

# OPTIMIERUNG EINES BESTEHENDEN RECHENVERFAHRENS ZUR BESTIMMUNG DES MASSE ZU FLÄCHEN VERHÄLTNISSES

M. Baumgarten<sup>(2)</sup>, J. Bendisch<sup>(1)</sup>, C. Wiedemann<sup>(2)</sup>, M. Oswald<sup>(2)</sup>, P. Vörsmann<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Aerodata AG, Hermann-Blenk-Straße 34-36, 38108 Braunschweig, Deutschland

<sup>(2)</sup> Institut für Luft- und Raumfahrtsysteme, Hermann-Blenk-Straße 23, 38108 Braunschweig, Deutschland

## 1. Übersicht

Es wird das Ergebnis der Optimierung eines iterativen Verfahrens zur Bestimmung des Masse zu Flächen Verhältnisses von Objekten im Einflussbereich der Atmosphäre vorgestellt. Dieses Verhältnis hat einen wesentlichen Einfluss auf die Bahnen dieser Objekte. Das als „shooting“ bezeichnete Verfahren ist Teil eines Programms mit dem Namen ZUNIEM (Zuschlag Numerical Integration of the Equations of Motion), das am Institut für Luft- und Raumfahrtsysteme entwickelt wurde. Es bestimmt das Masse zu Flächen Verhältnis über die Entwicklung der großen Halbachse in einem definierten Zeitintervall. In der optimierten Version kann eine beliebige Zahl an Datensätzen zur Bestimmung verwendet werden. Die Ergebnisse werden bei starken Abweichungen vom Mittelwert über Auschlusskriterien ausgesondert. Das Verfahren wird für Objekte mit einfachen Geometrien angewendet und validiert.

## 2. Einführung

Am Institut für Luft- und Raumfahrtsysteme ILR der Technischen Universität Braunschweig steht ein Programm zur Verfügung, welches mit Hilfe direkter numerischer Integration gestörte Satellitenbahnen propagiert. Es können alle wichtigen Ursachen von Störbeschleunigungen berücksichtigt werden. Die verwendete Rechenmethode eignet sich, um Bahnen, die signifikant von der Interaktion mit der Atmosphäre betroffen sind, zu berechnen. Dabei spielt vor allem das Verhältnis der Objektmasse zur angeströmten Fläche  $m/A$  eine entscheidende Rolle für den Verlauf und die Lebensdauer der Bahn. Ebenso ist die Bahn vom dimensionslosen

Widerstandskoeffizienten  $C_D$  abhängig, der die Anfälligkeit des Objektes für aerodynamischen Widerstand beschreibt.

Beide häufig nur ungenau bekannten Größen lassen sich mit ZUNIEM über ein iteratives Verfahren, das „shooting“, bestimmen. Dieses Verfahren ist im Ablauf und der Berücksichtigung von Ergebnissen optimiert worden, um eine verbesserte Vorhersage von Wiedereintrittsbahnen zu ermöglichen.

Im Einzelnen sollten folgende Punkte verwirklicht werden:

- Berücksichtigung einer beliebigen Anzahl an Datensätzen
- Automatische Nichtbeachtung von Ausreißern zur verbesserten Bahnvorhersage

## 3. Auswirkungen von $m/A$ und $C_D$

Der aerodynamische Widerstand ist eine dissipative Störkraft. Sie entzieht dem Objekt Energie. Da die Bahnhöhe über der Erdoberfläche von der Energie des Objektes abhängt, steigt es kontinuierlich ab. Den Einfluss der beiden Größen  $m/A$  und  $C_D$  veranschaulichen die Bilder 1 und 2 für ein fiktives Objekt. Die Masse des Objektes beträgt konstant 50kg. Bild 1 zeigt den Verlauf der Bahn unter alleiniger Änderung der Fläche.. Es ist zu erkennen, dass für die gewählte Ausgangssituation eine Verdoppelung des Masse zu Flächen Verhältnisses eine doppelt so lange Verweildauer auf der Bahn mit sich bringt.

Der Grund liegt in der erhöhten Kompaktheit des Objektes. Es bietet weniger Angriffsfläche für die Atmosphäre.

Bild 2 zeigt die Auswirkungen eines veränderten Widerstandskoeffizienten für das fiktive Objekt bei  $m/A=50 \text{ kg/m}^2$ . Die Auswirkungen sind nicht so ausgeprägt wie in Bild 1. Trotzdem beträgt der maximale Unterschied in der Bahnlebensdauer zwischen  $C_D=2.0$  und  $C_D=2.2$  einen Tag oder knapp 10% der maximalen Lebensdauer aus.

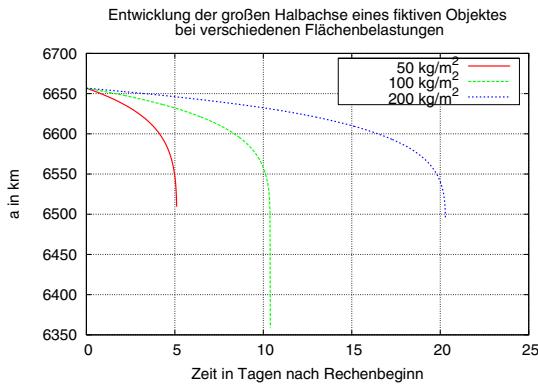


Bild 1 Bahnlebensdauer bei unterschiedlichem  $m/A$

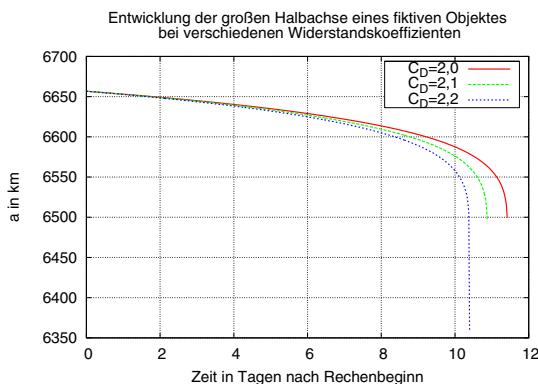


Bild 2 Bahnlebensdauer bei unterschiedlichem  $C_D$

Änderungen des  $m/A$ -Verhältnisses bei realen Objekten beruhen vorrangig auf Rotationen um eine oder mehrere Achsen des Objektes, während der Widerstandskoeffizient objektspezifisch und vor allem von der Art der Anströmung und damit von der Höhe abhängig ist. Für komplexe Geometrien ist die Bestimmung sehr aufwendig.

Beide Größen werden als Produkt im ballistischen Parameter zusammengefasst:

$$B = \frac{C_D \cdot A}{m} \quad (1)$$

#### 4. Bestimmung des ballistischen Parameters

Die „shooting“-Methode bestimmt in einem iterativen Prozess den ballistischen Parameter für ein gegebenes Objekt anhand zweier Datensätze im zeitlichen Abstand  $\Delta t$ . Ausgehend von dem zum Startzeitpunkt  $t_0$  gehörenden Satz an Bahnelementen wird die Bahn für den gegebenen Zeitraum  $\Delta t$  unter der Annahme eines ballistischen Parameters propagiert. Über den Vergleich der gemessenen und der errechneten großen Halbachse zur Zeit  $t_0 + \Delta t$  wird in iterativen Schritten der ballistische Parameter so lange angepasst, bis eine vom Benutzer vordefinierte Genauigkeit erreicht wurde.

Bei der Auswahl der beiden Stützstellen muss darauf geachtet werden, dass zwischen ihnen ein gewisser Mindestabstand stattgefunden hat. Damit steigt mit der Höhe, in der sich das Objekt befindet, auch der zeitliche Abstand  $\Delta t$ , der zwischen den beiden Zeitpunkten liegt. In ZUNIEM beträgt die maximale Höhe 1000km. Auch darf kein Bahnanstieg stattgefunden haben. Somit führen Bahnhebemanöver zu falschen Ergebnissen.

Der ballistische Parameter wird mit als konstant bleibendem  $C_D$  berechnet, so dass aus dem Parameter am Ende der Rechnung das angepasste Masse zu Flächen Verhältnis angegeben werden kann.

Mit der Methode kann somit die genaue Identifizierung von  $C_D$  entfallen, da das gelieferte Ergebnis für  $m/A$  für den entsprechenden  $C_D$ -Wert gültig ist. Dieser muss dann bei einer anschließenden Propagation beibehalten werden.

Abbildung 3 zeigt den schematischen Ablauf eines „shootings“ nach der Berücksichtigung beliebig vieler Datensätze.

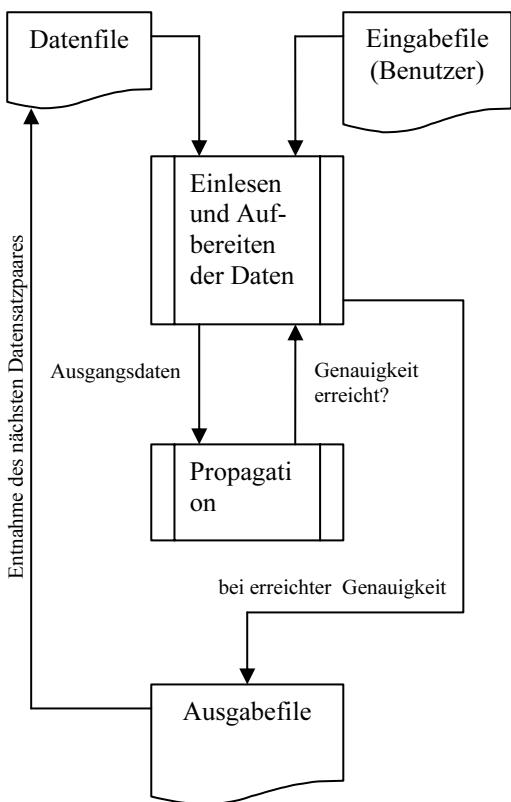


Bild 3 Prozessablauf der „shooting“-Methode

## 5. Optimierung durch Ausschlusskriterien

### 5.1 Implementierung

Für eine große Anzahl an Datensätzen bietet die Mittelung der Ergebnisse eine Möglichkeit alle Ergebnisse in einem Wert bei einer anschließenden Bahnpropagation zu berücksichtigen. Um eine Einflussnahme stark abweichender Ergebnisse, so genannte Ausreißer, zu umgehen sind Grenzen eingeführt worden, die diese bei der Mittelung unberücksichtigt lassen. Dazu wird für jedes errechnete m/A-Verhältnis die Standardabweichung gebildet und auf den jeweils aktuellen Mittelwert bezogen. Weicht das Ergebnis um einen definierten Wert ab, so wird es in der Mittelung nicht berücksichtigt.

### 5.2 Ergebnis

Um eine Validierung der von ZUNIEM gelieferten Ergebnisse vornehmen zu können wurde ein „shooting“ für die Satelliten

Starshine 2 und 3 (Objektnummern 26992 und 26929) vorgenommen. Es handelte sich um mit kleinen Spiegeln besetzte kugelförmige Satelliten, deren Rotationen auf der Erde durch die zeitlichen Abstände der Reflexionen gemessen werden konnten.

Durch ihre Kugelform lässt sich das jeweilige Masse zu Flächen Verhältnis und der  $C_D$ -Wert zuverlässig über die Geometrie bestimmen ( $C_{DKugel}=2,2$ ). Zusätzlich spielen Rotationseffekte bei diesen Satelliten keine Rolle, so dass das Verhältnis über die Zeit relativ stabil bleibt.

Die Bilder 4 und 5 zeigen exemplarisch für Starshine 3 die Verläufe der errechneten und gemittelten Flächenbelastungen mit und ohne Berücksichtigung der Standardabweichung als Ausschlußkriterium. Dabei sind die Ergebnisse über dem Julianischen Datum [d] aufgetragen.

Der Zeitraum reicht für beide Bilder vom 09.10.2001 (Start) bis zum 20.10.2002 (drei Monate vor dem Absturz). Die zulässige Abweichung beträgt 30%.

In Bild 4 sind die Ausreißer zu erkennen, die sich für die zuvor erwähnten Fälle ergeben, für die keine plausiblen Ergebnisse berechnet werden können (Bahnmanöver, zu geringer Abstieg).

In Bild 5 wurden nur Ergebnisse berücksichtigt, die durch das Kriterium der Standardabweichung zugelassen wurde. Unter Beachtung der veränderten Achseninteilung zeigen sich deutlich geringere Ausschläge. Der Mittelwert fällt zu Beginn stark ab. Dieses Phänomen konnte auch bei anderen Objekten für die ersten verfügbaren Datensätze beobachtet werden.

Es zeigt sich, dass die Ergebnisse in einem engeren Bereich bleiben, trotz der Kugelform aber immer noch Schwankungen auftreten. Diese können hervorgerufen sein durch Abweichungen des Objektes von der angenommenen Idealform. Auch ungenaue Bahndaten und Abweichungen in der Bestimmung der atmosphärischen Dichte können zu diesen Fehlern beitragen.

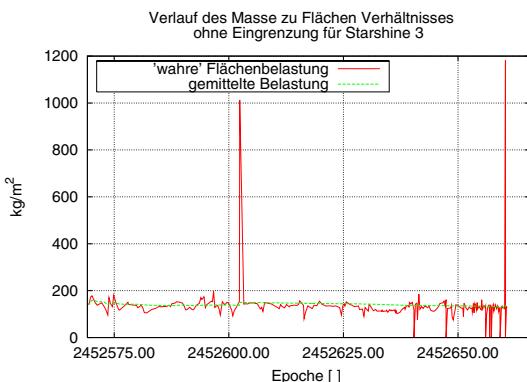


Bild 4 „Shooting“-Ergebnisse für Starshine 3 ohne Ausschlusskriterien

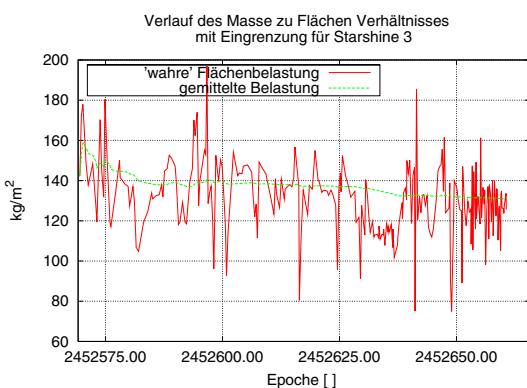


Bild 5 „Shooting“-Ergebnisse für Starshine 3 mit Ausschlusskriterien

Für die Satelliten Starshine 2 und 3 wird das optimierte Bestimmungsverfahren des Masse zu Flächenverhältnisses genutzt, um den jeweiligen Wiedereintritt zu berechnen.

Dabei ist der Mittelwert zum Ende eines berechneten Zeitraums ermittelt worden. Mit diesem wird eine Bahnpropagation vom Ende des Zeitraums aus durchgeführt. Der propagierte Absturzzeitpunkt wird mit dem realen Absturzzeitpunkt verglichen. Die zur Bestimmung verwendeten Zeiträume mit Datensätzen werden zum realen Absturzzeitpunkt hin kleiner. Der erste Propagationszeitpunkt liegt jeweils drei Monate vor dem eigentlichen Missionsende.

Bei den Abweichungen bedeutet ein negatives Vorzeichen einen zeitlich früheren propagierten Absturz. Die prozentuale Abweichung bezieht sich dabei auf die real

verbliebene Zeit vom Start der Berechnung bis zum Absturz.

Der genaue Absturzzeitpunkt ist häufig nur in einem bestimmten Zeitintervall möglich.

Es wird angenommen, dass der Satellit in einer Höhe von 80km verglüht ist. Die Berechnung wird in dieser Höhe abgebrochen.

| Zeitraum mit Datensätzen | Mittelwert aller Ergebnisse in kg/m <sup>2</sup> | Real verbliebene Zeit in d | Abweichung der Propagation in d und % |
|--------------------------|--|----------------------------|---------------------------------------|
| 16.12.01 bis 26.01.02    | 214.005  | 90.00800612                | 5.18413194<br><b>5.76</b>             |
| 26.01.02 bis 26.02.02    | 217.290  | 58.54941587                | 5.13577546<br><b>8.77</b>             |
| 26.02.02 bis 26.03.02    | 197.507  | 31.06546249                | -1.27841435<br><b>-4.12</b>           |
| 26.03.02 bis 04.04.02    | 204.500  | 21.47525059                | -0.04932713<br><b>-0.23</b>           |
| 04.04.02 bis 09.04.02    | 214.392  | 16.47648948                | 1.09527778<br><b>6.65</b>             |
| 09.04.02 bis 12.04.02    | 199.424  | 13.4838568                 | -0.11811344<br><b>-0.88</b>           |
| 12.04.02 bis 15.04.02    | 202.955  | 11.4921685                 | 0.13515042<br><b>1.18</b>             |
| 15.04.02 bis 18.04.02    | 197.728  | 7.5188574                  | -0.17163148<br><b>-2.28</b>           |
| 18.04.02 bis 21.04.02    | 193.978  | 4.489668                   | -0.22809037<br><b>-5.08</b>           |
| 21.04.02 bis 24.04.02    | 208.202  | 1.5377724                  | 0.10575225<br><b>6.88</b>             |
| 24.04.02 bis 25.04.02    | 196.479  | 0.4765100                  | 0.02349534<br><b>4.93</b>             |
| 25.04.02 bis 26.04.02    | 194.421  | 0.0740898                  | 0.02776704<br><b>37.48</b>            |

Tabelle 1 Ergebnisse des shootings mit anschließender Propagation für Starshine 3

Vielmehr dürfte die Genauigkeit der verwendeten Datensätze eine Rolle spielen.

| Zeitraum mit Datensätzen | Mittelwert aller Ergebnisse in kg/m <sup>2</sup> | Real verbliebene Zeit in d | Abweichung der Propagation in d und % |
|--------------------------|--|----------------------------|---------------------------------------|
| 07.10.01 bis 21.10.02    | 139.031  | 91.5721334                 | 7.03203648<br><b>7.68</b>             |
| 21.10.02 bis 21.11.02    | 136.853  | 60.7444568                 | 4.55415508<br><b>7.50</b>             |
| 21.11.02 bis 21.12.02    | 132.720  | 30.3043235                 | 1.5961458<br><b>5.27</b>              |
| 21.12.02 bis 28.12.02    | 114.946  | 23.2730857                 | -2.73604171<br><b>-11.76</b>          |
| 28.12.02 bis 04.01.03    | 129.383  | 16.32496197                | -0.00087462<br><b>-0.01</b>           |
| 04.01.03 bis 07.01.03    | 128.744  | 13.32751916                | 0.04748843<br><b>0.36</b>             |
| 07.01.03 bis 10.01.03    | 131.656  | 10.39779185                | -0.15241898<br><b>-1.47</b>           |
| 10.01.03 bis 13.01.03    | 126.862  | 7.22694512                 | -0.11814444<br><b>-1.64</b>           |
| 13.01.03 bis 16.01.03    | 127.997  | 4.25348231                 | -0.04282407<br><b>-1.01</b>           |
| 16.01.03 bis 18.01.03    | 126.997  | 2.27922401                 | -0.01301289<br><b>-0.57</b>           |
| 18.01.03 bis 20.01.03    | 126.004  | 0.37851986                 | -0.01509259<br><b>-3.99</b>           |
| 20.01.03 bis 21.01.03    | 127.361  | 0.07457166                 | 0.01108796<br><b>14.87</b>            |

Tabelle 2 Ergebnisse des shootings mit anschließender Propagation für Starshine 2

Bis auf drei Ausnahmen liegen alle Propagationen in einem Bereich von zehn Prozent Abweichung zur real verbliebenen Zeit. Auffällig sind die starken Abweichungen der jeweils letzten Rechnungen. Hier dürften Ungenauigkeiten in der Modellierung der Atmosphäre die Hauptursache sein.

Die Berechnungen zeigen, dass das Verfahren für einfache Geometrien sehr gut geeignet ist. Dadurch, dass zu lange oder zu kurze Propagationen unregelmäßig verteilt sind kann darauf geschlossen werden, dass in dem Verfahren kein regelmäßiger Fehler auftritt.

## 6. Zusammenfassung

Es wurde ein bestehendes Verfahren zur iterativen Bestimmung des Massen zu Flächen Verhältnisses von Objekten hinsichtlich der automatischen Berücksichtigung von Ergebnissen optimiert. Wie sich gezeigt hat eignet sich das Verfahren für Objekte mit einfachen Geometrien bereits sehr gut. Für die berücksichtigten Objekte ergaben sich bei einer anschließenden Propagation Abweichungen zur realen restlichen Verweildauer im Orbit von zumeist unter 10%.

Das Verfahren eignet sich als Grundlage zur Berücksichtigung komplexerer Objekte. Eine Validierung des Verfahrens für derartige Objekte sollte durchgeführt werden.

ZUNIEM Zuschlag Numerical Integration of the Equations of Motion