DGLR-2006-182

# ERSTELLUNG EINER DATENBANK ZUR VERWALTUNG VON LAMINATSTRUKTUREN ZUM EINSATZ BEI DER OPTIMIERUNG MIT EVOLUTIONÄREN ALGORITHMEN

Frank Seidel
FA-B Technologieservice
Altplauen 19, 01187 Dresden

## 1 ÜBERSICHT

Bei der Optimierung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen mit Evolutionären Algorithmen ist eine Vielzahl an Strukturvarianten auszuwerten. Sofern keine entsprechenden Vorkehrungen getroffen werden, sind dabei auch Mehrfachberechnungen gleicher Varianten nicht auszuschließen. Eine Möglichkeit um dies zu vermeiden besteht darin, parallel zur Optimierungsrechnung Datenbäume zu verwalten, in denen die bewerteten Strukturvarianten zusammen mit Informationen aus den Zwischenberechnungen eingetragen werden. Beim Auftreten von bereits analysierten Varianten kann auf eine erneute Berechnung verzichtet und auf die Einträge aus dem Datenbaum zurückgegriffen werden.

In der vorliegenden Arbeit wird am Beispiel der Laminatoptimierung einer ebenen Platte mit dem Optimierungsprogramm GEOpS ein solcher Datenbaum vorgestellt und die Auswirkungen auf den Optimierungsprozess bewertet. Weiterhin wird aufgezeigt, wie mit den Einträgen im Datenbaum zusätzlich eine Verbesserung des Optimierungsalgorithmus mit Hilfe eines *Lokale Verbesserung* genannten Verfahrens erzielt werden kann.

## 2 EINLEITUNG

Bei der Entwicklung von Luft- oder Raumfahrzeugen ist die Gewichtsminimierung der Bauteile eines der obersten Prinzipien. Um dieses Ziel zu erreichen werden in der modernen Fliegerei zunehmend Komponenten aus Faserverbundwerkstoffen gefertigt, die im Gegensatz zu Metallen wesentlich leichter sind und z.T. auch größeren Belastungen widerstehen. Es ist möglich, die Bestandteile des Werkstoffverbundes entsprechend vorhandener Restriktionen, wie z.B. der Umgebungsgeometrie, der äußeren Belastung oder der zur Verfügung stehenden Werkstoffe auszuwählen. Heutzutage werden für die Auslegung solcher Bauteile oftmals Optimierungsverfahren eingesetzt, beispielsweise die auch im Rahmen dieser Arbeit verwendeten *Evolutionären Algorithmen* (EA).
Am Institut für Luft- und Raumfahrttechnik (ILR) der TU Dresden stellt die Arbeit mit EA zur Optimierung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen einen Forschungsschwerpunkt dar [1-3]. Für diese Zwecke wurde mit Hilfe der Programmiersprache FORTRAN 90 das Optimierungsprogramm GEOpS (Genetic and Evolutionary Optimization of Structures) entwickelt.

Ein Problem Evolutionärer Algorithmen ist die im Vergleich zu anderen mathematischen Optimierungsverfahren erforderliche lange Berechnungsdauer, welche sich durch die große Anzahl unterschiedlicher Lösungskandidaten (Individuen) ergibt. Dabei ist der größte Zeitaufwand für die Strukturberechnung der einzelnen Individuen erforderlich. Oftmals wird diese mit Hilfe von Finiten Elementen (FE) durchgeführt, weil geschlossene analytische Gleichungen für bestimmte praktische Problemstellungen nicht in jedem Fall vorliegen (z.B. für die globale Beullast einer stringerversteiften Laminatschale).
Es liegt daher nahe, die Standard-Algorithmen mit Hilfe von effizienzsteigernden Maßnahmen zu verbessern, um damit das Erzielen einer optimierten Lösung zu beschleunigen. In den vergangenen Jahren wurden dazu am ILR eine Reihe von Verfahren in das Programmpaket GEOpS implementiert [2].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine weitere Möglichkeit vorgestellt, die Effektivität des Optimierungsprozesses zu verbessern. Man kann bei der Strukturanalyse Mehrfachberechnungen von identischen Individuen vermeiden, indem man alle während einer Optimierungsrechnung generierten Varianten in einem Datenspeicher (*Binärdatenbaum*) archiviert ([4] bzw. [5-6]). Wird dann während einer laufenden Optimierung ein bereits analysiertes Individuum erzeugt, können die zugehörigen Eigenschaften aus dem Speicher übernommen werden. Auf eine erneute Strukturberechnung kann zugunsten einer Einsparung an Rechenzeit verzichtet werden.
Weiterhin ist es mit den Informationen im Binärdatenbaum möglich, jedes Individuum der aktuellen Population durch das Verfahren *Lokale Verbesserung* in seinen Eigenschaften weiter zu optimieren. Dabei wird jede Strukturvariante marginal verändert und mit Hilfe der exakt berechneten Einträge im Binärdatenbaum eine approximierte Strukturbewertung durchgeführt. Es wird aufgezeigt, dass mit dem Binärdatenbaum und der Lokalen Verbesserung der erforderliche Optimierungsaufwand zusätzlich zu den bereits in GEOpS vorhandenen effizienzsteigernden Maßnahmen weiter verringert werden kann.

## 3 LAMINATOPTIMIERUNG MIT GEOPS

### 3.1 Evolutionäre Algorithmen

EA simulieren den Entwicklungsprozess in der Biologie und gehören zur Gruppe der populationsbasierten Berechnungsverfahren. Dabei wird eine Gruppe (*Ausgangs-* bzw. *Elternpopulation*) von

mehreren Lösungskandidaten (*Individuen*) erzeugt, die alle über unterschiedliche Eigenschaften verfügen. Ein Individuum ist eine spezielle Strukturvariante mit definierten Eigenschaften (*Entwurfsvariablen*), z.B. bezüglich Geometrie oder Material. Die Entwurfsvariablen der Elternindividuen werden dann leicht verändert (*Mutation*) bzw. miteinander kombiniert (*Rekombination* bzw. *Crossover*), um neue Lösungskandidaten zu erzeugen (*Kinderpopulation*).
Anschließend werden die neu generierten Individuen der Kinderpopulation hinsichtlich ihrer Eigenschaften bewertet, indem für jedes ein Zielfunktionswert berechnet wird. Mit dessen Hilfe werden bei der *Selektion* die Individuen für den nächsten Berechnungszyklus (*Generation*) ausgewählt. Der Vorgang der Veränderung und Selektion wird solange wiederholt, bis eine optimierte Lösung erzielt oder ein vom Anwender definiertes *Abbruchkriterium* erreicht wird. Bild 1 zeigt den prinzipiellen Ablauf der Evolutionären Optimierung.

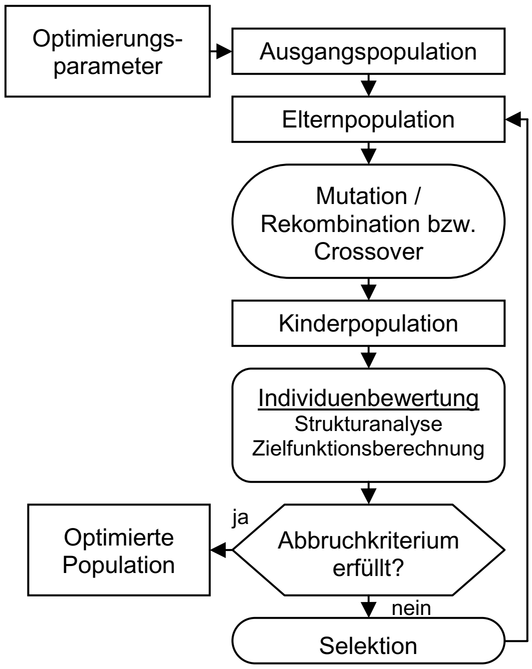


BILD 1 - Prinzipieller Ablauf bei der Optimierung mit Evolutionären Algorithmen

### 3.2 Evolutionäre Algorithmen in GEOpS

In GEOpS stehen zur Optimierung drei Evolutionäre Algorithmen zur Verfügung:

- Evolutionsstrategien (ES)
- Genetische Algorithmen (GA)
- Differentielle Evolution (DE).

Bei den ES wird die Veränderung der Individuen über *Mutation* und *Rekombination* erzielt. Es können sowohl diskrete als auch kontinuierliche Variablen bearbeitet werden. Im Gegensatz dazu werden bei den GA werden die Eigenschaften jedes Individuums vor der Veränderung binär codiert. Mit Hilfe der Operatoren *bitweise Mutation* und *Crossover* werden dann Teilstücke des genetischen Codes der Individuen ausgetauscht. Genetische Algorithmen eigen sich vor allem für diskrete Entwurfsvariablen. Die DE ist ein den Evolutionsstrategien nahe stehendes Verfahren. Allerdings werden hier die Prinzipien der Evolution zugunsten einer Zunahme an Deterministik im Optimierungsprozess vereinfacht.
Eine detaillierte Beschreibung der in GEOpS implementierten Algorithmen ist u.a. in [2] bzw. in [4] zu finden.

### 3.3 Effizienzsteigernde Maßnahmen

Die *effizienzsteigernden Maßnahmen* sind in GEOpS eine Gruppe von unterschiedlichen Ansätzen zur Verbesserung des Optimierungsprozesses. Sie werden unter anderem dazu benutzt, den erforderlichen Zeitaufwand bei der Individuenbewertung zu reduzieren. Beispielsweise ist es möglich, die Versagenskenngrößen für jedes Individuum nicht exakt (z.B. unter Verwendung von FE), sondern approximiert zu berechnen. Im Gegensatz zur exakten Strukturberechnung ist die approximierte Analyse üblicherweise sehr viel schneller und, bei einer tolerierbaren Ungenauigkeit, mit den Ergebnissen der exakten Berechnungen vergleichbar. Es ist weiterhin möglich, die Strukturanalyse für mehrere Individuen einer Generation parallel zueinander durchzuführen. Neben der Reduzierung des Rechen- und Zeitaufwandes bei der Individuenbewertung kann mit den effizienzsteigernden Maßnahmen in GEOpS auch die Qualität der erzielten Lösungen verbessert werden. So können während einer laufenden Optimierungsrechnung die Programmeinstellungen adaptiv an den Optimierungsfortschritt angepasst werden.
Keine der an dieser Stelle vorgestellten Algorithmusverbesserungen kann die Mehrfachberechnung von identischen Individuen vermeiden. Eine ausführliche Darstellung der effizienzsteigernden Maßnahmen in GEOpS ist in [2] zu finden.

## 4 OPTIMIERUNGSPROBLEM

Um die Auswirkungen des neu in GEOpS implementierten Algorithmus zu verifizieren, wird der Aufbau einer laminierten Rechteckplatte als Optimierungsproblem verwendet (Bild 2). Die Bauteilbelastung beträgt in X-Richtung 2276,65 N/mm und in Y-Richtung 284,58 N/mm. Eine Schubbelastung tritt nicht auf.

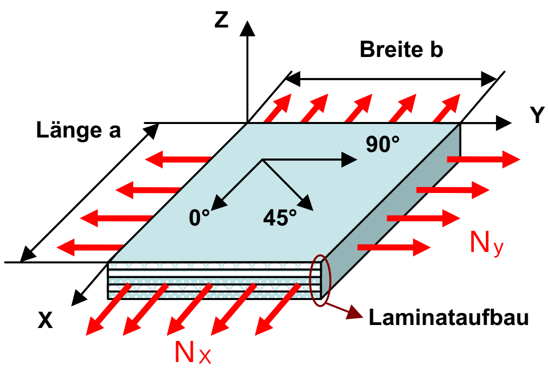


BILD 2 - Plattengeometrie und äußere Belastung

Die Abmessungen sind a = 508 mm bzw. b = 127 mm. Es werden nur Faserwinkel in 0°-, 90°- bzw. ±45°-Richtung zugelassen und eine konstante Faserdicke von 0,127 mm vorausgesetzt. Als Werkstoff wird ein kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff mit Epoxydharz-Matrix (T300/ N5208) benutzt.

Für das vorliegende Optimierungsproblem sind bei der Bewertung eines Individuums zwei Kenngrößen von Bedeutung. Zunächst ist der *kritische Beulfaktor* $\lambda_{beul}$ zu berechnen. Er charakterisiert das Bauteilversagen durch Beulen senkrecht zur XY-Ebene. Weiterhin ist die Ermittlung des *kritischen Dehnfaktors* $\lambda_{dehn}$ für das Versagen durch Überschreitung der zulässigen Dehnungen des Werkstoffs bei biaxialer Belastung ohne Schubspannung erforderlich.
Bei einer rechteckigen Laminatplatte können die Kenngrößen nach [5] analytisch bestimmt werden. Auf die Verwendung von Finiten Elementen bei der Strukturberechnung kann verzichtet werden. Aus den beiden Versagenskenngrößen wird anschließend ein *kritischer Faktor* $\lambda_{krit}$ berechnet:

$$\lambda_{krit} = \min\{\lambda_{dehn}, \lambda_{beul}\}. \qquad (1)$$

Dieser ist bei der Ermittlung des Zielfunktionswertes (ZF) für jedes Individuum erforderlich. Für den Fall, dass $(1 - \lambda_{krit}) \leq 0$ ist, gilt:

$$ZF = \{(\text{Schichtanzahl}) + (1-\lambda_{krit})\} \qquad (2)$$

bzw. für $(1 - \lambda_{krit}) > 0$:

$$ZF = \frac{\text{Schichtanzahl}}{\lambda_{krit}}. \qquad (3)$$

Weiterhin ist ein Individuum nur dann als Lösung zulässig, wenn der symmetrische Laminataufbau nicht mehr als vier aufeinander folgende Laminatschichten mit identischen Faserwinkeln aufweist.
Erläuternde Informationen zur Zielfunktionswert-berechnung für das vorgestellte Optimierungsproblem sind in [4] zu finden.

# 5 DATENBÄUME

## 5.1 Allgemeines zu Datenbäumen

In der Informatik werden Datenbäume zur hierarchischen Archivierung verwendet, d.h. die Informationen werden so abgespeichert, dass zwischen den einzelnen Elementen des Datentyps eine Abhängigkeit existiert. Wird vom aktuellen Element nicht nur auf ein einzelnes Nachfolgeelement sondern auf mehrere verwiesen, nennt man die Datenstruktur *Baum* (Bild 3).
Praktische Bedeutung haben Datenbäume unter anderem für das Katalogsystem eines Betriebssystems (Dateihierachien), zur Organisation von Kundendaten bei Banken, Versicherungen und Behörden, zur Stücklistenverwaltung (Teil-Einzelteil-Beziehungen) oder bei der Datenkomprimierung. Dabei wird vor allem von ihren Vorteilen beim Suchen und Sortieren von Informationen profitiert.

Die Definition für einen Datenbaum, wie sie auch in [7] zu finden ist, lautet:

*Ein Baum ist entweder leer oder besitzt ein Element (Wurzel), dem sich weitere untergeordnete Elemente anschließen, die wiederum für sich betrachtet die Wurzel von Datenbäumen darstellen.*

Im Bild 3 entspricht damit das Element (6) der Wurzel und die Elemente (5) bzw. (8) den untergeordneten Folgeelementen. Weiterhin sind in der Abbildung die wichtigsten Eigenschaften, mit denen Datenbäume charakterisiert werden können, dargestellt.

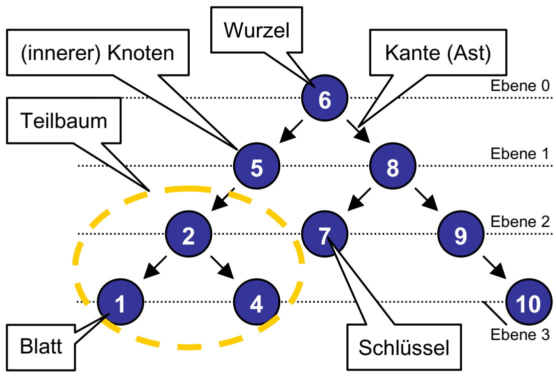


BILD 3 - Prinzipskizze eines Binärdatenbaumes

Jedes Element im Baum enthält jeweils einen spezifischen *Schlüssel*, bestehend aus Zahlen oder Buchstaben bzw. Kombinationen aus beiden, der zur Positionierung des Elements im Baum dient. Der erste Eintrag in einem Datenbaum wird als *Wurzel* bezeichnet, denn er repräsentiert im Sinne der Natur den „Ursprung des Wachstums“. Alle folgenden Einträge im Baum, die *Knoten*, werden zuerst mit dem Wert der Wurzel verglichen. Von den einzelnen Knoten verweisen *Äste* oder *Kanten* auf das nächstgrößere bzw. nächstkleinere Element. Entsprechend der Definition für einen Datenbaum stellt jeder Knoten für sich betrachtet mit seinen Nachfolgeelementen einen eigenen Baum dar (*Teil*- bzw. *Unterbaum*). Wird an einem Knoten keine weitere Verzweigung mehr vorgenommen, spricht man von einem Endknoten bzw. *Blatt*. Die *Höhe* eines Baumes ergibt sich aus der Anzahl an Knoten, die auf dem Weg von der Wurzel zum davon am weitesten entfernten Knoten passiert werden müssen. Im abgebildeten Beispiel beträgt die Baumhöhe H = 3.
Die Baumstruktur bezeichnet man als *geordneten Binärdatenbaum*, da jeder Knoten maximal auf zwei Nachfolger verweist und sich links von der Wurzel bzw. vom betrachteten Knoten nur kleinere und rechts davon nur größere Elemente befinden. Damit ist es unmöglich, dass ein Eintrag im Baum mehrfach vorhanden ist [8].
Um Datenbäume effektiv einsetzen zu können, ist es wichtig, dass die Baumstruktur balanciert oder wenigstens ausgeglichen ist. Bei einem *balancierten Baum* verfügen alle Knoten, außer einer der letzten Ebene, über die maximal mögliche Anzahl an Ästen. Das bedeutet, die Knotenanzahl im linken und rechten Teilbaum, ausgehend von der Wurzel, unterscheidet sich höchstens um Eins. Alternative Bezeichnungen

für diesen Baumtyp lauten auch *voller Baum* oder *vollständig ausgeglichener Baum* [9].
Unterscheidet sich die Höhe des linken und des rechte Teilbaumes um maximal eine Ebene, spricht man nicht mehr von einem vollständig ausgeglichenen oder balancierten Baum, sondern nur noch von einem *ausgeglichenen Baum*. Bei einem nahezu ausgeglichenen Binärdatenbaum halbiert sich nach jedem Suchschritt die Anzahl der zu betrachtenden Knoten. Damit beträgt der maximale Suchaufwand $O_{max}$ bei N Knoten im Baum lediglich:

$$O_{max} = \log_2(N). \qquad (4)$$

Besitzt in einem Baum jeder Knoten nur einen Nachfolger, entspricht diese Struktur einer *geordneten Liste*. Der Suchaufwand $O_{max}$ beträgt dann:

$$O_{max} = N. \qquad (5)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird aufgezeigt, wie aus einer geordneten Liste ein ausgeglichener Binärdatenbaum erstellt werden kann.

## 5.2 Binärdatenbaum in GEOpS

Der in Bild 1 dargestellte prinzipielle Ablauf der Evolutionären Optimierung entspricht auch dem bisherigen Vorgehen in GEOpS. Dabei ist es möglich, dass in einer neuen Generation Individuen erzeugt werden, die in einer der vorangegangenen Generationen bereits bewertet wurden. Dem Programm steht diese Information aber nicht zur Verfügung, und es wird für alle Individuen der aktuellen Generation erneut eine Individuenbewertung durchgeführt. Bei einer großen Individuenanzahl können solche überflüssigen Berechnungen sehr zeitaufwendig sein, besonders dann, wenn die Analyse zusätzlich noch unter Verwendung von Finiten Elementen erfolgt.
Durch das an dieser Stelle neu eingebundene Verfahren werden alle im Optimierungsprozess generierten Individuen nach ihrer Berechnung abgespeichert und bei Bedarf mit Hilfe der Prinzipien eines Binärdatenbaumes aus dem Speicher ausgelesen (Bild 4). Im weiteren Verlauf der Arbeit wird dieses Verfahren vereinfacht nur noch als Binärdatenbaum (BT) bezeichnet.

Nach dem Aufstellen einer neuen Population wird innerhalb des BT überprüft, ob in vorherigen Generationen Individuen erzeugt wurden, die identische Eigenschaften, z.B. im Laminataufbau aufweisen. Ist dies der Fall, werden dem aktuellen Individuum die im BT gespeicherten Eigenschaften des bekannten Individuums zugewiesen und keine Strukturberechnung durchgeführt.
Befindet sich der Laminataufbau des aktuellen Individuums noch nicht im BT, werden Laminatparameter $V_1$ und $V_2$ nach [10] berechnet und mit den Einträgen im BT verglichen (Gleichung 6).

$$V_1 = \frac{1}{h} * \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\theta dz \qquad V_2 = \frac{1}{h} * \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\theta dz \qquad (6)$$

Die Laminatparameter sind für die Berechnung der Dehnsteifigkeitskoeffizienten beim Nachweis gegen Überschreiten der maximal zulässigen Dehnungen ($\lambda_{dehn}$) erforderlich und ergeben sich aus dem Laminataufbau in Abhängigkeit von der Gesamtlaminatdicke h und der Faserwinkel $\theta$ in jeder Schicht.

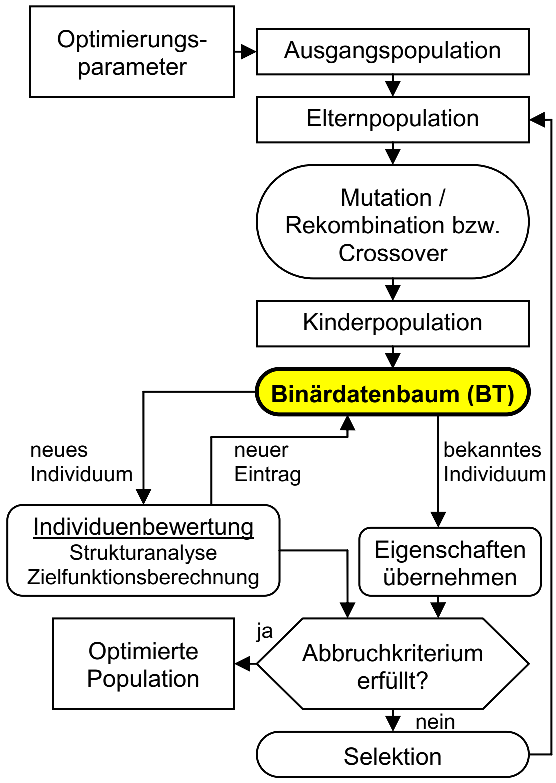


BILD 4 - GEOpS mit Binärdatenbaum

Bei einer Übereinstimmung der berechneten Parameter $V_1$ und $V_2$ mit denen eines Individuums im Binärdatenbaum kann der kritische Dehnfaktor $\lambda_{dehn}$ daraus übernommen werden. Nur der kritische Beulfaktor $\lambda_{beul}$ ist exakt zu berechnen. Im Anschluß erfolgt die Zielfunktionsberechnung nach Gleichung (2) bzw. (3), und das aktuelle Individuum wird als neuer Eintrag in den BT eingefügt. Existieren vom aktuellen Individuum weder der codierte Laminataufbau noch die Laminatparameter $V_1$ und $V_2$ im Binärdatenbaum, wird neben dem kritischen Beulfaktor $\lambda_{beul}$ auch der kritische Dehnfaktor $\lambda_{dehn}$ berechnet. Der danach ermittelte Wert der Zielfunktion wird zusammen mit den Eigenschaften des aktuellen Individuums als neuer Eintrag im BT gespeichert.

Die Archivierung der Daten im Optimierungsprozess erfolgt der Größe nach geordnet. Damit entspricht die erzeugte Datenstruktur einer geordneten Liste. Mit Hilfe der im Folgenden vorgestellten *Mittelwert-Methode* kann daraus ein ausgeglichener Binärdatenbaum (BT) erstellt werden.

Ein Eintrag (= Knoten) im BT enthält die folgenden Informationen:

- codierter Laminataufbau (als Schlüssel)
- Laminatdicke

- Koeffizienten der Dehn- und Biegesteifigkeitsmatrix sowie die zugehörigen Laminatparameter
- Zielfunktionswert
- Versagenskenngrößen ($\lambda_{beul}$ und $\lambda_{dehn}$).

Für den im Rahmen dieser Arbeit neu in GEOpS eingebundenen Algorithmus werden die Eigenschaften der Individuen in zwei unterschiedlichen Datenspeichern abgelegt, die geordnete Listen darstellen:

- BT(X)
- BTV(Y).

Die Indexe X und Y bezeichnen die jeweilige maximale Anzahl an Einträgen in den Datenspeichern.

Um eine Aussage darüber treffen zu können, ob sich das aktuell betrachtete Individuum bereits im BT befindet, wird der Laminataufbau zum Aufstellen des Schlüssels codiert (Bild 5).

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $0_2$ | ± 45 | ± 45 | $0_2$ | $90_2$ | ± 45 | $90_2$ |

⬇

Codierung: $0_2$ = 1; ±45 = 2; $90_2$ = 3

⬇

Schlüssel: **1221323**

BILD 5 - Beispiel für die Codierung des Laminataufbaus

Das erste Individuum einer Optimierungsrechnung muss auf jeden Fall exakt berechnet werden, da der Speicher BT(X) noch keinen Eintrag enthält (X = 0). Es wird anschließend als erster Eintrag in den BT(X) eingefügt (X = 1). Befindet sich bereits wenigstens ein Eintrag im Binärdatenbaum wird der codierte Laminataufbau mit Hilfe des Schlüssels des aktuellen Individuums unter Verwendung der Mittelwert-Methode mit den Einträgen im BT(X) verglichen. Falls das aktuelle Individuum mit einem Eintrag im BT(X) identisch ist, werden die bereits berechneten Werte aus dem Speicher übernommen.
Existiert der codierte Laminataufbau des aktuellen Individuums noch nicht im BT(X), werden zunächst die vorhandenen Einträge aus dem Speicher BTV(Y) herangezogen. Nach der Berechnung der Laminatparameter $V_1$ und $V_2$ des aktuellen Individuums entsprechend Gleichung (6) wird in der Liste BTV(Y), ebenfalls unter Verwendung der Mittelwert-Methode, nach einer Übereinstimmung der Laminatparameter mit bereits berechneten Individuen im BTV(Y) gesucht. Liegt dieser Fall vor, kann auf eine Berechnung des kritischen Dehnfaktors $\lambda_{dehn}$ verzichtet und der bereits bekannte Wert aus dem BTV(Y) übernommen werden.

Um den Ablauf verständlicher zu machen, werden im folgenden Beispiel drei unterschiedliche Individuen, wie sie von GEOpS für das vorgestellte Optimierungsproblem innerhalb einer Generation erzeugt werden, nacheinander mit Hilfe des Binärdatenbaumes eingeordnet. Dabei wird eine vereinfachte geordnete Liste BT(X) mit X = 10 Einträgen benutzt (Tabelle 1), in welcher ein einzelner Eintrag (Individuum) nur aus dem Index i, dem Schlüssel $Z_{BT}$ und den Laminatparametern $V_1$ und $V_2$ besteht, da diese Größen für die Einordnung entscheidend sind.

| i | Schlüssel $Z_{BT}$ | $V_1$ | $V_2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 112 133 | 0,2323 | -0,5666 |
| 2 | 121 122 | -0,9852 | 0,0000 |
| 3 | 121 123 | 0,0051 | 0,9931 |
| 4 | 121 132 | 0,0622 | -0,0339 |
| 5 | 122 321 | -0,1000 | 0,6666 |
| 6 | 123 123 | 0,9992 | 0,1212 |
| 7 | 123 132 | 0,3057 | 0,0000 |
| 8 | 131 221 | 0,1025 | -0,3333 |
| 9 | 131 222 | 0,3811 | -0,5111 |
| 10 | 131 321 | -0,3333 | 0,6666 |

TAB 1 - Beispiel für eine (vereinfachte) geordnete Liste BT(X), wie sie in GEOpS verwendet wird

Die drei zu untersuchenden Individuen verfügen über die folgenden Eigenschaften:

| j | Schlüssel Z | $V_1$ | $V_2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 131 223 | 0,3333 | -0,6666 |
| 2 | 321 321 | 0,9992 | 0,1212 |
| 3 | 131 321 | -0,3333 | 0,6666 |

TAB 2 - Beispielindividuen

Es ergibt sich:

1. Das Individuum mit dem Index j = 1 ist noch nicht im BT(X) vorhanden und gehört entsprechend seinem Schlüssel Z zwischen die Einträge neun und zehn.

2. Das Individuum mit dem Index j = 2 verfügt über identische Laminatparameter wie der Eintrag i = 6 im BT(X).

3. Das Individuum mit dem Index j = 3 ist mit dem Eintrag i = 10 im BT(X) identisch.

Erstes Individuum (j = 1)

Sucht man die Einfügeposition für das erste Individuum im BT(X) sequentiell, also beginnend beim Index i = 1 und dann in Einerschritten bis zu dem Index, an welchem der Schlüssel $Z_{BT}$ größer als Z ist, muss die gesamte Liste durchsucht werden, denn es sind genau zehn Schritte erforderlich. Wird die geordnete Liste mit Hilfe der Mittelwert-Methode zum Aufstellen eines Binärdatenbaumes verwendet, ergibt sich eine Reduzierung des Suchaufwands. Zuerst werden aus dem Index der Liste die Untergrenze a und die Obergrenze b festgelegt. Für das betrachtete Beispiel ist a = 1 und b = X = 10. Es folgt die Berechnung des Mittelwertes M aus a und b unter Verwendung der Gleichung (7):

$$M = \frac{a+b}{2}\,. \qquad (7)$$

Der erzielte Wert wird, wenn erforderlich, abgerundet. Für das Beispiel gilt damit M = 5. Anschließend wird überprüft, ob der Schlüssel $Z_{BT}$ an der Stelle M (i = 5) mit dem aktuellen Individuum übereinstimmt:

$$Z_{BT}\ (i = 5) = 122\ 321 \qquad Z\ (j = 1) = 131\ 223.$$

Aus dem Vergleich der Schlüsselwerte ergibt sich die Tatsache, dass $Z_{BT}$ und Z nicht identisch sind und die Feststellung, dass Z größer als $Z_{BT}$ ist. Da es sich bei BT(X) um eine geordnete Liste handelt, kann sich der Schlüssel Z nicht zwischen den Einträgen i = 1 bis i = M = 5 befinden. Daher wird im nächsten Schritt als neue Untergrenze für die Mittelwertberechnung a = M = 5 festgelegt und erneut ein Wert für M berechnet. In diesem Fall ist M = 7. Auch bei i = M = 7 gilt: Der Schlüssel $Z_{BT}$ in der Liste ist nicht identisch mit Z und zahlenmäßig ebenfalls kleiner. Mit der neuen Untergrenze a = M = 7 ergibt sich dann ein neuer Mittelwert von M = 8. Wieder ist $Z_{BT}$ kleiner als Z. Der nächste Schritt mit der neuen Untergrenze a = M = 8 liefert dann M = 9, und erneut stimmt der Eintrag an der Stelle i = M = 9 nicht mit Z überein.
Nach bereits vier Suchschritten steht nur noch ein Individuum aus dem Speicher BT(X) zur Auswahl. Es existieren genau drei Möglichkeiten:

1. Der Schlüssel $Z_{BT}$ bei i = 10 stimmt mit Z überein. Das aktuelle Individuum ist mit einem früher generierten identisch und braucht nicht mehr berechnet zu werden.

2. Der Schlüssel Z ist größer als der Schlüssel $Z_{BT}$ bei i = 9 aber kleiner als der bei i = 10. In diesem Fall wird das aktuelle Individuum zwischen die Position 9 und 10 eingefügt.

3. Der Schlüssel Z ist größer als die Schlüssel $Z_{BT}$ bei i = 9 und i = 10. Das aktuelle Individuum muss nach dem 10ten Eintrag an der Stelle i = 11 eingefügt werden.

Für das Individuum j = 1 ist der Fall 2 zutreffend. Es muss nun weiterhin überprüft werden, ob die Laminatparameter $V_1$ und $V_2$ des aktuellen Individuums mit einem zu einem früheren Zeitpunkt im Optimierungsprozess generierten Individuum übereinstimmen.

Im Gegensatz zum codierten Laminataufbau $Z_{BT}$ sind die jeweils zugehörigen Laminatparameter in der Liste BT(X) in Tabelle 1 nicht der Größe nach geordnet. Die Mittelwert-Methode ist aber nur dann effektiv einsetzbar, wenn die Einträge in der Liste der Größe nach sortiert vorliegen. Es wird daher eine zweite geordnete Liste BTV(Y) verwendet (Tabelle 3). In ihr werden die bisher eingetragenen Individuen nicht nach dem codierten Laminataufbau geordnet sondern nach ihren Laminatparametern $V_1$ und $V_2$. Existieren mehrere Individuen mit einem identischen Laminatparameter $V_1$, wird zusätzlich zur Sortierung $V_2$ herangezogen. Damit ist es möglich, analog zu dem eben beschriebenen Vorgehen beim codierten Laminataufbau mit Hilfe der Mittelwert-Methode das Vorhandensein identischer Laminatparameter im BT zu überprüfen.

| i | $V_1$ | $V_2$ | Schlüssel $Z_{BT}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -0,9852 | 0,0000 | 121 122 |
| 2 | -0,3333 | 0,6666 | 131 321 |
| 3 | -0,1000 | 0,6666 | 122 321 |
| 4 | 0,0051 | 0,9931 | 121 123 |
| 5 | 0,0622 | -0,0339 | 121 132 |
| 6 | 0,1025 | -0,3333 | 131 221 |
| 7 | 0,2323 | -0,5666 | 112 133 |
| 8 | 0,3057 | 0,0000 | 123 132 |
| 9 | 0,3811 | -0,5111 | 131 222 |
| 10 | 0,9992 | 0,1212 | 123 123 |

TAB 3 - Beispiel für die (vereinfachte) geordnete Liste BTV(Y), wie sie in GEOpS verwendet wird

Für das Individuum mit dem Index j = 1 ist die Suche nach identischen Laminatparametern erfolglos, denn es handelt sich um eine bisher im Optimierungsprozess noch nicht generierte Variante, und nach einer vollständigen Strukturberechnung wird das aktuelle Individuum zwischen die Einträge i = 9 und i = 10 eingefügt (Tabelle 4).

| i | Schlüssel $Z_{BT}$ | $V_1$ | $V_2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 112 133 | 0,2323 | -0,5666 |
| 2 | 121 122 | -0,9852 | 0,0000 |
| 3 | 121 123 | 0,0051 | 0,9931 |
| 4 | 121 132 | 0,0622 | -0,0339 |
| 5 | 122 321 | -0,1000 | 0,6666 |
| 6 | 123 123 | 0,9992 | 0,1212 |
| 7 | 123 132 | 0,3057 | 0,0000 |
| 8 | 131 221 | 0,1025 | -0,3333 |
| 9 | 131 222 | 0,3811 | -0,5111 |
| **10** | **131 223** | **0,3333** | **-0,6666** |
| 11 | 131 321 | -0,3333 | 0,6666 |

TAB 4 - Bsp. für eine (vereinfachte) geordnete Liste BT(X) nach dem Einfügen eines neuen Individuums

Die maximale Anzahl der Einträge im BT(X) erhöht sich damit auf X = 11. Zusätzlich wird es in den BTV(Y) eingetragen, dessen maximale Anzahl an Einträgen sich ebenfalls um +1 auf Y = 11 vergrößert.

Mit Hilfe der Mittelwert-Methode konnte für das betrachtete Beispiel aus einer Liste mit zehn Einträgen nach maximal vier Suchschritten der Status des neu generierten Individuums bezüglich der Gesamtpopulation geklärt werden.

Zweites Individuum (j = 2)

Der codierte Laminataufbau ist noch nicht im BT(X) vorhanden, allerdings existiert bereits ein Individuum mit identischen Laminatparametern (Individuum i = 10 in BTV(Y)). Damit kann der kritische Dehnfaktor $\lambda_{dehn}$ vom Individuum i = 10 übernommen werden, und es braucht nur der kritische Beulfaktor $\lambda_{beul}$ berechnet zu werden. Im Anschluss daran wird das Individuum als neuer Eintrag in die Liste BT(X) eingefügt. Es ist nicht erforderlich, das Individuum zusätzlich noch in den BTV(Y) einzufügen, da die Laminatparameter bereits bekannt sind.

Drittes Individuum (j = 3)

Das dritte Individuum ist mit dem Eintrag BT(X) bei i =10 identisch. Alle Eigenschaften aus dem Speicher werden an das aktuelle Individuum übergeben, und eine Strukturberechnung kann entfallen. Es wird weder bei BT(X) noch bei BTV(Y) ein neuer Eintrag hinzugefügt.

# 6 LOKALE VERBESSERUNG

## 6.1 Vorbemerkungen

Bei der *Lokalen Verbesserung* kommt es nach dem Einsatz des Binärdatenbaums und vor der Überprüfung des Abbruchkriteriums entsprechend Bild 4 zu einer lokalen Veränderung der einzelnen Individuen der aktuellen Population. Dabei wird nach einem lokalen Optimum in der unmittelbaren „Nachbarschaft" des aktuellen Individuums gesucht. Zu diesem Zweck werden zwei verschiedene Verfahren in GEOpS implementiert – die *Laminatumschichtung*, wie sie auch in [6] vorgestellt wird und die *Partielle Evolution*. Bei beiden Verfahren beschränkt sich die Veränderung der Individueneigenschaften, z.B. im vorliegenden Fall im Laminataufbau, auf einen sehr kleinen Bereich und kann im Allgemeinen nicht wie die Evolutionären Operatoren Mutation, Crossover und Rekombination zu einer völligen Neugenerierung von Individuen führen.
Bei der Lokalen Verbesserung werden die neu entstandenen Individuen nicht exakt berechnet, sondern ihre Versagenskenngrößen mit Hilfe eines Approximationsansatzes nach [5] und unter Verwendung der Einträge im BT bestimmt.
Lediglich das beste Individuum aus der Lokalen Verbesserung wird anschließend zur Kontrolle der approximierten Lösung zusätzlich noch exakt berechnet. Zeigt sich dabei, dass die mit dem Approximationsansatz erzielte Näherungslösung von der exakt berechneten stark abweicht und keine Verbesserung des Individuums darstellt, bleibt das Ursprungsindividuum erhalten.

## 6.2 Laminatumschichtung

Bei der Laminatumschichtung (LU) werden immer zwei Schichten im aktuellen Laminataufbau miteinander vertauscht (Bild 6).

Ursprungsindividuum: 1 **3** 2 1 3 2 **2** 1 2 2 1

Individuum nach der Laminatumschichtung: 1 **2** 2 1 3 2 **3** 1 2 2 1

BILD 6 - Prinzipskizze zur Laminatumschichtung (codierter Laminataufbau)

Die Schichtanzahl und damit der Anteil der einzelnen Faserwinkel im Laminat bleibt bei diesem Verfahren konstant. Dadurch werden die Elemente in der Dehnsteifigkeitsmatrix nicht verändert und es kommt nur zu einer Modifikation der Elemente der Biegesteifigkeitsmatrix. Der kritische Dehnfaktor $\lambda_{dehn}$ kann dann bei der Individuenbewertung vom Originalindividuum übernommen werden. Lediglich der kritische Beulfaktor $\lambda_{beul}$ muss aufgrund der veränderten Elemente in der Biegesteifigkeitsmatrix neu berechnet werden, wenn das durch die Laminatumschichtung generierte Individuum bisher noch nicht im BT vorhanden ist. Um eine exakte Strukturberechnung für das neue Individuum zu vermeiden, wird der kritische Beulfaktor mit dem folgenden Approximationsansatz bestimmt:

$$\frac{\lambda_{beul.approx}}{h^3} \approx \frac{\lambda_{beul.0}}{h^3} + (A * \Delta W_1) + (B * \Delta W_2)\,. \quad (8)$$

Der Index Null steht für das aktuelle (exakt berechnete) Individuum. Beide Beulfaktoren werden mit der dritten Potenz der Laminatdicke h normiert. Die Differenzen $\Delta W_1$ und $\Delta W_2$ repräsentieren den Abstand der zur Approximation verwendeten fünf nächsten Nachbarindividuen bezüglich des aktuellen Individuums aus dem BT (Bild 7).

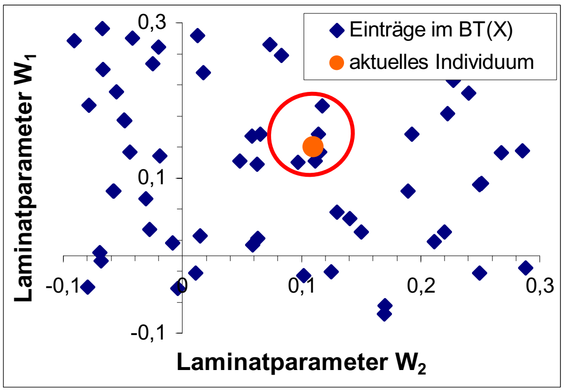


BILD 7 - Laminatparameter $W_1$ und $W_2$ des aktuellen Individuums und der Einträge im BT(X) (Beispiel)

Dabei gilt für jedes Individuum:

$$W_1 = \frac{12}{h^3} * \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cos 2\theta dz$$

$$W_2 = \frac{12}{h^3} * \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cos 4\theta dz\,. \quad (9)$$

Zunächst werden mit Gleichung (8) die Approximationskoeffizienten A und B berechnet. Dafür wird eine Fehlerquadratminimierung mit Hilfe des aktuellen Individuums und der fünf Nachbarindividuen durchgeführt. Danach kann für jedes lokal veränderte Individuum ein approximierter Beulfaktor $\lambda_{beul.approx}$ bestimmt werden.

## 6.3 Partielle Evolution

Eine weitere Möglichkeit, das aktuelle Individuum lokal zu verbessern, besteht in einem *Partielle Evolution* (PE) genannten Verfahren. Dabei wird immer nur eine

Laminatschicht verändert, indem der aktuelle Faserwinkel der Schicht jeweils durch alle weiteren zulässigen Faserwinkel ersetzt wird. Für den neuen Laminataufbau wird dann der zugehörige Zielfunktionswert ZF berechnet (Bild 8).

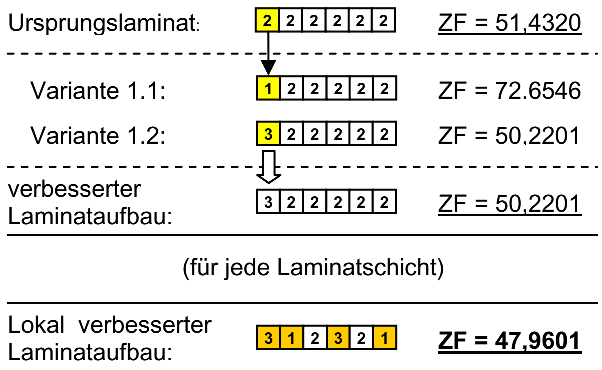


BILD 8 - Prinzipskizze zur Partiellen Evolution

Im Gegensatz zur Laminatumschichtung bleibt bei der Partiellen Evolution der Anteil der unterschiedlichen Faserwinkel im Laminat nicht konstant. Dadurch ändern sich neben den Elementen der Biegesteifigkeitsmatrix auch die Elemente der Dehnsteifigkeitsmatrix des betrachteten Individuums, und es wird für die Berechnung von $\lambda_{dehn}$ folgende, zur LU ähnliche, Approximation benötigt:

$$\frac{\lambda_{dehn.approx}}{h} \approx \frac{\lambda_{dehn.0}}{h} + (A * \Delta V_1) + (B * \Delta V_2)\,. \quad (10)$$

Das Vorgehen zur Bestimmung der Approximationskoeffizienten entspricht der Berechnung von $\lambda_{beul.approx}$. In diesem Fall werden dafür die bereits vorgestellten Laminatparameter $V_1$ bzw. $V_2$ verwendet.

## 7 BERECHNUNGEN

Im Folgenden soll untersucht werden, welchen Einfluss der in dieser Arbeit vorgestellte Algorithmus, bestehend aus Binärdatenbaum und Lokaler Verbesserung, auf das Ergebnis für das vorgestellte Optimierungsproblem hat. Das Ziel besteht in einer Verringerung der erforderlichen Anzahl exakt zu berechnender Individuen.
Der Anteil der mit Hilfe des Binärdatenbaums eingesparten exakten Berechnungen $\xi$ kann wie folgt bestimmt werden:

$$\xi = 100 - \left(\frac{I_{BT} * 100}{D}\right). \quad (11)$$

Dabei wird die vorhandene Anzahl der Einträge im Binärdatenbaum $I_{BT}$ auf die Gesamtanzahl aller im Optimierungsprozess generierten Individuen D bezogen. Beispielsweise ergibt sich bei D = 312 Individuen und $I_{BT}$ = 233 Einträge im BT(X) für $\xi$ = 25,3. Das bedeutet, es kann bei etwa einem Viertel der betrachteten Individuen eine exakte Strukturberechnung entfallen, da für diese die Ergebnisse bereits im Binärdatenbaum vorliegen.

Zur Bewertung des im Rahmen dieser Arbeit neu in GEOpS implementierten Algorithmus werden vier Berechnungszyklen mit jeweils zehn Optimierungen durchgeführt. Zuerst wird der Binärdatenbaum ausschließlich dazu benutzt, Mehrfachberechnungen von Individuen zu vermeiden. Auf einen Einsatz der Laminatumschichtung bzw. der Partiellen Evolution wird an dieser Stelle verzichtet. Im Anschluss daran werden die Informationen aus dem Binärdatenbaum zusätzlich einmal für die Einbindung der LU bzw. andererseits für die PE benutzt. In einem vierten Optimierungszyklus werden sowohl die LU als auch die PE auf jedes neu generierte Individuum angewendet.

Weiterhin wird in einer fünften Optimierungsrechnung überprüft, wieviele Individuen durch die beiden vorhandenen Verfahren der Lokale Verbesserung in ihren Eigenschaften positiv verändert werden können. Die Anzahl der dabei zur Verfügung stehenden Individuen ist bei beiden Verfahren identisch (D = 1100). Jedes Individuum wird lokal durch die Laminatumschichtung bzw. durch die Partielle Evolution verbessert und die dabei neu generierten Varianten approximiert berechnet. Kann das Ergebnis der approximierten Berechnung für das beste Individuum durch die daran anschließende exakte Berechnung bestätigt werden, gilt die Lokale Verbesserung als erfolgreich durchlaufen.
Aus den elf durchgeführten Optimierungsrechnungen wird aus der Anzahl der Individuen, bei denen die Lokale Verbesserung erfolgreich war, der Mittelwert $M_{LI}$ gebildet. Bezogen auf die Gesamtanzahl der Datensätze D kann dann der prozentuale Anteil der erfolgreich verbesserten Individuen $\omega$ berechnet werden:

$$\varpi = \frac{M_{LI} * 100}{D}\,. \quad (12)$$

## 8 AUSWERTUNG

Bei allen durchgeführten Berechnungen konnte durch die Implementierung eines Datenspeichers (BT) eine Einsparung von Strukturberechnungen bei der Individuenbewertung erzielt werden (Bild 9).

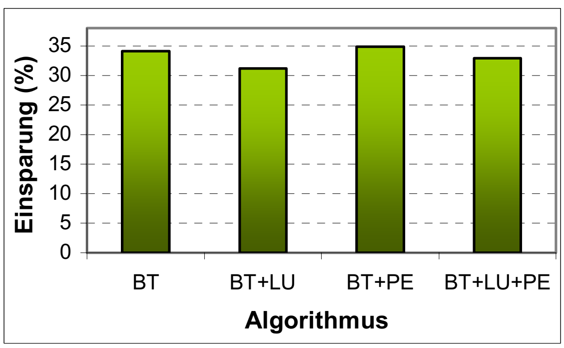


BILD 9 - Übersicht prozentual eingesparter Strukturberechnungen