

# ERWEITERUNGEN ZUR STATISTISCHEN TURBULENZMODELLIERUNG IM DLR-TAU-CODE

A. Probst

Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig  
Bienroder Weg 3, D-38106 Braunschweig

## ÜBERSICHT

Die vorliegende Arbeit berichtet über die Validierung des  $k-\omega$  98 Turbulenzmodells, seiner Low-Reynolds-Erweiterung und der  $\omega$ -Randbedingung nach Hellsten. Zunächst wird die korrekte Implementierung in den Strömungslöser TAU am Testfall der ebenen Plattenströmung nachgewiesen. Anschließende Simulationsrechnungen der teilweise abgelösten Umströmungen der Profile HGR-01 mit Ruderausschlag und SD7003 zeigen teilweise große Abweichungen von Messungen und nur geringe Verbesserungen gegenüber Vergleichsmodellen. Dabei wird das Verhalten der spezifischen Dissipationsrate  $\omega$  als möglicher Unsicherheitsfaktor identifiziert.

## NOMENKLATUR

$c_a$	Auftriebsbeiwert
$c_p$	Druckbeiwert
$c_w$	Widerstandsbeiwert
$d_1$	erster Netzpunktabstand
$k$	turbulente kinetische Energie
$l$	Profiltiefe
$l_t$	turbulentes Längenmaß
$N$	N-Faktor
$Re$	Reynoldszahl
$S_{ij}$	Scherratentensor
$Tu$	Turbulenzgrad
$u, v, w$	Geschwindigkeitskomponenten
$u', v', w'$	Geschwindigkeitsschwankungen
$\alpha$	Anstellwinkel
$\varepsilon$	turbulente Dissipationsrate
$\kappa$	von-Kármán-Konstante
$\mu$	Viskosität
$\mu_t$	Wirbelviskosität
$\rho$	Dichte
$\hat{\tau}_{ij}$	Reynoldsspannungstensor
$\Omega_{ij}$	Rotationstensor
$\omega$	spezifische Dissipationsrate
Subscripte	
$krit$	kritisch
$n$	wandnormal
$t$	turbulent
$w$	Wandwert
$\infty$	freie Anströmung
$+$	dimensionslos

## 1 EINLEITUNG

Nahezu alle technisch relevanten Strömungen verhalten sich teilweise oder vollständig turbulent. Die Vorhersage der kleinskaligen, instationären Schwankungen in turbulenten Strömungen gilt als ein wesentliches Problem der numerischen Strömungsmechanik. Um den extremen Rechenaufwand einer direkten numerischen Simulation (DNS) sämtlicher turbulenter Skalen zu vermeiden [1], greift man in der Regel auf den Ansatz der Reynoldsgemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) zurück, bei dem die Turbulenz lediglich in ihrer statistischen Wirkung auf die Hauptströmung berücksichtigt wird. Dieser Einfluss lässt sich in erster Näherung als scheinbare Erhöhung der Zähigkeit des Fluids auffassen, die in Form einer turbulenten Wirbelviskosität in die Grundgleichungen eingebracht werden kann. Ihre Berechnung erfordert die Kenntnis über Geschwindigkeits- und Längenmaß der lokalen Turbulenzelemente, die von Turbulenzmodellen unterschiedlicher Komplexität bereitgestellt werden können. Mögliche Modellansätze reichen von einfachen algebraischen Methoden [2] über die Formulierung zusätzlicher Transportgleichungen [3] bis hin zu Modellen, die den Wirbelviskositätsansatz um nicht-lineare Terme erweitern [4].

Einen bewährten Kompromiss aus Genauigkeit und einfacher numerischer Handhabung bieten Zweigleichungs-Turbulenzmodelle, die zur Bestimmung von Geschwindigkeits- und Längenmaß jeweils eine zusätzliche differentielle Transportgleichung bereitstellen. Insbesondere bei praxisrelevanten Strömungen der Flugzeugaerodynamik mit Druckgradienten und moderaten Strömungsablösungen konnten gute Ergebnisse mit  $k-\omega$ -Modellen [5] erzielt werden [6]. Treten Strömungsablösungen in massiverer Form auf, z.B. beim Überziehen von Tragflügeln oder Leitwerken [7], stößt der Zweigleichungsansatz jedoch an seine Grenzen, da die zugrunde liegenden Annahmen von isotroper, homogener Turbulenz ihre Gültigkeit verlieren. Verbesserungen in der Vorhersage solcher Strömungen lassen sich häufig durch erweiterte Modellansätze erzielen, die bekannte Schwachstellen durch Einbeziehung neuer Terme gezielt beseitigen sollen. Vielversprechende Beispiele hierfür sind die überarbeitete Fassung des  $k-\omega$ -Modells nach Wilcox und ihre Low-Reynolds-Erweiterung zur verbesserten Berücksichtigung des Wandeinflusses [8], die beide im

Rahmen dieser Arbeit in den Strömungslöser TAU [9] implementiert worden sind. Zusätzlich ist eine neue Wandrandbedingung für  $\omega$  nach Hellsten [10] erprobt worden, die einen verringerten Einfluss der Netzauflösung auf die Ergebnisse verspricht. Als Testfall zum Nachweis der korrekten Implementierung dient die ebene Plattenströmung. Anschließend erfolgen Validierungsuntersuchungen am Höhenleitwerksprofil HGR-01 [11] mit Ruderausschlag, bei dem teilweise massive Strömungsablösungen über der Klappe auftreten, und am Profil SD7003 [12] bei  $Re = 60000$ , das eine große und stabile laminare Ablöseblase ausbildet.

## 2 NUMERISCHE VERFAHREN

### 2.1 Das $k-\omega$ 98 Modell und seine Low-Reynolds-Erweiterung

Turbulenzmodelle des  $k-\omega$ -Typs stellen Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie  $k$  und die spezifische Dissipationsrate  $\omega$  bereit. Die in dieser Arbeit untersuchte Neufassung des ursprünglichen  $k-\omega$  Modells [5] folgt dem Ziel, die Sensitivität gegenüber großen  $\omega$ -Werten in der Anströmung [13] zu vermindern und die Vorhersage freier turbulenten Scherströmungen zu verbessern. Hierzu werden Parameter für die Kreuzdiffusion  $\chi_k$  und die Wirbelfadenstreckung  $\chi_\omega$  über speziell kalibrierte Funktionen in die Modellgleichungen eingeführt. Die Gleichungen des im Folgenden mit  $k-\omega$  98 bezeichneten Modells lauten [8]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \hat{\tau}_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \hat{\tau}_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

$$\begin{aligned} f_{\beta^*} &= \begin{cases} 1 & ; \chi_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & ; \chi_k > 0 \end{cases} \text{ mit } \chi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \\ \beta^* &= f_{\beta^*} \beta_0^* , \\ f_\beta &= \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega} \text{ mit } \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_0^* \omega)^3} \right| \\ \beta &= f_\beta \beta_0 . \end{aligned}$$

Über die Wirbelviskosität  $\mu_t$  ist das Turbulenzmodell an die RANS-Gleichungen gekoppelt:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} . \quad (3)$$

Die gegenüber dem alten Modell teilweise neu angepassten Schließungskoeffizienten sind:

$$\beta_0^* = 0.09, \beta_0 = 0.072, \alpha = 0.52, \alpha^* = 1, \sigma_k = \sigma_\omega = 2.0.$$

Wenn gleich eine solche Modellformulierung bis in die viskos-dominierten wandnahen Bereiche der Grenzschicht anwendbar ist, zeigen Störanalysen [8], dass

die asymptotischen Verläufe der Turbulenzgrößen bei Wandannäherung nicht korrekt vorhergesagt werden. Daher führt Wilcox mit dem  $k-\omega$  98 Low-Re Modell eine so genannte Low-Reynolds Erweiterung ein, die mehrere zusätzliche Dämpfungsfunktionen zur Korrektur des Wandverhaltens beinhaltet. Zudem werden die neuen Terme mit Hilfe einer Blasius-Transformation der Plattengrenzschicht zur Vorhersage der Transitionsslage von laminarer zu turbulenten Strömung angepasst. Als maßgeblicher Parameter für die Low-Reynolds-Modifikationen dient die turbulente Reynoldszahl  $Re_t$

$$Re_t = \frac{\rho k}{\omega \mu} \quad (4)$$

zur Unterscheidung wandnaher Bereiche ( $Re_t < 1$ ) von turbulenten Bereichen ( $Re_t > 1$ ). Die neuen funktionalen Zusammenhänge für die Schließungskoeffizienten lauten [8]:

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \\ \alpha &= \frac{13}{25} \frac{\alpha_0 + Re_t/R_\omega}{1 + Re_t/R_\omega} (\alpha^*)^{-1} \\ \beta^* &= \frac{9}{100} \frac{4/15 + (Re_t/R_\beta)^4}{1 + (Re_t/R_\beta)^4} f_{\beta^*} \quad , \end{aligned} \quad (5)$$

mit  $R_k = 6$ ,  $R_\omega = 2.95$  und  $R_\beta = 8$  sowie  $\alpha_0^* = \frac{1}{3} \cdot \beta_0$  und  $\alpha_0 = \frac{1}{9}$ .

### 2.2 Die $\omega$ -Randbedingung nach Hellsten

Die zur Lösung der Turbulenzgleichungen erforderlichen Wandrandbedingungen sind im Falle der turbulenten kinetischen Energie mit  $k_w = 0$  eindeutig definiert. Dagegen zeigt die Analyse des Wandverhaltens von  $\omega$  mit

$$\omega (y_n \rightarrow 0) = \frac{6\mu}{\rho \beta_0 y_n^2} \quad (6)$$

eine asymptotische Annäherung an unendliche Werte, die als numerische Randbedingung nicht direkt umzusetzen ist. Der Strömungslöser TAU folgt daher einem Ansatz von Menter [14], nach dem der Wandwert in Abhängigkeit der ersten Zellhöhe  $d_1$  berechnet wird. Laut Hellsten führt die dabei gewählte Skalierung des  $\omega$ -Wandwertes jedoch zu einer deutlichen Netzbabhängigkeit der Lösung [10]. Er schlägt daher eine Neuanpassung des Vorfaktors für  $\omega_w$  bei ansonsten unveränderter Berechnung vor. Angepasst an die Netzdatenstruktur von TAU lautet die Berechnungsvorschrift für die neu implementierte Randbedingung:

$$\omega_w = 5 \cdot \frac{6\mu}{\rho \beta_0 d_1^2} . \quad (7)$$

### 2.3 Der Strömungslöser TAU

Der beim DLR entwickelte Strömungslöser TAU ist ein Finite-Volumen-Verfahren zur numerischen Lösung der RANS-Gleichungen auf hybriden Rechennetzen. Die

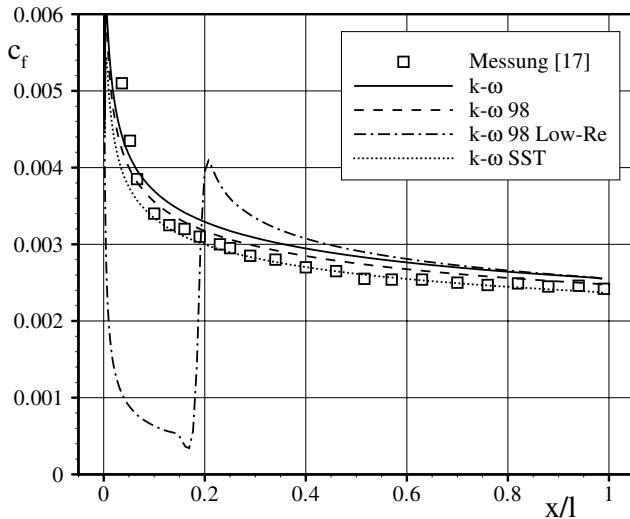


BILD 1: Wandschubspannung entlang der Plattenoberfläche

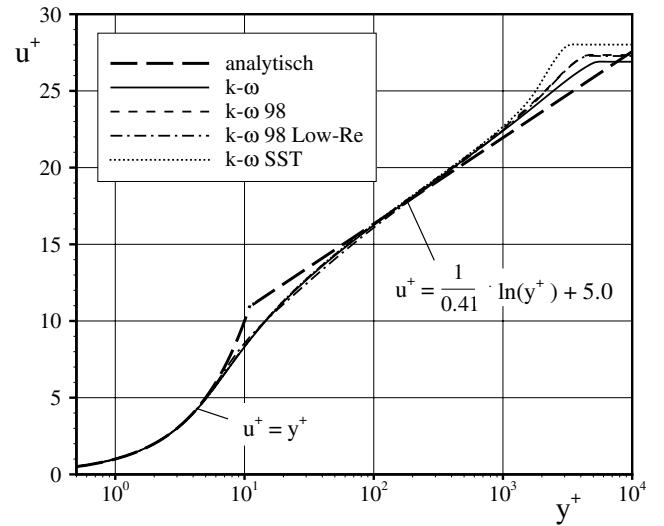


BILD 2: Wiedergabe des universellen Wandgesetzes

Diskretisierung der konvektiven Flüsse erfolgt in dieser Arbeit durch ein zentrales Schema mit künstlicher Dissipation. Die Zeitintegration basiert auf einer impliziten LU-SGS-Methode, für zeitgenaue Rechnungen kann das Dual-Timestepping-Verfahren eingesetzt werden. Neben Mehrgitterverfahren, Residuenglättung und lokaler Zeitschrittberechnung zur Konvergenzbeschleunigung wird auch eine Präkonditionierung der Gleichungssysteme speziell für die hier betrachteten inkompressiblen Strömungen vorgenommen.

Da die Transition laminar-turbulent bei kleinen Reynolds-Zahlen großen Einfluss auf die Strömung haben kann, wird hier eine erweiterte Version des TAU-Codes mit automatischer Transitionsvorhersage [15] eingesetzt. Diese berechnet die Anfachungsraten von infinitesimalen Störmoden in der laminaren Grenzschicht auf Basis der linearen Stabilitätstheorie und bestimmt den Ort abgeschlossener Transition aus der erstmaligen Überschreitung eines gegebenen Amplitudenverhältnisses  $N_{krit}$  ( $e^N$ -Methode) [16]. Der kritische N-Faktor kann über empirische Korrelationen mit dem Turbulenzgrad der freien Anströmung im Vergleichsexperiment abgeschätzt werden. Zur Simulation laminarer Strömung wird der Quellterm der  $k$ -Gleichung kleiner gleich Null gesetzt.

### 3 VERIFIKATION AN DER EBENEN PLATTE

#### 3.1 Implementierung der Turbulenzmodelle

Zum Nachweis der korrekten Modellimplementierung in TAU wurden Simulationsrechnungen des gut dokumentierten Testfalls der unbeschleunigten, ebenen Plattenströmung mit vollturbulenter Grenzschicht durchgeführt. Angelehnt an die Untersuchungen von Wieghardt [17], beträgt die Reynolds-Zahl  $Re = 11 \cdot 10^6$  bei inkompressibler Strömung. Um Einflüsse durch numerische Diskretisierungsfehler zu minimieren, wurde

ein hochauflösendes hybrides Rechennetz mit etwa 100 Punkten in der Grenzschicht und einem dimensionslosen Wandabstand des ersten Zelpunktes von  $y^+ = 0.2$  verwendet. Neben den neu implementierten Modellen  $k-\omega$  98 und  $k-\omega$  98 Low-Re wurden in Vergleichsrechnungen auch das ursprüngliche  $k-\omega$ - und das SST-Modell nach Menter [14] eingesetzt.

Die Auftragung der Wandschubspannung  $c_f$  entlang der Plattenoberfläche in BILD 1 zeigt für das  $k-\omega$  98 Modell eine verbesserte Vorhersage gegenüber der Erfassung. Dies ist offenbar auf die Berücksichtigung der Kreuzdiffusion zurückzuführen, die eine erhöhte Dissipation der Turbulenz am Grenzschichtrand bewirkt. Gegenüber der Messung und auch dem gezielt an die Plattenströmung angepassten SST-Modell werden jedoch zu hohe  $c_f$ -Werte vorhergesagt. Als einziges der betrachteten Modelle weist die Low-Reynolds Variante ein deutlich vermindertes  $c_f$ -Niveau bis ca.  $x/l = 0.18$  auf, das auf einen ausgeprägten laminaren Anlaufbereich hindeutet. Die so identifizierbare Transitionsslage entspricht mit einer Reynolds-Zahl von ca.  $Re_{x,krit} = 2 \cdot 10^6$  in etwa den anerkannten Literaturwerten [18]. Zudem konnte in weiteren Rechnungen eine physikalisch sinnvolle Abhängigkeit der Transition vom Turbulenzgrad der Anströmung nachgewiesen werden. Ein wesentliches Kriterium zur Verifikation eines Turbulenzmodells ist seine Fähigkeit zur Wiedergabe des universellen Wandgesetzes in turbulenten Grenzschichten ohne Druckgradient. Hierzu wird die dimensionslose Strömungsgeschwindigkeit  $u^+$  über dem logarithmierten Wandabstand  $y^+$  aufgetragen. Zahlreiche Messungen deuten auf einen universellen Verlauf hin, der sich in die wandnahe viskose Unterschicht mit  $u^+ = y^+$ , einen Übergangsbereich und einen anschließenden logarithmischen Bereich mit

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (8)$$

unterteilen lässt. Schlichting [18] gibt hierfür empirische Werte von  $\kappa = 0.41$  und  $C = 5.0$  an. Der daraus

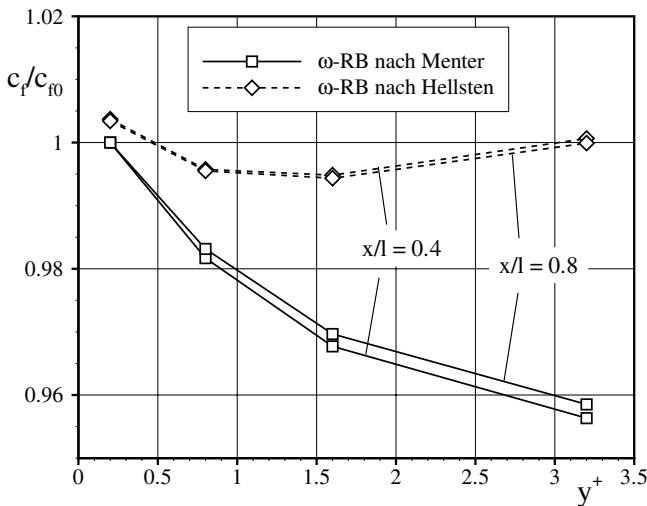


BILD 3: Netzeinfluss bei  $\omega$ -Randbedingungen

resultierende Verlauf wird von den betrachteten Turbulenzmodellen in weiten Bereichen übereinstimmend gut wiedergegeben (vgl. BILD 2). Lediglich eine leichte Überbewertung der Steigung im logarithmischen Teil ist zu erkennen. Die Einbeziehung der Kreuzdiffusion in den neuen Modellen macht sich im Übergangsbereich zur Außenströmung bemerkbar, wo sich die Verläufe der neuen  $k-\omega$ -Versionen dem SST-Modell annähern. Weitere Untersuchungen des Verhaltens der neu implementierten Modelle zeigen ebenfalls gute Übereinstimmung mit Angaben aus der Literatur. So konnte die mit den neuen Modellen angestrebte Verminderung der  $\omega$ -Sensitivität durch Variationen der Anströmbedingungen bestätigt werden. Eine vollständige Unabhängigkeit, wie sie beim SST-Modell vorliegt, wird durch die geänderte Formulierung jedoch nicht erreicht. Zudem konnte die korrekte Implementierung der Low-Reynolds-Erweiterungen anhand des wandnahen Verlaufes der dimensionslosen Turbulenzgrößen  $k^+$  und  $\varepsilon^+$  nachgewiesen werden. Das in Experimenten gefundene Maximum von  $k^+ \approx 4.5$  bei  $y^+ \approx 15$  [19] sowie die etwa konstanten Werte der Dissipationsrate  $\varepsilon$  bei Wandannäherung werden erwartungsgemäß nur von diesem Modell gut getroffen.

### 3.2 Implementierung der $\omega$ -Randbedingung

Zur Überprüfung der Wirksamkeit der neu implementierten  $\omega$ -Randbedingung nach Hellsten wurde für die Plattenströmung eine Netzstudie mit systematischer Variation des ersten Punktabstandes durchgeführt. Neben dem oben beschriebenen Ausgangsnetz mit  $y^+ = 0.2$  wurden hierzu Netze mit  $y^+ = 0.8$ ,  $y^+ = 1.6$  und  $y^+ = 3.2$  verwendet. Die Ergebnisse sind in BILD 3 den entsprechenden Rechnungen mit der herkömmlichen  $\omega$ -Randbedingung nach Menter gegenübergestellt. Dargestellt ist der normierte Wandschubspannungsbeiwert  $c_f$  an zwei Positionen der Platte in Abhängigkeit der Netzeinheit. Der bei der Randbedingung nach Menter vor-

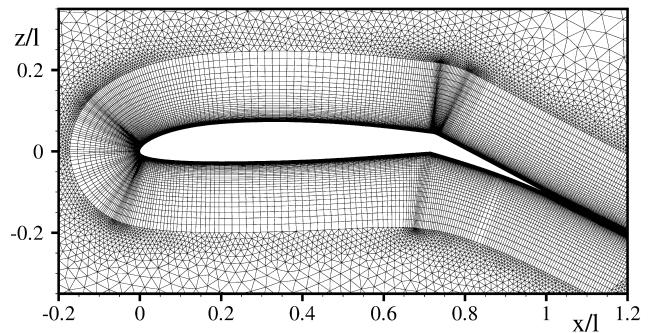


BILD 4: Hybrides Rechennetz für das HGR-01

liegende stetige Abfall von  $c_f$  mit abnehmender Netzauflösung ist auf eine zunehmende Überbewertung von  $\omega$  in Wandnähe zurückzuführen. Entsprechend den Erwartungen variiert  $c_f$  bei der Hellsten-Randbedingung dagegen nur in einem kleinen Intervall von weniger als 1%. Gerade bei komplexen Geometrien, in denen häufig keine gleichbleibend hohe Netzauflösung gewährleistet ist, sollte die neue  $\omega$ -Randbedingung somit genauere Ergebnisse liefern.

## 4 VALIDIERUNG AN PROFILUMSTRÖMUNGEN

### 4.1 HGR-01 mit Ruderausschlag

Als erster Validierungstestfall wurde das Höhenleitwerksprofil HGR-01 mit  $20^\circ$  Ruderausschlag bei Reynoldszahlen von  $Re = 0.65 \cdot 10^6$  und  $Re = 1.3 \cdot 10^6$  ausgewählt. Aus umfangreichen experimentellen Untersuchungen stehen Druckverteilungen auf der Oberfläche und teilweise PIV-Messungen des Strömungsfeldes zur Verfügung [20].

Die Simulationsrechnungen mit TAU erfassen mit einem Anstellwinkelbereich von insgesamt  $\alpha = -8^\circ$  bis  $\alpha = 7^\circ$  die wesentlichen auftretenden Phänomene des nicht überzogenen Strömungszustandes. Dabei wurde das in BILD 4 dargestellte hybride Rechennetz mit einer Auflösung von  $374 \times 60$  Punkten im strukturierten Bereich verwendet. Um die erwarteten Ablösungen über der Ruderklappe mit hinreichender Genauigkeit erfassen zu können, wurde der strukturierter Netzbereich aufgedickt und, entsprechend einer C-Netztopologie, in den Nachlauf hinein verlängert. Da ein erheblicher Einfluss durch die Transitionsslagen zu erwarten ist, diese jedoch aus den Experimenten nicht bekannt sind, kam das unter Abschnitt 2.3 beschriebene Verfahren zur Transitionsvorhersage iterativ in Intervallen von ca. 1000 Zeitschritten zum Einsatz. Während in die meisten der betrachteten Fälle stationäre Lösungen gefunden wurden, berechneten insbesondere die  $k-\omega$ -Modellen von Wilcox mehrfach ein instationäres Strömungsverhalten im Ablösegebiet, das nur mit dem zeitgenauen Verfahren aufgelöst werden konnte. Für diese Fälle wurden die aerodynamische Beiwerte und Druckverteilungen für die Auswertung zeitlich gemittelt.

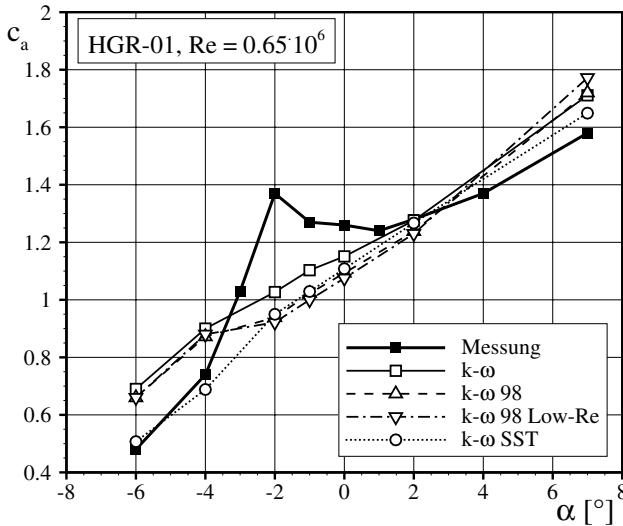


BILD 5: Auftriebskurve des HGR-01,  $Re = 0.65 \cdot 10^6$

Neben den beiden neu implementierten Turbulenzmodellen  $k-\omega$  98 und  $k-\omega$  98 Low-Re wurden zu Vergleichszwecken wieder das ursprüngliche  $k-\omega$ - und das SST-Modell eingesetzt. In ersten Rechnungen mit dem Low-Re-Modell wurde deutlich, dass die Reynoldszahlen offenbar zu niedrig sind, um angesichts der in Abschnitt 3.1 gefundenen Reynoldszahl von  $Re_{x,krit} = 2 \cdot 10^6$  die Transition zur Turbulenz hervorzurufen. Statt der üblicherweise turbulenzfreien Initiallösungen wurden daher auskonvergierte Lösungen aus den Rechnungen mit dem  $k-\omega$  98 Modell als Startlösung verwendet, in denen bereits voll ausgebildete turbulente Grenzschichten vorlagen. In den anschließenden Rechnungen mit dem Low-Re-Modell blieben dabei sowohl die Turbulenz als auch die verbesserte Modellierung in Wandnähe erhalten.

#### 4.1.1 Ergebnisse für $Re = 0.65 \cdot 10^6$

Einen Überblick das Profilverhalten liefert die Auftragung des Auftriebsbeiwertes  $c_a$  in Abhängigkeit des Anstellwinkels in BILD 5. Im Experiment ist ein flacher Auftriebsanstieg bei hohen negativen und positiven Anstellwinkeln und ein deutlich hervortretendes, lokales Maximum um  $\alpha = -2^\circ$  zu beobachten. Wie Druckverteilungen (vgl. BILD 6) und PIV-Messungen belegen, ist dieses Maximum auf ein Wiederanlegen der ansonsten über der Ruderklappe abgelösten Strömung zurückzuführen. In der Simulation wird dagegen mit allen betrachteten Turbulenzmodellen ein etwa gleichbleibend flacher Auftriebsanstieg vorhergesagt, der auf durchgehende Strömungsablösung hindeutet. Insbesondere bei hohen negativen Anstellwinkeln liefert das SST-Modell die beste Übereinstimmung mit dem Experiment, während das  $k-\omega$ -Modell im Bereich des Wiederanlegens den Messungen etwas näher kommt. Dieses Verhalten ist auch den exemplarisch dargestellten Druckverteilungen für  $\alpha = -2^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 7^\circ$  in BILD 6 zu entnehmen. Während in den Messungen bei  $\alpha = -2^\circ$  zur Hinterkante ein saugseitiger Druckanstieg

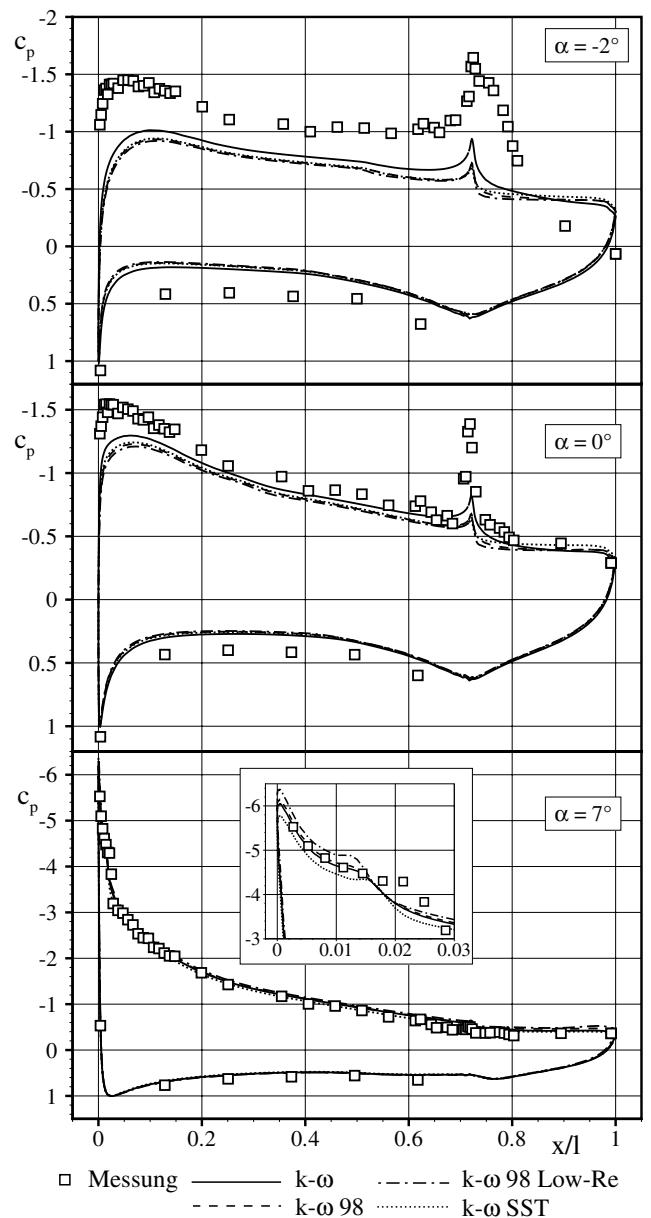


BILD 6: Profildruckverteilungen des HGR-01,  $Re = 0.65 \cdot 10^6$

auf  $c_p \approx 0$  vorliegt, berechnen die Turbulenzmodelle hier konstante negative Druckbeiwerte. Die hierdurch gekennzeichnete Ablösung über der Ruderklappe führt gegenüber der Messung zu einer recht gleichmäßigen Verringerung der Druckdifferenz zwischen Ober- und Unterseite, wodurch der Auftrieb erheblich reduziert wird. Bei Erhöhung des Anstellwinkels auf  $0^\circ$  kommt es zu einer deutlichen Annäherung zwischen Messwerten und Rechnung, da die Strömung nun auch im Experiment über der Klappe ablöst. Dennoch sind die Druckminima an der Profilnase und am Klappenknopf bei ca.  $x/l = 0.725$  in der Messung deutlich stärker ausgeprägt. Wie schon bei  $\alpha = -2^\circ$  liegt das  $k-\omega$ -Modell am nächsten an den Messwerten.

Maßgeblichen Einfluss auf das Ablöseverhalten haben die zu den turbulenten Scherspannungen (Reynoldsspannungen) proportionalen Korrelationen  $u'v'$  der Geschwindigkeitsschwankungen, da sie den Im-

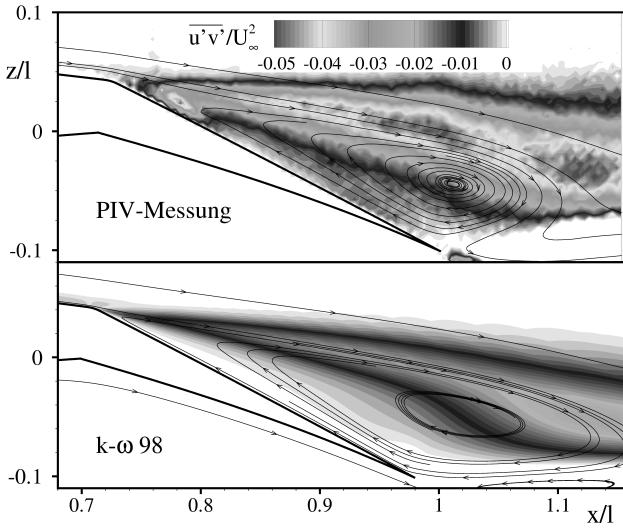


BILD 7: Reynoldsspannungen und Stromlinien beim HGR-01,  $Re = 0.65 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 0^\circ$

pulsaustausch in der Strömung wesentlich erhöhen. Im Rahmen der Simulationen berechnen sie sich aus Boussinesq-Ansatz für 2D-Strömungen zu:

$$\overline{u'v'} = -\frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) . \quad (9)$$

Ihre normierte Feldverteilung über der Klappe ist in BILD 7 exemplarisch für das  $k-\omega$  98 Modell im Vergleich zu der PIV-Messung dargestellt. Trotz guter qualitativer Übereinstimmung ist ein deutlich zu niedriges Niveau der berechneten Reynoldsspannungen zu erkennen. Die Folge ist ein zu geringer Impulsaustausch im Ablösegebiet, der zu einer deutlichen Verlängerung des primären Ablösewirbels führt.

Nähere Einblicke in den Ablösevorgang liefert der Vergleich von Geschwindigkeits- und Reynoldsspannungsprofilen im Bereich der beginnenden Ablösung über der Klappe. Hierzu wurden die Strömungsgrößen an Positionen direkt vor ( $x/l = 0.7$ ) und direkt hinter dem Klappenknie ( $x/l = 0.75$ ) aus den Felddaten der Simulationen und der PIV-Messung extrahiert (vgl. BILD 8). Während die Geschwindigkeitsprofile in beiden Schnitten recht gut mit der Messung übereinstimmen, ist das berechnete Niveau der dimensionslosen Reynoldsspannungen  $\overline{u'v'}/U_\infty^2$  hinter dem Ablösepunkt deutlich zu niedrig. Diese Unterbewertung der turbulenten Scherspannung direkt hinter dem Ablösepunkt ist auch bei den anderen Anstellwinkeln zu beobachten und liefert so einen Erklärungsansatz für die zu große Ablöseneigung im Anstellwinkelbereich um  $\alpha = -2^\circ$ . Dabei spielt auch die Wechselwirkung zwischen der Größe des Ablösegebietes und der Transitionslage vor dem Klappenknie eine wesentliche Rolle.

Das beim Low-Re Modell vor dem Ablösepunkt auftretende Maximum in den Reynoldsspannungen macht den Einfluss der viskosen Dämpfungsterme deutlich, kann jedoch aufgrund der zu geringen PIV-Auflösung in Wandnähe nicht eindeutig bewertet werden. Eine signifikante Auswirkung auf das Ablöseverhalten ist je-

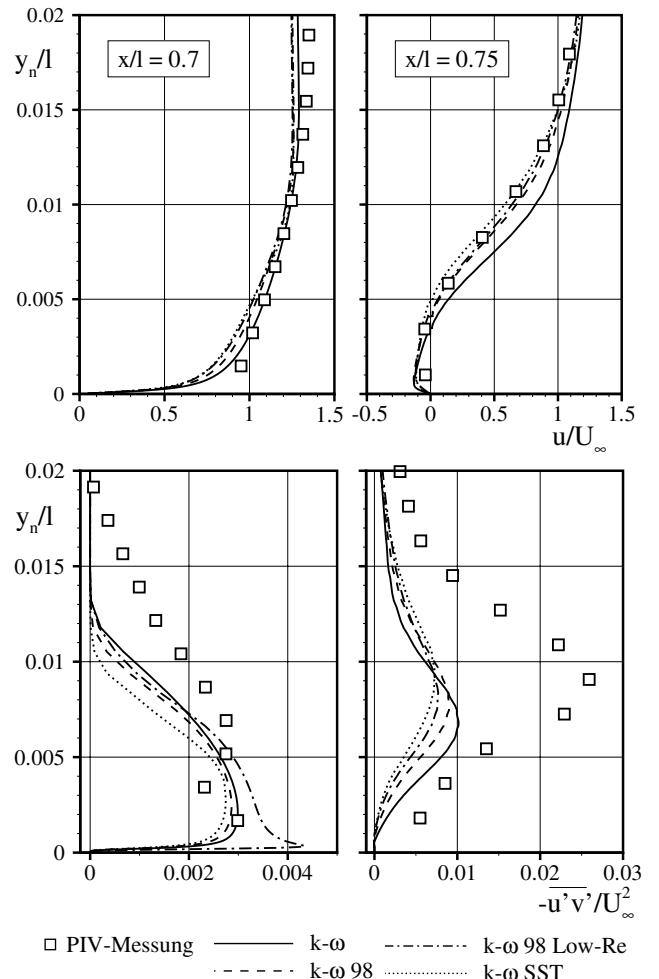


BILD 8: Geschwindigkeits- und Reynoldsspannungsprofile,  $Re = 0.65 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 0^\circ$

denfalls nicht zu beobachten, zumal das  $\overline{u'v'}$ -Niveau hinter dem Ablösepunkt gegenüber den anderen Modellen wieder absinkt.

Bei  $7^\circ$  bildet sich hinter der stark angewachsenen Saugspitze an der Profilnase erstmals eine laminare Ablöseblase aus, über die die Transition zur Turbulenz stattfindet. Trotz des durchweg etwas zu kurz berechneten Druckplateaus im Bereich der Blase (vgl. die Vergrößerung in BILD 6, unten), wird die Druckverteilung, einschließlich der Ablösung über der Ruderklappe, von allen Modellen gut wiedergegeben. Sowohl Stromlinienverläufe als auch das Niveau der Reynoldsspannungen im Ablösegebiet über der Klappe stimmen weitgehend mit der Messung überein (hier nicht gezeigt).

#### 4.1.2 Ergebnisse für $Re = 1.3 \cdot 10^6$

Die Erhöhung der Reynoldszahl auf  $Re = 1.3 \cdot 10^6$  führt im Experiment zu einer Verlagerung des lokalen  $c_a$ -Maximums zu niedrigeren Anstellwinkeln (vgl. BILD 9). Die Untersuchung konzentriert sich hier auf den kritischen Bereich des Wiederanlegens der Strömung. In den Simulationsrechnungen gelingt es diesmal dem  $k-\omega$ -Modell, das zwischenzeitliche Wiederanlegen der Strömung zumindest qualitativ korrekt vorherzusagen.

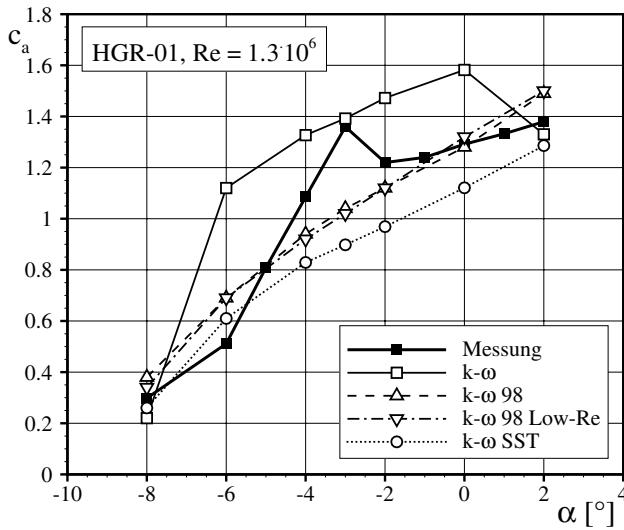


BILD 9: Auftriebskurve des HGR-01,  $Re = 1.3 \cdot 10^6$

Das Anstellwinkelintervall der anliegenden Strömung ist mit  $\alpha = -6^\circ$  bis  $\alpha = 0^\circ$  allerdings deutlich zu groß. Unsicherheiten bestehen hier hinsichtlich der Genauigkeit der berechneten Transitionsslagen, auf die die Strömung sehr sensitiv reagiert, sowie der oben angesprochenen  $\omega$ -Sensitivität des Modells.

Die übrigen Modelle berechnen wie bei der niedrigen Reynoldszahl durchgehend abgelöste Strömung über der Klappe und können somit nur an den Rändern des betrachteten Anstellwinkelbereichs zufrieden stellende Ergebnisse liefern. Die beiden  $k-\omega$  98 Modelle, die hier im Gegensatz zu den anderen Modellen fast ausschließlich instationäres Strömungsverhalten berechnen, liegen bei hohen Anstellwinkeln aufgrund eines etwas höheren Auftriebsanstieges näher an den Messwerten, als das SST-Modell. Auf eine Analyse und Bewertung der Reynoldsspannungen muss bei dieser Reynoldszahl aufgrund fehlender PIV-Daten verzichtet werden. Es ist jedoch auch hier eine generelle Unterbewertung von  $u'v'$  im Ablösegebiet anzunehmen.

#### 4.1.3 Analyse der Turbulenzgrößen am Ablösepunkt

Um mögliche Erklärungen für die zu geringe Turbulenzproduktion hinter der Ablösung über der Klappe zu finden, wurden weitere Turbulenzgrößen am Beispiel des  $k-\omega$  98 Modells näher analysiert. Die Auftragung der bezogenen Wirbelviskosität  $\mu_t/\mu$  in BILD 10 zeigt auffallend niedrige Werte zwischen der an kommenden, turbulenten Grenzschicht und dem anschließenden Ablösegebiet. Noch deutlicher ist das vergleichbare Verhalten des turbulenten Längenmaßes  $l_t$ , das sich zu

$$l_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega} \quad (10)$$

berechnet (vgl. BILD 10, Mitte). Wenngleich ein experimenteller Nachweis über das Verhalten dieser Modellgrößen nicht geführt werden kann, erscheint ihre lokale Verminderung in der gerade ablösenden Grenzschicht

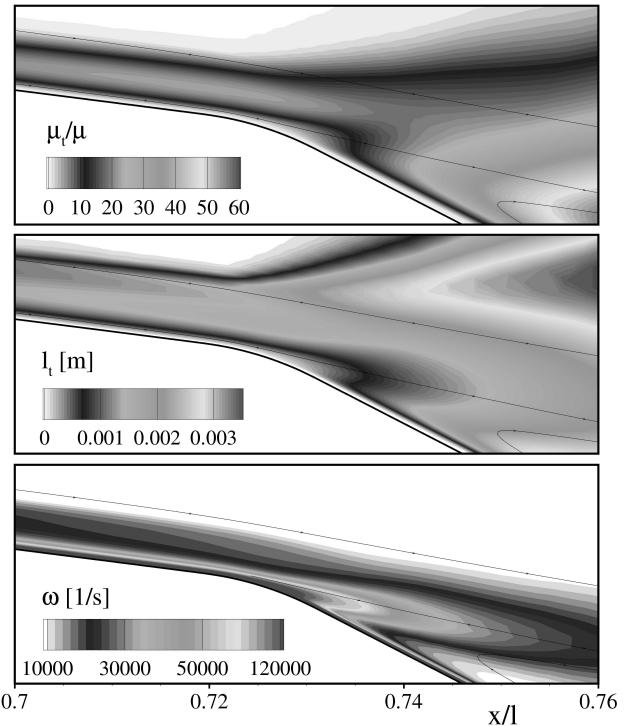


BILD 10: Turbulenzgrößen am Ablösepunkt des HGR-01,  $Re = 0.65 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = -2^\circ$

aus physikalischer Sicht fraglich. Die mathematische Ursache für die beobachtete Verteilung liegt offenbar in den großen Werten der spezifischen Dissipationsrate  $\omega$  in Wandnähe, die der ablösenden Strömung folgend ins Feld konvektiert werden (vgl. BILD 10, unten). Ihr Zusammenhang mit der Verminderung von  $\mu_t$  und  $l_t$  geht aus Gl. (3) und Gl. (10) hervor. Ein vergleichbares Verhalten kann auch an der Hinterkantenabströmung beobachtet werden, wo der rückwirkende Einfluss auf die Gesamtumströmung jedoch als gering anzunehmen ist.

Zur Überprüfung der angestellten Überlegungen wurden einfache, empirische Korrekturansätze der  $\omega$ -Gleichung zur lokalen Verminderung des  $\omega$ -Transports in die ablösende Scherschicht entwickelt. Damit gelang es in Verbindung mit dem  $k-\omega$  98 Modell, das zwischenzeitliche Wiederanlegen der Strömung für beide Reynoldsnummern zufrieden stellend vorherzusagen, ohne das Modellverhalten in anderen Bereichen zu stören. Eine fundierte physikalische Grundlage für solche empirischen Korrekturen ist jedoch nicht gegeben.

Für  $Re = 0.65 \cdot 10^6$  konnte darüber hinaus ein ähnlicher Effekt mit der Modifikation nach Kato und Launder [21] erzielt werden, die zur Vermeidung der häufig beobachteten Überproduktion der Turbulenz im Bereich von Staupunkten entwickelt wurde. Grundidee bei der Anwendung auf das vorliegende Problem ist, dass die Verringerung der Produktionsterme nach Kato-Launder auch bei plötzlicher Strömungsablösung wirksam sein sollte, da hier näherungsweise die Umkehrung einer Staupunktströmung vorliegt. Eine Analyse der Grenzschichtprofile zeigt jedoch, dass das nun

korrekte Wiederanlegen der Strömung vermutlich vor allem auf ein deutlich erhöhtes Turbulenzniveau in der ankommenden Grenzschicht vor dem Klappenknie zurückzuführen ist, das physikalisch nicht gerechtfertigt erscheint. An dieser Stelle sind weitere Untersuchungen der Kato-Launder-Modifikation erforderlich.

Die  $\omega$ -Randbedingung nach Hellsten zeigt hier trotz der deutlichen Verringerung der Wandwerte keinen nennenswerten Einfluss auf das Verhalten von  $\omega$ .

## 4.2 SD7003 bei $\alpha = 4^\circ$

Mit der Umströmung des SD7003 bei  $Re = 60000$  und  $\alpha = 4^\circ$  soll die Fähigkeit der neuen Turbulenzmodelle zur Vorhersage einer großen, stabilen Ablöseblase im Bereich der Profilmitte untersucht werden. Als Vergleich dienen hochauflösende PIV-Messdaten aus verschiedenen Wind- und Wasserkanälen [22]. Das Rechennetz mit  $520 \times 90$  Punkten im strukturierten Bereich und das Vorgehen in der numerischen Simulation orientieren sich an [23], d.h. die Simulationen wurden durchweg zeitgenau mit Transitionssberechnungen im Intervall von 10 physikalischen Zeitschritten durchgeführt. Hierbei wurde ein kritischer N-Faktor von  $N_{krit} = 8$  gewählt, der etwa dem Turbulenzgrad  $Tu = 0.1\%$  im Wasserkanal des AFRL entspricht [22]. Gegenüber den vorigen Untersuchungen wurde zusätzlich das BSL-Modell [14] verwendet, da es in [23] gute Ergebnisse erzielte. Für das  $k-\omega$  98 Low-Re Modell wurde wieder das unter Abschnitt 4.1 beschriebene Vorgehen zur Erzeugung einer turbulenten Strömung angewendet.

### 4.2.1 Vergleich mit PIV-Messungen

Erste Rechnungen mit TAU ergaben für alle betrachteten Turbulenzmodelle einen derart späten und geringen Anstieg der Reynoldsspannungen  $\bar{u}'v'$ , dass der turbulente Impulstransport nicht zum rechtzeitigen Schließen der Ablöseblasen ausreichte. Das daraus folgende hoch instationäre Strömungsverhalten mit mehreren Drehpunkten und Wirbelabscheidungen lässt keinen sinnvollen Vergleich mit den Experimenten zu. Verantwortlich für die verzögerte Turbulenzentwicklung ist offenbar der Transport hoher  $\omega$ -Werte aus dem laminaren Teil der Strömung in die Blase, der bereits in [23] beobachtet wurde. Das Auftreten einer solch hohen turbulenten Dissipation in der nahezu turbulenzfreien Strömung vor dem Transitionspunkt erscheint aus physikalischer Sicht fraglich. Daher wurden in Anlehnung an das Vorgehen in [23] Methoden zur Unterdrückung des  $\omega$ -Transports im laminaren Bereich implementiert. Diese bestehen zum Einen aus einer Limitierung der  $\omega$ -Quellterme auf Werte kleiner gleich Null und zum Anderen aus einer  $\omega$ -Randbedingung vom Neumann-Typ:

$$\left( \frac{\partial \omega}{\partial y_n} \right)_w = 0 . \quad (11)$$

Gegenüber dem ähnlich wirkungsvollen Vorschlag  $\omega_w = 0$  [23] erweist sich diese Formulierung als nu-

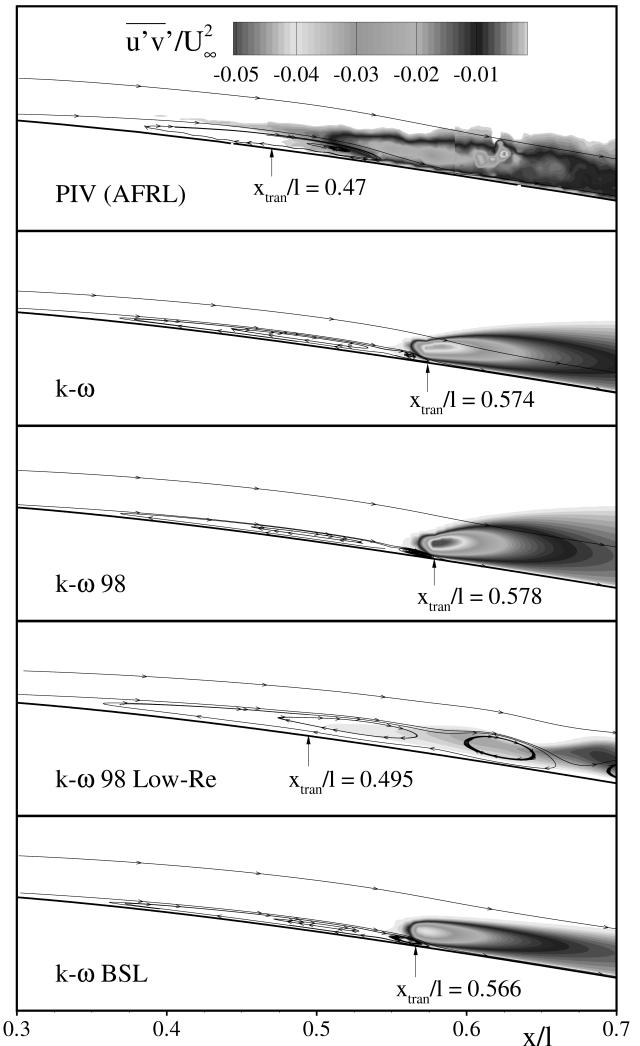


BILD 11: Reynoldsspannungen und Stromlinien beim SD7003

merisch robuster. Beide Modifikationen wurden nur im laminaren Teil der Strömung eingesetzt. Mit Ausnahme des neuen Low-Re Modells konnte damit für alle hier betrachteten Turbulenzmodelle eine Stabilisierung der Ablöseblase erzielt werden.

Einen Vergleich der Stromlinien und normierten Reynoldsspannungen mit dem Experiment im AFRL-Kanal zeigt BILD 11. Trotz der qualitativ korrekten Wiedergabe des Strömungsverlaufes, berechnen die Modelle  $k-\omega$ ,  $k-\omega$  98 und BSL im Vergleich zur PIV-Messung nun eine deutlich zu kräftige Entwicklung von  $\bar{u}'v'$ , die stromab der Transition zu einem nahezu sofortigen Schließen der Blase führt. Der Versatz der berechneten Transitionsslagen von etwa 10% gegenüber der Messung ist auf die zu dünnen Blasen zurückzuführen, in denen die Anfachungsraten der Störmoden verringert sind. In Verbindung mit dem sofortigen Wiederanlegen der Strömung führt die verzögerte Transition zu einer etwa korrekt vorhergesagten Blasenlänge. Auffällig ist die starke wandnormale Ausbreitung von  $\bar{u}'v'$  bei den Modellen  $k-\omega$  und  $k-\omega$  98. Die Ergebnisse des BSL-Modells kommen den Experimenten aufgrund der moderateren Turbulenzentwicklung und der geringfügig-

	$c_a$	$c_w$
$k-\omega$	0,601	0,0197
$k-\omega$ 98	0,599	0,0197
$k-\omega$ 98 Low-Re	0,625	0,021
$k-\omega$ BSL	0,588	0,0192
Messung Princeton, 89	0,6	0,016
Messung Illinois, 96	0,6	0,021

TAB 1: Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des SD7003,  $\alpha = 4^\circ$ .

gig dickeren Blase noch am nächsten.

Die trotz der turbulenten Initiallösung deutlich zu geringe Turbulenzproduktion des  $k-\omega$  98 Low-Re Modells ist vermutlich die Folge einer mangelhaften Anpassung an Strömungen mit sehr niedrigen Reynoldszahlen. Wie eine Analyse des Strömungsfeldes zeigt, wird selbst im turbulenten Teil der Strömung ein derart niedriges Niveau der turbulenten Reynoldszahl  $Re_t$  erreicht, dass die viskosen Dämpfungsterme für den Wandbereich nahezu im gesamten Feld wirksam sind. Die bei der Modellkalibrierung getroffenen Annahmen sind daher für die vorliegende Strömung nicht gültig.

#### 4.2.2 Aerodynamische Beiwerte

In TAB 1 sind die zeitlich gemittelten Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte aus den Simulationen den Messwerten aus zwei Experimenten [12] gegenübergestellt. Trotz der generellen Unterbewertung der Blasendicke stimmen die mit dem  $k-\omega$ , dem  $k-\omega$  98 und dem BSL-Modell berechneten Auftriebsbeiwerte  $c_a$  sehr gut mit den Experimenten überein. Die ebenfalls nur moderat abweichenden  $c_a$ -Werte des  $k-\omega$  98 Low-Re Modells sind infolge von starken und unregelmäßigen zeitlichen Schwankungen nur als grobe Näherung zu verstehen. Die berechneten Widerstandsbeiwerte lassen sich nur schwer bewerten, da offenbar unterschiedliche Bedingungen in den beiden Experimenten zu einer großen Streuung der gemessenen  $c_w$ -Werte führten. Insgesamt zeigt sich, dass die Berechnung von Kraftbeiwerten bei dieser Strömung nur wenig sensitiv auf Ungenauigkeiten in der Turbulenzmodellierung reagiert, solange die laminare Ablöseblase rechtzeitig geschlossen wird.

## 5 ZUSAMMENFASSUNG

Die beschriebenen Implementierungen der Turbulenzmodelle  $k-\omega$  98 und  $k-\omega$  98 Low-Re, sowie der  $\omega$ -Randbedingung nach Hellsten konnten zunächst anhand der ebenen Plattenströmung erfolgreich verifiziert werden. Dabei führt der zusätzlich einbezogene Kreuzdiffusionsterm zu einer Annäherung der neuen Modelle an das Verhalten des SST-Modells, während die Low-Reynolds Erweiterung eine realistische Vorhersage der Transitionslage und der Turbulenzgrößen im Ablösepunkt ermöglicht. Für die neue  $\omega$ -Randbedingung wird die erwartete Verminderung der Netzabhängigkeit bestätigt.

In der anschließenden Untersuchung des Profils HGR-01 mit Ruderausschlag bei zwei unterschiedlichen Reynoldszahlen kann das komplexe Profilverhalten mit teilweise anliegender Strömung bei ansonsten vollständiger Ablösung über der Klappe mit keinem der betrachteten Turbulenzmodelle zufriedenstellend simuliert werden. Als Ursache für die generell zu große Ablöseneigung wird eine Unterbewertung der turbulenten Scherspannungen im Ablösegebiet ausgemacht, für die mit dem konvektiven Verhalten der spezifischen Disipationsrate  $\omega$  am Ablösepunkt ein begründeter Erklärungsansatz gefunden wird. Abgesehen von Abweichungen im wandnahen Verlauf der Reynoldsspannungen verhalten sich die beiden  $k-\omega$  98 Modellversionen sehr ähnlich.

Die abschließend betrachtete Ablöseblase am Profil SD7003 kann von den meisten Modellen nur nach Modifikationen der  $\omega$ -Gleichung im laminaren Bereich qualitativ korrekt wiedergegeben werden. Trotz nun durchweg zu großer Reynoldsspannungen, die deutlich zu geringe Blasendicken zur Folge haben, stimmen die berechneten Kraftbeiwerte gut mit Experimenten überein. Eine Ausnahme bildet das  $k-\omega$  98 Low-Re Modell, deren Dämpfungsfunktionen die zum Schließen der Blase erforderliche Turbulenzproduktion weitgehend unterdrücken. Dieses Verhalten, dass in ähnlicher Form auch beim HGR-01 zu beobachten ist, schränkt die Anwendbarkeit des Modells für Strömungen mit kleiner Reynoldszahl erheblich ein.

## LITERATUR

- [1] CEBCI, T.: "Analysis of turbulent flows". Second revised and expanded edition, Elsevier, Amsterdam, 2004.
- [2] BALDWIN, B.S.; LOMAX, H.: "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows." AIAA Paper 78-257, 1978.
- [3] SPALART, P.R.; ALLMARAS, S.R.: "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows." AIAA Paper 92-0439, 1992.
- [4] WALLIN, S.; JOHANSSON, A.: "An Explicit Algebraic Reynolds Stress Model for Incompressible and Compressible Turbulent Flows." Journal of Fluid Mechanics, Vol. 403, 2000, pp. 89-132.
- [5] WILCOX, D.C.: "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models." AIAA Journal Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1299-1310.
- [6] RUDNIK, R.: "Untersuchung der Leistungsfähigkeit von Zweigleichungs-Turbulenzmodellen bei Profilumströmungen." Forschungsbericht 97-49, DLR Braunschweig, 1997.
- [7] KRUSE, M.; WOKOECK, R.; ORTMANN, J.; RADESPIEL, R.: "Experimental and numerical investigation of flow separation over a deflected control surface." Joint EWA and PivNet 2 Workshop on CFD, PIV and Experiments in Aerodynamics, Proceedings of the Workshop Tas 2.2.7, Göttingen 10.-11. May 2005.
- [8] WILCOX, D.C.: "Turbulence Modelling for CFD." Second edition, DCW Industries, La Canada, 1998.

- [9] KROLL, N.; ROSSOW, C.-C.; SCHWAMBORN, D.; BECKER, K.; HELLER, G.: "Numerical Flow Simulation Tool for Transport Aircraft Design." ICAS Congress 2002, Toronto, 09.-13.09.2002, ICAS, CD-Rom, S. 1.105.1-1.105.20, 2002.
- [10] HELLSTEN, A.: "On the Solid-Wall Boundary Condition of  $\omega$  in the  $k-\omega$ -Type Turbulence Models." Report No. B-50 Series B, Laboratory of Aerodynamics, Helsinki University of Technology, Otaniemi, 1998.
- [11] GROTE, A.; ORTMANNS, J.; RADESPIEL, R.: "Entwurf eines Höhenleitwerksprofils mit Leading-Edge-Stall und Konstruktion eines Windkanalmodells mit Ruder für die Messung der Profileigenschaften." Institutsbericht 2003/2, Institut für Strömungsmechanik, TU Braunschweig, 2003.
- [12] SELIG, M.S. ET AL.: "Summary of low-speed airfoil data." Vol. 1-3, SoarTech Publications, H.A. Stokely, Virginia Beach, VA, USA, 1995, 1996, 1997.
- [13] MENTER, F.: "Influence of Freestream Values on  $k-\omega$  Turbulence Model Predictions." AIAA Journal Vol. 30, No. 6, 1992, pp. 1657-1659.
- [14] MENTER, F.: "Two-equation turbulence models for engineering applications." AIAA Journal Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598-1605.
- [15] KRIMMELBEIN, N.; RADESPIEL, R.; NEBEL, C.: "Numerical Aspects of Transition Prediction for Three-Dimensional Configurations." AIAA-2005-4764, 35th Fluid Dynamics Conference, Toronto, 6-9 June 2005.
- [16] ARNAL, D.: "Boundary layer transition: Predictions based on linear theory.". AGARD-R 793, 1994.
- [17] WIEGHARDT, K.; TILLMANN, W.: "On the turbulent Friction Layer for Rising Pressure." NACA TM 1314, 1951.
- [18] SCHLICHTING, H.: "Grenzschicht Theorie." Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1965.
- [19] PATEL, V.C.; RODI, W.; SCHEUERER, G.: "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review." AIAA Journal Vol. 23, No. 9, 1985, pp. 1308-1319.
- [20] WOKOECK, R.; GROTE, A.; KRIMMELBEIN, N.; ORTMANNS, J.; RADESPIEL, R.; KRUMBEIN, A.: "RANS Simulation and Experiments on the Stall Behaviour of a Tailplane Airfoil." 14th Symposium of STAB, Bremen, 2004.
- [21] KATO, M.; LAUNDER, B.E.: "The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Square Cylinders." Proc. 9th Symposium on Turbulent Shear Flows, Kyoto, August 1993, pp. 10.4.1-10.4.6.
- [22] OL, M.V.; McAULIFFE, B.R.; HANFF, E.S.; SCHOLZ, U.; KÄHLER, C.J.: "Comparison of Laminar Separation Bubble Measurements on a Low Reynolds Number Airfoil in Three Facilities." AIAA Paper 2005-5149, 2005.
- [23] WINDTE, J.; SCHOLZ, U.; RADESPIEL, R.: "Validation of the RANS-Simulation of Laminar Separation Bubbles in Airfoils." Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, Friedrichshafen, 2005.