad h_1 = |\{k \mid \tilde{x}_k^{\tilde{\beta}} \geq \tilde{x}_{k+1}^{\tilde{\beta}}\}| \stackrel{!}{\leq} 0.$$

Da genetische Optimierungsalgorithmen mit Ungleichungsnebenbedingungen besser umgehen können als mit Gleichungsnebenbedingungen, ist

(14), wie auch alle folgenden Nebenbedingungen, als Ungleichung formuliert, auch wenn die Mächtigkeit der Menge nicht kleiner als Null werden kann. Weiterhin wird von der Skeletlinienwinkelverteilung verlangt, dass  $\tilde{\beta}$  mit zunehmendem  $\tilde{x}^{\tilde{\beta}}$  nicht kleiner wird, so dass das resultierende Profil tendentiell eine stetige Strömungsumlenkung hervorruft:

$$(15) \quad h_2 = |\{k \mid \tilde{\beta}_k > \tilde{\beta}_{k+1}\}| \stackrel{!}{\leq} 0.$$

Für die Dickenverteilung gilt analog zu (14)

$$(16) \quad h_3 = |\{k \mid \tilde{x}_k^{\tilde{T}} \geq \tilde{x}_{k+1}^{\tilde{T}}\}| \stackrel{!}{\leq} 0.$$

Weitere Nebenbedingungen ergeben sich für das resultierende Schaufelprofil sowohl aus eindeutig begründbaren aerodynamischen Forderungen als auch aus Erfahrungen. Einerseits darf ein festgelegter minimaler Flächeninhalt nicht unterschritten werden, um strukturmechanischen Gesichtspunkten zu genügen:

$$(17) \quad h_4 = A^{\text{ref}} - A \stackrel{!}{\leq} 0.$$

Andererseits werden einschränkende Bedingungen an den Krümmungsverlauf der Profilsaugseite gestellt. Für die gesamte Saugseite wird festgelegt, dass die Krümmung stets positiv, also die Saugseite konvex nach aussen gewölbt sein soll. Für alle  $\tilde{x}_k \in [0, 1]$  soll folglich

$$(18) \quad h_5 = |\{k \mid \kappa(\tilde{x}_k) \leq 0\}| \stackrel{!}{\leq} 0$$

gelten. Für den vorderen Bereich bis 80% der Sehnenlänge wird weiterhin gefordert, dass die Krümmung stetig abnimmt, damit gezielt Schaufelprofile gesucht werden, die im vorderen Bereich stärker belastet sind ("front loaded profile") und dann kontinuierlich über einen weiten Bereich Druck aufbauen können. Für alle  $\tilde{x}_k \in [0, 0.8]$  gilt demnach

$$(19) \quad h_6 = |\{k \mid \kappa(\tilde{x}_k) \leq \kappa(\tilde{x}_{k+1})\}| \stackrel{!}{\leq} 0.$$

Oftmals werden vom Optimierer Profile erzeugt, die im Bereich der Hinterkante übermäßig stark gebogen sind, um die geforderte Umlenkung zu erreichen. Um dies zu verhindern, wird die Krümmung an der Hinterkante beschränkt:

$$(20) \quad h_7 = \kappa_E - \kappa_E^{\text{ref}} \stackrel{!}{\leq} 0.$$

Die geometrischen Nebenbedingungen (14-20) der Optimierungsaufgabe werden vor der CFD-Auswertung des Schaufelprofils berechnet und überprüft, um gegebenenfalls die Entwurfsbewertung abzubrechen und Rechenzeit zu sparen, s.o.

### 3 Optimierungsaufgabe

Die Formulierung des Optimierungsproblems ist von entscheidender Bedeutung für den Ausgang einer Optimierung. Schwächen, beispielsweise in der Formulierung der Nebenbedingungen, führen fast zwangsläufig zu unbrauchbaren Ergebnissen. In der Praxis treten meist Probleme auf, die hinsichtlich mehrerer Ziele gelöst werden sollen [15]. Ist dies der Fall ergibt sich keine eindeutige optimale Lösung, sondern eine Menge optimaler Kompromisslösungen.

Für die in dieser Arbeit vorliegende Aufgabe der aerodynamischen Optimierung eines Verdichterschaufelprofils soll einerseits der Verlust im Auslegungspunkt minimiert werden, andererseits soll die Schaufel aber auch in einem möglichst großen Bereich um den Auslegungspunkt herum mit geringen Verlusten arbeiten. Als zweites Ziel gilt es deshalb, den Arbeitsbereich zu maximieren (Abbildung 4).

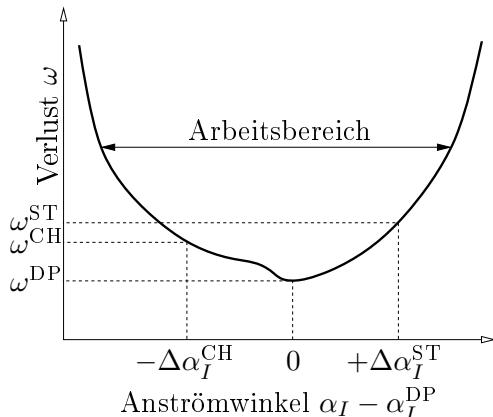


Abbildung 4: Verlustpolare (schematisch)

Der dimensionslose Verlustbeiwert

$$(21) \quad \omega = \frac{p_{0,E}^{\text{isen}} - \bar{p}_{0,E}}{p_{0,I} - p_I}$$

dient der Bewertung der aerodynamischen Güte des Schaufelprofils [6]. Darin wird die Differenz aus isentropem Totaldruck  $p_{0,E}^{\text{isen}}$  und massengemitteltem Totaldruck  $\bar{p}_{0,E}$  am Austritt  $E$  auf

die Differenz aus Totaldruck  $p_{0,I}$  und statischem Druck  $p_I$ , also dem dynamischen Druck am Eintritt  $I$  des Gitters, bezogen.

Da im Zuge eines Iterationschrittes der Optimierung nur sehr wenige Punkte einer Verlustpolaren berechnet werden können, ist es unmöglich, den vollständigen Arbeitsbereich anhand der Breite gemäß Abbildung 4 zu bestimmen. Alternativ wird deshalb der Verlust für zwei feste Anströmwinkel ( $\alpha_I^{\text{DP}} - \Delta\alpha_I^{\text{CH}}$ ) und ( $\alpha_I^{\text{DP}} + \Delta\alpha_I^{\text{ST}}$ ) links und rechts vom Auslegungspunkt DP berechnet. Das Maximum  $\gamma$  aus den beiden Verlusten

$$(22) \quad \gamma = \max \{ \omega^{\text{CH}}, \omega^{\text{ST}} \}$$

wird als künstlicher Parameter in der Optimierung minimiert. Damit soll erreicht werden, dass zum Einen tendenziell bauchige Kurven entstehen, zum Anderen sorgt die Wahl eines konstanten  $\Delta\alpha_I = \Delta\alpha_I^{\text{CH}} = \Delta\alpha_I^{\text{ST}}$  dafür, dass die Verlustpolare quasi symmetrisch zum Auslegungspunkt liegt. Durch geeignete Wahl einer asymmetrischen Variation des Anströmwinkels ist es möglich, die Verlustpolare im Diagramm nach links bzw. rechts zu verschieben. Dadurch können in einer Optimierung unterschiedliche Anforderungen hinsichtlich des Betriebsverhaltens bzw. des Auslegungspunktes des Schaufelprofils berücksichtigt werden.

Mit dem Parametervektor (13) und den beiden Gleichungen (21) und (22) kann die vektorielle Gütfunktion

$$(23) \quad \min_{\mathbf{p} \in P} \begin{bmatrix} \omega^{\text{DP}} \\ \gamma \end{bmatrix}$$

formuliert werden. Zusätzlich zu den geometrischen Nebenbedingungen (14-20) werden die Nebenbedingungen

$$(24) \quad \begin{aligned} h_8 &= \Delta\alpha^{\text{ref}} - \Delta\alpha & \stackrel{!}{\leq} 0, \\ h_9 &= \bar{H}_E^{\text{SS}} - \bar{H}_E^{\text{SS,ref}} & \stackrel{!}{\leq} 0, \\ h_{10} &= \phi^{\text{nc}} & \stackrel{!}{\leq} 0 \end{aligned}$$

an die aerodynamischen Eigenschaften der Schaufelprofile gestellt. Einerseits muss jedes Profil die geforderte Strömungsumlenkung  $\Delta\alpha = \alpha_I - \alpha_E$  erreichen, andererseits darf der Grenzschichtformfaktor für kompressible Strömungen an der Hinterkante der Saugseite  $\bar{H}_E^{\text{SS}}$  einen vorgegebenen

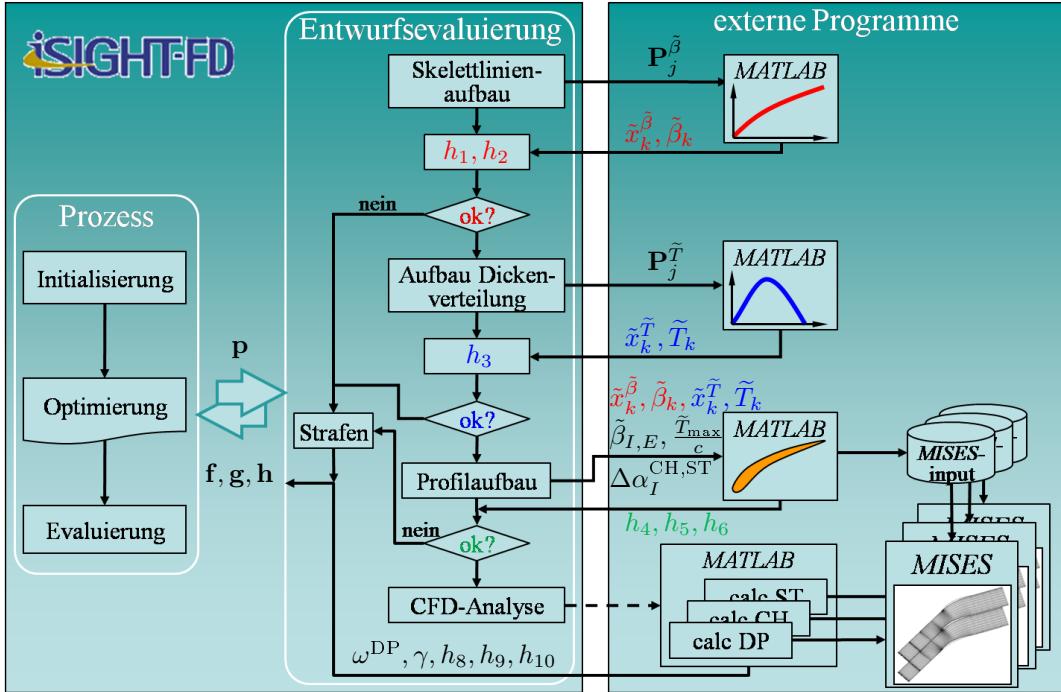


Abbildung 5: Programmablaufplan der Optimierung

Grenzwert nicht überschreiten. Zusätzlich ist natürlich gefordert, dass alle drei Strömungsberechnungen (DP, CH und ST) konvergieren und somit die Anzahl  $\phi^{nc}$  der nichtkonvergierten CFD-Rechnungen gleich Null ist.

## 4 Prozessintegration und Prozessautomatisierung

Aufgrund der komplizierten Formulierung des Entwurfproblems ist es verständlich, dass das manuelle Auffinden von Schaufelprofilen, die alle Bedingungen erfüllen und gute aerodynamische Eigenschaften besitzen, eine langwierige Aufgabe ist, die nur von sehr erfahrenen Ingenieuren zufriedenstellend bewältigt werden kann. Dafür ist es jedoch fast zwingend notwendig, dass die Suche von einem bestehenden Entwurf beginnt. Mit Hilfe moderner Integrations- und Optimierungswerkzeuge ist es jedoch möglich, gute bis sehr gute Profile zu finden, ohne einen Startpunkt vorgeben zu müssen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden in das Prozessintegrations- und Optimierungsprogramm *iSIGHT-FD* [16] die zur Profilerzeugung und -auswertung notwendigen Programme inte-

griert. Für die Erzeugung der B-Splinekurven und zum Aufbau des Schaufelprofils wird *MATLAB* verwendet. Die Anbindung von *MATLAB* an *iSIGHT-FD* erfolgt über eine spezielle Schnittstelle, wodurch ein sehr schneller Datenaustausch gewährleistet ist. Der Aufruf des Strömungslösers *MISES* erfolgt über die *Matlab Distributed Computing Toolbox* [17]. Dadurch ist es möglich, alle drei benötigten CFD-Rechnungen für den Auslegungspunkt (DP) und die Fehlanströmungen (CH, ST) in einer Entwurfsiteration, parallel auf einem Linux-Cluster zu starten. Der genaue Ablauf kann dem Programmablaufplan in Abbildung 5 entnommen werden.

Die Optimierung erfolgt unter Zuhilfenahme des in *iSIGHT-FD* integrierten genetischen Algorithmus *AMGA* [18]. Zuerst erzeugt der Optimierer einen Parametervektor  $\mathbf{p}$  und über gibt ihn an den Evaluierungsprozess. Die in  $\mathbf{p}$  enthaltenen Kontrollpunkte der Skelettlinienwinkelverteilung  $\mathbf{P}_j^\beta$  werden an *MATLAB* übergeben. Dort wird die Skelettlinienwinkelverteilung erzeugt und als Punktwolke an *iSIGHT-FD* zurückgegeben. Anschließend werden die Nebenbedingungen (18-20) überprüft. Werden diese nicht erfüllt, wird in einem Strafblock dafür gesorgt, dass alle Nebenbedingungen als verletzt gekennzeichnet

werden und die Entwurfsevaluierung an dieser Stelle bereits beendet wird. Sind die Nebenbedingungen erfüllt, werden als nächstes die Kontrollpunkte der Dickenverteilung an *MATLAB* übergeben, wo diese berechnet und an *iSIGHT-FD* zurückgegeben wird. Erneut werden die Nebenbedingungen geprüft und es erfolgt gegebenenfalls eine Bestrafung des Entwurfes. Für den Aufbau des Profils werden die notwendigen Parameter erneut an *MATLAB* übergeben. Dort werden für das erzeugte Profil drei Dateien für die drei Strömungsfälle (DP, CH, ST) erzeugt, die als Eingabedateien für den CFD-Löser *MISES* dienen und das Profil in Form einer Punktwolke enthalten. Anschließend werden Flächeninhalt des Profils und Krümmung (5) der Saugseite numerisch berechnet sowie die Einhaltung der Nebenbedingungen (17-20) überprüft. An *iSIGHT-FD* wird jetzt lediglich zurückgegeben, ob diese eingehalten werden oder nicht. Nur wenn alle geometrischen Nebenbedingungen erfüllt sind, wird die Strömungssimulation durchgeführt. Als Rückgabewerte erhält *iSIGHT-FD* die beiden Zielgrößen  $\omega^{\text{DP}}$  und  $\gamma$  sowie den Grenzschichtformfaktor  $\bar{H}_E^{\text{SS}}$ , die Umlenkung  $\Delta\alpha$  und die Anzahl nichtkonvergierter Rechnungen  $\phi^{\text{nc}}$ . Konvergiert *MISES* für einen oder mehrere der drei Fälle nicht, werden für die Größen die dann nicht berechnet werden können, fiktive Werte so vergeben, dass die jeweilige Nebenbedingung verletzt wird.

## 5 Optimierungsergebnisse

Für diese Arbeit werden Optimierungen mit jeweils 10.000 Entwurfsauswertungen mit dem genetischen Algorithmus *AMGA* durchgeführt. Es werden zwei Optimierungsaufgaben, wie in Kapitel 3 beschrieben, einmal mit und einmal ohne Krümmungsnebenbedingungen (18-20), mit einem bestehenden manuell gefundenen Referenzentwurf verglichen. In Tabelle 1 sind die Anzahl der verletzten Nebenbedingungen, der CFD-Analysen sowie die Anzahl der zulässigen Entwürfe beider Optimierungen gegenübergestellt. Bei beiden ist die Anzahl der verletzten Nebenbedingungen der Skelettlinienwinkelverteilung  $h_1, h_2$  nahezu identisch und sehr gering. Die Nebenbedingungen der Dickenverteilungen  $h_3$  werden in beiden Fällen nicht verletzt, da die Parametergrenzen der Kontrollpunkte in den

vorliegenden Untersuchungen eine Verletzung offensichtlich *a priori* ausschließen. In weiteren Optimierungsläufen können diese folglich entfernt werden.

Tabelle 1: Vergleich Optimierungen mit/ohne Krümmungsnebenbedingungen

verletzte NB	mit $\kappa$ -NB	ohne $\kappa$ -NB
$h_1, h_2$	44	38
$h_3$	0	0
$h_4$	379	55
$h_5, h_6, h_7$	3362	-
CFD-Rechnungen	6215	9907
zulässige Entwürfe	4457	6891

Der Flächeninhalt der erzeugten Schaufelprofile ist bei der Optimierung mit Krümmungsnebenbedingungen in 379 Fällen kleiner als erlaubt und in der Optimierung ohne nur 55 mal. Die Krümmungsnebenbedingungen selbst werden in der entsprechenden Optimierung von knapp 34% der Entwürfe nicht eingehalten. Das bedeutet gleichzeitig, dass im Verlauf der Optimierung aus diesem Grund etwa 34% weniger CFD-Rechnungen durchgeführt werden, was einer erheblichen Prozessbeschleunigung entspricht. Da genetische Algorithmen zufallsbasiert arbeiten und da jeweils nur eine Optimierung durchgeführt wird, sind die Zahlenangaben in Tabelle 1 nur bedingt aussagekräftig und bedürfen einer statistischen Absicherung. Nichtsdestotrotz lässt sich eine Tendenz erkennen, die auch die Erwartungen erfüllt.

Abbildung 6 zeigt den Kriterienraum beider Optimierungsaufgaben. Die roten Punkte markieren die nichtdominierten Entwürfe der Optimierung mit Krümmungsnebenbedingungen. Die blauen Punkte entsprechen den Pareto-Punkten der Optimierung ohne Krümmungsnebenbedingungen. Zum Vergleich beider Optimierungen ist der Referenzentwurf (schwarzer Punkt) zusätzlich eingetragen. Zunächst kann festgehalten werden, dass durch die Optimierung mit Krümmungsnebenbedingungen Entwürfe gefunden werden, die in beiden Kriterien deutlich besser sind als der Referenzentwurf. Speziell der Verlust im Auslegungspunkt ist signifikant um bis zu rund 0,3 Prozentpunkte kleiner. Gleichzeitig weist die Pareto-Front eine enorme Diversität auf. Das

heißt, die Entwürfe mit den geringsten Verlusten im Auslegungspunkt besitzen einen großen maximalen Verlust  $\gamma$  und umgekehrt. Diese Beobachtung bestätigt, dass beide Ziele konfliktär sind. Die blaue Pareto-Front der Optimierung ohne Krümmungsnebenbedingungen zeigt nochmals deutlich bessere Ergebnisse in beiden Kriterien. Offensichtlich schränken die Nebenbedingungen den Entwurfsraum so stark ein, dass diese Entwürfe mit den Krümmungsnebenbedingungen nicht gefunden werden können. Diese Vermutung wird durch folgende Detailanalysen je eines Vertreters der beiden Pareto-Fronten und des Referenzentwurfs (siehe Abbildung 6) bestätigt.

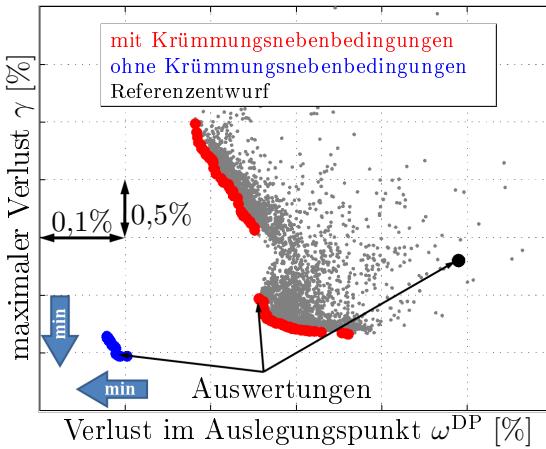


Abbildung 6: Kriterienraum der Optimierung

In Abbildung 7 sind die ausgewählten Profile dargestellt. Um eine bessere Vergleichbarkeit herzustellen, wurden die Profile auf ihre jeweiligen maximalen Ausdehnungen im  $(\tilde{m}', \tilde{\theta})$ -Koordinatensystem normiert und anschließend so gedreht, dass die beiden äussersten Punkte bei  $(0,0)$  und  $(1,0)$  liegen. Das ausgewählte Schaufelprofil der Optimierung ohne Krümmungsnebenbedingungen zeigt speziell im Bereich der Hinterkante ein eher ungewöhnliches Verhalten. Das Profil bleibt lange vergleichsweise dick und muss dann sehr stark seinen Querschnitt auf den Hinterkantenradius verringern (Abbildung 7). Dadurch kommt es an der Hinterkante dieses Profils zu einem starken Aufdicken der Grenzschicht und unerwünschten Ablösungsscheinungen. Das ausgewählte Profil der Optimierung mit Krümmungsnebenbedingungen (rot) zeigt dieses Verhalten nicht, sondern verjüngt sich wie das Referenzprofil (schwarz) sanft bis zur Hinterkante.

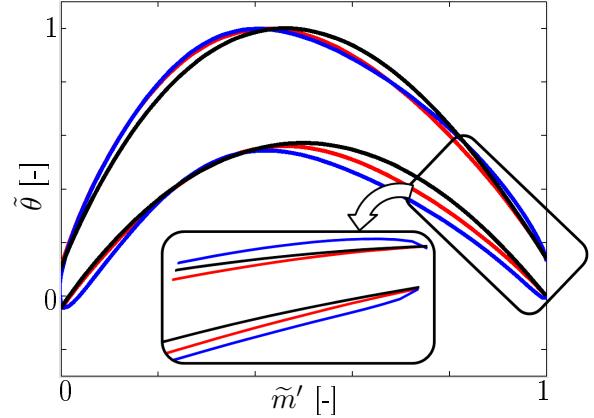


Abbildung 7: Vergleich der Schaufelprofile (transformiert und normiert)

Deutlich wird dies auch bei der Betrachtung der Dickenverläufe in Abbildung 8b. Hier zeigen beide optimierten Profile eine im Vergleich zum Referenzentwurf nach vorn verschobene maximale Dicke. Allerdings fällt die rote Kurve des Entwurfs mit Krümmungsnebenbedingungen deutlich schneller ab als die blaue Kurve, die am Ende fast senkrecht nach unten läuft. Auch bei den Skelettlinienwinkelverteilungen in Abbildung 8a zeigen sich durchaus Unterschiede. Die blaue Kurve ist deutlich stärker geschwungen als die rote. Bei  $x/c \approx 0,3$  steigt die blaue Skelettlinienwinkelverteilung relativ stark an. Gleichzeitig ist an dieser Stelle auch die Dicke maximal.

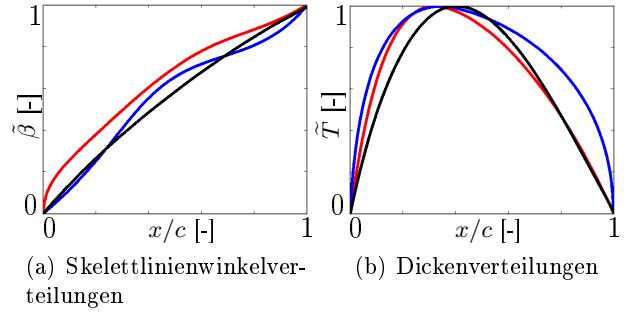


Abbildung 8: Vergleich der dimensionslosen Verteilungen

Diese Koinzidenz verursacht einen ungünstigen Krümmungsverlauf (Abbildung 9) in diesem Bereich mit einem kleinen Spitzenwert, der nachteilig für das Strömungsverhalten ist. Durch die starke Verschlankung an der Hinterkante des blauen Schaufelprofils steigt die Krümmung dort zusätzlich noch einmal sehr stark an und ist schließlich sogar größer als an der Vorderkante.

Die Krümmung des roten Profils steigt dagegen nur leicht an und bleibt deutlich unter dem Maximalwert der Vorderkante und auch der Grenze der Nebenbedingung  $h_7$  in Gleichung (20). Während der Krümmungsverlauf des roten Profils insgesamt einen sehr weichen Verlauf hat und in der Charakteristik dem Verlauf des Referenzentwurfs (schwarz) ähnelt, zeigt die blaue Kurve in Abbildung 9 einen stark schwankenden Krümmungsverlauf mit mehreren Zwischenmaxima.

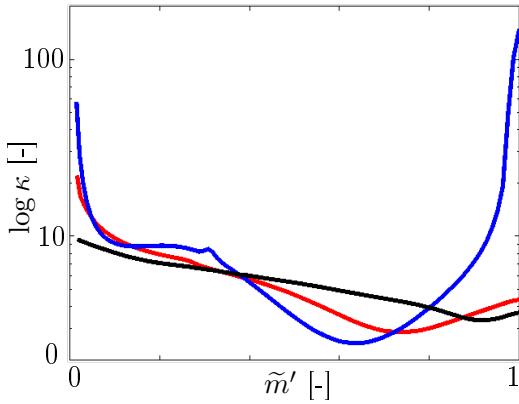


Abbildung 9: Vergleich der Krümmungsverteilungen der Saugseiten

Damit verletzt dieser Entwurf die Krümmungsrandbedingungen (19,20). Beiden Krümmungsverläufen gemein ist die deutlich größere Krümmung im Bereich der Vorderkante im Vergleich zum Referenzentwurf. Damit versucht der Optimierer, den Krümmungssprung zwischen Vorderkante ( $\kappa_I \approx 1100$ ) und Saugseite zu verringern. Beim roten Profil kann so der sprunghafte Anstieg der Machzahl an der Vorderkante im Vergleich zum Referenzdesign verringert werden. Beim blauen Profil ist die Krümmung sogar offensichtlich groß genug, um diesen Effekt fast gänzlich zu verhindern (Abbildung 10). Die Verkleinerung bzw. Verhinderung dieser sprunghaften Machzahlüberhöhung sorgt dafür, dass die Stoßverluste infolge des rasanten Machzahlsprungs auf  $M > 1$  und wieder zurück verringert bzw. ganz verhindert werden. Das allein ist jedoch keine Erklärung für die deutlich geringeren Gesamtverluste der beiden optimierten Entwürfe. Vielmehr scheinen die Profile als Ganzes deutlich besser zu sein.

Dies zeigen auch die Verlustpolaren in Abbildung 11. Beide optimierte Schaufelprofile haben über den kompletten Arbeitsbereich gerin-

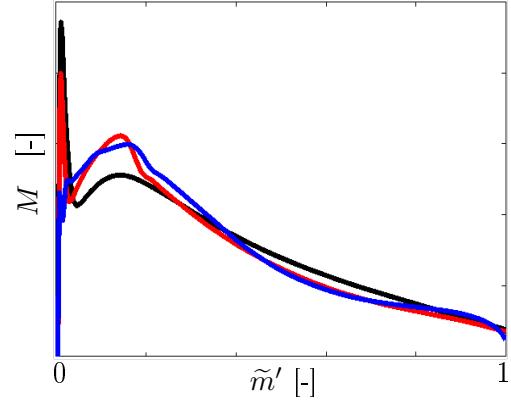


Abbildung 10: Vergleich der Machzahlverläufe

gere Druckverluste als das Referenzprofil. Auch hier ist das Profil aus der Optimierung ohne Krümmungsnebenbedingungen (blaue Kurve) nochmals deutlich besser als der Entwurf aus der Optimierung mit Krümmungsnebenbedingungen.

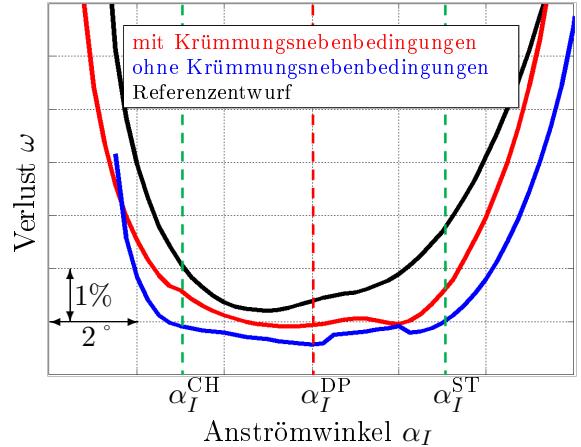


Abbildung 11: Vergleich der Verlustpolaren

## 6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Anzahl der Freiheitsgrade der Parametrisierung eines Verdichterschaufelprofils gezielt erhöht, um ein besseres Strömungsverhalten zu erzielen als bei bisherigen Parametrisierungen mit weniger Entwurfsvariablen. Damit gleichzeitig die Geometrie innerhalb der Optimierung gesteuert werden kann und möglichst viele inakzeptable Entwürfe ohne eine zeitintensive CFD-Berechnung verworfen werden können, werden Nebenbedingungen für die Krümmung der Profilsaugseite eingeführt.

Im Vergleich zu einem Referenzentwurf und einer Optimierung ohne Krümmungsnebenbedingungen kann gezeigt werden, dass es möglich ist, in angemessener Zeit sehr gute Entwürfe zu finden, die deutlich besser als das Referenzprofil sind. Es zeigt sich jedoch auch, dass bei der Optimierung ohne Krümmungsnebenbedingungen hinsichtlich der Optimierungskriterien noch bessere Ergebnisse erzielt werden. Diese Entwürfe weisen jedoch geometrische Besonderheiten auf, die eine Wahl dieser Entwürfe für einen finalen Entwurf verhindern würden. Das sind z.B. eine sehr große Dicke bis direkt vor die Hinterkanne und eine daraus resultierende sehr große Krümmung der Saugseite in diesem Bereich. Dadurch, dass die Krümmungsnebenbedingungen vor der zeitintensiven Strömungssimulation des Schaufelprofils überprüft werden, ist es möglich, die Prozessdauer signifikant zu verkürzen bzw. bei gleicher Dauer mehr Entwürfe zu evaluieren und damit die Qualität weiter zu verbessern.

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen der Graduiertenklasse C „Verdichtertechnologien und -materialien“, der vom Land Brandenburg finanzierten und an der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus eingerichteten internationalen Graduiertenschule. Für die fachliche Unterstützung danken wir Rolls-Royce Deutschland und insbesondere Dr. Marius Swoboda, Dr. Akin Keskin und Dr. André Huppertz.

## Literaturverzeichnis

- [1] A. Keskin. *Process Integration and Automated Multi-Objective Optimization Supporting Aerodynamic Compressor Design*. Ph.D. thesis, Shaker, Aachen, 2007.
- [2] I. H. Abbott and A. E. Doenhoff. *Theory of Wing Sections*. Dover, New York, 1949.
- [3] D. G. Wilson and Th. Korakianitis. *The Design of High Efficiency Turbomachinery and Gas Turbines*. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1998.
- [4] ACARE: Advisory Council For Aeronautics Research in Europe. *Strategic Research Agenda, Executive Summary*. URL: <http://www.acare4europe.org>, 2002.
- [5] C.-H. Wu. A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial-, Radial-, and Mixed-Flow Types. NACA TN 2604, Lewis Flight Propulsion Laboratory, Washington, 1952.
- [6] H. Youngren. Analysis and design of transonic cascades with splitter vanes. GTL Report 203, MIT, Cambridge, 1991.
- [7] M. Drela and H. Youngren. *A User's Guide to MISES 2.53*. MIT Computational Aerospace Sciences Laboratory, Cambridge, 1998.
- [8] V. Gümmer and M. Swoboda. Enhancement of Product Quality and Process Effectiveness by the Use of Parablading and MISES in the RR Compressor Design System. Memorandum ED-3/M0123/01-DW, Rolls-Royce Deutschland, Dahlewitz, 2001.
- [9] R. B. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. Wiley, New York, 2002.
- [10] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Müsiol, and H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, Frankfurt / M., 2005.
- [11] P. M. Flassig. Knowledge Based Blade Generation with the Objective of an Automatic Aerodynamic Compressor-Design. *Proceedings of ICAS*, 2006.
- [12] A. K. Dutta, P. M. Flassig, and D. Bestle. Multi-Objective Blade Design Using a Quasi-3D Non-Dimensional Parameterization Approach. *CEAS European Air and Space Conference, CEAS-2007-219*, Berlin, 2007.
- [13] A. Huppertz, P. M. Flassig, R. J. Flassig and M. Swoboda. Knowledge-Based 2D Blade Design Using Multi-Objective Aerodynamic Optimization and a Neural Network. *Proceedings of ASME Turbo Expo, GT2007-28204*, 2007.
- [14] L. Piegl and W. Tiller. *The NURBS Book*. Springer, Berlin, 1997.
- [15] D. Bestle. *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Springer, Berlin, 1994.

- [16] Engenious Software Inc. *iSight-FD Version 2.5 User's Guide*, Cary, NC, 2006.
- [17] The MathWorks. *Distributed Computing Toolbox User's Guide*, Natick, MA, 2006.
- [18] S. Tiwari, P. Koch, G. Fadel, and K. Deb. AMGA: An Archive-based Micro Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization. *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO), Atlanta, Georgia, USA*, 2008.