

# MERKMALSBASIERTE MODELLIERUNG VON PRODUKTIONSSCHWANKUNGEN BEI FLUGZEUGTRIEBWERKEN

S. Spieler\*, S. Staudacher\*, R. Fiola\*\*, P. Sahm\*\*

\* Institut für Luftfahrtantriebe  
Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 6  
70569 Vaihingen

\*\* Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG  
Eschenweg 11, Dahlewitz  
15827 Blankenfelde-Mahlow

## ÜBERSICHT

Beim Abnahmelauf von Triebwerken werden ausgewählte Leistungsparameter gegen hierfür gesetzte Grenzen verglichen. Es ist also von ausschlaggebender Bedeutung, die Streuung einer Flotte von Triebwerken um deren Mittelwert vorhersagen zu können, um in früheren Projektstadien Aussagen über die Einhaltung der erwarteten Grenzen zu ermöglichen. Die folgende Analyse setzt sich zum Ziel, ein Modell zu erstellen, welches die im Abnahmetest von Flugtriebwerken feststellbare Streuung von Leistungsparametern (z.B. Temperaturen, Drücke, Drehzahlen, Treibstoffverbrauch) zwischen Triebwerken des gleichen Typs erklären kann.

Es wird angenommen, dass die Schwankungen von Leistungsparametern von Flugtriebwerken in erster Linie durch Produktionsvarianzen zustande kommen. Dabei treten bei einzelnen Merkmalen Abweichungen vom Nominalwert auf. Diese Abweichungen führen dazu, dass die jeweiligen Komponenten andere als die erwarteten Eigenschaften aufweisen und dadurch eine Bandbreite an Leistungsdaten des Gesamttriebwerks zustande kommt. In der gewählten Methodik wird ausgehend von Verteilungsfunktionen einzelner Merkmale über Sensitivitätsparameter deren Einfluss auf wesentliche Kenngrößen von Triebwerksmodulen berechnet. Durch eine angeschlossene probabilistische Simulation von Triebwerken mittels eines Leistungsrechnungsprogrammes kann die Auswirkung von variierenden Merkmals- und Moduleigenschaften auf wesentliche Leistungsparameter ermittelt werden. Hierbei werden in einer Monte Carlo Simulation eine Vielzahl von zufällig montierten Triebwerken simuliert und deren jeweiligen Leistungs-kenngrößen berechnet. Dies ermöglicht im nächsten Schritt die Erstellung von Verteilungsfunktionen und die Angabe von Vertrauensintervallen für eine Vielzahl von Triebwerks-Leistungsparametern.

Für die Validierung des Modells wurden die Ergebnisse der Monte Carlo Simulation mit den um Messfehler bereinigten Daten aus den Triebwerks-Abnahmetests verglichen. Hierbei zeigte sich eine sehr gute Übereinstimmung der simulierten mit den Messdaten. Mit dem aktuellen Modell können über 90% der gemessenen Streuungen erklärt werden.

## BEZEICHNUNGEN

$C_p$     Prozessfähigkeitsparameter  
 $E$      Erklärungsanteil

$EGT$     Turbinenaustrittstemperatur, exit gas temperature  
 $HPC$     Hochdruckverdichter, high pressure compressor  
 $HPT$     Hochdruckturbine, high pressure turbine  
 $K$        Korrekturfaktor  
 $LPC$     Niederdruckverdichter, low pressure compressor  
 $LPT$     Niederdruckturbine  
 $\dot{m}$        Massenstrom  
 $MW$      Mittelwert  
 $MTO$     maximaler stationärer Startschub auf Meereshöhe, Sea Level Static Maximum-Take-Off  
 $n$        Drehzahl; Teilezahl  
 $OT$      Oberer Toleranzwert  
 $p$        statischer Druck  
 $R$        spezifische Gaskonstante  
 $RSM$     Response Surface Model  
 $\bar{S}$        Sensitivitätsparameter-Matrix  
 $SAEPP$  Sophisticated Aero Engine Performance Program  
 $SFC$     spezifischer Treibstoffverbrauch, specific fuel consumption  
 $T$        Temperatur  
 $UT$      Unterer Toleranzwert  
 $\eta$        Wirkungsgrad  
 $\sigma$        Standardabweichung

## Fußzeiger

$ET$        Einzelteil  
 $nom$      Nominalwert  
 $rel$        relativ

## 1. EINFÜHRUNG

Beim Abnahmelauf von Triebwerken werden ausgewählte Leistungsparameter gegen hierfür gesetzte Grenzen verglichen. Es ist also von ausschlaggebender Bedeutung, die Streuung einer Flotte von Triebwerken um deren Mittelwert vorhersagen zu können, um in früheren Projektstadien Aussagen über die Einhaltung der erwarteten Grenzen zu ermöglichen. Die folgende Analyse setzt sich zum Ziel, ein Modell zu erstellen, welches die im Abnahmetest von Flugtriebwerken feststellbare Streuung von Leistungsparametern (z.B. Temperaturen, Drücke, Drehzahlen, Treibstoffverbrauch) zwischen Triebwerken des gleichen Typs erklären kann. Entsprechend werden keine einzelnen Triebwerke betrachtet als vielmehr eine Flotte von Triebwerken. Im Falle dieser Studie wurde das Zweiwellen-Zweistromtriebwerk BR700-710 der Firma Rolls-Royce analysiert.

Bei der Streuung von Leistungsparametern kann grundsätzlich zwischen tatsächlich vom Triebwerk herrührenden

Streuungen und Messfehlern unterschieden werden. Bezüglich der vom Triebwerk herrührenden Streuungen wird die Annahme getroffen, dass diese im Wesentlichen zwei Ursachen haben – Produktionsschwankungen bei der Fertigung von Triebwerkskomponenten sowie Unterschiede beim Montageprozess der einzelnen Triebwerke. Produktionsschwankungen führen zu unterschiedlich ausgeprägten Komponentenmerkmalen (z.B. Oberflächenrauigkeit, Radian), welche in der Folge zu unterschiedlichen Eigenschaften der Triebwerkskomponenten führen. Bei der Montage von Triebwerken hat die Zusammensetzung der jeweiligen Komponentensets einen Einfluss auf deren Leistungsparameter (z.B. Auswahl von Schaufeln möglichst gleicher Länge).

Messfehler spielen eine doppelte Rolle. Einerseits können die im Abnahmetest zu messenden Daten nur mit einer von der verwendeten Messvorrichtung abhängigen Unsicherheit erfasst werden. Dies führt zu einer größeren als tatsächlich vorhandener Streuung der gemessenen Leistungsparameter. Andererseits kann der für den Abnahmetest vorgeschriebene Betriebspunkt nur so genau eingestellt werden, wie die entsprechenden Messgeräte es erlauben. Zweiteres führt dazu, dass das Triebwerk nicht im beabsichtigten Betriebspunkt getestet wird, was wiederum eine erhöhte Streuung in den zu messenden Leistungsparameter bewirkt.

## 2. BESCHREIBUNG DER MERKMALSBASIERTEN MODELLIERUNGSMETHODE

Die Basis für die merkmalsbasierte Beurteilung der Produktionsstreuungen bildet die Triebwerksleistungsrechnung. Moderne Leistungssyntheserechnungs-Programme arbeiten mit einer Vielzahl von Kennzahlen und Kennfeldern, welche die Eigenschaften von Triebwerksmodulen und letztlich eines Triebwerkstyps charakterisieren. Entsprechend wird zur Modellierung von Leistungsschwankungen auf diese Parameter zurückgegriffen. Die Modellierung erfolgt in zwei Schritten: nach einer Quantifizierung der Auswirkungen von unterschiedlichen Eigenschaftsausprägungen auf bestimmte Modulkenngößen (z.B. Wirkungsgrad des Hochdruckverdichters) wird in einem zweiten Schritt die Auswirkung der Änderung dieser Modulkenngößen auf globale Leistungsparameter berechnet.

### 2.1. Einfluss von einzelnen Merkmalsänderungen auf Modulparameter

Die Eigenschaften von Triebwerksmodulen basieren auf den Merkmalen der einzelnen Bauteile eines Moduls. Die Quantifizierung des Einflusses dieser Merkmalsausprägung auf Modulparameter erfordert detaillierte physikalische Analysen und Berechnungen. Allgemeine, über eine Vielzahl von Triebwerkstypen gültige Aussagen sind aufgrund von Designunterschieden nicht möglich oder nur unzureichend genau abschätzbar und erschweren deshalb die Modellierung. Das benötigte Detailwissen ist i.d.R. nur in Fachabteilungen von Triebwerksherstellern vorhanden, die sich mit dem Entwurf der jeweiligen Systeme beschäftigen.

Die Kumulation der Einflüsse der einzelnen Merkmale auf die Leistungsparameter der Module erfolgt mit Hilfe von Sensitivitätsparametern (sog. Austauschraten). Diese stellen einen linearisierten Zusammenhang zwischen zwei

Kenngrößen um einen definierten Betriebspunkt und um eine definierte Abweichung von diesem Betriebspunkt her. Diese Vereinfachung muss nicht zwangsweise den physikalischen Gegebenheiten entsprechen. Vielmehr ist festzustellen, dass i.d.R. der Fehler durch die Annahme eines linearen Zusammenhangs umso größer wird, je weiter der zu modellierende Punkt von dem zur Berechnung des Sensitivitätsparameters verwendeten Intervalls entfernt liegt.

Entsprechend ist die Anwendbarkeit von Sensitivitätsparametern grundsätzlich nur innerhalb dieses Intervalls und bei kleinen Abweichungen von demselben zulässig. Die Anwendbarkeit von Austauschraten ist somit eine Frage der Größenordnung der Abweichungen vom Betriebspunkt. Bei größeren Abweichungen muss die Anwendbarkeit pro Merkmal separat überprüft werden.

Obwohl Produktionsschwankungen i.d.R. zu kleinen Abweichungen führen, soll im Folgenden dennoch die Möglichkeit einer Fehlerkorrektur diskutiert werden. Motivation dieser Fehlerkorrektur ist eine weitere Anwendung dieser Methodik im Bereich Triebwerksalterung, bei der auch größere Abweichungen der Merkmale vom Nominalwert zu erwarten sind.

Der mit der Abweichung vom Nominalwert zunehmende Fehler kann durch eine Korrektur des Sensitivitätsparameters realisiert werden. Hierbei wird eine funktionelle Abhängigkeit des entsprechenden Korrekturfaktors von der Abweichung vom Nominalwert eingeführt. Um eine möglichst allgemein einsetzbare Darstellung zu gewährleisten, wird die relative Abweichung  $d_{rel}$  eines Merkmals von dessen Nominalwert eingeführt:

$$(1) \quad d_{rel} = \frac{x - x_{nom}}{x_s - x_{nom}}$$

Der in (1) definierte Wert  $d_{rel}$  gibt nun die Abweichung des zu modellierenden Punktes  $x$  vom Betriebspunkt  $x_{nom}$  bezogen auf das zur Berechnung des Sensitivitätsparameters verwendete Intervall  $x_s - x_{nom}$  an.  $d_{rel}$  kann insofern als relative Distanz bezeichnet werden.

Die mit der relativen Distanz zunehmende Abweichung von der Linearität kann sehr vielseitig und unter Verwendung nur eines zusätzlichen Parameters durch eine Potenzfunktion angenähert werden. Der Korrekturfaktor errechnet sich demnach aus

$$(2) \quad K = \left( \frac{x - x_{nom}}{x_s - x_{nom}} \right)^\alpha,$$

wobei  $\alpha$  zur Anpassung des Verlaufs des Korrekturfaktors dient. Für die jeweiligen zur Modellierung verwendeten Merkmale ist nun der Parameter  $\alpha$  zu bestimmen, der die physikalischen Zusammenhänge am besten annähert.

Die Methode soll am Beispiel des Zusammenhangs zwischen dem Wirkungsgrad eines Verdichters und der Oberflächenrauigkeit der Schaufeln verdeutlicht werden. Gemäß [9] ist der polytrope Wirkungsgrad bei hydraulisch

glatten Bedingungen über die Wassell Korrelation als eine Funktion der Reynoldszahl der ersten Stufe des Hochdruckverdichters gegeben. Mit zunehmender Reynoldszahl flacht die monoton steigende Kurve zunehmend ab. Nach Erreichen der sog. kritischen Reynoldszahl, die durch die Oberflächenrauigkeit bestimmt wird (vgl. [13]), ist der Wirkungsgrad nicht mehr abhängig von der Reynoldszahl und es findet ein hydrodynamisch rauher Betrieb statt. Auf diese Weise kann ein funktionaler Zusammenhang zwischen dem Wirkungsgrad des Hochdruckverdichters und dem Merkmal Oberflächenrauigkeit hergestellt werden. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Reynoldszahl und somit verschiedene Betriebspunkte einen starken Einfluss auf die Modellierung haben.

In BILD 1 sind drei Kurven dargestellt. Der linearisierte Verlauf auf Basis von Sensitivitätsparametern, der theoretische Verlauf auf Basis des zuvor ausgeführten Zusammenhangs zwischen Wirkungsgrad und Oberflächenrauigkeit und zuletzt der über den Korrekturfaktor verbesserte korrigierte Verlauf.

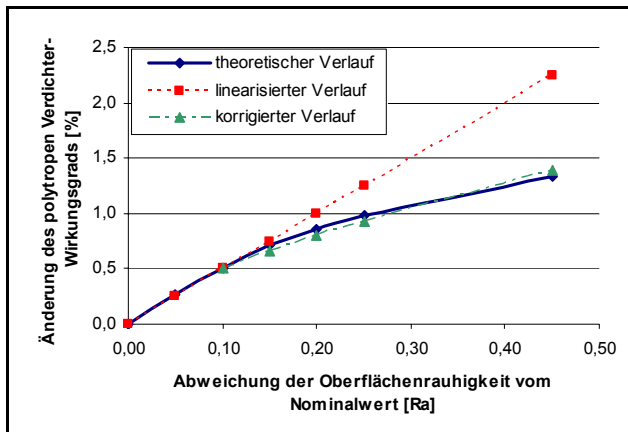


BILD 1. Veranschaulichung der Methode der kontinuierlichen Korrektur von Sensitivitätsparametern am Beispiel Oberflächenrauigkeit.

Im gezeigten Beispiel kann durch die eingeführte Korrektur die Rechnung mit Sensitivitätsparametern auf ein deutlich größeres Intervall ausgedehnt werden. Bei einem zulässigen Fehler von 10% wird dieser ohne Korrektur beim 1,7-fachen der relativen Distanz erreicht, im Falle mit Korrektur erst außerhalb des für die Modellierung praktisch relevanten Bereiches (bei ca. dem sechsfachen der relativen Distanz). Die Modellierungsgüte bei Verwendung von Sensitivitätsparametern wird somit durch Einbeziehung von zusätzlichen Informationen über den physikalischen Zusammenhang zwischen Merkmalsveränderung und Moduleigenschaften deutlich erhöht.

## 2.2. Einfluss einer Vielzahl von Merkmalsänderungen auf Modulparameter

Werden die Einflussfaktoren als linear unabhängig angenommen, können die durch die einzelnen Merkmale hervorgerufenen Veränderungen der Modulkenngößen aufaddiert werden. Als allgemeine Formulierung bietet sich die Matrix-Schreibweise an: Die in Gleichung (3) vorgestellte Sensitivitätsparametermatrix stellt einen Zusammenhang zwischen der gesuchten Änderung von Moduleigenschaften und den gegebenen Merkmalsänderungen

her.

$$(3) \begin{pmatrix} \Delta Mod_1 \\ \vdots \\ \Delta Mod_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ex_{Mod1,M1} & \dots & ex_{Mod1,Mn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ex_{Modm,M1} & \dots & ex_{Modm,Mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta M_1 \\ \vdots \\ \Delta M_n \end{pmatrix}$$

Unter Berücksichtigung des im vorigen Kapitel eingeführten Korrekturterms, welcher bei größeren Abweichungen vom Nominalwert erforderlich sein kann, wird die um den Korrekturterm ergänzte Darstellung der „erweiterten Sensitivitätsparametermatrix“ formuliert:

$$\bar{S} = \begin{pmatrix} ex_{Mod1,M1} \cdot f(\Delta M_1) & \dots & ex_{Mod1,Mn} \cdot f(\Delta M_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ex_{Modm,M1} \cdot f(\Delta M_1) & \dots & ex_{Modm,Mn} \cdot f(\Delta M_n) \end{pmatrix}$$

Die Korrekturterme weisen nur eine Abhängigkeit vom jeweiligen Merkmal auf, für welches der entsprechende Sensitivitätsparameter berechnet wurde.

Bei der Rechnung nach Gleichung (3) ist jedoch zu beachten, dass eine Abhängigkeit der Austauschraten untereinander und Abhängigkeiten zwischen unterschiedlichen Merkmalen unberücksichtigt bleiben und somit paarweise Korrelationen keine Berücksichtigung finden.

Im Allgemeinen kann jedoch nicht von einer Unabhängigkeit der einzelnen Sensitivitätsparameter ausgegangen werden. Für die Berechnung der Moduleigenschaften unter gleichzeitiger Änderung von mehreren Subkomponenten-Eigenschaften sind prinzipiell Abhängigkeiten zwischen den verwendeten Sensitivitätsparametern zu berücksichtigen. Dies führt zu der „allgemeinen Sensitivitätsparametermatrix“, in welcher die Sensitivitätsparameter eine Abhängigkeit von sämtlichen anderen Merkmalen aufweisen.

$$\bar{S} = \begin{pmatrix} ex_{Mod1,M1} \cdot f(\Delta M_1 \dots \Delta M_n) & \dots & ex_{Mod1,Mn} \cdot f(\Delta M_1 \dots \Delta M_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ex_{Modm,M1} \cdot f(\Delta M_1 \dots \Delta M_n) & \dots & ex_{Modm,Mn} \cdot f(\Delta M_1 \dots \Delta M_n) \end{pmatrix}$$

Aus den konkreten Werten für Sensitivitätsparameter in Gleichung (3) werden auf diese Weise sog. Sensitivitätsparameter-Funktionen. Diese beschreiben eine n-dimensionale Fläche, welche die Änderung von Modulparametern in Abhängigkeit von Merkmalsänderungen beschreibt. In der Literatur wird diese Fläche auch als Response Surface Model (RSM) bezeichnet [4]. Die Herleitung der einzelnen Funktionen bzw. des RSM ist i.d.R. nur über gezielte Experimente möglich<sup>1</sup>. Anhand dieser Experimente werden Polynome erstellt, die die funktionalen Zusammenhänge approximieren. Aufgrund der Approximation spricht man in diesem Kontext auch von Regressionsmodellen höherer Ordnung. Die Erstellung von Regressions-

<sup>1</sup> Das Response Surface Model kann durch gezielte Veränderung (sog. Experimente) der Input-Variablen bestimmt werden. Typische, zur Erstellung von Regressionsmodellen verwendete Experimente sind *Box-Behnken*, *Central Composite* sowie *3-level full factorial designs*, welche sich in der Approximierungsgüte und der zur Erstellung notwendigen Anzahl an Durchläufen unterscheiden [4].

modellen höherer Ordnung ist mit großem Aufwand verbunden und erfordert eine große, möglichst auf Experimenten aufgebaute Datenbasis.

Das auf dieser Basis entwickelte Modell wurde auf das Triebwerk BR710 angewandt. Es berücksichtigt insgesamt 105 Merkmale und berechnet deren Einfluss auf 25 zentrale Modul- und Triebwerkskenngrößen. Hierbei wurden entsprechende Sensitivitätsparameter berechnet [12].

### 2.3. Berechnung von globalen Leistungsparametern des Triebwerks

#### 2.3.1. Rechnung mit Sensitivitätsparametern

Bei der Integration der Moduleigenschaften können ebenso Sensitivitätsparameter angewandt werden. In diesem Fall stellen Sensitivitätsparameter einen linearen Zusammenhang zwischen der Änderung von Modulparametern und globalen Leistungsparametern des Triebwerks her.

Aus verschiedenen Gründen ist die Anwendung von Sensitivitätsparametern auf Triebwerkebene jedoch kritisch zu beurteilen. Aufgrund der Addition des Einflusses einer Vielzahl von Merkmalen können größere Abweichungen der Modulparameter vom Nominalwert auftreten. Dies hätte aufgrund der Linearisierung bei Sensitivitätsparametern einen zunehmend großen Fehler zur Folge. Die Eigenschaften verschiedener Module sind stark voneinander abhängig, etwa aufgrund einer Änderung des Betriebspunktes und entsprechender rematching-Effekte (vgl. [5]). Beispielsweise wurde im vorliegenden Fall bei einer Änderung des Hochdruckverdichterwirkungsgrades um 2,5% ein relativer Fehler bei der Bestimmung der Turbineneintrittstemperatur über Sensitivitätsparameter von 47,5% festgestellt. Der angenäherte linearisierte Verlauf weist in diesem Fall ein geringes Quadrat des Pearsonschen Korrelationskoeffizienten<sup>2</sup> von  $R^2 = 0,945$  auf, weshalb die Rechnung mit Sensitivitätsparametern als unzureichend genau beurteilt wurde.

Eine Korrektur der Sensitivitätsparameter in Abhängigkeit der Abweichung vom Nominalwert sowie die Erstellung eines Regressionsmodells höherer Ordnung ist denkbar, womit  $R^2 > 0,999$  erreichbar wäre. Die Erstellung eines solchen Modells wäre jedoch mit einem großen rechnerischen Aufwand verbunden und des Weiteren für jeden für die Modellierung nötigen Betriebspunkt separat durchzuführen. Deshalb wurde auch von der Verwendung von Regressionsmodellen abgesehen.

#### 2.3.2. Berechnung mittels Triebwerksleistungsrechnung

Für die Modellierung von Eigenschaftsschwankungen wurde deshalb mit Hilfe des Leistungsrechnungsprogrammes SAEPP („Sophisticated Aero Engine Performance Program“) ein Modell zur Simulation des Triebwerks BR710 erstellt. Hierfür standen Kennfelder und eine Vielzahl wei-

<sup>2</sup> Das Quadrat des Pearsonschen Korrelationskoeffizient  $R$ , auch Bestimmtheitsmaß oder  $R^2$  genannt, ist ein Begriff aus der Korrelations- und Regressionsanalyse. Er gibt an, welcher Anteil der Streuung einer Variablen durch die Abhängigkeit von einer anderen Variablen bestimmt wird.  $R^2$  kann somit als Maß für die Approximationsgüte herangezogen werden [8].

terer Parameter von Seiten des Triebwerksherstellers zur Verfügung. Das erstellte Triebwerksmodell wurde an verschiedenen Betriebspunkten mit dem Modell des Triebwerksherstellers abgeglichen. Des Weiteren wurde die Sensitivität bezüglich der Änderung von Modulkenngößen in ausgewählten Betriebspunkten verglichen.

### 2.4. Simulation einer Flotte von Triebwerken

Auf Basis des Synthesemodells wurde mit einer sog. Monte Carlo Simulation [4] eine Vielzahl von einzelnen, sich zufällig unterscheidenden Triebwerken simuliert. Pro Rechendurchgang wird hierbei für jedes der zur Modellierung der Eigenschaftsschwankungen verwendeten 105 Merkmale ein zufälliger Wert gemäß einer vorgegebenen Verteilungsfunktion generiert (sog. Sampling). Anhand der zufällig generierten Merkmalsausprägungen werden anschließend die zugehörigen Modulparameter sowie über das Leistungsrechnungsprogramm SAEPP die gewünschten Leistungsparameter deterministisch gemäß Kapitel 2.1 - 2.3 berechnet. Durch n-fache Wiederholung dieses Rechenschrittes kann auf diese Weise eine Flotte von n zufällig produzierten und montierten Triebwerken modelliert werden. Bei einer genügend hohen Anzahl an Iterationen nähern sich die Verteilungsfunktion der gezogenen Werte sowie deren statistische Kennzahlen (z.B. Mittelwert, Standardabweichung) den tatsächlich zu erwartenden Verteilungsfunktionen an. Auf diese Weise können die Auswirkungen einer gegebenen Bandbreite von Merkmalsausprägungen auf eine Bandbreite von Triebwerksleistungsparametern und somit die Eigenschaften einer Flotte von Triebwerken simuliert werden.

#### 2.4.1. Konvergenzgeschwindigkeit

Das Ergebnis der Monte-Carlo Simulation gilt als konvergiert, wenn sich bestimmte Kennzahlen nur noch geringfügig ändern.

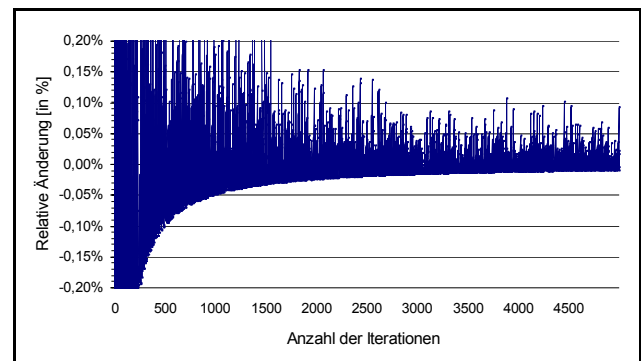


BILD 2. Typisches Konvergenzprofil der Standard-Abweichung

In BILD 2 ist die relative Änderung der Standardabweichung über die Anzahl der durchgeführten Iterationen dargestellt. Da im Gegensatz zum Mittelwert die Standardabweichung auch eine Aussage über die Form einer Verteilungsfunktion ermöglicht, wird diese als Konvergenzkriterium verwendet. Ab 3000 Iterationen ist eine Änderung der Standardabweichung um mehr als 0,1% sehr unwahrscheinlich (vgl. BILD 2). Es wird daher die Annahme getroffen, dass die Verteilungsfunktionen ab 3000 Iterationschritten ausreichend genau ausgebildet sind.

Zur Durchführung der Monte Carlo Simulation und Kopp-  
lung an das Leistungsrechnungsprogramm SAEPP wurde  
das entwickelte Programm *casino* verwendet. Durch den  
modularen Aufbau des in der Sprache C++ geschriebenen  
Programms SAEPP lies sich das ebenfalls in C++ erstellte  
Programm *casino* einfach integrieren.

### 3. STATISTISCHE BESCHREIBUNG DER MERKMALSEIGENSCHAFTEN

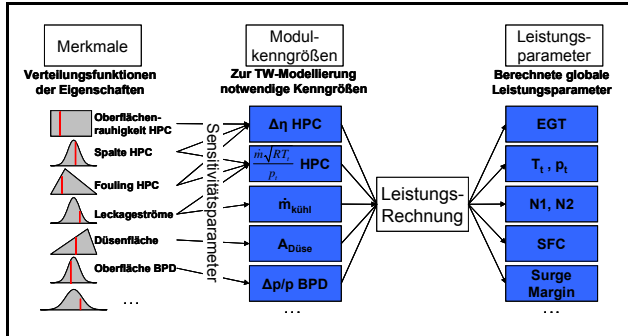


BILD 3. Schematische Darstellung der Modellierungsmethode.

In BILD 3 wird ein schematischer Überblick über die beschriebene Methode zur Modellierung von Eigenschaftsschwankungen gegeben. Es wird deutlich, dass die Grundlage der Berechnungsmethode die statistische Beschreibung der Merkmalseigenschaften darstellt.

Als Hauptursache für diese Eigenschaftsschwankungen wurde einleitend die Produktionsstreuung identifiziert. Bei der Quantifizierung von Produktionsschwankungen kann i.d.R. auf eine gewisse Datenbasis zurückgegriffen werden. Diese Datenbasis besteht aus Produktionsdaten für bestimmte Merkmale, aus denen die Eigenschaftsstreuung der Merkmale im Neuzustand der Triebwerke abgeleitet werden kann. In der Realität sind jedoch nicht für alle Merkmale Produktionsdaten vorhanden, so dass für die fehlenden Daten Annahmen getroffen werden müssen. Auf der Basis von Prozessfähigkeitskennwerten sowie Toleranzgrenzen kann jedoch eine realitätsnahe Abschätzung vorgenommen werden [3].

Für den Produktionsbereich wurden zur Bewertung von Prozessen Prozessfähigkeitskennwerte entwickelt – eine sehr verbreitete Anwendung in der Praxis findet der Cp-Wert [3]. Dieser stellt einen Zusammenhang zwischen den vorgegebenen Toleranzgrenzen und der tatsächlich feststellbaren Produktionsstreuung her und ist somit ein Kennwert für die Fähigkeit eines Fertigungsprozesses. Der Cp-Wert bestimmt sich nach Gleichung (4). Bei der Berechnung wird davon ausgegangen, dass die zugrunde liegende Produktionsstreuung einer Normalverteilung mit der charakterisierenden Standardabweichung  $\sigma$  gehorcht. Der Cp-Wert stellt somit das Verhältnis der zulässigen Bandbreite (obere Toleranzgrenze OT abzüglich der unteren Toleranzgrenze UT) und der sechsfachen Standardabweichung dar.

$$(4) \quad C_p = \frac{OT - UT}{6\sigma}$$

Ein Cp-Wert von 1 entspricht somit einer Fertigungsschwankung, bei der sich 99,7% (+/- 3  $\sigma$ ) der produzierten Merkmale innerhalb der Toleranzgrenzen befinden. Erstrebenswert sind hohe Cp-Werte, bei denen nur sehr wenige Bauteile außerhalb der Toleranzgrenzen zu erwarten sind.

Da der Cp-Wert eine dimensionslose Kennzahl ist und dadurch unabhängig von der absoluten Größenordnung eingesetzt werden kann, eignet sich der Cp-Wert zur Beschreibung der Prozessfähigkeit von nahezu beliebigen Merkmalen. Des Weiteren ist dieser Prozessfähigkeitskennwert im Produktionsbereich sehr verbreitet und dadurch verfügbar. Aus diesem Grund wird der Cp-Wert anstatt einer Beschreibungsmethode über die Standardabweichung im Modell verwendet. Auf diese Weise wird ein direkter Zusammenhang zwischen den in der Produktion erfassten Kennzahlen und dem entwickelten Modell gewährleistet. Bezüglich der Anwendbarkeit von Prozessfähigkeitskennwerten speziell in der Triebwerksindustrie sei auf [14] verwiesen.

Daneben existieren auch Merkmale, bei denen keine Messdaten erfasst werden. Für diese Merkmale müssen Annahmen bezüglich ihrer Verteilungsfunktionen getroffen werden. Hierbei können weitere Informations-Quellen hinzugezogen werden, um realistische Annahmen treffen zu können. Insbesondere sind dies:

- 1) Angaben zur Fertigungsgenauigkeit bestimmter Prozesse und Merkmale aus der Literatur (vgl. [7])
- 2) Prozessfähigkeits-Software, welche in der Praxis erreichbare Prozessfähigkeitskennwerte wiedergibt (z.B. CAPRA)
- 3) Schätzungen von Experten
- 4) Abschätzung des Cp-Wertes auf Basis des mittleren Prozessfähigkeitskennwertes von anderen Merkmalen mit Messdaten

Es ist anzumerken, dass die Annahme eines Cp-Wertes auf Basis der o.g. Informationsquellen für ein einzelnes Merkmal beträchtliche Abweichungen zur wahren Produktionsschwankung des Merkmals aufweisen kann. Dieser Fehler führt dann zu einer Über- oder Unterschätzung einzelner Merkmale. Es ist aufgrund der Vielzahl der betrachteten Merkmale im Rahmen dieser Modellierung jedoch anzunehmen, dass sich Über- und Unterschätzungen statistisch annähernd ausgleichen (vgl. Gesetz der großen Zahlen<sup>3</sup>).

#### 3.1. Zusammenhang zwischen Einzelteil- und Set-Schwankungen

Bei der Anwendung der Verteilungen für Merkmalseigenschaften muss berücksichtigt werden, dass pro Triebwerk mehrere Komponenten gleichen Typs montiert sind (z.B. 24 Blärschaufeln). Für die Leistungsschwankungen der einzelnen Triebwerke sind deshalb die Schwankungen der jeweiligen Bauteil-Sets – im Gegensatz zu Schwankungen der Einzelteile – relevant. Um dies zu berücksichtigen wurden grundsätzlich zwei Methoden identifiziert, die empirische Methode Monte Carlo Simulation und eine analytische Methode.

<sup>3</sup> Das (schwache) Gesetz der großen Zahlen besagt, dass das arithmetische Mittel von n Zufallszahlen mit gleichem Erwartungswert stochastisch gegen einen Mittelwert  $\mu$  konvergiert. [1]



Voraussetzung für eine analytische Behandlung von Produktionsschwankungen ist die Möglichkeit, diese mathematisch formulieren zu können. Da es sich bei der Datenbasis jedoch um Messdaten und somit um empirische Verteilungsfunktionen handelt, ist diese Voraussetzung nicht generell erfüllt. Allerdings können die gemessenen Produktionsschwankungen häufig durch stetige, unimodale Verteilungsfunktionen mit positiver Dichte angenähert werden. Für zufällige Schwankungen durch eine Vielzahl von unkontrollierbaren Einflussfaktoren ist dies häufig die Normalverteilung. Viele Vorgänge lassen sich durch die Normalverteilung entweder exakt oder zumindest in sehr guter Näherung beschreiben.

Im Falle einer vorliegenden Normalverteilung für die Streuung der Merkmale von einzelnen Bauteilen besteht ein mathematisch-statistischer Zusammenhang zur Standardabweichung eines zufällig zusammengestellten Bauteil-Sets bestehend aus  $n$  Einzelteilen [1]:

$$(5) \quad \sigma_{\text{Set}} = \frac{\sigma_{\text{Einzelteil}}}{\sqrt{n}}$$

Daraus resultiert unmittelbar für den Cp-Wert unter Berücksichtigung von Gleichung (4)

$$(6) \quad Cp_{\text{Set}} = Cp_{\text{Einzelteil}} \sqrt{n}$$

Die Streuung der mittleren Merkmalsausprägung eines Sets ist somit grundsätzlich kleiner als die Streuung bei Einzelteilen. Dies hat zur Folge, dass die Anzahl der gleichartigen Bauteile in einem Triebwerk mit der Leistungsstreuung negativ korreliert.

Im Falle von empirischen Verteilungen, die nicht durch eine Normalverteilung approximierbar sind sowie bei Berücksichtigung von Konstruktionsphilosophien (vgl. 3.2) oder bestimmten Verteilungstypen ist eine analytische Behandlung nicht oder nur mit größerem Aufwand möglich. Als Alternative Methode ist in solchen Fällen eine Monte Carlo Simulation geeignet. Durch die Wahl der Anzahl der zu wiederholenden Iterationen der Monte Carlo Simulation kann eine beliebig genaue Annäherung an den mathematisch exakten Wert erreicht werden.

Beide oben beschriebenen Methoden haben jedoch nur Gültigkeit unter der Annahme von rein zufällig zusammengestellten Sets, entnommen aus der Gesamtheit der Einzelkomponenten. In der Realität ist diese Annahme jedoch nicht immer haltbar. Es ist davon auszugehen, dass die Einzelteile innerhalb der in der Praxis zusammengestellten Sets miteinander korrelieren, sprich homogenere Eigenschaften aufweisen als rein zufällig zusammengestellte Sets. Als Ursache hierfür ist bspw. die Losfertigung<sup>4</sup> zu nennen. Dies hat zur Folge, dass Sets eine höhere Streuung ihrer Eigenschaften aufweisen können als theoretisch bei rein zufälliger Zusammenstellung.

Aus diesem Grund wurden bestimmte Sets, für welche de-

taillierte Daten der Einzelkomponenten im Set vorhanden waren, hinsichtlich der Korrelation dieser Komponenten untereinander untersucht. Auf diese Weise wurde festgestellt, dass die Streuungen der Sets in der Tat größer waren als theoretisch zu erwarten.

Es wurde ein Korrelations-Korrekturfaktor gemäß folgender Gleichung eingeführt.

$$(7) \quad K_{\text{Set}} = 1 - \frac{Cp_{\text{Set}} - Cp_{\text{Einzelteil}}}{Cp_{\text{Einzelteil}} \sqrt{n-1}}$$

Dieser Korrekturfaktor kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Er besitzt den Wert 1, falls sich der festgestellte Cp-Wert des Sets vom Cp-Wert der Einzelteile nicht unterscheidet – dies ist der Fall, wenn alle Teile innerhalb eines Sets die gleichen Eigenschaften aufweisen und insofern zu 100% korrelieren.

Die Werte des Korrelations-Korrekturfaktors wurden auf 0,092 bis 0,995 beziffert, der Mittelwert über alle untersuchten Sets liegt bei 0,487. Die große Bandbreite macht deutlich, dass die Übertragung dieses Mittelwertes auf andere Merkmale, für welche keine Datenbasis vorhanden ist, mit Unsicherheiten behaftet ist. Dieser Aussage ist jedoch einschränkend ist hinzuzufügen, dass für die Merkmale mit der größten Sensitivität (sog. Customer Critical Features, CCF) entsprechende Werte erfasst und berechnet wurden und des Weiteren wiederum das Gesetz der großen Zahlen gilt. Es ist deshalb von einem geringen Fehler auszugehen.

Die Merkmal-Korrelation der Bauteile innerhalb eines Sets hat folglich einen Einfluss auf die Leistungsstreuung. Anhand der Zusammenstellung der Bauteile innerhalb eines Sets kann deshalb die Leistungsstreuung beeinflusst werden.

### 3.2. Einfluss der konstruktiven Ausführung und Beispiel

Anhand des Merkmals Schaufelspitzenpalt des Bläfers soll die in den vorigen Kapiteln beschriebene Methode exemplifiziert werden. Einfluss findet hierbei zusätzlich die konstruktive Ausführung des Bläfers.

Der Einfluss der konstruktiven Ausführung wird am Beispiel des Schaufelspitzenpalt des Bläfers erläutert. Zahlreiche Merkmale beeinflussen diesen mittleren Schaufelspitzenpalt im Neuzustand des Triebwerks. Bspw. sind dies der Gehäusedurchmesser, die Dicke der Einlaufschicht, die Länge der einzelnen Schaufeln, die Fertigungsgenauigkeit des Schaufelfußes sowie der Nut in der Scheibe, der Scheibendurchmesser, die Exzentrizität des Rotors uvm. Eine Berücksichtigung aller Einflussgrößen wäre mit enormem Aufwand verbunden – sowohl die Beschaffung der notwendigen Daten zur Beschreibung der Verteilungsfunktionen der jeweiligen Merkmale als auch die mathematische Untersuchung des Zusammenspiels dieser Merkmale.

Nach eingehender Analyse der konstruktiven Ausführung des Bläfers kann die Vielzahl der Einflussparameter und dadurch die Komplexität des Problems jedoch stark redu-

<sup>4</sup> Begriff aus der Produktionslogistik. Hierbei werden Komponenten gleichzeitig oder ohne Unterbrechung durch andere Komponenten zeitnah aufeinander folgend gefertigt. Dies hat i.d.R. zur Folge, dass diese Komponenten homogenere Eigenschaften aufweisen als dies bei Einzelfertigung der Fall wäre.

ziert werden. So wurde der Fan hinsichtlich des Schaufel-spitzenspaltes dahingehend konstruiert, dass es in jedem Fall zu einem Kontakt zwischen Fan-Schaufeln und der Einlaufschicht kommt, um auf diese Weise ein Spaltminimum zu erreichen. Somit spielt für die Analyse des Spitzenspaltes im Wesentlichen die Länge der Schaufeln eine Rolle. Dominierend ist hierbei die Länge der längsten Schaufel im Set<sup>5</sup>. Diese bestimmt, wie weit die Einlaufschicht abgetragen wird und welcher Spalt sich letztlich zwischen dieser und allen anderen Schaufeln ergibt. Der mittlere Schaufelspitzenabstand ergibt sich somit aus der Differenz der Länge der längsten Schaufel und dem Mittelwert der anderen Schaufellängen im Set.

Für die Fertigungsstreuung der Schaufellängen wurde ein Cp-Wert bestimmt. Unter der weiteren Annahme, dass alle Schaufeln, die außerhalb der Toleranzgrenzen liegen, durch Qualitätskontrollen herausgefiltert oder nachbearbeitet werden, ergibt sich für die Schaufellänge eine normalverteilte Dichtefunktion, die außerhalb des Toleranzintervalls abgeschnitten ist.

Der Bläser des Triebwerks BR710 besteht aus einem Set mit 22 Schaufeln. Aus der Dichtefunktion der Produktionsstreuung für dieses Merkmal wird nun mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation eine Vielzahl von zufällig zusammengestellten Schaufelsets generiert. Diese Sets werden anschließend weiter analysiert hinsichtlich der längsten im Set vorkommenden Schaufel sowie des Mittelwerts der anderen Schaufeln. Die Differenz ergibt den durch das jeweilige Schaufelset hervorgerufenen Schaufelspitzenabstand. Im konkreten Fall wurden 1500 Schaufelsets analysiert und eine Verteilungsfunktion für den mittleren Schaufelspitzenabstand generiert.

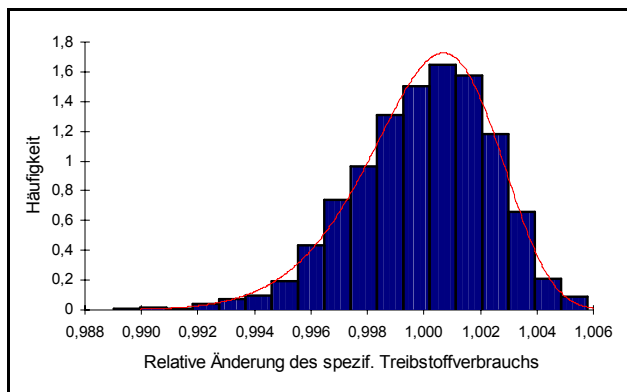


BILD 4. Verteilungsfunktion der relativen SFC Änderung bezogen auf ein durchschnittliches Triebwerk aufgrund der Streuung der Längen der Bläterschaufeln.<sup>6</sup>

Anhand dieser Verteilungsfunktion wird nun – wie in Kapitel 2 beschrieben – über Austauschraten auf den Modulwirkungsgrad und -durchflussparameter sowie eine angeschlossene Monte Carlo Simulation im Leistungsrechnungsprogramm SAEPP die durch den Schaufelspitzenabstand hervorgerufene Schwankung von Leistungspara-

<sup>5</sup> Die Maßhaltigkeit des Gehäuses und der Einlaufschicht verlieren aufgrund des geplanten Einlaufens an Bedeutung. Die Maßhaltigkeit der Scheibe und des Schaufelfußes wurden gegenüber der der Schaufellänge als vernachlässigbar identifiziert.

<sup>6</sup> aus Datenschutzgründen mit veränderten Zahlenwerte

metern berechnet (vgl. BILD 4).

## 4. ANALYSE VON ABNAHMETESTDATEN

Bevor nun auf die Ergebnisse der Monte Carlo Simulation mit allen Merkmalen eingegangen wird, soll in diesem Kapitel zuerst auf die Analyse von Abnahmetestdaten von Triebwerken eingegangen werden, auf deren Basis die Güte der Modellierung beurteilt werden kann.

### 4.1. Erfassung von Abnahmetestdaten

Jedes produzierte Triebwerk durchläuft vor Auslieferung an den Kunden einen standardisierten Abnahmetest im Triebwerksprüfstand. Die gemessenen Daten werden auf einen Standard-Betriebspunkt umgerechnet und dokumentiert. Somit stehen Informationen über die im Rahmen dieser Untersuchung zu modellierenden Größen – der Streubreite von ausgewählten Leistungsparametern – als Validierungsgrundlage zur Verfügung (vgl. BILD 5). Die Genauigkeit der Modellierungsmethodik kann dadurch, unter der Annahme, dass die Datenbasis korrekt und vollständig ist, überprüft werden.

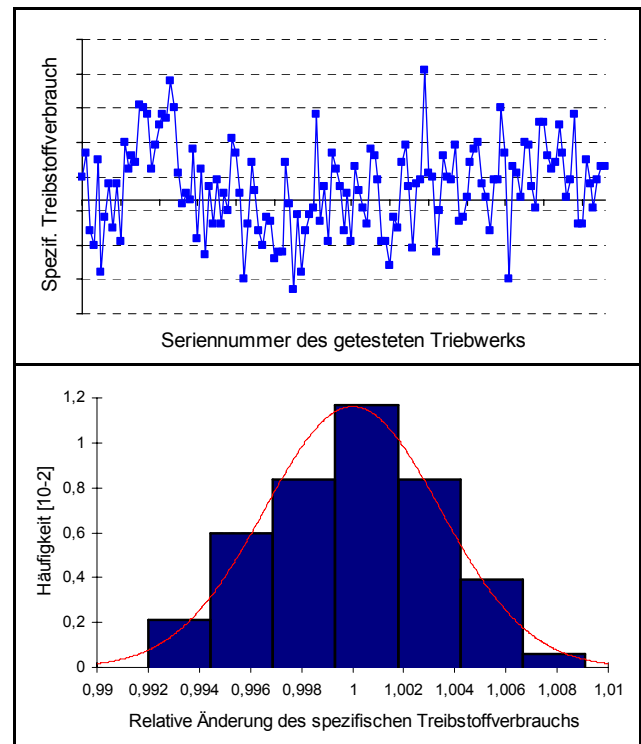


BILD 5. Im Abnahmetest gemessener Treibstoffverbrauch über die Seriennummer (oben) und Verteilungsfunktion der relativen Streuung des spezifischen Treibstoffverbrauchs auf Basis dieser Abnahmetestdaten (unten).<sup>7</sup>

Nach der Festlegung eines definierten Auswertungszeitraums kann für diesen eine statistische Analyse der Schwankungen erfolgen. Der gewählte Auswertungszeitraum sollte nach Möglichkeit mit dem Zeitraum der zur Verfügung stehenden Produktionsschwankungen überein-

<sup>7</sup> aus Datenschutzgründen ohne bzw. mit veränderten Zahlenwerte

stimmen. Nur so kann ein stimmiger Zusammenhang zwischen Produktionsschwankungen und Leistungsschwankungen hergestellt werden.

## 4.2. Annäherung der Testdaten durch eine geeignete Verteilungsfunktion

In einem ersten Schritt werden die vorhandenen Daten als empirische Verteilungsfunktion dargestellt (vgl. BILD 5). Die Verteilungsfunktion wurde normalisiert, so dass ein Mittelwert von 1,0 vorliegt. Dadurch ist die relative Streuung auf einfache Weise der Skala auf der Ordinate zu entnehmen. Die Standardabweichung wurde auf 0,293% berechnet.

Im nächsten Schritt wird versucht, eine stetige, unimodale Verteilungsfunktion mit positiver Dichte an die empirische Verteilungsfunktion anzupassen. Die Approximation durch einen gängigen Verteilungstypen ermöglicht eine einfache mathematische Handhabung für weitere Analysen. Die Zulässigkeit einer solchen Approximation muss jedoch überprüft werden. Da es sich bei den Abnahmetests um zahlreiche, i.d.R. zufällige Einflüsse handelt, wurde eine Approximation der erfassten Leistungsparameter durch eine Normalverteilung versucht. Die Zulässigkeit dieser Approximation wurde durch einen Test auf Normalverteilung überprüft und bestätigt.<sup>8</sup>

## 4.3. Berücksichtigung von Messfehlern bei Abnahmetest-Daten

Für die weitere Analyse müssen Messfehler bei der Datenerfassung und beim Einstellen des Betriebspunktes berücksichtigt werden.

Eine nachträgliche Bestimmung des Messfehlers für einzelne Messwerte ist im Allgemeinen nicht möglich. Allerdings ist eine statistische Beschreibung von Messfehlern möglich. Gemäß [1] kann in den meisten Fällen in der Praxis davon ausgegangen werden, dass die Messfehler normalverteilt sind. Der Messfehler einzelner Messsonden kann über eine Unsicherheitsanalyse quantifiziert werden. Hierbei werden unterschiedliche Einflussgrößen<sup>9</sup> separat untersucht und deren jeweiliger Beitrag sowie Zusammenspiel zur gesamten Messgenauigkeit einer Sonde analysiert.

Um aufbauend auf dieser Quantifizierung des Messfehlers einzelner Sonden den Messfehler bei der Erfassung von Leistungsparametern abzuleiten, müssen des Weiteren das Zusammenspiel sowie die Anzahl unterschiedlicher evtl. mehrfach vorhandener Sonden berücksichtigt werden. Dies soll am Beispiel des spezifischen Treibstoffverbrauchs (SFC) gezeigt werden. Für die Berechnung des SFC sind zwei Kennzahlen notwendig, der Brennstoffmassenstrom sowie der Triebwerksschub.

$$(8) \quad SFC = \frac{\dot{m}_B}{F_N}$$

Beide Werte werden im Abnahmetest separat erfasst, wobei jeweils ein Messfehler zu berücksichtigen ist. Die jeweiligen Messfehler wurden durch Unsicherheitsanalysen bestimmt. Gemäß [1] kann der resultierende Gesamtfehler unter Berücksichtigung des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes mit Hilfe von Fehlerquadratsummen berechnet werden:

$$(9) \quad \sigma_{SFC, Fehler} = \sqrt{\sigma_{\dot{m}_B, Fehler}^2 + \sigma_{F_N, Fehler}^2}$$

Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass der für den Abnahmetest vorgeschriebene Betriebspunkt aufgrund von Messfehlern nur so genau eingestellt werden kann, wie die entsprechenden Messgeräte dies erlauben. Dies führt dazu, dass das Triebwerk im Abnahmetest nicht exakt in dem Betriebspunkt getestet wird wie beabsichtigt, was wiederum eine Änderung in den zu messenden Leistungsparametern bewirkt. Des Weiteren können die zur Umrechnung des tatsächlichen Betriebspunktes auf einen Standardbetriebspunkt nötigen Messwerte ebenfalls nur mit Messrauschen erfasst werden, wodurch eine exakte Umrechnung verhindert wird.

Diese beiden Einflüsse müssen bei der Modellierung von Eigenschaftsschwankungen berücksichtigt werden. Im entwickelten Modell werden deshalb die zur Einstellung des Betriebspunktes als auch zur Umrechnung in den Standardbetriebspunkt relevanten Messgrößen als Zielgrößen (z.B. Schub) im Leistungsrechnungsmodell vorgegeben. Durch Variation dieser Messgrößen gemäß der durch Unsicherheitsanalyse festgestellten Messfehlernormalverteilung innerhalb der durchgeführten Monte Carlo Simulation können diese Fehler im Modell berücksichtigt werden.

Die vom Modell wiedergegebenen Streuungen von Leistungsparametern entsprechen somit der durch Produktionsschwankungen, Montageunterschiede als auch der durch die Genauigkeit der Einstellung des Betriebspunktes sowie Umrechnung auf den Standardbetriebspunkt verursachten Streuungen.

### 4.3.1. Ableitung der wahren Eigenschaftsstreuung

Aufgrund der in den vorigen Abschnitten erläuterten Fehler weisen die im Trendreport erfassten Daten eine größere Streuung auf als tatsächlich vorhanden ist. Anhand der durch Unsicherheitsanalysen bestimmten Messfehler und der im Trendreport erfassten Messdaten kann nun über die Fehlerquadratsummen auf die tatsächlich vorhandene, um Messfehler bereinigte „wahre“ Streuung im Abnahmetest geschlossen werden über:

$$(10) \quad \sigma_{SFC, wahr} = \sqrt{\sigma_{SFC, Trendreport}^2 - \sigma_{SFC, Fehler}^2}$$

Für alle im Zentrum des Erkenntnisinteresses liegenden Leistungsparameter wurden nun folgende Schritte zur Bestimmung der wahren Streuung durchgeführt:

<sup>8</sup> Häufig verwendete Tests auf Normalverteilung sind etwa der Anderson-Darling oder der Chi-Quadrat-Tests [14]. Bei allen untersuchten Leistungsparametern lagen die Testergebnisse (hier: p-Werte) oberhalb des gewählten Signifikanzniveaus. Die empirischen Verteilungsfunktionen der Abnahmetestdaten können somit durch eine Normalverteilung angenähert werden.

<sup>9</sup> Bspw. Kalibrierunsicherheit, Drift, Hysterese etc. [11]



- 1) Bestimmung des Messfehlers der Sonden, die zur Erfassung des jeweiligen Leistungsparameters erforderlich sind mittels Unsicherheitsanalysen
- 2) Mathematische Beschreibung des Zusammenspiels der beteiligten Sonden und Bestimmung des Gesamtfehlers bei der Erfassung der Leistungsparameter
- 3) Rückschluss auf die tatsächlich vorhandene, wahre Streuung der Leistungsparameter im Abnahmetest

Ergebnisse dieses Prozesses werden nach Einführung einer Kennzahl zur Bewertung der Modellierungsgüte in TAB 1 gezeigt.

#### 4.4. Bewertung der Modellgüte

Die nach (10) berechnete wahre Streuung stellt somit ein Zielwert dar, den ein Modell zur Berechnung der Auswirkungen von Produktions- und Montageschwankungen idealerweise erreichen sollte.

Zur Bewertung von Modellen zur Beschreibung von Eigenschaftsschwankungen wird deshalb ein Gütekriterium eingeführt. Unter der Kennzahl Erklärungsanteil wird im Folgenden der Anteil der vom Modell erklärten Varianz bezogen auf die tatsächlich vorhandene Varianz<sup>10</sup> bezeichnet. Der Erklärungsanteil errechnet sich gemäß folgender Gleichung

$$(11) E = \frac{\sigma_{Modell}^2}{\sigma_{wahr}^2},$$

wobei die Varianz dem Quadrat der Standardabweichung entspricht. Bei einem Erklärungsanteil von  $E = 0,9$  wäre das Modell bspw. in der Lage, 90% der im Abnahmetest feststellbaren Streuung zu erklären. Dies würde ebenso bedeuten, dass es noch Einflüsse gibt, die nicht erfasst sind oder aber dass bestimmte Einflüsse unterbewertet werden.

### 5. MODELLERGEBNISSE UND DISKUSSION

In diesem Kapitel wird die Modellierungsmethode anhand des zuvor eingeführten Gütekriteriums Erklärungsanteil bewertet und diskutiert. Des Weiteren werden ausgewählte Ergebnisse präsentiert und der praktische Nutzen aufgezeigt.

#### 5.1. Vergleich der Modellergebnisse mit Daten aus dem Abnahmetest

In TAB 1 werden Erklärungsanteile des entwickelten Modells für verschiedene Leistungsparameter gezeigt.

Leistungsparameter	Erklärungsanteil
Spezifischer Treibstoffverbrauch (SFC)	92,3 %
Verdichteraustrittsdruck (p30)	91,4 %
Drehzahl der Niederdruckwelle (NL)	95,3 %

TAB 1. Anteil der vom Modell erklärten Varianz bezogen auf die im Abnahmetest vorhandene wahre Varianz für ausgewählte Leistungsparameter.

Die in TAB 1 gezeigten Parameter weisen einen Erklärungsanteil von über 90% auf, was als sehr hoch bezeichnet werden kann. Zur vertieften Untersuchung eignet sich die im folgenden Abschnitt erläuterte Sensitivitätsanalyse.

#### 5.2. Pareto-Analyse

In dem Pareto-Diagramm in BILD 6 kann die maximale SFC-Änderung, die einzelne Merkmale bewirken können, an der Abszisse abgelesen werden. Deutlich zu erkennen ist, dass wenige Merkmale als Haupteinflussfaktoren für die SFC-Streuung zu identifizieren sind.

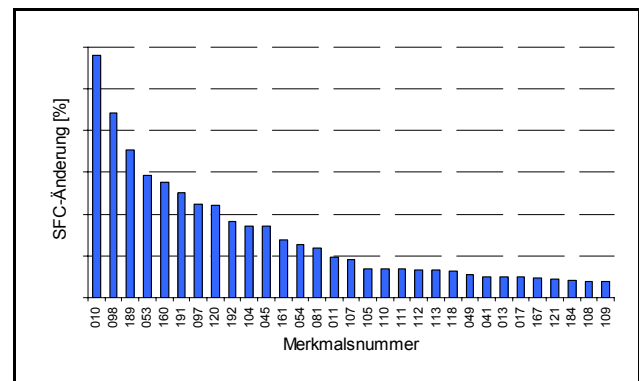


BILD 6. Pareto-Diagramm der Merkmale mit dem größten Einfluss auf den Treibstoffverbrauch aufgrund von Produktionsschwankungen.<sup>11</sup>

In einer weiteren Analyse wurde deshalb erneut die Kennzahl Erklärungsanteil in einer leicht abgeänderten Form verwendet. Der Erklärungsanteil  $E_n$  der ersten  $n$  Merkmale errechnet sich nach folgender Gleichung:

$$(12) E_n = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{\sigma_{Modell}^2}$$

$E_n$  gibt somit an, welcher Anteil der gesamten modellierten Varianz durch die ersten  $n$  Merkmale gemeinsam erklärt werden kann. Nach dieser Untersuchung erklären die zehn Merkmale mit dem größten Einfluss bereits über 90% der modellierten SFC-Streuung, die ersten 20 Merkmale über 97%. Die Erhöhung des Erklärungsanteils durch Berücksichtigung des 20. Merkmals beträgt nur etwa 0,25%.

Die Methodik kann deshalb als sehr robust bezeichnet werden, da – unter der Annahme, dass die sensitivsten Einflussmerkmale identifiziert wurden – die Berücksichtigung von weiteren Merkmalen im Modell nur zu einer marginalen Änderung der Gesamtstreuung führt und somit vernachlässigbar ist. BILD 7 verdeutlicht diese Schlussfolgerung, indem die bereits in BILD 6 aufgeführten Merkmale nun kumulativ und bezogen auf die Gesamtstreuung dargestellt werden.

<sup>10</sup> gemäß bereinigten Trendreport-Daten

<sup>11</sup> aus Datenschutzgründen ohne Zahlenwerte

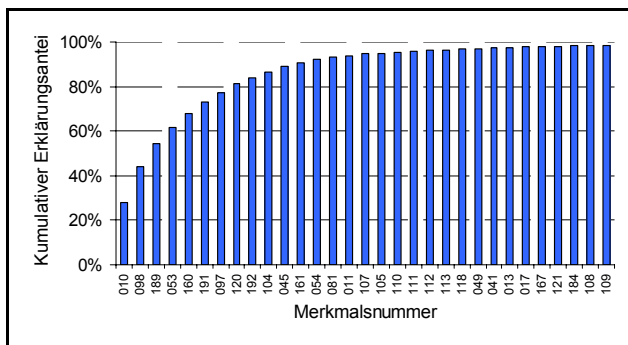


BILD 7. Kumulativer Erklärungsanteil der Merkmale mit dem größten Einfluss auf den Treibstoffverbrauch.

## 6. ZUSAMMENFASSUNG

Die Prozessfähigkeit von Fertigungsprozessen steht in direktem Zusammenhang mit der Leistungsstreuung von Triebwerken und kann mit der entwickelten Methodik quantifiziert werden.

Die Qualität der Methodik hängt maßgeblich von der Qualität der Daten zur Produktionsstreuung der sensitivsten Merkmale ab, da diese den weitaus größten Teil der messbaren Streuung erklären. Die Anwendbarkeit der Methodik wurde durch einen Vergleich der Modellergebnisse mit um Messfehler bereinigten Leistungsdaten aus den Abnahmetests bestätigt. Unter den getroffenen Annahmen ist das Modell aktuell in der Lage über 90% der auftretenden Streuung von Leistungsparametern zu erklären. Für eine Aussage zur allgemeinen Anwendbarkeit der Methodik muss die Übertragbarkeit auf andere Triebwerke noch nachgewiesen werden.

Das entwickelte Modell bietet in der Praxis von Triebwerksbetreibern und -herstellern vielfältige Anwendungsmöglichkeiten, von denen einige im Folgenden skizziert werden. Über die erläuterte Sensitivitätsanalyse können die Merkmale mit dem größten Beitrag zur Streuung eines bestimmten Leistungsparameters identifiziert werden. Auf Basis dieser Erkenntnis kann eine Empfehlung abgegeben werden, für welche Merkmale eine statistische Prozesskontrolle empfohlen wird um Eigenschaftsschwankungen gering und unter Kontrolle zu halten. Das Modell bietet des Weiteren die Möglichkeit, Ansatzpunkte zur Reduzierung von Eigenschaftsstreuungen zu identifizieren oder den Einfluss neuer Komponenten sowie Technologien auf die Streuung von Leistungsparametern zu quantifizieren.

Die realitätsnahe Simulation von Merkmalsveränderungen eröffnet überdies beachtliche Erweiterungsmöglichkeiten. Während des Betriebs von Triebwerken ändern sich verschiedene Merkmale in Abhängigkeit von der Zeit (z.B. Schaufelspitzenpalte, Oberflächenrauigkeiten). Die entwickelte Methodik der Modellierung von Produktionsschwankungen ist nun in der Lage, solche Alterungsprozesse hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf das Leistungsverhalten von Flugtriebwerken zu bewerten. Ein entsprechendes Modell wird aktuell entwickelt.

## DANKSAGUNG

Dieses Modell wurde in Zusammenarbeit mit der Firma Rolls-Royce Deutschland im Rahmen des Projektes Optifer des Luftfahrtforschungsprogrammes III entwickelt. Im Kern des Vorhabens steht die Entwicklung eines Modells zur Beschreibung des Zustands einer Flotte von Triebwerken über die Zeit. Ausgangspunkt dieser Flottenbeschreibung ist die Beschreibung des Neuzustandes von Triebwerken, auf die sich dieser Bericht beschränkt hat. Die Autoren danken der Mithilfe zahlreicher Mitarbeiter der Firma Rolls-Royce Deutschland, die die Entwicklung eines solchen interdisziplinären Modells erst ermöglicht haben.

## LITERATUR

- [1] Bronstein, I. N., Semendjajew, K.A., Musiol, G., Mühlig, H., „Taschenbuch der Mathematik“, 5. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 2000
- [2] Brun, K., Kurz, R., „Measurement Uncertainties Encountered During Gas Turbine Driven Compressor Field Testing“, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123, S. 62-69, New York, 2001
- [3] Chrysler Corporation, Ford Motor Company, General Motors Corporation (Hrsg.), „Statistical Process Control (SPC)“, 1999
- [4] Craney, T. A., „Probabilistic Engineering Design“, Reliability Review, The R&M Engineering Journal, Vol. 32, Nr. 2, Juni 2003
- [5] Fiola, R. „Berechnung des instationären Betriebsverhaltens von Gasturbinen unter besonderer Berücksichtigung von Sekundäreffekten“, Dissertation, Technische Universität München, 1993
- [6] Faravelli, L., „Response Surface Approach for Reliability Analysis“, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, Nr. 12, 1989
- [7] Garzon, V. E., Drmofal, D. L., „Impact of Geometric Variability in Axial Compressor Performance“, ASME Vol. 125, October 2003
- [8] Gruber, J., „Regressionsanalyse – Einführung in die multiple Regression und Ökonometrie“, Vorlesungsskript der Fernuniversität Hagen, 1996
- [9] Gümmer, V., „Effect of Reynolds Number and Aerofoil Surface Finish on HP-Compressor Performance“, BMW Rolls-Royce Memorandum, Dahlewitz, 1999
- [10] Hameister, S., „Entwicklung eines Modells zur Beurteilung der Leistungsminderung bei BR715 Triebwerken über die Laufzeit“, Diplomarbeit Technische Fachhochschule Berlin, 2002
- [11] Hildebrandt, P., „Uncertainty of Steady State Temperature Measurement on the Debris Guard at ADAM & EVA Test Beds“, Technischer Bericht, Rolls-Royce Deutschland, Dahlewitz 1995
- [12] Norton, I., „BR700-710 C4-11 Basic Design Data for GV-SP“, Technischer Bericht, Rolls-Royce Deutschland, 2002
- [13] Schlichting, H. „Boundary Layer Theory“, McGraw Hill Publishing Company
- [14] Sembacuttirachy, S., „Anwendbarkeit von Prozessfähigkeitskennwerten bei kleinen Serien“, Diplomarbeit Universität Stuttgart, 2004