OPTIMIERUNG DER LAGEREGELUNG VON RAUMFAHRZEUGEN MIT NIEDRIGSCHUBANTRIEB MITTELS EVOLUTIONÄRER NEURONALER REGLER

A. Ohndorf, B. Dachwald, W. Seboldt
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
Institut für Raumsimulation
Linder Höhe
51147 Köln
Deutschland

1. EINLEITUNG

Innovative interplanetare Missionen erfordern immer höhere Geschwindigkeitsänderungen (ΔV) und somit immer bessere Antriebssysteme. Im Vergleich zu konventionellen, chemischen Antrieben ermöglichen Niedrigschubsysteme eine günstigere Durchführung von hochenergetischen Missionen, da der Treibstoff besser genutzt wird, wie z.B. bei elektrischen Antriebssystemen, oder weil sogar überhaupt kein Treibstoff benötigt wird, wie bei Sonnenseglern, die den „kostenlosen" solaren Strahlungsdruck als Antriebsquelle nutzen. Infolgedessen erlauben Niedrigschubsysteme höhere ΔV und/oder größere Nutzlastverhältnisse und/oder leichtere Trägerraketen, benötigen im Fall elektrischer Antriebe jedoch eine hohe elektrische Leistung. Gleichzeitig erlauben sie Direktbahnen ohne Gravity Assists und einfache Missionsprofile mit ausgedehnten Startfenstern. Aufgrund des niedrigen Schubes und der dadurch bedingten langen Schubphasen muss der Schubvektor jedoch kontinuierlich angepasst werden.

Mit Hilfe des am DLR-Institut für Raumsimulation entwickelten Programms „InTrance" [1,2] können Bahnen für Raumfahrzeuge mit solchen Antriebssystemen für verschiedene Aufgabenstellungen (z.B. Rendezvous, Fly-by) optimiert werden. Dachwald [1] zeigte unter anderem am Beispiel einer Erde-Merkur-Transferbahn, dass es mit InTrance möglich ist, Bahnen kürzerer Transferzeit zu finden, als es mit lokalen Optimierungsmethoden der Fall ist. Die InTrance-Bahnen liegen damit näher am globalen Optimum.

Eine bisherige Annahme des mit Neuronalen Reglern (NR) und Evolutionären Algorithmen (EA) durchgeführten Verfahrens ist, dass die Raumfahrzeuglage instantan geändert werden kann. Bei starken Fluktuationen, wie sie typischerweise aus Optimierungen mit InTrance folgen, entsteht daraus allerdings ein großes Problem für eine realistische Lageregelung. Ausgehend von einer mit InTrance erzeugten Referenzbahn wird ein Verfahren entwickelt, welches die Lageregelung durch Glättung der Verläufe der Raumfahrzeuglagewinkel vereinfacht, aber dennoch das Raumfahrzeug zum Ziel steuert und gleichzeitig im Rahmen einer Mehrzieloptimierung die benötigten Steuermomente und Steuerimpulse reduziert, wobei die Transferzeit durch die Flugdauer der Referenzbahn nach oben hin beschränkt ist.

2. PROBLEMSTELLUNG

Analog zur Vorgehensweise in [1] wurde mit InTrance eine Sonnenseglertransferbahn (Erde-Merkur-Rendezvous) mit einer Flugdauer von T = 486 d berechnet. Die geforderte Genauigkeit bezüglich der maximalen Entfernung und Relativgeschwindigkeit zum Zielkörper zum Zeitpunkt der Zielankunft t_A waren $\Delta r_{A,max} = 1.0 \cdot 10^6$ km und $\Delta v_{A,max}$ = 500 m/s, wobei ein ideales Sonnensegel mit einer charakteristischen Beschleunigung von a_c = 0.55 mm/s² wie in [1] verwendet wurde. Das in InTrance verwendete Neuronale Netz generierte bahnbestimmende Lagewinkel, die starke Verlaufsänderungen von bis zu rund 30 Grad (0,5 rad) zwischen aufeinanderfolgenden Tagen aufweisen (BILD 1, Kennzeichnung der InTrance-Lösung mit Index o). Die Integration der Bahn erfolgte mit diesen schrittweise (Schrittweite = 1 d) konstanten Lagewinkeln, welche nach jedem Zeitschritt vom Neuronalen Netz neu bestimmt wurden.

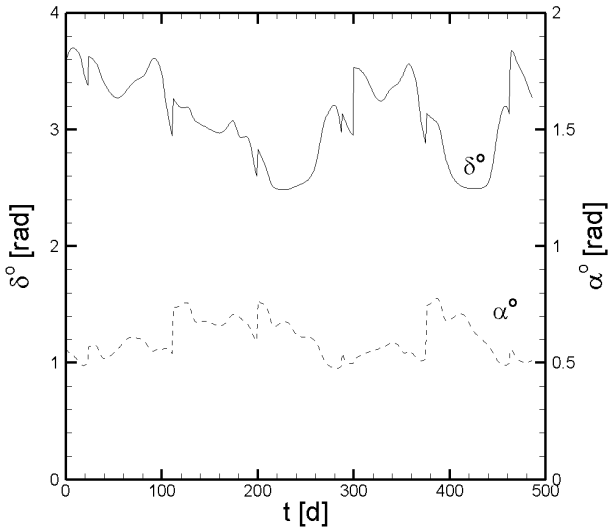

BILD 1. Steuerwinkelverlauf der Referenzbahn

Die Ausgabewinkel des optimierenden Netzes, α (pitch) und δ (clock), beschreiben, wie in BILD 2 dargestellt, die Lage des Segelnormalenvektors und somit die Lage des Raumfahrzeugs relativ zum mitbewegten Orbit-Koordinatensystem (OKOS) im Schwerpunkt des Raumfahrzeuges. Bestimmend für die Einheitsvektoren des OKOS sind der momentane Orts- und Geschwindigkeitsvektor im ekliptikalen Referenzsystem,

welches durch die Bahnebene der Erde und den Frühlingspunkt definiert wird.

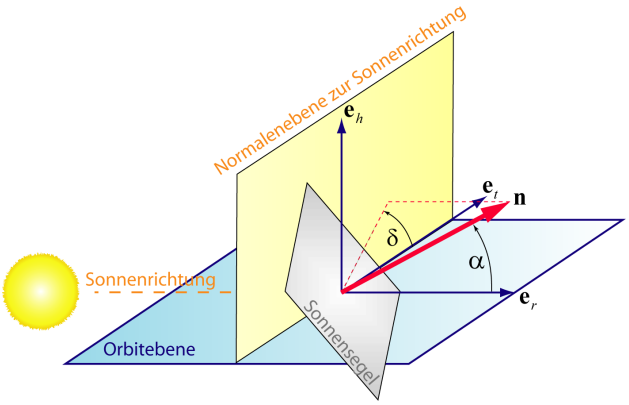

BILD 2. Definition des OKOS, der Steuerwinkel α, δ und des Segelnormalenvektors $\mathbf{n}$

$$(1)\quad \mathbf{e}_\mathrm{r} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}, \qquad \mathbf{e}_\mathrm{h} = \frac{\mathbf{r}\times\mathbf{v}}{|\mathbf{r}\times\mathbf{v}|}, \qquad \mathbf{e}_\mathrm{t} = \mathbf{e}_\mathrm{h}\times\mathbf{e}_\mathrm{r}$$

Mit der für das ideale Sonnensegelmodell gültigen Gleichung der Segelbeschleunigung [3]:

$$(2)\quad a = a_c\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \cos^2\alpha$$

und Integration der Bewegungsgleichungen [1] mit einer Schrittweite von einem Tag erhält man mit InTrance die in BILD 3 dargestellte Bahn.

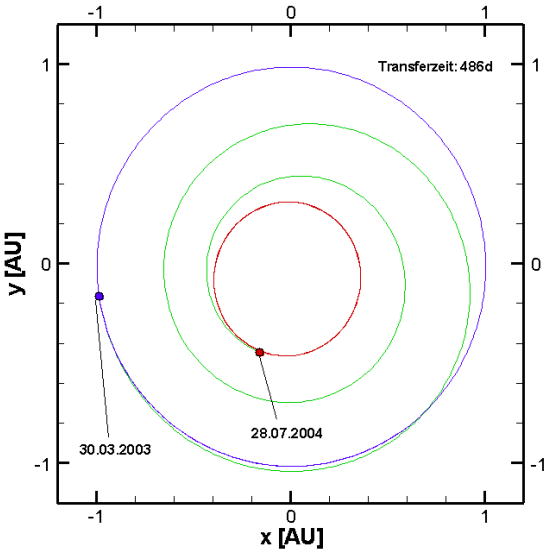

BILD 3. Transferbahn Erde-Merkur

Die Bezugsdistanz r_0 ist eine astronomische Einheit, der von InTrance mitoptimierte Startzeitpunkt an der Erde t_S ist der 30.03.2003 und die Ankunft am Merkur t_A am 28.07.2004. Für die Betrachtung der verwendeten Methoden ist es aufgrund der Quasiperiodizität der Planetenkonstellationen unerheblich, dass die verwendete Referenzbahn in der Vergangenheit liegt.

Um eine realistische Lageregelung zu ermöglichen und diese zu optimieren, müssen die gegebenen Lagewinkelverläufe so verändert werden, dass zum einen der Zielkörper mit der geforderten Genauigkeit und einer Flugzeit, welche nicht größer als die der Referenzbahn sein darf, erreicht wird, und zum anderen die Komplexität der Lagewinkelverläufe in Form von abrupten Verlaufsänderungen minimiert wird. Die neuen, geglätteten Steuerwinkel $\alpha^*(t)$ und $\delta^*(t)$ führen dann zu einer zeitlichen Abfolge von Rotationszuständen welche, wenn sie vom Raumfahrzeug nachvollzogen werden kann, schlussendlich zur verbesserten, neuen Transferbahn führt. Diese sollte von der mit großer Wahrscheinlichkeit nahe am globalen Optimum liegenden Referenzbahn nur marginal abweichen. Die zu ermittelnde Abfolge von Rotationszuständen ist die Führungsgröße eines zu entwickelnden Lageregelungssystems.

3. NEURONALE NETZE UND EVOLUTIONÄRE ALGORITHMEN

Neuronale Netze und Evolutionäre Algorithmen werden sowohl für die Bahnoptimierung mit InTrance als auch für die Optimierung der Steuerwinkelverläufe verwendet. Ihre Grundlagen werden daher in diesem Kapitel kurz erläutert.

3.1. Neuronale Netze

Inspiriert durch die Informationsverarbeitung in Nervensystemen von Lebewesen, sind Neuronale Netze [4] massiv parallel arbeitende, fehlertolerante und adaptive Abbildungen eines Eingaberaumes X auf einen Ausgaberaum Y, deren Übertragungsfunktion (Netzfunktion) N_π durch eine Vielzahl von einzelnen, einfacheren Verarbeitungseinheiten (Neuronen) und deren Verbindungen untereinander bestimmt wird.

$$(3)\quad N_\pi : X \subseteq \mathrm{R}^{n_\mathrm{E}} \rightarrow Y \subset (0,1)^{n_\mathrm{A}}$$

Jedes einzelne Neuron des Netzes projiziert dabei mit einer Aktivierungsfunktion die gewichtete Summe der Neuroneneingänge x_i auf den Neuronenausgang, welcher wiederum mit den Neuroneneingängen weiterer Neuronen verbunden sein kann. Eine häufig genutzte Aktivierungsfunktion ist die Sigmoide, deren Parameter die Verbindungsgewichte w_i, der Schwellwert θ und der Temperaturparameter γ sind.

$$(4)\quad s_\gamma(x) = \frac{1}{1+e^{-\left(\sum_i w_i x_i - \theta\right)/\gamma}}$$

Die Netzbelegung $\boldsymbol{\pi} = (\pi_{1,\ldots,}\, \pi_m)$ beinhaltet die internen[1] Parameter aller Neuronen und definiert N_π. Die Neuronen eines solchen Netzes können unterschiedlich angeordnet sein, in dieser Arbeit werden jedoch ausschließlich vorwärtsgerichtete, in Schichten organisierte Netze ohne Rückkopplung betrachtet. Ein solches Netz besteht aus einer Eingabeschicht mit n_E Neuronen zur Übernahme der Eingabewerte, einer Ausgabeschicht (n_A Neuronen) und den in Zwischenschichten angeordneten restlichen Neuronen. Die als Netzkapazität bezeichnete Anzahl aller Neuronen stellt einen wichtigen Faktor für die Fähigkeit

[1] Verbindungsgewichte, Schwellenwerte und Temperaturparameter der Neuronen

eines Neuronales Netzes dar, die richtige Übertragungsfunktion zu finden. Ist sie zu klein, kann das Netz die gestellte Aufgabe nicht lösen, während bei zu großer Netzkapazität nur Lösungen der trainierten Beispielfälle im Netz gespeichert werden und keine Generalisierung der Beispielfälle stattfindet. Das Problem, ein optimales Netz zu bestimmen, besteht somit zum einen in der Auswahl einer geeigneten Netztopologie und zum anderen im Optimieren der Netzbelegung π. Die optimale Belegung π^* bestimmt die optimale Netzfunktion N_{π^*} und damit die optimale Abbildung. Neuronale Netze für Steuer- und Regelzwecke, werden auch als Neuronale Regler (NR) bezeichnet [1,5].

3.2. Evolutionäre Algorithmen

Evolutionäre Algorithmen (detaillierter in [6,7] dargestellt) sind motiviert durch die Idee, Strategien der Natur für die Lösung von wissenschaftlichen, technischen und wirtschaftlichen Optimierungsproblemen zu nutzen. Aufgrund der starken Anlehnung an natürliche Evolutionsprozesse werden im Sprachgebrauch der Evolutionären Algorithmen die entsprechenden biologischen Begriffe verwendet.

Damit eine Art, bestehend aus einer Vielzahl von Individuen (Population), dauerhaft überleben kann, muss sie sich flexibel an wechselnde Umweltbedingungen anpassen können. Die Anpassung einer äußerlichen Eigenschaft (des Phänotyps) eines Individuums wird oft durch nur geringste Veränderung einer seiner genetischen Eigenschaften (des Genotyps) erreicht, welche auf einem Gen der in den Körperzellen befindlichen Chromosomen codiert ist (Mutation). Die weitaus häufigere Änderung phänotypischer Merkmale kommt jedoch bereits durch die Rekombination des Erbmaterials der Eltern zustande, bei der jedes neugeborene Individuum von jedem der beiden Elternteile die Hälfte des genetischen Materials erhält. Somit wird die genetische Ausstattung eines neuen Individuums durch Rekombination der elterlichen Chromosomen und durch die zufällige Änderung (Mutation) einzelner Gene bestimmt. Jeder Reproduktionsvorgang bietet somit die Möglichkeit einer positiven (aber auch negativen) Eigenschaftsänderung und damit eines besser an die Umwelt angepassten Nachkommens. Der natürliche Selektionsprozess sorgt dafür, dass mehr besser angepasste Individuen den „Kampf ums Überleben“ gewinnen als schlechter angepasste, und so wiederum auch besser angepasste Nachkommen zeugen können. Unter dem Selektionsdruck der Umwelt steigt deshalb die Zahl „guter“ Gene im Genpool der Population, während die Zahl „schlechter“ Gene zurückgeht. Die Evolution kann somit als massiv parallele Optimierung aufgefasst werden.

Evolutionäre Algorithmen setzen die geschilderten Strategien und Mechanismen ein, um hochdimensionale Parameteroptimierungsprobleme zu lösen. Dazu werden die Parameter in ein Chromosom (Individuum) kodiert, im Allgemeinen eine Binär- oder Realzahlenkette, so dass jedes Chromosom eine potenzielle Lösung des Problems darstellt. Eine Anzahl von – zu Beginn zufällig initialisierten – Chromosomen wird in einer Population zusammengefasst und durch Rekombination und Mutation verändert. Die Fähigkeit jedes Individuums die Optimierungsaufgabe zu lösen, wird mit einer Bewertungsfunktion ermittelt und in *einem* skalaren Wert, der Fitness J, quantifiziert. Die Fitness beeinflusst die Selektionswahrscheinlichkeit eines jeden Individuums, da ein großer J-Wert zu einer bevorzugten Selektion eines Individuums führt (Maximierung der Fitness). Der Algorithmus endet bei Erreichen eines Abbruchkriteriums. Das kann entweder eine festgelegte Anzahl von Reproduktionen oder das Feststellen von Konvergenz sein. Konvergenz bedeutet in diesem Zusammenhang, dass keine neuen Individuen mehr erzeugt werden, die bessere Eigenschaften aufweisen.

3.3. Training Neuronaler Netze mit Evolutionären Algorithmen

Für das Training Neuronaler Netze wird zwischen überwachtem, unüberwachtem und bestärkendem Lernen unterschieden. Überwachende Lernverfahren, wie beispielsweise Backpropagation, versuchen, mit einer Trainingsmenge aus bekannten Ein- und Ausgabewerten und gerichteter Modifizierung der Netzparameter mittels Gradientenabstieg eine Netzfunktion zu finden, welche nicht nur die Trainingsfälle löst, sondern auch für „unbekannte“ Eingaben richtige Resultate liefert. Evolutionäre Algorithmen (siehe 3.2) können für das Training Neuronaler Netze *ohne* eine derartige Trainingsmenge eingesetzt werden, welche für eine Vielzahl von Problemstellungen nicht gegeben ist.

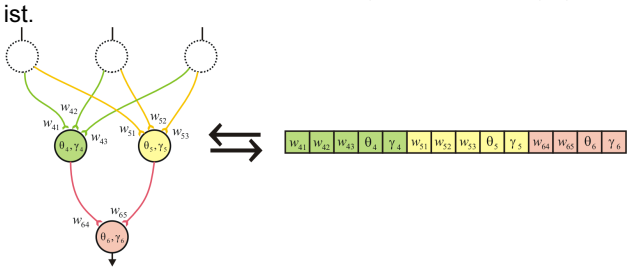

BILD 4. Kodierung der Netzparameter in ein Chromosom

Verschiedene Netzbelegungen π (BILD 4) werden dabei als zu optimierende Individuen betrachtet und der Evolution im Algorithmus ausgesetzt. Bei diesem Verfahren wird bei jeder Bewertung eines Individuums festgestellt, wie gut das durch das jeweilige Chromosom bestimmte Netz zur Problemlösung geeignet ist, nicht jedoch wie bei Backpropagation jede einzelne Netzausgabe während der Evaluation zur direkten, zielgerichteten Veränderung der Netzbelegung herangezogen. Daher ist die Optimierung eines Neuronalen Netzes durch Evolutionäre Algorithmen dem bestärkenden Lernen zuzuordnen.

4. STEUERWINKELOPTIMIERUNG

Der Verlauf der gegebenen Steuerwinkel kann mit einer Zeitreihe von Tripel wie folgt beschrieben werden. Jedem Zeitpunkt t_i zwischen Beginn und Ende der Bahn wird ein α_i^o und δ_i^o zugeordnet.

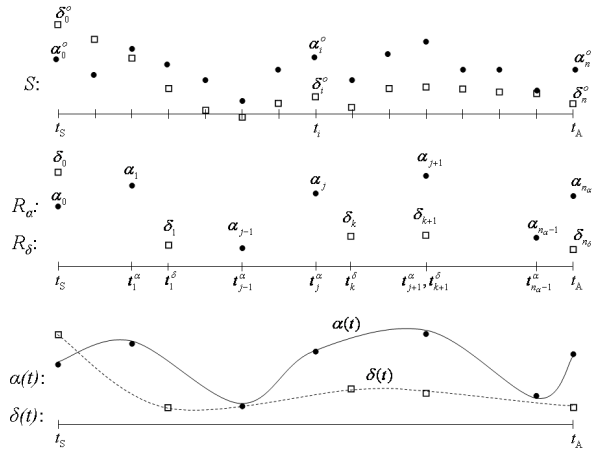

BILD 5. Zusammenhang zwischen der Tripelmenge S, Stützstellenmengen R_α, R_δ und den interpolierten Steuerwinkelverläufen $\alpha(t)$, $\delta(t)$

Ist die gegebene Bahn in n Intervalle unterteilt, enthält die Tripelmenge S somit $n+1$ Elemente.

$$S = \left\{ \left(t_i, \alpha_i^o, \delta_i^o\right) \;\middle|\; t_S \le t_i \le t_A \quad \text{und} \quad 0 \le i \le n \right\} \tag{5}$$

Das Ziel zweier zu findender Abbildungen T_α, T_δ ist die Reduzierung von S zu zwei Stützstellenmengen für α und δ mit möglichst wenigen Elementen, bestehend aus den Tupeln $\left(t_j^\alpha, \alpha_j\right)$ bzw. $\left(t_k^\delta, \delta_k\right)$ für den Zeitpunkt und Winkel der jeweiligen Stützstellen, welche durch Interpolation mit kubischen, natürlichen Splines [8,9] zu stetigen Steuerwinkelverläufen $\alpha(t)$ und $\delta(t)$ mit $t_S \le t \le t_A$ berechnet werden (BILD 5).

$$T_\alpha : S \to R_\alpha, T_\delta : S \to R_\delta \tag{6}$$

$$\begin{aligned} R_\alpha &= \left\{ \left(t_j^\alpha, \alpha_j\right) \;\middle|\; t_S \le t_j^\alpha \le t_A \quad \text{und} \quad 0 \le j < n_\alpha \le n \right\} \\ R_\delta &= \left\{ \left(t_k^\delta, \delta_k\right) \;\middle|\; t_S \le t_k^\delta \le t_A \quad \text{und} \quad 0 \le k < n_\delta \le n \right\} \end{aligned} \tag{7}$$

$$R_\alpha, R_\delta \xrightarrow{Spline-Interpolation} \alpha(t), \delta(t) \tag{8}$$

Dann werden die Bewegungsgleichungen mit den neuen Lagewinkelverläufen zu einer Transferbahn integriert, welche anschließend bewertet wird.

4.1. Modifikation mit Neuronalen Netzen

Die möglichst wenigen Stützstellen der Mengen R_α und R_δ werden durch die Anwendung je eines Neuronalen Netzes, welches der Abbildung T_α bzw. T_δ entspricht, bestimmt. Beide Netze sind mit einer Eingabeschicht (n_E Neuronen), einer Zwischenschicht (n_Z Neuronen), einer Ausgabeschicht (zwei Neuronen) und der Sigmoide als Neuronenaktivierungsfunktion (siehe 3.1) identisch aufgebaut. Der für α und δ angewendete Algorithmus zur Bestimmung der Stützstellen wird anhand des Winkels α erläutert.

Beginnend mit dem ersten Steuerwinkel α_0^o, werden zuerst die Eingabeneuronen mit n_E aufeinander folgenden Werten α_i^o initialisiert (z.B.: $n_E = 100$, d.h. $i = 0,..,99$), wobei die Gesamtzahl (n+1) der Ausgangswinkel α_i^o immer größer sein muss als n_E, z.B. $(n+1) = 500$. Aufgrund der für die Zeitdauer der Referenzbahn konstanten Schrittweite ist es nicht sinnvoll, auch die zu den α_i^o gehörenden Zeitpunkte t_i als Netzeingabe zu verwenden, sie werden jedoch zur Bestimmung der Stützstellenzeitpunkte benötigt. Nach der Initialisierung bildet die Netzfunktion die Eingabeschicht auf die beiden Ausgabeneuronen ab: Das erste Ausgabeneuron bestimmt einen Index i von 1 bis n_E-1, der den Zeitpunkt der nächsten Stützstelle „markiert“, das zweite Ausgabeneuron bestimmt die Änderung $\Delta\alpha$ gegenüber dem zugehörigen Winkel α_i^o. Die neue Stützstelle wird somit wie folgt berechnet:

$$\left(t_j^\alpha, \alpha_j\right) = \left(t_i, \alpha_i^0 + \Delta\alpha\right) \tag{9}$$

Zur Bestimmung des als Stützstelle ausgewählten Index i sowie des $\Delta\alpha$ werden die jeweils zwischen 0 und 1 liegenden Neuronenausgaben[2] auf die entsprechenden Wertebereiche abgebildet. Diese Intervalle sind für das erste Ausgabeneuron von 1 bis n_E-1 und für das zweite Ausgabeneuron von minus 90 Grad bis plus 90 Grad (für den Winkelverlauf von δ lautet das entsprechende Intervall von minus 180 Grad bis plus 180 Grad). Die Neuinitialisierung der Eingangsschicht für jede weitere folgende Netzanwendung beginnt mit dem α_i^o der jeweils vorher bestimmten Stützstelle. Dementsprechend wird der Netzeingabebereich in Schritten, die mit jeder neuen Stützstelle vom Neuronalen Netz selbst vorgegeben werden, über den gesamten Referenzwinkelverlauf verschoben. Der Algorithmus endet am letzten Winkel α_n^o, wobei der Fall, dass eine Stützstelle über diesen Wert hinaus bestimmt wird, geeignet abgefangen wird. Somit hängt die Stützstellenzahl von der Eingabeneuronenzahl n_E und der Anzahl der Eingabewerte n ab.

4.2. Training der Neuronalen Netze

Die jeweiligen Stützstellenmengen und die Veränderung der Stützstellenwerte werden durch die Netzbelegungen (Knoten- und Kantengewichte) der Neuronalen Netze bestimmt, wobei eine Realkodierung der Chromosomen verwendet wird. Die Netzbelegung des zweiten Neuronalen Netzes (α-Netz) wird mit der des ersten (δ-Netz) in einem Gesamtchromosom vereinigt (Bild 6).

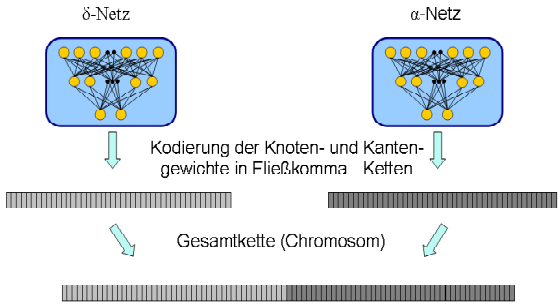

BILD 6. Kodierung der Netzbelegungen in ein Chromosom

Im Rahmen der Individuumsbewertung wird überprüft, inwieweit die im Chromosom enthaltenen Netzbelegungen in der Lage sind, die Steuerwinkelverläufe zu optimieren.

[2] Sigmoide als Aktivierungsfunktion

Einige Merkmale des in InTrance implementierten EA sind:

– Fließkommakodierung der Chromosomen (Vorteile bei großen Suchräumen wie sie bei der Netzbelegung eines Neuronalen Netzes gegeben sind, größere Nähe zur Problemstellung [6])

– Real Delta Coding [1] und dadurch eine gründliche Überprüfung des Suchraums bei gleichzeitiger Sicherstellung der Konvergenz durch sukzessive Verkleinerung des Suchbereiches

Die Bewertung eines jeden neu geschaffenen Individuums der Population und damit der Wahrscheinlichkeit, dass es die Selektion im EA übersteht und Teile seines Chromosoms fortpflanzen kann, wird nach einer Bahnintegration der neuen Steuerwinkelverläufe durchgeführt. Aufgrund der Stetigkeit der Basisfunktionen ermöglicht es die Spline-Interpolation, andere Zeitdiskretisierungen als die für die Referenzbahn genutzten zu wählen. Zur Evaluation der Chromosomen wird eine mindestens doppelt so hohe Zeitauflösung (Schrittweite $\leq$ 0,5 d) gewählt.

Entscheidenden Einfluss auf das Verhalten des EA hat die Fitnessfunktion J, welche die Güte eines Individuums in *einem* Zahlenwert messbar macht. Da das Optimierungsproblem als Maximierung einer Funktion betrachtet wird, nehmen alle nachfolgend erläuterten Fitnessfunktionen für gute Lösungen große Werte an und für schlechte Lösungen kleine Werte.

Im vorliegenden Fall handelt es sich um ein Optimierungsproblem mit mehreren Kriterien, welches eine Kombination von Unterfitnessfunktionen und Randbedingungen notwendig macht. Dabei werden die folgenden Kriterien berücksichtigt:

1) Anzahl der Stützstellen n_δ, n_α
2) Nullstellen von $\dot{\delta}(t), \dot{\alpha}(t)$ als Maß der Komplexität
3) Randbedingungen $\Delta r_{\mathrm{A,max}}, \Delta v_{\mathrm{A,max}}$

Eine möglichst geringe Stützstellenzahl wird mit der Unterfitnessfunktion J_1 quantifiziert:

$$(10)\quad J_1 = \sqrt{J_{1\mathrm{a}} \cdot J_{1\mathrm{b}}} \qquad J_{1\mathrm{a}} = 1 - \frac{n_\delta}{n+1} \qquad J_{1\mathrm{b}} = 1 - \frac{n_\alpha}{n+1}$$

Gemäß (10) entspricht der maximale Wert von $J_1 = 1$ dem theoretischen Fall der Interpolation beider Steuerwinkelverläufe mit null Stützstellen und der minimale Wert von $J_1 = 0$ einer Interpolation mit $n+1$ Stützstellen. Die Komposition von J_1 aus dem geometrischen Mittel von $J_{1\mathrm{a}}$ und $J_{1\mathrm{b}}$ verhindert, dass ein schlechter Unterfitnesswert durch den möglicherweise sehr guten anderen ausgeglichen werden kann.

Als einen Ansatz, um die Komplexität der resultierenden Steuerwinkelverläufe $\delta(t)$ und $\alpha(t)$ zu quantifizieren, wird die Anzahl der Nullstellen der ersten Ableitung gewählt (z^δ, z^α).

$$(11)\quad z^\delta = \dim\left\{ t \in R \;\middle|\; t_S \leq t \leq t_A, \dot{\delta}(t) = 0 \right\}$$

$$(12)\quad z^\alpha = \dim\left\{ t \in R \;\middle|\; t_S \leq t \leq t_A, \dot{\alpha}(t) = 0 \right\}$$

$$(13)\quad J_2 = \frac{(J_{2\mathrm{a}} + J_{2\mathrm{b}})}{2} \qquad J_{2\mathrm{a}} = 1 - \frac{z^\delta}{n+1} \qquad J_{2\mathrm{b}} = 1 - \frac{z^\alpha}{n+1}$$

Wie in (10) ist für J_2 ebenfalls ein Wert von 1 anzustreben, um eine möglichst gute Lösung darzustellen. Versuche zeigten, dass eine aus dem arithmetischen Mittelwert von $J_{2\mathrm{a}}$ und $J_{2\mathrm{b}}$ gebildete Unterfitness J_2 zu besseren Ergebnissen führt als der geometrische Mittelwert.

Vor der Bewertung einer derartigen Diskretisierung wird mit den folgenden Fitnessfunktionen [1] überprüft, ob die vorgegebenen Randbedingungen eingehalten sind:

$$(14)\quad J_{\mathrm{R}} = \begin{cases} \dfrac{\Delta r_{\mathrm{A}}}{\Delta r_{\mathrm{A,max}}} & \Delta r_{\mathrm{A}} > \Delta r_{\mathrm{A,max}} \\ 0{,}99 + \dfrac{\Delta r_{\mathrm{A}}}{100 \cdot \Delta r_{\mathrm{A,max}}} & \Delta r_{\mathrm{A}} \leq \Delta r_{\mathrm{A,max}} \end{cases}$$

$$(15)\quad J_{\mathrm{V}} = \begin{cases} \dfrac{\Delta v_{\mathrm{A}}}{\Delta v_{\mathrm{A,max}}} & \Delta v_{\mathrm{A}} > \Delta v_{\mathrm{A,max}} \\ 0{,}99 + \dfrac{\Delta v_{\mathrm{A}}}{100 \cdot \Delta v_{\mathrm{A,max}}} & \Delta v_{\mathrm{A}} \leq \Delta v_{\mathrm{A,max}} \end{cases}$$

$$(16)\quad J_{3a} = \sqrt{\frac{1 + 0{,}99^2}{J_{\mathrm{R}}^{\,2} + J_{\mathrm{V}}^{\,2}}}$$

$$(17)\quad J_3 = \begin{cases} 10^3\left(1 - \dfrac{T}{c \cdot T_{ref}}\right) + J_{3a} & (J_{\mathrm{R}} \leq 1) \wedge (J_{\mathrm{V}} \leq 1) \\ J_{3a} & (J_{\mathrm{R}} > 1) \vee (J_{\mathrm{V}} > 1) \end{cases}$$

Aus (14)-(17) ist erkennbar, dass die Randbedingungen erfüllt sind, wenn $J_3 \geq 1$ (T = Transferzeit, Transferzeit der Referenzbahn $T_{\mathrm{ref}} = 486$ d). Dies ist der Fall, wenn sowohl Δr_{A} als auch Δv_{A} (der relative Abstand und die Relativgeschwindigkeit zwischen Raumfahrzeug und Zielkörper zum Zeitpunkt t_{A}) kleiner/gleich den vorgegebenen oberen Schranken $\Delta r_{\mathrm{A,max}}$ und $\Delta v_{\mathrm{A,max}}$ sind, wobei die erlaubte Transferzeit T durch T_{ref} nach oben beschränkt ist. Die Fitness J_3 ist umso besser, je größer sie gegenüber 1 ist (zusätzliche Bewertung der Flugzeit). Die von der Erfüllung der jeweiligen Randbedingung abhängigen Definitionen (14) und (15) sind mit dem Ziel gewählt, die Optimierung in Richtung der *gleichzeitigen* Erfüllung *beider* Randbedingungen zu lenken. Ist beispielsweise nur das Distanzkriterium erfüllt, kann Gl. (14) nur noch bis zu einer unteren Grenze 0,99 verbessert werden. Jede angestrebte weitere Erhöhung von $J_{3\mathrm{a}}$ (und damit J_3) ist in diesem Fall ausschließlich durch eine weitere Verringerung der Relativgeschwindigkeit (15) möglich. Aufgrund dieser Unterfitnessdefinitionen wird mit dem Parameter c (hier $c \geq 1{,}0 + 4{,}9875 \cdot 10^{-6}$) sichergestellt, dass auch für den Grenzfall $\Delta r_{\mathrm{A}} = \Delta r_{\mathrm{A,max}}$, $\Delta v_{\mathrm{A}} = \Delta v_{\mathrm{A,max}}$ und $T = T_{\mathrm{ref}}$ gilt $J_3 = 1$.

Die Unterfitnessfunktionen J_1, J_2 und J_3 werden in der Gesamtfitness J zusammengefasst. Je nach dem, ob während der Steuerwinkeloptimierung eine mögliche weitere Transferzeitverkürzung berücksichtigt und vom EA „belohnt“ werden soll oder nicht, ist dabei in der Bildungsvorschrift für J in zwei Fälle zu unterscheiden.

Fall a:

Es werden ausschließlich die Steuerwinkelverläufe optimiert. Die bestimmenden Kriterien sind dafür J_1 und J_2. Dazu wird eine Gesamtfitnessfunktion wie folgt verwendet:

$$J = J(J_1, J_2, J_3) = \begin{cases} J_3 & J_3 < 1 \\ g_1 J_1 J_2 & J_3 \geq 1 \end{cases} \tag{18}$$

Fall b:

Die Abweichungen in Position und Geschwindigkeit vom Zielkörper sowie die Transferzeit werden unter gleichzeitiger Reduzierung der Steuerwinkelkomplexität weiter verringert. Dazu muss in der Gesamtfitnessfunktion J_T die Subfitness J_3 einbezogen werden:

$$J_T = J_T(J_1, J_2, J_3) = \begin{cases} J_3 & J_3 < 1 \\ g_1 J_1 J_2 + g_2 J_3 & J_3 \geq 1 \end{cases} \tag{19}$$

Die Gewichte g_1 und g_2 ermöglichen eine unterschiedliche Berücksichtigung der Optimierungsziele.

5. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

5.1. Vergleich Fall a und Fall b

Für den Vergleich der Fälle a und b wurden beide mit InTrance gerechnet, wobei die folgenden Parameter für die Neuronalen Netze, die Fitnessfunktion sowie die Integration verwendet wurden:

- 100 Eingangsneuronen (Fall a, Fall b)
- 50 Zwischenschichtneuronen (Fall a, Fall b)
- Fall a: $J = J(g_1 = 5)$ Fall b: $J = J_T\,(g_1 = 5,\ g_2 = 0.01)$
- $2n$ Integrationsschritte, $n = 486$ (Lösungsevaluierung).

Der Gewichtungsfaktor g_2 wurde so gewählt, um dem primären Ziel der Steuerwinkeloptimierung Rechnung zu tragen.

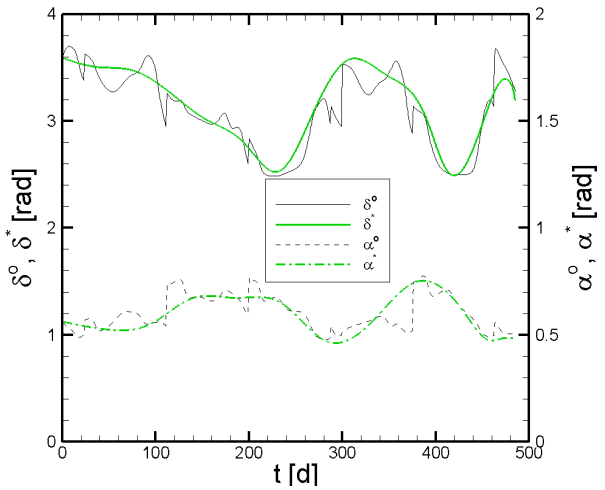

BILD 7. Fall a: Steuerwinkelverlauf im Vergleich zum Ausgangsverlauf; keine weitergehende Transferzeitoptimierung (T = 486 d)

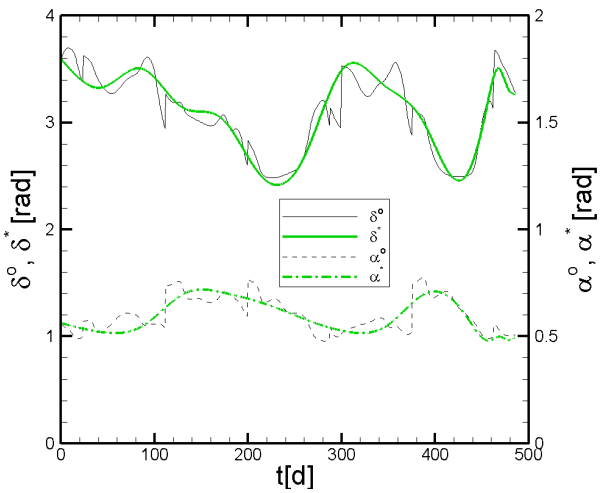

BILD 8. Fall b: Steuerwinkelverlauf im Vergleich zum Ausgangsverlauf; **mit** weitergehender Transferzeitoptimierung (T^* = **485 d**)

In Bild 7 und Bild 8 ist erkennbar (optimierter Verlauf jeweils mit einem Stern gekennzeichnet), dass in beiden Fällen der Verlauf der Steuerwinkel durch Entfernen starker zeitlicher Änderungen geglättet wurde. Eine Erklärung für die weitere Reduzierung der Transferzeit auf T^* = 485 d ist die kleinere Integrationsschrittweite von 0,5 d, welche der Optimierung mehr Freiheitsgrade erlaubte. Obwohl die ermittelten Steuerwinkelverläufe gegenüber den Ausgangsverläufen stark abweichen (BILD 8), ist der Transferzeitunterschied mit $\Delta \approx 0.2\%$ nur gering, was vermuten lässt, dass die Referenzbahn nahe am globalen Optimum liegt. Bild 9 zeigt im direkten Vergleich die Unterschiede beider Lösungen. In der ersten Hälfte von $\delta^*(t)$ des Falles b ist ein komplexerer Verlauf gegenüber Fall a zu erkennen, was vermuten lässt, dass eine Transferzeitverkürzung für dieses Beispiel nur mit einer gleichzeitigen Erhöhung der Komplexität der Steuerwinkelverläufe möglich ist.

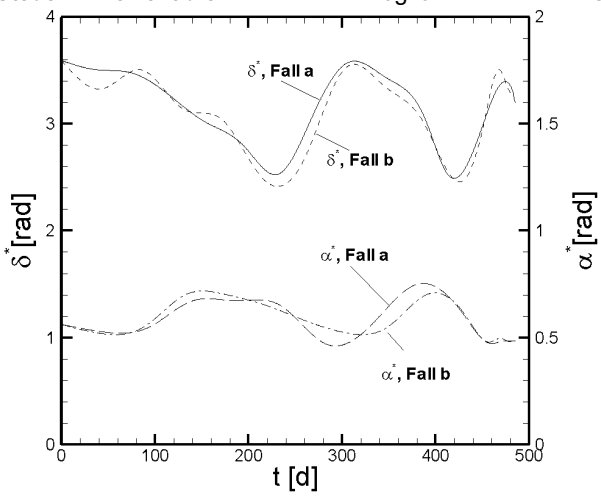

BILD 9. Vergleich Fall a - Fall b

5.2. Ermittelter optimaler Steuerwinkelverlauf

Für die angestrebte Ermöglichung einer realistischen Lageregelung ist die Verkürzung der Transferzeit nicht von Interesse. Deshalb wurde versucht, eine noch bessere Lösung für die Steuerwinkelverläufe zu finden. Dabei

wurde wie in Fall a (siehe 4.2) keine weitere Reduzierung der Transferzeit T angestrebt. Für diese Rechnungen wurden folgende Parameter verwendet:

– 150 Eingangsneuronen
– 25 Zwischenneuronen
– $J = J(g_1 = 5)$
– $2n$ bis $6n$ Integrationsschritte mit $n = 486$ (Lösungsevaluierung)

Ausgehend von der Halbierung der Integrationsschrittweite (im Vergleich zur Referenzbahn) wurde für die beste ermittelte Lösung eine bis zu sechs mal höhere Zeitauflösung gewählt, um eine möglichst gute Ausgangsbasis für die Lageregelung zu erhalten. BILD 10 zeigt die beste ermittelte Lösung $\delta^*(t)$ und $\alpha^*(t)$ mit unveränderter Transferzeit. Eine Erklärung für die erneute Verbesserung gegenüber Fall a aus 5.1 ist zum einen die höhere Anzahl Eingangsneuronen und damit die Einbeziehung von mehr Informationen über den Winkelverlauf für die Bestimmung der jeweils nächsten Stützstelle, und zum anderen die nochmals erhöhte Zeitauflösung für die Integration auf bis zu sechs mal höher als die der Referenzbahn. Der Vergleich von BILD 7 mit BILD 10 zeigt die weitere Glättung. Sehr deutlich ist die Verringerung der „Periodizität“ der Winkeländerungen mit zunehmender Flugdauer zu erkennen, was mit der Verringerung des Abstandes zu Sonne und der damit einhergehenden Reduzierung der Umlaufdauer τ aufgrund

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}}$$

zu erklären ist. Dabei sind γ die Gravitationskonstante, M die Masse der Sonne und a die große Halbachse der augenblicklich durch $\mathbf{r}$ und $\mathbf{v}$ bestimmten Keplerbahn.

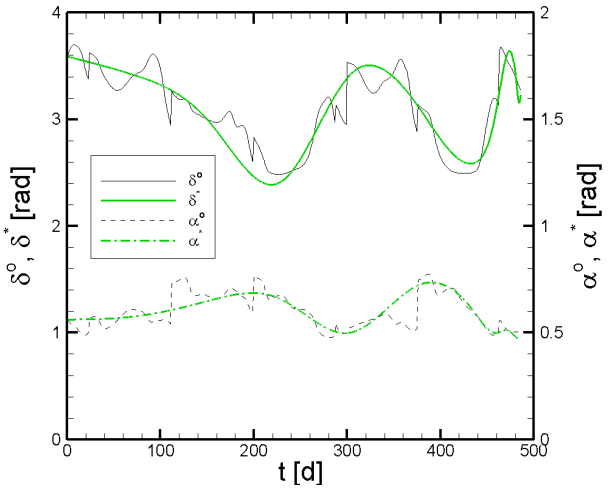

BILD 10. bester Steuerwinkelverlauf $\delta^*(t)$, $\alpha^*(t)$ gem. 5.2 im Vergleich zu Ausgangswerten; keine Optimierung der Transferzeit

6. ANWENDUNG UND AUSBLICK

Die vorgestellte Methode verwendet mit Evolutionären Algorithmen trainierte Neuronale Netze, um aus einer gegebenen Sonnenseglerbahn (Lagewinkelverläufe über der Zeit) Stützstellen für eine nachfolgende Spline-Interpolation zu bestimmen. Wichtig dabei ist, dass die daraus resultierenden Winkelverläufe gegenüber den mit InTrance ermittelten Ausgangswinkelverläufen geglättet sind und die Integration der Bewegungsgleichungen mit den neuen Winkelverläufen unter Einhaltung der geforderten Randbedingungen in einer mindestens genauso schnellen Bahn resultiert, was für eine einfache Transferbahn (Erde-Merkur) verifiziert wurde. Es bleibt weiterhin zu untersuchen, ob auch kompliziertere Bahnen als die verwendete Rendezvousbahn mit dem Verfahren in der jetzigen Form optimierbar sind.

Die resultierenden geglätteten Lagewinkelverläufe könnten jedoch auch der Ausgangspunkt weiterer interessanter Untersuchungen sein. InTrance verwendete zur Ermittlung der Ausgangswinkelverläufe ein Neuronales Netz, dessen Netzbelegung durch einen Evolutionären Algorithmus trainiert wurde. Dieses Netz kann nun mit überwachenden Lernverfahren (siehe 3.3), welche Trainingsmengen (als richtig bekannte Netzein- und -ausgaben) zur Optimierung einer Netzfunktion verwenden, weiter verbessert werden. Das Ziel der angestrebten Verbesserung ist, das InTrance-Netz so zu verändern, dass damit optimierte Transferbahnen berechnet werden können, deren Steuerwinkelverläufe von vornherein weniger starke zeitliche Änderungen aufweisen. Mit den geglätteten Winkelverläufen und einem Gradientenverfahren (z.B. Backpropagation) kann die Netzbelegung des InTrance-Netzes somit noch weiter optimiert oder es können sogar gänzlich andere Netze mit anderem Aufbau für die selbe Anwendung trainiert werden. Untersuchungen hinsichtlich der optimalen Netztopologie und/oder der optimalen Netzkapazität (Neuronenzahl), die Erweiterung der Netzeingabe (Segelparameter) sowie das Training eines Neuronalen Netzes für verschiedene Bahntransfers sind potenzielle Anwendungsgebiete. Für letzteres kann das vorgestellte Verfahren auf weitere Bahntransfers (Bsp.: Erde-Venus, Erde-Mars) angewendet werden, um geglättete Steuerwinkelverläufe als Ausgangsbasis für Gradientenverfahren zu erhalten.

Die weitere Arbeit wird sich darauf konzentrieren, inwieweit es mit gegebenen dynamischen Raumfahrzeugparametern (Trägheitsmomente, max. Steuermomente) möglich ist, die aus den ermittelten Lagewinkelverläufen berechenbaren rotatorischen Zustandsgrößen (Lage, Lageänderung) als Referenzgröße eines zu entwickelnden Lageregelungssystems zu nutzen. Das Ziel ist dabei, mit möglichst wenigen Steuermanövern das Raumfahrzeug entlang der berechneten Bahn zu steuern.

7. LITERATURVERZEICHNIS

[1] B. Dachwald: “Low-Thrust Trajectory Optimization and Interplanetary Mission Analysis Using Evolutionary Neurocontrol”; Dissertation; Universität der Bundeswehr Neubiberg; 2004
[2] B. Dachwald: “Low-Thrust Trajectory Optimization and Interplanetary Mission Analysis Using Evolutionary Neurocontrol”; Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2004; Dresden (DGLR-2004-116)
[3] C.R. McInnes: “Solar Sailing. Technology, Dynamics and Mission Applications”; Springer-Praxis Series in Space Science and Technology; Springer-Praxis Berlin, Heidelberg, New York; 1999
[4] R. Rojas; “Theorie der Neuronalen Netze: Eine

systematische Einführung"; Springer Berlin, Heidelberg, New York; 1993
[5] D.C. Dracopoulus: „Evolutionary Learning Algorithms for Neural Adaptive Control"; Springer Berlin, Heidelberg, New York; 1998
[6] Z. Michalewicz: "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs"; Springer Berlin, Heidelberg, New York; Third, Revised and Extended Edition; 1996
[7] I. Gerdes, F. Klawonn, R. Kruse: „Evolutionäre Algorithmen"; Vieweg Wiesbaden; 2004
[8] R. Sedgewick: "Algorithmen in C++"; Addison-Wesley; 1992
[9] W. H. Press, et. al. : "Numerical Recipes in C++, The Art of Scientific Computing, Second Edition"; Cambridge University Press; 2003