

# **Bachelorarbeit**

**Alexander Broer** 

Verbesserung des aerodynamischen Modells zur Berechnung von Böenlasten auf Passagierflugzeuge

Fakultät Technik und Informatik

Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau Faculty of Engineering and Computer Science

Department of Automotive and Aeronautical Engineering

## **Alexander Broer**

## Verbesserung des aerodynamischen Modells zur Berechnung von Böenlasten auf Passagierflugzeuge

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Flugzeugbau am Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau der Fakultät Technik und Informatik der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit: Airbus Operations GmbH Gust Loads & Aeroelastics HAM - EGLNZ Kreetslag 10 21129 Hamburg, Finkenwerder

Erstprüfer/-in: Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz Zweitprüfer/-in: Dr.-Ing. Patrick Teufel

Industrieller Betreuer: Dr.-Ing. Patrick Teufel

Abgabedatum: 23.08.2016

DOI: https://doi.org/10.15488/xxxxx

URN: https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:18302-aero2016-08-23.016 Associated URLs: https://nbn-resolving.org/html/urn:nbn:de:gbv:18302-aero2016-08-23.016

 $\ensuremath{\textcircled{}}$  This work is protected by copyright

The work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License: CC BY-NC-SA <a href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0">http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0</a>



Any further request may be directed to: Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME E-Mail see: <u>http://www.ProfScholz.de</u>

This work is part of: Digital Library - Projects & Theses - Prof. Dr. Scholz <u>http://library.ProfScholz.de</u>

Published by Aircraft Design and Systems Group (AERO) Department of Automotive and Aeronautical Engineering Hamburg University of Applied Science

This report is deposited and archived:

- Deutsche Nationalbiliothek (<u>http://www.dnb.de</u>)
- Repositorium der Leibniz Universität Hannover (<u>http://www.repo.uni-hannover.de</u>)
- Internet Archive (<u>http://archive.org</u>), item: <u>https://archive.org/details/TextBroer.pdf</u>

## Kurzreferat

Beim europäischen Flugzeughersteller Airbus wird im Rahmen der nach Vorschrift geforderten Berechnung von Böenlasten das Flugzeug anhand der sogenannten Doublet Lattice Method aerodynamisch modelliert. Problematisch bei der Verwendung der Doublet Lattice Method ist insbesondere die Vernachlässigung jeglicher aerodynamischer Kräfte in Längsrichtung, was beispielsweise das Roll-Gier-Verhalten der modellierten Flugzeuge beeinflusst. Zur Verbesserung des aerodynamischen Modells wurde ein MATLAB-Programm entworfen, mit dessen Hilfe vor allem solche Kräfte in Längsrichtung in die Berechnung der Böenlasten integriert werden können. Die dazu notwendigen Daten wurden Windkanaltests und CFD-basierten Rechnungen entnommen. Die mithilfe des entworfenen Programms berechneten Böenlasten wurden mit herkömmlich berechneten Böenlasten verglichen, um den Einfluss der Längskräfte zu untersuchen. Um das resultierende Roll-Gier-Verhalten beurteilen zu können, wird als Charakteristikum der Beiwert zum Giermoment aus einer stationären Rollbewegung herangezogen. Anhand des Vergleichs dieser Beiwerte konnte durch die Entwicklung des Programms eine deutliche Verbesserung des Roll-Gier-Verhaltens gezeigt werden, welche zudem eindeutig den bisher fehlenden Längskräften zugeordnet werden konnte.



## Sperrvermerk

#### Sperrvermerk der Arbeit zum Thema:

Verbesserung des aerodynamischen Modells zur Berechnung von Böenlasten auf Passagierflugzeuge

Diese Arbeit enthält interne vertrauliche Daten der Airbus Operations GmbH, die explizit dem Datenschutz und der Geheimhaltung unterstehen. Aus diesem Grund ist es nur gestattet, die Inhalte dieser Arbeit den Erst- und Zweitgutachtern sowie dem Prüfungsausschuss zugänglich zu machen. Die Weitergabe des Inhaltes der Arbeit, auch nur auszugsweise in Teilen an Dritte ist untersagt. Es dürfen keinerlei Kopien oder Abschriften – auch nicht in digitaler Form – gefertigt werden. Ausnahmen bedürfen der schriftlichen Genehmigung der Airbus Operations GmbH.

Der Sperrvermerk gilt ab Unterzeichnung der zwischen der Airbus Operations GmbH und dem Studenten geschlossenen Vereinbarung zur Erstellung der Arbeit bis zum Ablauf von 5 Jahren nach deren Beendigung.

Datum, Unterschrift Alexander Broer



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Hamburg University of Applied Sciences

#### DEPARTMENT FAHRZEUGTECHNIK UND FLUGZEUGBAU

# Verbesserung des aerodynamischen Modells zur Berechnung von Böenlasten auf Passagierflugzeuge

Aufgabenstellung zur Bachelorarbeit

## Hintergrund

In den Zulassungsvorschriften für große Flugzeuge (large aeroplanes) wird in CS 25.341 -Gust and Turbulence Loads - beschrieben, wie Böenlasten bei der Auslegung von großen Flugzeugen zu berücksichtigen sind. Basierend darauf wird in einem beim Flugzeughersteller angewandten Prozess zur Berechnung von Böenlasten von den strukturdynamischen Bewegungsgleichungen ausgegangen. Die aerodynamischen Auftriebskräfte und resultierende Momente werden dabei durch das Dipol-Gitter-Verfahren (Doublet Lattice Method) ermittelt, das jedoch keine Widerstandskräfte berechnen kann, da es sich um ein Verfahren zur Lösung der Potentialgleichung für kompressible Unterschallströmungen handelt. Auftriebskräfte und resultierende Momente werden bereits anhand von Flugtestdaten oder Windkanaldaten korrigiert. Widerstandskräfte werden derzeit noch nicht korrigiert. Dies hat unter anderem Einfluss auf die Berechnung des Giermomentes aus einer Rollbewegung des Flugzeuges. Hier ergeben sich noch Abweichungen gegenüber dem realen Flugzeug.

## Aufgabe

Im Rahmen dieser Arbeit soll die Qualität des aerodynamischen Modells verbessert werden, um die Unterschiede zum realen Flugzeug zu reduzieren. Im Zuge der Verbesserung des existierenden Modells sollen die Daten aus dem Dipol-Gitter-Verfahren weiter korrigiert werden und die daraus resultierenden Auswirkungen auf den Berechnungsprozess für Böenlasten untersucht werden.

Die folgenden Arbeitsschritte sollen dabei berücksichtigt werden:

• Identifizierung weiterer wichtiger aerodynamischer Kräfte die durch das Dipol-Gitter-Verfahren nicht berechnet werden können und derzeit noch nicht aus Flugtestdaten oder Windkanaldaten ergänzt wurden.

- Erarbeitung der flugphysikalischen Grundlagen zu diesen derzeit noch nicht berücksichtigten Kräften.
- Wahl der Quelle aus der die entsprechenden Kräfte und Kraftverteilungen gewonnen werden können.
- Erarbeitung einer Methode zur Modifizierung des aktuellen Berechnungsprozesses.
- Erstellung einer MATLAB-Toolbox zur Umsetzung der Modifikationsmethode.
- Durchführung mehrerer Testrechnungen für verschiedene ausgewählte Lastfälle.
- Analyse der Ergebnisse und Prüfung auf Plausibilität.

Die Ergebnisse sollen in einem Bericht dokumentiert werden. Es sind die DIN-Normen zur Erstellung technisch-wissenschaftlicher Berichte zu beachten.

Die Diplomarbeit wird bei Airbus Operations GmbH durchgeführt. Industrieller Betreuer der Arbeit ist Dr.-Ing. Patrick Teufel.

# Inhaltsverzeichnis

Kurzreferat	3
Aufgabenstellung	5

Verzeic	hnis der Bilder	
Verzeic	hnis der Tabellen	14
Verzeic	hnis der Formelzeichen und Symbole	
Abkürzı	Ingsverzeichnis	
Definiti	onen	
1	Einleitung	
1.1	Motivation	
1.2	Zielsetzung	
1.3	Aufbau der Arbeit	
2	Anforderungen und Umsetzungsvorschläge nach AMC 25.341	
2.1	Überblick	
2.2	Design Conditions	
2.3	Böenmodelle	
2.3.1	Discrete Gust Model	
2.3.2	Continuous Turbulence Modell	
2.4	Modellierung des Flugzeugs	
2.5	Dynamische Lasten	
3	Theoretische Grundlagen	
3.1	Harmonische Schwingungen und Eigenformen	
3.2	Doublet Lattice Method	
3.3	Flugmechanische Begrifflichkeiten nach Norm	40
3.3.1	Flugzeugbewegungen	40
3.3.2	Kräfte und Momente	
3.3.3	Derivative von Koeffizienten	43
3.4	Dutch Roll	
4	Böenlastenberechnung bei Airbus	
4.1	Koordinatensets	
4.1.1	Achsenkonventionen	49
4.1.2	Strukturmodell – g1-set	50

4.1.3	Aerodynamisches Modell – j-set und k-set	. 51
4.1.4	Modale Koordinaten – h-set	. 52
4.2	Spezifikation des GUSTO-Programms	. 53
4.2.1	Bewegungsgleichungen in physikalischen Koordinaten	. 53
4.2.2	Transferfunktionen und die Einheitsböe	. 54
4.2.3	Transformation in den Frequenzbereich	. 55
4.2.4	Eigenformen	. 56
4.2.5	Bewegungsgleichung in modalen Koordinaten	. 56
4.2.6	Aerodynamik-Matrix	. 57
4.2.6.1	Aerodynamik-Matrix Qglh in halbgeneralisierter Form	. 58
4.2.6.2	Aerodynamik-Matrix Q <sub>hh</sub> in generalisierter Form	. 60
4.2.7	Böenvektor	. 61
4.2.7.1	Böenvektor in strukturellen Koordinaten Pgl <sup>GU</sup>	. 62
4.2.7.2	Böenvektor in modalen Koordinaten P <sub>h</sub> <sup>GU</sup>	. 63
4.2.8	Lösen der Bewegungsgleichungen	. 64
4.2.9	Lasten aus den Böenmodellen	. 67
4.2.9.1	Discrete Gust	. 67
4.2.9.2	Continuous Turbulence	. 68
4.3	Funktioneller Aufbau des Programms	. 69
4.4	Aktueller Korrekturprozess aerodynamischer Daten	. 70
4.5	Identifizierung der im Prozess fehlenden Größen	. 73
4.6	Abweichungen gegenüber dem realen Flugzeug	. 75
5	Umsetzung der Modifikation	. 77
5.1	Erarbeitung flugphysikalischer Grundlagen der fehlenden Größen	. 77
5.1.1	Entstehung von Kräften in x-Richtung durch eine Rollbewegung	. 77
5.1.2	Entstehung von Kräften in x-Richtung durch eine Schiebebewegung	. 80
5.1.3	Zusammenhänge von aerodynamischen Effekten bei sehr kleinen Frequenzen	. 81
5.1.3.1	Laterale Zusammenhänge	. 83
5.1.3.2	Vertikale Zusammenhänge	. 85
5.2	Entwicklung einer Methode zur Modifikation des Programms	. 86
5.3	Erstellung eines MATLAB-Tools zur Modifikation	. 89
5.3.1	Auswahl des Users und Einlesen der LCC-Liste	. 89
5.3.2	Entnahme der Beiwertverteilungen aus der Datenstruktur	. 91
5.3.3	Erstellung der Aerodynamik-Matrix Qg1h	. 93
5.3.4	Modifikation der Aerodynamik-Matrix Qglh	. 94
5.3.5	Erstellung des Einheitsböenvektors W <sub>j</sub> <sup>GU</sup>	. 98
5.3.6	Modifikation des Böenvektors Pg1	. 99
5.3.7	Flussdiagramm	106

6	Validationsrechnungen	109			
6.1	Erste Rechnung				
6.1.1	Derivative				
6.1.2	Verläufe aus Aerodynamik-Matrix und Böenvektor				
6.1.3	Übertragungsverhalten	119			
6.1.3.1	Seitenkraft Fy und Torsionsmoment Mx am Rumpf	121			
6.1.3.2	Längskraft $F_x$ am Flügel				
6.1.3.3	Biegemoment M <sub>x</sub> und Torsionsmoment M <sub>z</sub> am Seitenleitwerk	125			
6.1.3.4	Schiebewinkel β und Lastfaktor n <sub>y</sub>				
6.1.3.5	Rollgeschwindigkeit p <sup>*</sup> und Giergeschwindigkeit r <sup>*</sup>				
6.1.3.6	Untersuchungen zur Dutch Roll				
6.1.4	Zeitverläufe	129			
6.1.5	Lastenanalyse				
6.1.5.1	Schnittgrößen am Rumpf aus Discrete Gust				
6.1.5.2	Schnittgrößen am Flügel aus Discrete Gust				
6.1.5.3	Schnittgrößen am Seitenleitwerk aus Discrete Gust				
6.1.5.4	Schnittgrößen am Rumpf aus Continuous Turbulence				
6.1.5.5	Schnittgrößen am Flügel aus Continuous Turbulence				
6.1.5.6	Schnittgrößen am Seitenleitwerk aus Continuous Turbulence				
6.1.6	Zusammenfassung				
6.2	Zweite Rechnung				
6.2.1	Derivative				
6.2.2	Übertragungsverhalten				
6.2.3	Lastenanalyse				
7	Zusammenfassung				
8	Ausblick				
Literatu	Literaturverzeichnis				
Anhang	A – Code des entwickelten Skripts				
Anhang B – LCC-Liste					
Anhang	C – ELS-Datei				
Anhang	D – Übertragungsverhalten und Lasten				
Erste Red	rste Rechnung				
Zweite R	weite Rechnung				

# Verzeichnis der Bilder

Bild 2.1	Prinzip der Berechnung von Böenlasten	27
Bild 2.2	Böenreferenzgeschwindigkeit U <sub>ref</sub> nach CS-25	29
Bild 2.3	Discrete Gust	30
Bild 2.4	Von-Kármán-Spektrum der Continuous Turbulence	32
Bild 2.5	Referenzböengeschwindigkeit der Continuous Turbulence	33
Bild 3.1	Doublet-Lattice-Panel	39
Bild 3.2	Anstellwinkel und Schiebewinkel	40
Bild 3.3	Ablauf der Taumelschwingung	46
Bild 4.1	Koordinatensystem	49
Bild 4.2	FEM-Modell eines Airbus A380	50
Bild 4.3	DLM-Modell eines Airbus A380	51
Bild 4.4	Flugzeug im modalen h-set	52
Bild 4.5	Einheitsböe	55
Bild 4.6	Globales Übertragungsverhalten $H_{IQ}^{GU}(\omega)$ des Torsionsmomentes am Rumpf	66
Bild 4.7	Reaktion des Flugzeugs auf eine Discrete Gust	68
Bild 4.8	Ablauf des GUSTO-Programms	69
Bild 4.9	Druckverteilung am DLM-Modell	71
Bild 4.10	$dC_x^{DD}/d\beta$ für beide Flügel	73
Bild 4.11	Kraftgradienten im DLM-Modell	74
Bild 4.12	Jig Shape und Flight Shape	74
Bild 4.13	Achsenkonventionen zum Vergleich der Derivative	76
Bild 5.1	Rollbewegung	77
Bild 5.2	Flügelanströmung bei Rollbewegung	78
Bild 5.3	Kräfte in x-Richtung durch Rollen	78
Bild 5.4	Induzierter Widerstand durch Rollen	79
Bild 5.5	Schiebewinkel	80
Bild 5.6	Flügelanströmung bei Schiebewinkel	80
Bild 5.7	Kräfte in x-Richtung durch Schieben	81
Bild 5.8	Cosinus-Schwingung mit unterschiedlichen Frequenzen	82
Bild 5.9	Laterale Zusammenhänge	83
Bild 5.10	Vertikale Zusammenhänge	86
Bild 5.11	Approximation der lateralen Böe im j-set	88
Bild 5.12	Approximation der vertikalen Böe im j-set	88
Bild 5.13	Integration und Umrechnung des Beiwerts $dC_x^{DD}/d\beta$ zu Gradienten $dF_x^{DD}/d\beta$	im
	g1-set	92
Bild 5.14	Quasi-stationäre und instationäre Aerodynamik-Matrix	95
Bild 5.15	Abwinde mit originalen und 45 zusätzlichen reduzierten Frequenzen	98

Bild 5.16	$W_j^{Mode}$ (:,2) und $W_j^{Mode}$ (:,6)	100
Bild 5.17	$W_{j}^{Mode}$ (:,3) und $W_{j}^{Mode}$ (:,5)	101
Bild 5.18	Ausblendefaktoren k <sup>lat</sup> und k <sup>vert</sup>	101
Bild 5.19	$W_j^{lat}$ für eine reduzierte Frequenz k = 0,0683	102
Bild 5.20	$W_j^{lat}$ für eine reduzierte Frequenz k = 1,0910	103
Bild 5.21	Flussdiagramm Seite 1	106
Bild 5.22	Flussdiagramm Seite 2	107
Bild 5.23	Flussdiagramm Seite 3	108
Bild 6.1	Gradienten dFx im g1-set am rechten Flügel aus Geschwindigkeit in y- un	d z-
	Richtung	113
Bild 6.2	dY/duy quasi-stationär und instationär über reduzierter Frequenz	114
Bild 6.3	dY/duy über reduzierter Frequenz	115
Bild 6.4	dY/dWy über reduzierter Frequenz	115
Bild 6.5	$dY/du_{\phi z}$ über reduzierter Frequenz	116
Bild 6.6	Vergleich der lateralen Zusammenhänge	116
Bild 6.7	Verhältnis zwischen modifizierten und originalen Größen	117
Bild 6.8	$dN/du_{\phi x}$ über reduzierter Frequenz	118
Bild 6.9	Verhältnis zwischen modifizierten und originalen Größen	118
Bild 6.10	Position der betrachteten IQs	120
Bild 6.11	Position der betrachteten IQs	120
Bild 6.12	Definition positiver Schnittgrößen	121
Bild 6.13	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für F <sub>y</sub> und M <sub>x</sub> am Rumpf	122
Bild 6.14	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für F <sub>x</sub> am rechten und linken Flügel	123
Bild 6.15	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für aerodynamische Kräfte $F_{x,a}$ an beiden Flügeln	124
Bild 6.16	Koordinatentransformation zwischen DLM und Lastenausgabe	125
Bild 6.17	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für M <sub>x</sub> und M <sub>z</sub> am VTP	125
Bild 6.18	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für Schiebewinkel $\beta$ und Lastfaktor n <sub>y</sub>	126
Bild 6.19	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für Rollgeschwindigkeit p <sup>*</sup> und Giergeschwindigkeit r <sup>*</sup>	127
Bild 6.20	iq(t) für Seiten- und Querruderausschlag	130
Bild 6.21	iq(t) für Schiebewinkel $\beta$ und Rollgeschwindigkeit p <sup>*</sup>	130
Bild 6.22	iq(t) für Giergeschwindigkeit r* und Lastfaktor n <sub>y</sub>	132
Bild 6.23	Schnittgrößen am Rumpf aus Discrete Gust	135
Bild 6.24	Schnittgrößen $F_x$ an den Flügeln aus Discrete Gust	136
Bild 6.25	aerodynamische Schnittgröße F <sub>x,a</sub> an den Flügeln aus Discrete Gust	137
Bild 6.26	Schnittgrößen am VTP aus Discrete Gust	138
Bild 6.27	Schnittgrößen am Rumpf aus Continuous Turbulence	139
Bild 6.28	Schnittgröße $F_x$ an den Flügeln aus Continuous Turbulence	140
Bild 6.29	Aerodynamische Schnittgröße $F_{x,a}$ an den Flügeln aus Continuous Turbulence	141
Bild 6.30	Schnittgrößen am VTP aus Continuous Turbulence	142

Bild 6.31	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für F <sub>y</sub> und M <sub>x</sub> am Rumpf
Bild 6.32	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für F <sub>x</sub> und M <sub>x</sub> am rechten Flügel
Bild 6.33	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für Rollgeschwindigkeit p <sup>*</sup> und Giergeschwindigkeit r <sup>*</sup>
Bild 6.34	Schnittgrößen am Rumpf aus Discrete Gust für die zweite Rechnung 148
Bild 6.35	Schnittgrößen am VTP aus Discrete Gust für die zweite Rechnung 148
Bild 6.36	Schnittgrößen am rechten Flügel aus Discrete Gust für die zweite Rechnung 149
Bild C.1	ELS
Bild D.1	Schnittgrößen am Flügel rechts aus DTG für die erste Rechnung 176
Bild D.2	Schnittgrößen am HTP rechts aus DTG für die erste Rechnung 177
Bild D.3	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für M <sub>x</sub> am Höhenleitwerk rechts und Seitenleitwerk
Bild D.4	$H_{IQ}^{GU}(\omega)$ für Schiebewinkel $\beta$ und Lastfaktor n <sub>y</sub>
Bild D.5	Schnittgrößen am Rumpf aus DTG für die zweite Rechnung 179
Bild D.6	Schnittgrößen am HTP rechts aus DTG für die zweite Rechnung 180
Bild D.7	Schnittgrößen am VTP aus DTG für die zweite Rechnung 181
Bild D.8	Schnittgrößen am rechten Flügel aus DTG für die zweite Rechnung 182
Bild D.9	Schnittgröße F <sub>x</sub> an beiden Flügeln aus DTG für die zweite Rechnung 182
Bild D.10	Schnittgrößen am Rumpf aus CT für die zweite Rechnung 183
Bild D.11	Schnittgrößen am HTP rechts aus CT für die zweite Rechnung 184
Bild D.12	Schnittgrößen am VTP aus CT für die zweite Rechnung 185
Bild D.13	Schnittgrößen am rechten Flügel aus CT für die zweite Rechnung 186
Bild D.14	Schnittgrößen $F_x$ an beiden Flügeln aus CT für die zweite Rechnung 186

# Verzeichnis der Tabellen

Tabelle 3.1	Definition von Anstellwinkel und Schiebewinkel	41
Tabelle 3.2	Drehgeschwindigkeiten	41
Tabelle 3.3	Normierte Drehgeschwindigkeiten	42
Tabelle 3.4	Resultierende Kräfte	42
Tabelle 3.5	Resultierende Momente	43
Tabelle 3.6	Derivative von Koeffizienten	44
Tabelle 4.1	Übersicht der Koordinatensets in der GUSTO-Umgebung	49
Tabelle 4.2	Matrizen und Vektoren in der GUSTO-Umgebung	53
Tabelle 4.3	Parameter für den Vergleich der Koeffizientenderivative	75
Tabelle 4.4	Vergleich der Koeffizientenderivative	75
Tabelle 5.1	Flugzeugkomponenten	90
Tabelle 5.2	Auswahl und Indizierung der aerodynamischen Effekte	90
Tabelle 5.3	Auswahl der Beiwerte der Kraft- und Momentengradienten	90
Tabelle 6.1	Parameter nach LCC-Liste	110
Tabelle 6.2	User-Input der ersten Rechnung	110
Tabelle 6.3	Derivative der ersten Rechnung	110
Tabelle 6.4	Derivative nach Pylon-Korrektur	112
Tabelle 6.5	Betrachtete Übertragungsfunktionen nach IQ	119
Tabelle 6.6	User-Input der zweiten Rechnung	144
Tabelle 6.7	Derivative der zweiten Rechnung	145
Tabelle B.1	LCC-Liste	174

# Verzeichnis der Formelzeichen und Symbole

Zeichen	Bedeutung	Einheit
	Verhältnis aus dem quadratischen Mittelwert der inkrementellen	
$\bar{A_i}$	Last aus der Böe für den entsprechenden Fall i und dem	/
-	quadratischen Mittelwert der Turbulenzgeschwindigkeit	
û	Amplituden der Freiheitsgrade	/
•	erste Ableitung nach der Zeit	/
••	zweite Ableitung nach der Zeit	/
В	Dämpfungsmatrix des Flugzeugs	/
С	Dimensionsloser Beiwert	
$C_{Lp*}$	Giermomentenbeiwert aus Rollgeschwindigkeit p*	/
$C_{L\beta}$	Rollmomentenbeiwert aus Schiebewinkel β	/
$C_{M\alpha}$	Nickmomentenbeiwert aus Anstellwinkel α	/
$C_{N\beta}$	Giermomentenbeiwert aus Schiebewinkel ß	/
$c_p$	Druckbeiwert	/
$C_{ref}$	Mittlere aerodynamische Flügeltiefe	m
$C_{Yp}*$	Aerodynamischer Seitenkraftbeiwert aus Rollgeschwindigkeit $p^*$	/
$C_{Y\beta}$	Aerodynamischer Seitenkraftbeiwert aus Schiebewinkel $\beta$	/
$C_{Z\alpha}$	Aerodynamischer Auftriebsbeiwert aus Anstellwinkel a	/
$D^{l}$	Substantial Differentiation Matrix, welche die Rotation der	/
	DLM-Panel auf einen reellen Anstellwinkel umrechnet	1
$D^2$	Substantial Differentiation Matrix, welche die vertikale	
	Auslenkung der DLM-Panel auf einen komplexen Anstellwinkel umrechnet	/
DOF	Vektor, der die komponentenbezogenen Freiheitsgrade im g1-set	1
	enthält	/
е	Euler'sche Zahl	/
$E_{dis}$	dissipative Energie	J
$E_{kin}$	kinetische Energie	J
$E_{pot}$	potentielle Energie	J
F	Kraftgröße	Ν
f(t)	Zeitabhängige Anregung	/
$F_g$	Flight Profile Allevation Faktor nach CS 25.341 (a)(6)	/
G	Interpolationsmatrix, welche die Freiheitsgrade des k- und g-sets miteinander verknünft	/
gu(t)	zeitabhängiges Böensignal der Discrete Gust	m s <sup>-1</sup>
GU(ω)	frequenzabhängiges Böensignal der Discrete Gust	m s <sup>-1</sup>

Н	Böengradient: Distanz parallel zur Flugbahn bis zum Erreichen	۵
	des Höhepunkts der Böengeschwindigkeit	11
h(0) $H(c)$	Frequenzantwortfunktion, Übertragungsfunktion,	/
$n(S2), \Pi(\omega)$	Transferfunktion	/
i	Imaginäre Einheit	/
i	Zählterm	/
IQ	Interesting Quantity	/
$I_{xx}$	Trägheitsmoment um die x-Achse	kg m <sup>2</sup>
$I_{xz}$	Deviationsmoment zwischen z- und x-Achse	kg m <sup>2</sup>
$i_{zz}$	Trägheitsradius um die z-Achse	m
$I_{zz}$	Trägheitsmoment um die z-Achse	kg m <sup>2</sup>
k	Reduzierte Frequenz (nicht, wenn als Index verwendet!)	/
Κ	Steifigkeitsmatrix des Flugzeugs	/
k	Ausblendefaktoren über die Frequenz (indiziert mit <sup>lat</sup> und <sup>vert</sup> )	/
L	Skalierung der Turbulenz ( $L = 2500$ ft = 762 m)	ft
L	Aerodynamisches Rollmoment	N m
M	Massenmatrix des Flugzeugs	/
M	Aerodynamisches Nickmoment	N m
М	Momentengröße	N m
MTOW	Maximum Take-Off Weight	kg
MZFW	Maximum Zero Fuel Weight	kg
Ν	Aerodynamisches Giermoment	N m
р	Rollgeschwindigkeit	rad s <sup>-1</sup>
		° s <sup>-1</sup>
D	Statische Last aus stationärem Horizontalflug mit 1g für einen	/
1 (1g)i	gegebenen Lastfall i	1
p(t)	Vektor, der die Anregung des Systems durch eine Einheitsböe im	/
	Zeitbereich beschreibt	/
$p^*$	normierte Rollgeschwindigkeit	/
$P^{GU}$	Vektor, der die Anregung des Systems durch eine Einheitsböe im	/
	Frequenzbereich beschreibt	1
$P_{li}$	Maximale inkrementelle Böenlast	/
$P_{Li}$	Design Limit Load aus der Böe	/
q	Dynamischer Druck	Pa
Q	Matrix, welche die Druckbeiwerte der Doublet-Lattice-Panels in	
	Abhängigkeit der Frequenz enthält und diese mit dem	/
	Anstellwinkel der Panels verknüpft	
q	Nickgeschwindigkeit	rad s <sup>-1</sup> ,
		° s <sup>-1</sup>

q	Dynamischer Druck	Pa
$q^*$	normierte Nickgeschwindigkeit	/
r	Giergeschwindigkeit	rad s <sup>-1</sup> ,
ч <b>.</b>		° s <sup>-1</sup>
r	normierte Giergeschwindigkeit	/
S	Integrationsmatrix, die die Druckbeiwerte der Doublet-Lattice-	/
	Panels zu aerodynamischen Kräften integriert	7
S	Distanz, die das Flugzeug in der Böe zurückgelegt hat	ft
S	Flügelfläche	$m^2$
S	Referenzlänge	m
t	Zeit	S
Т	Transformationsmatrix	/
u(t)	Vektor, der die Freiheitsgrade der Strukturknoten des Finite-	1
	Elemente-Modells des Flugzeugs im Zeitbereich beinhaltet	/
$U(\omega)$	Vektor, der die Freiheitsgrade der Strukturknoten des Finite-	/
	Elemente-Modells des Flugzeugs im Frequenzbereich beinhaltet	/
$U_{ds}$	Design-Böengeschwindigkeit in EAS	ft s <sup>-1</sup>
$u_j$	repräsentiert j Freiheitsgrade	/
$U_{ref}$	Böenreferenzgeschwindigkeit nach CS 25.341 (a)(5) in EAS	ft s <sup>-1</sup>
$U_{\sigma}$	Limitierende Turbulenzintensität in TAS nach CS 25.341(b)(3)	ft s <sup>-1</sup>
$U_{\sigma ref}$	Referenzturbulenzintensität	ft s <sup>-1</sup>
$V_B$	Design Speed for Maximum Gust Intensity	ft s <sup>-1</sup>
$V_C$	Design Cruise Speed, Reisegeschwindigkeit	ft s <sup>-1</sup>
$V_D$	Design Dive Speed	ft s <sup>-1</sup>
$V_{tas}$	True Airspeed – wahre Fluggeschwindigkeit	$m s^{-1}$
W	Arbeit der externen Kräfte	J
$W^{GU}$	Vektor des Einheitsböenfeldes	/
Χ	Aerodynamische x-Kraft	Ν
$x_0$	Böenreferenzpunkt bezogen auf die Flugzeugnase	m
$x_i$	Stelle des Abwindes im Doublet-Lattice-Panel (üblicherweise <sup>3</sup> / <sub>4</sub>	
·	des Panels für Unterschall-Strömungen)	m
Y	Aerodynamische y-Kraft	Ν
Ζ	Aerodynamische z-Kraft	Ν
$Z_{mo}$	Maximum Operating Altitude nach CS 25.1527	ft
α	Anstellwinkel	rad, °
β	Schiebewinkel	rad, °
γ	Winkel zwischen Normalenvektor des Doublet-Lattice-Panels	1 0
	und dem Böengeschwindigkeitsvektor	rad, °
π	Kreiszahl	/

arphi	Drehung	rad, °
arphi	Pfeilung	rad, °
$\phi$	Modalmatrix	/
$\phi_I(\Omega), PP(\omega)$	Normalisierte Leistungssprektrumsdichte der atmosphärischen	
	Turbulenz, Von-Kármán-Power-Spektrum, Von-Kármán-	/
	Spektrum	
ω	Kreisfrequenz	rad s <sup>-1</sup>
Indizes tiefgestellt	Bedeutung	
()1,2,,m	Zählterm für die Knoten des g1-sets	
()c1	Output Stations, auf welche die Design Limit Loads Böenrechnung bezogen werden	aus der
()freq	frequenzbezogene Größe	
()g	Freiheitsgrade des Finite-Elemente-Modells des Flugzeugs	
() <sub>g1</sub>	Freiheitsgrade eines massenkondensierten FEM-Modells, Subset set	t vom g-
() <sub>h</sub>	Koordinatensystem ausgedrückt durch die Eigenformen des Fl (die ersten 6 sind hierbei die Starrkörpereigenformen)	lugzeugs
$()_{i}$	75%-Punkte der DLM-Panels	
$()_k$	Freiheitsgrade der DLM-Panels: Verdrehung um die Querac Auslenkung in Richtung der Hochachse	hse und
$()_{M}$	Momentengröße (z.B. bei Beiwerten)	
$()_{RG}$	auf die Roll-Gier-Schwingung, oder Dutch Roll bezogene Größe	
$()_{x}$	bezogen auf die x-Achse	
$()_{x1}$	aerodynamische Effekte $\alpha$ , $\beta$ , $p^*$ , $q^*$ , $r^*$	
() <sub>y</sub>	bezogen auf die y-Achse	
()z	bezogen auf die z-Achse	

## Indizes Bedeutung hochgestellt

$()^{aero}$	aerodynamische Größe
$()^{comp}$	komponentenbezogene Größe
$()^{DD}$	Größe aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank.
$()^{GU}$	Größe bezogen auf eine Böe
() <sup>gust</sup>	

18

$()^{IQ}$	Interesting Quantity
() <sup>is</sup>	instationär
() <sup>lat</sup>	lateral
() <sup>mass</sup>	massenbezogene Größe
$(\ldots)^{mod}$	modifizierte Größe
$()^{Mode}$	Eigenbewegungsform
$(\ldots)^{Motion}$	bewegungsbezogene Größe
() <sup>orig</sup>	originale Größe, Referenz
$()^{qs}$	quasi-stationär
$()^{T}$	transponierte Größe
() <sup>target</sup>	Zielwert
() <sup>vert</sup>	vertikal

# Abkürzungsverzeichnis

(E)FCS	(Electronic) Flight Control System
AIC	Aerodynamic Influence Coefficient (Matrix)
AMC	Acceptable Means of Compliance
CFD	Computational Fluid Dynamics
CS	Certification Specification
СТ	Continuous Turbulence
DLM	Doublet Lattice Method
DTG	Discrete Tuned Gust
EAS	Equivalent Airspeed
EASA	European Aviation Safety Agency
ELS	Electronic Load Supply
EoM	Equations of Motion
FEM	Finite-Elemente-Methode
HTP	Horizontal Tailplane
IQ	Interesting Quantity
LCC	Load Case Calculation
MLW	Maximum Landing Weight
MTOW	Maximum Take-Off Weight
MZFW	Maximum Zero Fuel Weight
TAS	True Airspeed
VTP	Vertical Tailplane

## Definitionen

#### Acceptable Means of Compliance

Annehmbare Verfahren zur Nachweisführung: Vorschläge zur Umsetzung der Anforderungen aus den Certification Specifications.

#### **Certification Specification**

Zulassungsvorschriften zur Musterzulassung von Luftfahrzeugen der EASA. Die anzuwendende Vorschrift für große Flugzeuge ist die Certification Specification 25 Large Aeroplanes.

#### **Continuous Turbulence**

Turbulente Atmosphäre mit Böengeschwindigkeiten nach einer Gauß-Verteilung. Lateral oder vertikal zur Flugbahn (EASA 2015).

#### **Design Loads**

Design Loads sind Lasten, welche für das Design des Flugzeugs verwendet werden. Diese Lasten sollten demnach die maximal möglichen Lasten mit einem entsprechenden Sicherheitsfaktor abdecken.

#### **Discrete Gust**

Einzelne, diskrete Böe mit einem 1-Kosinus-Geschwindigkeitsprofil. Lateral oder vertikal zur Flugbahn (EASA 2015).

#### Données-Aérodynamiques-Datenbank

Aerodynamische Datenbank mit absoluten und linearisierten Gradientenverteilungen von Kräften und Momenten für aerodynamische Effekte. Diese Verteilungen basieren auf Daten aus Windkanaltests, Flugtests und CFD-Rechnungen.

#### **Dutch Roll**

Eine gedämpfte Roll-Gier-Schwingung aus Interaktion zwischen allen lateralen Freiheitsgraden des Flugzeugs (Cook 2011).

#### **Electronic Flight Control System**

Flugregelungssystem, welches "durch Veränderung des flugmechanischen Verhaltens primär eine Verbesserung der Flugeigenschaften und des Passagierkomforts ermöglicht" (**Rossow 2014**, S. 418). Heutzutage wird das Electronic Flight Control System vermehrt auch zur Lastenreduktion eingesetzt. Mithilfe des Flight Control Laws wird dabei der Grad der Unterstützung der Flugsteuerung durch das EFCS spezifiziert

#### **Equations of Motion – Bewegungsgleichungen**

Liefern den Zusammenhang zwischen zeitveränderlichen Eingangsgrößen und daraus resultierenden Ausgangsgrößen und beschreiben so zu jedem Zeitpunkt die räumliche und zeitliche Entwicklung eines mechanischen Systems (Grote 2007).

#### **Equivalent** Airspeed

Fluggeschwindigkeit unter Berücksichtigung des Einbaufehlers und der Kompressibilität der Luft. Die Equivalent Airspeed bezieht sich dabei jedoch auf den statischen Luftdruck in Meereshöhe und entspricht daher nicht der wahren Fluggeschwindigkeit TAS.

#### Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode ist ein numerisches Verfahren zur Strukturanalyse und gilt als standardmäßiges Verfahren im Flugzeugbau (**Rossow 2014**).

#### **Interesting Quantity**

Eine Interesting Quantity beschreibt eine Größe von Interesse. Dies kann bezogen, auf die Böenlastenberechnung, beispielsweise ein Biegemomentenverlauf am Flügel infolge einer Continuous Turbulence Böe sein (Airbus 2011).

#### **Limit Load**

Die maximal zu erwartende Last, die im Betrieb auftreten kann. Die Flugzeugstruktur muss Limit Load aufnehmen können, ohne dass bleibende strukturelle Verformungen auftreten (EASA 2015).

#### Methode der kleinsten Quadrate

Eine von Carl Friedrich Gauß entwickelte Methode zur numerischen Approximation stetiger Funktionen, auch Fehlerquadrat-Methode genannt (Grote 2007).

#### Modalanalyse

Experimentelle Schwingungsanalyse zur Ermittlung von Eigenschwingungsformen (auch Eigenformen oder Moden, in Kapitel 3.1 dieser Arbeit näher beschrieben) und Eigenfrequenzen einer Struktur (**Grote 2007**).

#### Panelverfahren

Aerodynamische Standardverfahren zur numerischen Berechnung der Umströmung von Körpern. Die Körper werden dabei mittels zweidimensionaler Panels modelliert (**Anderson 2011**). Die in Kapitel 3.2 dieser Arbeit näher beschriebene Doublet Lattice Method ist ein Beispiel für solche ein Verfahren.

#### Potentialgleichung

Die Potentialgleichung ist eine durch Vereinfachungen aus den Navier-Stokes-Gleichungen hergeleitete strömungsmechanische Grundgleichung. Vernachlässigt werden unter anderem Reibungseffekte (**Rossow 2014**).

#### **Reduzierte Frequenz**

Die reduzierte Frequenz ist ein dimensionsloser Ähnlichkeitsparameter und dient in der instationären Aerodynamik dem Vergleich verschiedener Flugzeugmuster. Sie ist definiert als  $k = 2\pi f l/V_{\infty}$  (Rossow 2014).

#### Stützfrequenzen

Eine gewisse Auswahl an reduzierten Frequenzen in der GUSTO-Umgebung. Die Doublet Lattice Method verwendet diese Stützfrequenzen beispielsweise zur Erzeugung der frequenzabhängigen AIC-Matrizen.

#### **True Airspeed**

Tatsächliche Fluggeschwindigkeit des Flugzeugs relativ zur umgebenden Luft. Kann aus EAS berechnet werden, sofern der reale statische Luftdruck der umgebenden Luft bekannt ist.

#### **Ultimate Load**

Ultimate Load entspricht Limit Load multipliziert mit einem Sicherheitsfaktor. Die Flugzeugstruktur muss Ultimate Load für mindestens drei Sekunden aushalten können, ohne dass Strukturversagen auftritt (EASA 2015).

## 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Die Abteilung Gust Loads & Aeroelastics und die ihr anvertraute Aufgabe der Berechnung der Böenlasten nach **CS 25.341** ist Teil der Vorentwicklung, Entwicklung und Zertifizierung beim europäischen Flugzeughersteller Airbus.

Zur Berechnung von Böenlasten wird die Aerodynamik des Flugzeugs anhand der Doublet Lattice Method (zu Deutsch: Dipol-Gitter-Verfahren) beschrieben, welche ein Lösungsverfahren für Potentialströmungen darstellt. Eine Eigenheit der Methode ist das Fehlen sämtlicher x-Kräfte, was eine der hauptsächlichen Ursachen für Abweichungen zwischen dem aerodynamischen Modell und dem tatsächlichen Flugzeug ist.

Bezüglich der Berechnung der Böenlasten ist das aerodynamische Modell anhand der Doublet Lattice Method (abgekürzt DLM), grundsätzlich ausreichend genau, jedoch weist die Methode beispielsweise bei der Modellierung des Roll-Gier-Verhaltens Schwächen auf. Dies hat unter anderem Auswirkung auf die sogenannte Dutch-Roll-Bewegung, eine gekoppelte Schwingung zwischen Rollen und Gieren.

Darüber hinaus ist die Modellierung des Winkels zwischen den Tragflächen von Flügelwurzel bis Flügelspitze (V-Stellung) anhand der DLM-Methode problematisch, was sich beispielsweise auf das Verhalten im Schiebeflug und die daraus resultierenden Kräfte auswirkt. Insbesondere die sich durch den Flugzustand ergebende, elastische Verformung, genannt Flight Shape, kann mittels DLM nicht dargestellt werden.

## 1.2 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit soll das aerodynamische Modell zur Berechnung der Böenlasten optimiert werden. Dies beinhaltet in erster Linie eine Erweiterung um Kräfte und Momente, die im bisherigen Modell nicht berücksichtigt sind.

Dazu muss zunächst ein Verständnis der theoretischen Grundlagen, die dem Berechnungsprozess der Böenlasten großer Flugzeuge zugrunde liegen, erworben werden. Dies umfasst ebenso die flugphysikalischen, flugmechanischen und aerodynamischen Sachverhalte der fehlenden Kräfte und Momente, sowie die Programmstruktur des Berechnungsprogramms für Böenlasten.

Weiterhin muss umfassend untersucht werden, welche Kräfte und Momente aus welchen aerodynamischen Effekten bisher nicht berücksichtigt sind. Hieraus muss eine Auswahl der für den Prozess relevanten Effekte getroffen werden. Zudem muss analysiert werden, aus welcher Quelle die entsprechenden Kräfte und Momente bezogen werden können.

Im Anschluss daran soll eine Methode erarbeitet werden, welche es erlaubt, diese fehlenden Kräfte und Momente in den Berechnungsprozess der Böenlasten zu integrieren. Die Methode soll dabei so simpel und zeitsparend wie möglich sein, um den Prozess nicht unnötig zu verlängern. Die Methode soll in Form eines interaktiven MATLAB-Tools realisiert werden, welches es dem Benutzer erlaubt, den Berechnungsprozess auf die von ihm gewünschte Art und Weise zu modifizieren.

Zur Verifizierung der Methode und des Tools müssen abschließend mehrere Testrechnungen für verschiedene Flugzeugmuster und verschieden Lastfälle durchgeführt werden. Die Ergebnisse dieser Testrechnungen müssen analysiert und auf Plausibilität geprüft werden.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Der Aufbau dieser Arbeit orientiert sich eng an der Aufgabenstellung. Zur Einführung werden relevante Auszüge aus den Accepted Means of Compliance (Abkürzung AMC) der Zulassungsvorschrift zur Berechnung der Böenlasten präsentiert. Danach werden in der Arbeit benötigte theoretische Grundlagen erörtert. Dies umfasst unter anderem eine grobe Beschreibung der Schwingungsanalyse und eine Erläuterung der aerodynamischen Methode, welche bei Airbus zur Berechnung der Böenlasten verwendet wird.

Anhand der Spezifikation des von Airbus entwickelten Berechnungsprogramms für Böenlasten wird anschließend auf die Umsetzung der AMCs in der Praxis eingegangen. Ebenfalls auf Basis dieser Spezifikation wird der Prozess auf fehlende Größen untersucht.

Zur Einführung der Prozessoptimierung werden im Anschluss daran flugphysikalische Grundlagen der fehlenden Größen analysiert. Anhand dieser Grundlagen kann daraufhin eine Methode entwickelt werden, mit der sich die Modifikation einführen lässt. Aufbauend auf dieser Methode wird ein MATLAB-Tool entwickelt, welches abschließend durch die Analyse von Testrechnungen validiert werden muss.

# 2 Anforderungen und Umsetzungsvorschläge nach AMC 25.341

Die in diesem Kapitel folgenden Ausführungen sind den Acceptable Means of Compliance aus der Zulassungsvorschrift CS-25 nach **EASA 2015** entnommen. Acceptable Means of Compliance bedeutet so viel wie annehmbare Verfahren zur Nachweisführung. Sie beinhalten Vorschläge zur Umsetzung der in den Paragraphen der Certification Specifications vorgeschriebenen Anforderungen, die ein Flugzeug für die Musterzulassung erfüllen muss.

In der Zulassungsvorschrift CS-25 für große Flugzeuge wird unter **CS 25.341** hinsichtlich der Böenlasten zwischen zwei Arten von Böen unterschieden, der Discrete Gust, also einer diskreten, einzelnen Böe und der Continuous Turbulence, einer andauernden, Turbulenz, welche mit einem statistischen Ansatz beschrieben wird. Bei der Zulassung großer Flugzeuge muss nachgewiesen werden, dass das Flugzeug für beide Arten von Böen ausreichend dimensioniert ist.

## 2.1 Überblick

Design Loads aus der Anregung des Flugzeugs durch eine Böe können anhand einer dynamischen Strukturanalyse ermittelt werden. Dabei muss das verwendete Modell Eigenschaften aus elastischer Struktur, Trägheitseffekte, aerodynamische Eigenschaften und die Charakteristik des Flight Control Systems des kompletten Flugzeugs beinhalten.

Diese Design Loads setzen sich zusammen aus kombinierten Belastungen aus dem stationären Horizontalflug im 1g-Zustand und den inkrementellen Belastungen aus dem Flug durch eine Böe, welche die dynamische Antwort des Flugzeugs auf die Anregung durch die Böe enthalten. Belastungen aus dem stationären Horizontalflug können durch Berücksichtigung der externen Parameter Fluggeschwindigkeit, Flughöhe und Flugzeuggewicht anhand von statischen aeroelastischen Methoden ermittelt werden. Diese Zusammenhänge sind in Bild 2.1 dargestellt.



27

Bild 2.1 Prinzip der Berechnung von Böenlasten

Die inkrementellen Böenlasten resultieren aus dem Zusammenspiel der Anregung des Flugzeugs durch die Böe und den daraus resultierenden, starren und elastischen Bewegungen des Flugzeugs. Sie können mithilfe einer linearen Analyse berechnet werden, sofern das Flugzeug und vor allem das Flight Control System nachvollziehbar oder konservativ mittels linearer Modelle approximiert werden können.

### 2.2 Design Conditions

Hinsichtlich der Böenlasten sollte im Rahmen des Entwicklungsprozesses eines Flugzeugs jegliche kritische Kombination betrachtet werden. Folgende Parameter müssen dabei kombiniert werden: Klappenkonfiguration, Gewicht und Massenverteilung, Schwerpunktlage, Nutzlast, Treibstoffmasse, Triebwerksschub, Fluggeschwindigkeit und Flughöhe.

Zur Berechnung statischer 1g-Lasten wird angenommen, dass das Flugzeug sich in einem ausgetrimmten Flugzustand mit gleichbleibender Flughöhe befindet. Dies kann entweder der Ausgangszustand für die Berechnung der Discrete Gust oder der gemittelte Flugzustand bei der Continuous Turbulence sein.

Da sichergestellt werden muss, dass möglichst in jedem Bereich die maximale Last gefunden wird, sollten im stationären Flugzustand jegliche Fälle betrachtet werden, die auftreten können. Dies beinhaltet unter anderem die Berücksichtigung von Airbrakes, sowie Schubkonfigurationen, welche vom Leerlaufzustand bis zum maximal möglichen Triebwerksschub im jeweiligen Flugzustand reichen.

Inkrementelle Lasten aus der dynamischen Böenrechnung sollen mit den berechneten 1g-Lasten, sowohl im positiven als auch im negativen Sinne, superpositioniert werden. Grundsätzlich können Effekte aus Airbrakes, Klappen, Drag und High Lift Devices, im Gegensatz zur Berechnung der statischen 1g-Lasten bei der Berechnung dynamischer Böenlasten, vernachlässigt werden.

### 2.3 Böenmodelle

Das Böenkriterium nach CS 25.341 behandelt prinzipiell zwei Modelle von Böen. Das Discrete Gust Model repräsentiert starke Turbulenzen, welche vereinzelt auftreten können, während das Modell der Continuous Turbulence länger andauernde Turbulenzen abbildet.

#### 2.3.1 Discrete Gust Model

Es wird angenommen, dass die Atmosphäre eindimensional ist und das Geschwindigkeitsprofil der Böe normal zur Flugbahn des Flugzeugs steht (entweder vertikal oder lateral). Der eindimensionale Ansatz hat zur Folge, dass bei einer lateralen Böe die Geschwindigkeit der Böe über die Hochachse des Flugzeugs konstant ist und bei einer vertikalen Böe die Geschwindigkeit der Böe über die Querachse des Flugzeugs konstant ist.

Die Discrete Gust wird mittels einer 1-Cosinus-Funktion modelliert. Die maximale Böengeschwindigkeit  $U_{ds}$  kann anhand einer Referenzböengeschwindigkeit  $U_{ref}$ , einem Flight Profile Allevation Faktor  $F_g$  und einem Term, welcher die maximale Böengeschwindigkeit in Abhängigkeit der Böengradientendistanz H verändert, bestimmt werden. Alle aufgeführten Größen werden im Folgenden erläutert.

Die Böenreferenzgeschwindigkeit  $U_{ref}$  ist eine Funktion der Flughöhe und ist in EAS nach CS 25.341(a)(5) gegeben. Grundlage dieser Referenzgeschwindigkeit sind einmal in 70000

Flugstunden auftretende Böen. Die Referenzgeschwindigkeit kann auch als Maß für die Stärke der auftretenden Böen gesehen werden, man spricht auch von Turbulenzintensität.



Bild 2.2 Böenreferenzgeschwindigkeit U<sub>ref</sub> nach CS-25

Der Flight Profile Allevation Faktor  $F_g$  trägt dem Umstand Rechnung, dass das Flugzeug im Betrieb auf allen möglichen Höhen innerhalb des zertifizierten Bereichs fliegen kann.  $F_g$  ist ebenfalls höhenabhängig und hat einen minimalen Wert auf Meereshöhe, der sich nach CS 25.341(a)(6) berechnen lässt.

$$F_g = 0.5 \cdot (F_{gz} + F_{gm}) \tag{2.1}$$

Mit:

$$F_{gz} = 1 - \frac{Z_{mo}}{250000} \tag{2.2}$$

$$F_{gm} = \sqrt{R_2 \cdot tan\left(\pi \cdot \frac{R_1}{4}\right)}$$
(2.3)

Und:

$$R_1 = \frac{MLW}{MTOW} \tag{2.4}$$

$$R_2 = \frac{MZFW}{MTOW} \tag{2.5}$$

 $F_g$  erhöht sich linear mit der Höhe und hat einen Wert von eins auf Höhe der Maximum Operating Altitude nach CS 25.1527 des jeweiligen Flugzeugs.

Die **Böengradientendistanz H** ist die Distanz, über die das Böengeschwindigkeitsprofil in 1-Cosinus-Form sein Maximum erreicht. Laut Vorschrift muss eine ausreichende Anzahl an Distanzen zwischen 30 und 350 ft bei der Berechnung der Böenlasten betrachtet werden. Sollte 12,5-mal die mittlere geometrische Flügeltiefe 350 ft überschreiten, so müssen auch größere Distanzen H berücksichtigt werden.

Nun kann die **maximale Böengeschwindigkeit**  $U_{ds}$ , auch Design-Böengeschwindigkeit genannt, berechnet werden:

$$U_{ds} = U_{ref} F_g \left(\frac{H}{350}\right)^{1/6}$$
(2.6)

Mittels Design-Böengeschwindigkeit und Böengradientendistanz kann anschließend die endgültige Form der diskreten Böe mit dem typischen 1-Kosinus-Profil bestimmt werden:

$$U = \frac{U_{ds}}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi s}{H}\right) \right] \text{für } 0 \le s \le 2\text{H}$$
(2.7)

$$U = 0 \text{ für s} > 2H \tag{2.8}$$



Bild 2.3 Discrete Gust (EASA 2015)

Um Anhand dieses Böenmodells Lasten für das Flugzeug zu ermitteln, können verschiedene Techniken verwendet werden. So kann beispielsweise durch explizite Integration der Bewegungsgleichungen im Zeitbereich eine Lösung herbeigeführt werden. Alternativ können Fourier-Transformationen verwendet werden, welche Lösungen im Frequenzbereich ermöglichen. Diese Techniken werden in Kapitel 2.5 näher diskutiert.

**Maximale inkrementelle Lasten**  $P_{li}$  müssen aus dem zeitlichen Verlauf der Reaktion des Flugzeugs auf die Böe ermittelt werden. Als Input dient das vorher beschriebene Böenmodell der Discrete Gust. Dabei müssen bezüglich des gewählten Koordinatensystems sowohl negative als auch positive Böengeschwindigkeiten berücksichtigt werden. Da es sich um dynamische Lasten handelt sei darauf hingewiesen, dass in manchen Fällen die maximale inkrementelle Last  $P_{li}$  zeitverzögert bezüglich der Böe auftreten kann. Dies kann auch zu Zeitpunkten sein, an denen die Böengeschwindigkeit bereits auf null gesunken ist. Aus diesem Grund muss die Berechnung für eine ausreichende Nachlaufzeit durchgeführt werden, um auszuschließen, dass diese Lasten übersehen werden. Die Design Limit Load für die maximale inkrementelle Böenlast aus einem gegebenen Lastfall lautet:

$$P_{Li} = P_{(1g)i} \pm P_{li}$$
(2.9)

#### **2.3.2** Continuous Turbulence Modell

Der eindimensionale Atmosphärenansatz aus Kapitel 2.3.1 mit den damit einhergehenden, konstanten Böengeschwindigkeiten bezüglich Quer- oder Hochachse gilt auch für das Continuous Turbulence Modell.

Die Böengeschwindigkeiten der Continuous Turbulence, auch Turbulenzintensitäten genannt, werden mithilfe einer Gauß'schen Normalverteilung modelliert. Das den Böengeschwindigkeiten zugrunde liegende Frequenzspektrum wird Von-Kármán-Power-Spektrum genannt. Dieses Spektrum ist wie folgt definiert:

$$\Phi_{I}(\Omega) = \frac{L}{\pi} \frac{1 + \frac{8}{3} (1,339\Omega L)^{2}}{[1 + (1,339\Omega L)^{2}]^{11/6}}$$

$$\operatorname{mit} \Omega = \frac{\omega}{v_{tas}}$$
(2.10)

L ist hierbei die Skalierung der Turbulenz und entspricht 2500 ft.



Bild 2.4 Von-Kármán-Spektrum der Continuous Turbulence (EASA 2015)

Die Design-Böengeschwindigkeit  $U_{\sigma}$  der Continuous Turbulence ist das Produkt aus der Referenzböengeschwindigkeit  $U_{\sigma ref}$  und dem Flight Profile Allevation Faktor  $F_g$ .

$$U_{\sigma} = U_{\sigma ref} F_g \tag{2.11}$$

Die Referenzböengeschwindigkeit  $U_{\sigma ref}$  ist nach CS 25.341(b)(3) vorgeschrieben und in Bild 2.5 dargestellt. Hier muss beachtet werden, dass die Referenzböengeschwindigkeiten der Discrete Gust und der Continuous Turbulence unterschiedlich sind.



Bild 2.5 Referenzböengeschwindigkeit der Continuous Turbulence

Der Flight Profile Allevation  $F_g$  ist im Gegensatz zur Referenzböengeschwindigkeit  $U_{\sigma ref}$  sowohl für die Discrete Gust als auch für die Continuous Turbulence identisch.

Sind alle verwendeten Methoden zur Modellierung des Flugzeugs nach Bild 2.1 linear, so kann zur Berechnung der Lasten aus dem Continuous-Turbulence-Model die Lösung im Frequenzbereich berechnet werden. Hierfür wird das sogenannte Verhältnis aus dem quadratischen Mittelwert der inkrementellen Böenlast für den entsprechenden Lastfall i und der Böengeschwindigkeit ermittelt. Dieser Wert mit der Bezeichnung  $\bar{A}_i$  lautet wie folgt:

$$\bar{A}_i = \left[\int_0^\infty |h_i(\Omega)|^2 \Phi_I(\Omega) d\Omega\right]^{\frac{1}{2}}$$
(2.12)

Hierfür wird das Von-Kármán-Spektrum aus (2.10) und die Übertragungsfunktion  $h_i(\Omega)$  verwendet. Die Übertragungsfunktion beschreibt das Verhalten des Flugzeugs auf eine Anregung durch eine Böe und muss vorher im Rahmen einer harmonischen Schwingungsanalyse ermittelt werden. Da die vorliegende Integration in den Grenzen von null bis unendlich in (2.12) praktisch nicht durchführbar ist sollte solange gerechnet werden, bis der Wert für  $\overline{A}$  konvergiert ist.

Mithilfe des Verhältnisses der quadratischen Mittelwerte  $\overline{A}$  und der Böengeschwindigkeit U<sub> $\sigma$ </sub> kann nun die inkrementelle Böenlast P<sub>li</sub> für die Continuous Turbulence berechnet werden:

$$P_{li} = U_{\sigma} \bar{A}_i \tag{2.13}$$

Die Design Limit Loads  $P_{Li}$  können dann analog zur Discrete Gust (s. Gleichung (2.9)) ermittelt werden.

$$P_{Li} = P_{(1g)i} \pm P_{li}$$

### 2.4 Modellierung des Flugzeugs

In diesem Kapitel werden Modelle für Flugzeuge betrachtet, deren aerodynamische und strukturelle Eigenschaften und dessen Flight Control System anhand von linearen, analytischen Methoden ausreichend konservativ beschrieben werden können.

Das **Strukturmodell** des Flugzeugs sollte sowohl die Freiheitsgrade des starren Flugzeugs, als auch die Freiheitsgrade des flexiblen Flugzeugs beinhalten. Wird eine Modalanalyse (s. Definitionen) durchgeführt, so sollte das strukturdynamische Modell eine ausreichende Anzahl an flexiblen Eigenformen berücksichtigen. Dies garantiert sowohl eine Konvergenz der modalen Superposition, beschrieben in Kapitel 2.5, als auch eine ausreichende Berücksichtigung von Anregungen durch hohe Frequenzen.

Die meisten Strukturmodelle lassen sich zwei Kategorien zuordnen:

- Das sogenannte Stick-Model welches durch Balken mit konzentrierten Massen entlang der Balkenachse charakterisiert wird.
- Das Finite-Elemente-Modell in dem alle hauptsächlichen Strukturkomponenten des Flugzeugs wie Rippen, Rahmen, Stringer, Spante etc. durch miteinander verbundene Massepunkte mit strukturellen Freiheitsgraden modelliert werden.

Unabhängig von der gewählten Modellierungsmethode der Struktur ist ein bestimmter Detaillierungsgrad notwendig, um die kritischen Eigenformen der Hauptstruktur und der Kontrollflächen des Flugzeugs ausreichend genau abbilden zu können. Darüber hinaus sollten die Ergebnisse mit Testdaten verglichen werden, um das verwendete Modell zu validieren.

Das **aerodynamische Modell** für die dynamische Analyse der Böenlasten erfordert die Verwendung von instationären zwei- oder dreidimensionalen Panelverfahren (s. Definitionen) für inkompressible oder kompressible Strömungen. Die Wahl der Methode hängt ab von der Komplexität der aerodynamischen Konfiguration, der dynamischen Bewegung der zu modellierenden Flächen, und dem V-n-Diagramm des Flugzeugs. Grundsätzlich erreichen drei-dimensionale Methoden einen besseren Modellierungsgrad der aerodynamischen Interferenzen zwischen Auftriebsflächen. Darüber hinaus sollte das Modell eine ausreichende Anzahl aerodynamischer Freiheitsgrade beinhalten, um die betrachteten stationären und instationären aerodynamischen Charakteristiken hinreichend genau abzubilden.

Das aerodynamische Modell zur Berechnung der Böenlasten sollte durch Testdaten oder vorhandene Erfahrungen unterstützt werden. Aerodynamische Verteilungen auf Auftriebsund Kontrollflächen werden in der dynamischen Analyse der Böenlasten üblicherweise durch Gewichtungsfaktoren angepasst. Für stationäre Strömungen können die Gewichtungsfaktoren durch den Vergleich der theoretisch ermittelten Werte mit Windkanaldaten gebildet werden. Die Korrektur von aerodynamischen Kräften sollte ebenfalls garantieren, dass die Starrkörperbewegungen des Flugzeugs akkurat modelliert sind.

Neben dem Strukturmodell und dem aerodynamischen Modell sollte die Böenanalyse auch ein **Modell des Flight Control Systems** beinhalten. Dabei soll jedes System berücksichtigt werden, welches mit den Starrkörperbewegungen, der Strukturdynamik und den externen Lasten interagiert. Das Modell sollte für jedes System alle relevanten Betriebsarten, sowie Störungen und Fehlfunktionen enthalten.

Die Flight Control Systems (s. Definitionen) können als linear angenommen werden, sofern der Einfluss von Nichtlinearitäten vernachlässigbar ist oder über eine entsprechend äquivalente Linearisierung approximiert werden kann. Sollte dies nicht der Fall sein, so muss mit einem nichtlinearen Modell der Flight Control Systems gerechnet werden.

## 2.5 Dynamische Lasten

Um dynamische Lasten aus Böen berechnen zu können, müssen die Bewegungsgleichungen des Flugzeugs gelöst werden. Die Bewegungsgleichungen können entweder in physikalischen oder in modalen Koordinaten gelöst werden. Unter modalen Koordinaten wird die Beschreibung der Flugzeugbewegungen durch Eigenschwingungsformen, auch Moden genannt, verstanden. Eine nähere Erläuterung hierzu wird an späterer Stelle im Kapitel 4.1.4 gegeben. Sowohl im physikalischen, als auch im modalen Koordinatensystem sind alle relevanten Terme wie Masse, Dämpfung, Steifigkeit und aerodynamische Kräfte infolge der Bewegung des Flugzeugs und der Anregung durch Böen enthalten.
Die Lösung der Bewegungsgleichungen im Falle der **Continuous Turbulence** geschieht grundsätzlich im Frequenzbereich. Übertragungsfunktionen werden generiert und setzen die Reaktion des Flugzeugs in Bezug zur Anregung durch ein harmonisch oszillierendes Einheitsböenfeld. Diese Übertragungsfunktionen werden verwendet, um das Verhältnis aus dem quadratischen Mittelwert der inkrementellen Böenlast für den entsprechenden Lastfall i und der Böengeschwindigkeit zu berechnen. Dies entspricht der in Kapitel 2.3.2 präsentierten Gleichung (2.3).

Im Falle der Discrete Gust gibt es zwei Möglichkeiten, die Gleichungen zu lösen:

- Explizite Integration der Bewegungsgleichungen im Zeitbereich
- Lösung im Frequenzbereich mittels Fourier-Transformationen

Das Resultat der dynamischen Analyse der Böenrechnung beinhaltet:

- Auslenkungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen an bestimmten Positionen der Struktur (üblicherweise definiert im Strukturmodell)
- Schnittgrößen wie Normalkräfte, Schubkräfte, Biege- und Torsionsmomente an Strukturkomponenten
- Spannungen und Schubflüsse innerhalb von Strukturkomponenten

Die Berechnung der physikalischen Reaktion geschieht anhand einer modalen Superposition der Auslenkungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der starren und flexiblen Eigenformen der Flugzeugstruktur. Um sicherzustellen, dass dabei die Rechnungen konvergieren, muss die Anzahl der berücksichtigten Eigenformen ausreichend groß sein.

Um physikalische Strukturlasten aus den modalen Bewegungsgleichungen der strukturdynamischen Böenrechnung zu erhalten, kann die Force Summation Method physikalischen Auslenkungen, verwendet werden. Hierbei werden zunächst die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Flugzeugstruktur mittels einer Superposition der modalen Reaktionen bestimmt. Diese Größen werden daraufhin benutzt, um Trägheitskräfte und andere mit der Bewegung der Struktur zusammenhängende Kräfte zu berechnen. Abschließend werden die berechneten Kräfte mit den externen Kräften aus der Böe addiert, um so die totalen dynamischen Lasten, die auf die Struktur wirken, zu erhalten.

# **3** Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel soll ein Einblick in die wichtigsten theoretischen Grundlagen gegeben werden, welche im Umfang dieser Arbeit als notwendig erachtet werden.

## 3.1 Harmonische Schwingungen und Eigenformen

Die folgenden Erläuterungen zur Bedeutung von Eigenformen und zur Erstellung von Bewegungsgleichungen für harmonische Schwingungen sind **Wright 2007** (S. 21-25) entnommen.

Mithilfe der Euler-Lagrange-Gleichung lassen sich für ein beliebiges, dynamisches System mit mehreren Freiheitsgraden das dynamische Gleichgewicht und damit die Bewegungsgleichungen formulieren.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{u}_j}\right) - \frac{\partial E_{kin}}{\partial u_j} + \frac{\partial E_{dis}}{\partial u_j} + \frac{\partial E_{pot}}{\partial u_j} = Q_j = \frac{\partial(\delta W)}{\partial(\delta u_j)}$$
(3.1)

Hierfür müssen die kinetischen, dissipativen und potentiellen Energien, sowie die Arbeit der externen Kräfte formuliert werden. Eine alternative Herangehensweise wäre die Erstellung von Freikörperbildern und würde zu identischen Ergebnissen führen. Durch Anwendung der Gleichung (3.1) sind die Bewegungsgleichungen in folgender Form darstellbar:

$$M\ddot{u} + B\dot{u} + Ku = f(t) \tag{3.2}$$

Gleichung (3.2) repräsentiert die typische Form strukturdynamischer Bewegungsgleichungen und wird im Laufe dieser Arbeit noch mehrfach auftauchen. Elemente der Gleichung sind die quadratischen Matrizen der Masse M, der Dämpfung B und der Steifigkeit K. Die Freiheitsgrade des Systems finden sich im Vektor u wieder und f(t) beschreibt eine äußere Anregung des Systems.

Um anhand von Gleichung (3.2) Eigenformen und die entsprechenden Eigenfrequenzen des betrachteten Systems zu bestimmen, wird den Freiheitsgraden u ein harmonisches Schwingungsverhalten unterstellt.

$$u(t) = \hat{u}sin(\omega t) \tag{3.3}$$

 $\hat{u}$  beinhaltet hier die Amplituden der Schwingungen und  $\omega$  ist die Kreisfrequenz. Es wird dabei angenommen, dass alle Freiheitsgrade mit exakt derselben Frequenz, aber unterschiedlichen Amplituden oszillieren. Dämpfungsterme und äußere Kräfte entfallen, da zur Ermittlung von Eigenformen und -frequenzen von einer freien, ungedämpften Schwingung ausgegangen wird.

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \tag{3.4}$$

Mithilfe von Gleichung (3.3) ergibt sich:

$$[K - \omega^2 M] \cdot \hat{u} = 0 \tag{3.5}$$

Dies ist ein typisches Eigenwertproblem welches mithilfe des mathematischen Standardverfahrens der Eigenwertanalyse gelöst werden kann. Die Lösungen  $\hat{u}$  sind genau dann nicht-trivial, wenn die Matrix  $[K - \omega^2 M]$  singulär ist. Demnach kann die Determinante von  $[K - \omega^2 M]$  gleich null gesetzt werden und führt auf ein Polynom n-ten Grades für  $\omega^2$ . Der Term n ist hierbei die Anzahl der Freiheitsgrade des betrachteten Systems. Die Lösungen dieses Polynoms stellen die ungedämpften Eigenfrequenzen  $\omega_j$  des Systems dar, welche zur Berechnung der Eigenformen  $\hat{u}_j$  verwendet werden können (j = 1,2,..,n). Hierzu müssen die Eigenfrequenzen  $\omega_j$  in Gleichung (3.5) eingesetzt werden. Die berechneten Eigenformen können anhand einer modalen Matrix  $\phi$  dargestellt werden.

$$\boldsymbol{\phi} = [\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_n] \tag{3.6}$$

Diese Eigenformen  $\hat{u}_j$  beinhalten dabei Amplitudenverhältnisse aller Freiheitsgrade des Systems. Wird das System mit einer der Eigenfrequenzen  $\omega_j$  angeregt, so schwingen die Freiheitsgrade des Systems mit dem Amplitudenverhältnis aus der entsprechenden Eigenform  $\hat{u}_j$ . Bei einem linearen System sind die absoluten Amplituden dabei linear abhängig von der Amplitude der Anregung.

### **3.2 Doublet Lattice Method**

Die Beschreibung der Doublet Lattice Method ist in (Rossow, et al., 2014, S.410–411) enthalten und soll nachfolgend präsentiert werden.

Die Doublet Lattice Method ist eine instationäre, zweidimensionale Panel-Methode (s. Definitionen) zur aerodynamischen Modellierung von Flugzeugen in kompressiblen

Strömungen und wurde von Edward Albano und William Rodden im Jahre 1969 entwickelt. Das Verfahren stellt eine Lösung der Potentialgleichung für Potentialströmungen dar und basiert auf der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Druckverteilung und induziertem Abwind an aerodynamischen Komponenten. Der Einfluss von Profilwölbung und Profildicke wird hierbei vernachlässigt.

Bei der Doublet Lattice Method werden Flugzeugkomponenten als Auftriebsflächen mithilfe von starren, zusammenhängenden Panels modelliert. Die Panels weisen dabei die Form eines Trapezes auf, wovon zwei Seiten parallel zur Anströmung liegen. Dipole, welche auf der 25%-Linie der Panels angeordnet werden, repräsentieren dem Drucksprung zwischen Oberund Unterseite des Panels.



Bild 3.1 Doublet-Lattice-Panel (Rossow 2014)

Die Lösung der Potentialgleichung liefert die Aerodynamic Influence Coefficient Matrix, kurz AIC-Matrix. Diese Matrix beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Drucksprung am Panel und dem Abwind, welcher im 75%-Punkt des Panels liegt, in Abhängigkeit der reduzierten Frequenz. Die reduzierte Frequenz ist eine dimensionslose Kenngröße und repräsentiert den fundamentalen Ähnlichkeitsparameter der instationären Aerodynamik. Sie lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$k = \frac{\omega C_{ref}}{2V_{tas}} \tag{3.7}$$

# 3.3 Flugmechanische Begrifflichkeiten nach Norm

Die folgenden Beschreibungen der für diese Arbeit relevanten Größen der Flugmechanik sind nach **DIN 9300-1 1990-10** und **ISO 1151-3 1989-04** genormt.

### 3.3.1 Flugzeugbewegungen

Hervorzuheben sind hierbei zunächst der Anstellwinkel α und der Schiebewinkel β.



Bild 3.2 Anstellwinkel und Schiebewinkel (DIN 9300-1:1990-10)

In Bild 3.2 sind x, y und z die Koordinatenachsen des körperfesten Koordinatensystems und  $x_a$ ,  $y_a$  und  $z_a$  die Koordinatenachsen des flugwindfesten Koordinatensystems. Die dargestellten Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sind nach Norm wie folgt definiert:

Nr	Benennung	Definition	Formelzeichen
1.2.1.1Schlebewinkel en : Angle of sideslip fr: DérapageWinkel, den de mit der Bezugs wort) bildet. Er des Fluggesch der Querachse Bereich nach U $-\pi/2 \le$		Winkel, den der Fluggeschwindigkeitsvektor (1.3.1) mit der Bezugsebene des Luftfahrzeugs (siehe Vor- wort) bildet. Er ist positiv, wenn die Komponente $v$ des Fluggeschwindigkeitsvektors (1.3.4) bezüglich der Querachse (1.1.5) positiv ist. Bereich nach Übereinkunft: $-\pi/2 \le \beta \le \pi/2$	β
1.2.1.2	Anstellwinkel en: Angle of attack fr: Incidence; Angle d'attaque	Winkel zwischen der Längsachse (1.1.5) und der Projektion des Fluggeschwindigkeltsvektors auf die zx-Ebene des körperfesten Achsenkreuzes (das ist die Bezugsebene des Luftfahrzeugs, wenn diese die Längsachse enthält). Positiv, wenn die Kompo- nente $w$ des Fluggeschwindigkeitsvektors (1.3.4) bezüglich der Hochachse (1.1.5) positiv ist. Bereich nach Übereinkunft: $-\pi < \alpha \leq \pi$	a

Tabelle 3.1 Definition von Anstellwinkel und Schiebewinkel (DIN 9300-1:1990-10)

Neben den Größen Schiebewinkel und Anstellwinkel sind für diese Arbeit zudem die Drehgeschwindigkeiten p, q und r von Interesse, welche folgendermaßen definiert sind:

Tabelle 3.2 Drehgeschwindigkeiten (DIN 9300-1:1990-10)

Nr	Benennung	Definition	Formelzeichen
1.3.6	Rollgeschwindigkeit en: Rate of roll fr: Vitesse de roulis	Im körperfesten Achsenkreuz (1.1.5): Komponente bezüglich der Längsachse	p 4)
	Nickgeschwindigkeit en: Rate of pitch fr: Vitesse de tangage	Komponente bezüglich der Querachse	<i>q</i> <sup>4</sup> )
	Giergeschwindigkeit en: Rate of yaw fr: Vitesse de lacet	Komponente bezüglich der Hochachse	$r^4$ ) Die Drehgeschwindig- keitskomponenten können mit $\Omega_i$ bezeich- net werden, wobei i ein alphanumerischer Index ist.

Darüber hinaus existieren auch normierte Drehgeschwindigkeiten  $p^*$ ,  $q^*$  und  $r^*$ .

Tabelle 3.3 Normierte Drehgeschwindigkeiten (DIN 9300-1:1990-10)

1.3.7	Normierte Drehgeschwindigkeiten en: Normalized angular	Normierte Formen der Komponenten des Vektors der Drehgeschwindigkeit (1.3.5), die wie folgt gebildet werden:	
	velocities		
	fr: Vitesses angulaires réduites		
		Im körperfesten Achsenkreuz (1.1.5):	
	Normierte Rollgeschwindigkeit	$p^* = \frac{p l}{V}$	<i>p</i> *4)
	en: Normalized rate of roll		
	fr: Vitesse réduite de roulis		
	Normierte Nickgeschwindigkeit	$q^* = \frac{q l}{V}$	q* <sup>4</sup> )
	en: Normalized rate of pitch		
	fr: Vitesse réduite de tangage		
	Normierte	$r^* = \frac{r l}{r}$	
	Giergeschwindigkeit	V = V	r**)
	en: Normalized rate of yaw		Entsprechende Größen,
	fr: Vitesse réduite de lacet	Dabei ist:	bei denen anstelle von V eine konstante Be-
		l = die Bezugslänge (1.4.6),	zugsgeschwindigkeit
		V = die Fluggeschwindigkeit (1.3.1).	verwendet wird, können auch definiert werden,
		Ähnliche normierte Größen können für andere Achsenkreuze gebildet werden.	erfordern aber andere Formelzeichen.

# 3.3.2 Kräfte und Momente

 Tabelle 3.4
 Resultierende Kräfte (DIN 9300-1:1990-10)

Nr	Benennung	Definition	Formelzeichen
1.5.2	Komponenten der resultierenden Kraft	Komponenten des Vektors der resultierenden Kraft $ec{R}$	
	en: Components of the resultant force		
	fr: Composantes de la force résultante		
		Im körperfesten Achsenkreuz (1.1.5):	
	-	Komponente bezüglich der Längsachse	X 4)
	-	Komponente bezüglich der Querachse	Y 4)
	-	Komponente bezüglich der Hochachse	Z 4)
1		Im aerodynamischen Achsenkreuz (1.1.6):	
	_	Komponente bezüglich der x <sub>2</sub> -Achse	X <sub>2</sub>
	_	Komponente bezüglich der ya-Achse	Ya
	-	Komponente bezüglich der $z_{a}$ -Achse	$Z_{a}$

Die resultierende Kraft  $\vec{R}$  kann standardmäßig in X, Y und Z-Komponenten zerlegt werden. Resultierende Momente  $\vec{Q}$  werden in Roll-, Nick- und Gieranteile L, M und N aufgeteilt.

Tabelle 3.5Resultierende Momente (**DIN 9300-1:1990-10**)

1.5.5	Komponenten des resultierenden Moments	Komponenten des Vektors des resultierenden Moments $\vec{Q}$ (1.5.4)	
	en: Components of the resultant moment		
	fr: Composantes du moment résultant		
		Im körperfesten Achsenkreuz (1.1.5):	
	Rollmoment	Komponente bezüglich der Längsachse	L4)
	en: Rolling moment		
	fr: Moment de roulis		
	Nickmoment	Komponente bezüglich der Querachse	M <sup>4</sup> )
	en: Pitching moment		
	fr: Moment de tangage		
	Giermoment	Komponente bezüglich der Hochachse	N 4)
	en: Yawing moment		
	fr: Moment de lacet		
		Im aerodynamischen Achsenkreuz (1.1.6):	
	-	Komponente bezüglich der xa-Achse	$L_{a}$
	-	Komponente bezüglich der ya-Achse	Ma
	-	Komponente bezüglich der za-Achse	Na

### 3.3.3 Derivative von Koeffizienten

Neben den üblichen, aus der Aerodynamik bekannten, Kraft- und Momentenbeiwerten wie Auftriebsbeiwert  $C_L$  oder Nickmomentenbeiwert  $C_M$ , existieren in der Flugdynamik zusätzlich Derivative von Koeffizienten, welche die dynamischen Flugeigenschaften eines Flugzeugs charakterisieren und für diese Arbeit von besonderer Wichtigkeit sind.

Ein Koeffizientenderivativ ist die partielle Ableitung eines Kraft- oder Momentenbeiwerts bezüglich einer unabhängigen, dimensionslosen Variable (ISO 1151-3:1989-04). Unabhängige Variablen können dabei die zuvor eingeführten Größen Anstell- und Schiebewinkel  $\alpha$  und  $\beta$ , sowie die normierten Drehgeschwindigkeiten p<sup>\*</sup>, q<sup>\*</sup> und r<sup>\*</sup> sein.

No.	Term	Definition	Symbol
3.5.1	Force coefficient derivative with respect to the angle of attack [the angle of sideslip]	The partial derivative of a force coefficient (1.5.3) with respect to the angle of attack $\alpha$ (1.2.1.2) [the angle of sideslip $\beta$ (1.2.1.1)]. EXAMPLE $C_{\chi\alpha} = \frac{\partial C_{\chi}}{\partial \alpha}$	C <sub>Xa</sub>
3.5.2	Force coefficient derivative with respect to an angular velocity	The partial derivative of a force coefficient (1.5.3) with respect to a normalized angular velocity (1.3.7). EXAMPLE $C_{Xp^*} = \frac{\partial C_X}{\partial p^*}$	$C_{\chi_{p^*}}$ NOTE – The asterisk may be omitted if there is no possibility of confusion.
3.5.7	Moment coefficient derivative with respect to the angle of attack [the angle of sideslip]	The partial derivative of a moment coefficient (1.5.6) with respect to the angle of attack $\alpha$ (1.2.1.2) [the angle of sideslip $\beta$ (1.2.1.1)]. EXAMPLE $C_{m\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha}$	C <sub>mα</sub>
3.5.8	Moment coefficient derivative with respect to an angular velocity	The partial derivative of a moment coefficient (1.5.6) with respect to a normalized angular velocity (1.3.7). EXAMPLE $C_{mp^*} = \frac{\partial C_m}{\partial p^*}$	C <sub>mp*</sub> NOTE – The asterisk may be omitted if there is no possibility of confusion.

Tabelle 3.6 Derivative von Koeffizienten (**ISO 1151-3:1989-04**)

Folgende Beiwerte sind für diese Arbeit von besonderer Bedeutung:

- $C_{Z\alpha}$ : Auftriebsbeiwert aus Anstellwinkel  $\alpha$
- $C_{M\alpha}$ : Nickmomentenbeiwert aus Anstellwinkel  $\alpha$
- $C_{Y\beta}$ : Seitenkraftbeiwert aus Schiebewinkel  $\beta$
- $C_{L\beta}$ : Rollmomentenbeiwert aus Schiebewinkel  $\beta$
- $C_{N\beta}$ : Giermomentenbeiwert aus Schiebewinkel  $\beta$
- C<sub>Yp\*</sub>: Seitenkraftbeiwert aus Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup>
- C<sub>Lp\*</sub>: Rollmomentenbeiwert aus Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup>
- C<sub>Np\*</sub>: Giermomentenbeiwert aus Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup>

Mithilfe dieser Beiwerte lassen sich die aus den Flugzeugbewegungen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $p^*$ ,  $q^*$  und  $r^*$  resultierenden, aerodynamischen Kräfte und Momente bestimmen. So kann zum Beispiel mithilfe von  $C_{Np^*}$  das Giermoment N berechnet werden, dass das Flugzeug durch eine beliebige normierte Rollgeschwindigkeit  $p^*$  erfährt:

$$N(p^*) = C_{Np^*} \cdot p^* \cdot q \cdot S \cdot s \tag{3.8}$$

Analog kann eine aerodynamische Seitenkraft Y berechnet werden, welche das Flugzeug aus einem Schiebewinkel erfährt:

$$Y(\beta) = C_{Y\beta} \cdot \beta \cdot q \cdot S \tag{3.9}$$

Hierfür sind der dynamische Druck q, die Flügelreferenzfläche S und zur Berechnung von resultierenden Momenten M, L und N eine Referenzlänge s vonnöten. Die Referenzlänge s kann beispielsweise die Halbspannweite oder die mittlere aerodynamische Flügeltiefe sein.

## 3.4 Dutch Roll

Die folgenden Ausführungen zur Dutch Roll, auch Taumelschwingung oder Roll-Gier-Schwingung genannt, sind **Rossow 2014** (S. 308-309) entnommen.

Bei der Taumelschwingung führen die Freiheitsgrade Gieren, Rollen und Schieben eine gekoppelte Schwingung, wie in Bild 3.3 dargestellt, aus.





Path traced by starboard wing tip in one dutch roll cycle

- (a) Starboard wing yaws aft with wing tip high
- (b) Starboard wing reaches maximum aft yaw angle as aircraft rolls through wings level in positive sense
- (c) Starboard wing yaws forward with wing tip low
- (d) Starboard wing reaches maximum forward yaw angle as aircraft rolls through wings level in negative sense

Oscillatory cycle then repeats decaying to zero with positive damping

Bild 3.3 Ablauf der Taumelschwingung (nach How 2004)

**Rossow 2014** führt die folgenden Gleichungen zur Bestimmung der Frequenz der Roll-Gier-Schwingung an, welche sich entsprechend der Komplexität in ihrer Genauigkeit unterscheiden:

$$\omega_{nRG} \approx \frac{V_{tas}}{i_{zz}} \sqrt{\frac{C_{N\beta} + k_L C_{L\beta}}{\mu_s}}$$
(3.10)

$$\omega_{nRG} \approx \frac{V_{tas}}{i_{zz}} \sqrt{\frac{C_{N\beta}}{\mu_s}}$$
(3.11)

mit:

$$\mu_{s} = \frac{2 \cdot MTOW}{\rho Ss}$$

$$i_{zz} = \sqrt{\frac{I_{zz}}{MTOW}}$$

$$k_{L} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}}$$
(3.12)

Hierbei steht I für das Trägheitsmoment oder Deviationsmoment um die entsprechende Achse und s ist eine Referenzgröße, für welche bei Airbus üblicherweise die mittlere aerodynamische Flügeltiefe  $C_{ref}$  gewählt wird. Alle übrigen Größen sind im Verlauf dieser Arbeit bereits angesprochen worden.

# 4 Böenlastenberechnung bei Airbus

Die Berechnung von Böenlasten auf Flugzeugen geschieht beim europäischen Flugzeughersteller Airbus in enger Anlehnung an die Vorschrift zur Zulassung großer Passagierflugzeuge CS-25 und die entsprechenden, in Kapitel 2 bereits präsentierten, Accepted Means of Compliance.

Nachfolgend soll auf die Umsetzung der Vorschrift und der AMCs bei Airbus eingegangen werden. Dies soll anhand einer detaillierten Beschreibung des firmeneigenen Berechnungsprogramms für Böenlasten, genannt GUSTO, geschehen, welche Airbus 2011 (S. 7-29) entnommen ist.

Darüber hinaus soll in diesem Kapitel der aktuelle Korrekturprozess der aerodynamischen Daten aus DLM analysiert werden und untersucht werden, woraus Abweichungen gegenüber der Realität entstehen und inwiefern diese Abweichungen quantifiziert werden können. Auf diesen Abweichungen aufbauend kann mit der eigentlichen Aufgabe dieser Arbeit begonnen werden: der Entwicklung eines MATLAB-Programms zur Optimierung des aerodynamischen Modells, welches zur Berechnung der Böenlasten verwendet wird.

In den nun folgenden Kapiteln werden, insbesondere bei der Beschreibung von Matrizen und Vektoren, auf Befehle, Operatoren und andere Elemente der Umgebung der Software MATLAB zurückgegriffen. Aufgrund der weiten Verbreitung der MATLAB-Software werden Grundkenntnisse über den Umgang damit beim Leser dieser Arbeit als vorhanden vorausgesetzt. Zur Verständnishilfe ist eine Auflistung der in dieser Arbeit verwendeten Begrifflichkeiten zur Bedienung von MATLAB in Anhang E – Bedienung von MATLAB auffindbar.

# 4.1 Koordinatensets

Anhand von Bild 2.1 aus Kapitel 2.1 wurde bereits aufgezeigt, dass die Vorschrift die Verwendung verschiedener Modelle zur Berechnung von Böenlasten fordert. Dies umfasst ein aerodynamisches Modell, ein Strukturmodell und ein Modell des Electronic Flight Control Systems, kurz EFCS-Modell. Diese unterschiedlichen Modelle arbeiten grundsätzlich mit verschiedenen Koordinatensets. In GUSTO müssen diese verschiedenen Sets zusammengebracht und konsistent miteinander verrechnet werden. Zur besseren Übersicht wird an dieser Stelle ein kurzer Überblick über die im Rahmen der Berechnung der

Böenlasten anhand von GUSTO verwendeten Koordinatensets gegeben. Die nachfolgende Tabelle 4.1 listet alle wichtigen und in dieser Arbeit auch behandelten Koordinatensets auf.

Tabelle 4.1 Obersicht der Robrumatensets in der GOSTO-Onigebung			
Set	Beschreibung		
g	Strukturfreiheitsgrade des Finite-Elemente-Modells des Flugzeugs		
g1	Strukturfreiheitsgrade eines massenkondensierten FEM-Modells, Subset vom g-set		
h	Freiheitsgrade ausgedrückt durch die Eigenformen des Flugzeugs (die ersten 6 sind		
	hierbei die Starrkörpereigenformen)		
j	Freiheitsgrad des aerodynamischen Panels in Normalenrichtung		
k	Freiheitsgrade des aerodynamischen Panels: Verschiebung und Rotation		
c1	Ausgabestationen, auf welche die Design Limit Loads aus der Böenrechnung		
	bezogen werden		

 Tabelle 4.1
 Übersicht der Koordinatensets in der GUSTO-Umgebung

### 4.1.1 Achsenkonventionen

Das in der GUSTO-Umgebung verwendete Koordinatensystem ist ein klassisches rechtshändiges Koordinatensystem.



Bild 4.1 Koordinatensystem (Airbus 2009)

Die y-Achse ist positiv in Flugrichtung rechts, während die z-Achse nach oben positiv definiert ist. Die x-Achse ist entgegen der Flugrichtung positiv. Die im GUSTO-Prozess berechneten Größen, wie beispielsweise die unter Kapitel 3.3.3 beschriebenen

Koeffizientenderivative zur Charakterisierung der Flugzeuge, beziehen sich demnach auf das Koordinatensystem aus Bild 4.1.

### 4.1.2 Strukturmodell – g1-set

Die Strukturmodelle der verschiedenen Flugzeugmuster von Airbus werden üblicherweise mithilfe der Finite-Elemente-Methode erzeugt. Anhand der Finite-Elemente-Methode werden die wichtigsten Flugzeugkomponenten mittels Strukturknoten (s. Bild 4.2) modelliert. Jeder Knoten besitzt dabei die üblichen sechs strukturellen Freiheitsgrade:

- 1. Auslenkung in x-Richtung
- 2. Auslenkung in y-Richtung
- 3. Auslenkung in z-Richtung
- 4. Drehung um die x-Achse
- 5. Drehung um die y-Achse
- 6. Drehung um die z-Achse



Bild 4.2 FEM-Modell eines Airbus A380 (Airbus 2010a)

Zusätzlich zu den sechs Freiheitsgraden werden den Strukturknoten Massenterme und Trägheitsterme zugeordnet. Alle Freiheitsgrade dieser FEM-Modelle zusammengefasst ergeben ein strukturelles Koordinatenset, welches in der GUSTO-Umgebung üblicherweise als g-set bezeichnet wird. Die spezielle Bezeichnung **g1-set** steht hierbei für ein massenkondensiertes FEM-Modell. Das g1-set kann auch als Unterset des g-sets verstanden werden. Zur Berechnung der Böenlasten via GUSTO wird üblicherweise das g1-set verwendet.

### 4.1.3 Aerodynamisches Modell – j-set und k-set

Aerodynamische Modelle von Flugzeugen werden bei Airbus unter anderem mithilfe der Doublet Lattice Method (s. Bild 4.3) realisiert.



Bild 4.3 DLM-Modell eines Airbus A380 (Airbus 2010b)

Die Charakteristiken der Doublet Lattice Method wurden bereits in Kapitel 3.2 beschrieben. Im **k-set** besitzt das DLM-Modell zwei Freiheitsgrade. Diese Freiheitsgrade sind die Panelnormalenrichtung und die Panelrotation und dienen dazu, die geometrische Verschiebung und Verdrehung der Panels darzustellen. Ebenfalls werden anhand des k-sets die aerodynamischen Kräfte und Momente am Panel abgebildet.

Im **j-set** besitzen die aerodynamischen Panels der DLM-Methode genau einen Freiheitsgrad. Dieser Freiheitsgrad ist die Panelnormalenrichtung. Das j-set dient zur Abbildung des Paneldruckbeiwerts und des lokalen Anstellwinkels. Hierzu wird die Geschwindigkeit in Normalenrichtung, auch Abwindgeschwindigkeit oder Abwind genannt, mit der Anströmung durch die Fluggeschwindigkeit überlagert.

### 4.1.4 Modale Koordinaten – h-set

Ein weiteres wichtiges Koordinatenset, das bei der Berechnung der Böenlasten Verwendung findet, ist das sogenannte **h-set**. Das h-set ist ein modales Koordinatensystem. Das heißt, dass die Eigenschaften des betrachteten Systems in Abhängigkeit von modalen Koordinaten angegeben sind. Modale Koordinaten sind Bewegungen, infolge der in Kapitel 3.1 bereits behandelten Eigenformen des betrachteten Systems.

Da das im GUSTO-Prozess betrachtete System das entsprechende Flugzeug ist, repräsentiert das h-set hier die Bewegungen des gesamten Flugzeugs infolge der Eigenformen. In dieser Arbeit wird besonderes Augenmerk auf die ersten sechs Eigenformen gelegt, die sogenannten Starrkörperbewegungen. Wie Matrizen und Vektoren, welche sich im h-set befinden, zu verstehen sind, wird in Kapitel 4.2.6 und 4.2.7 näher erläutert.



Bild 4.4 Flugzeug im modalen h-set (nach Airbus 2010a)

Die Bewegungen des gesamten Flugzeugs infolge der starren Eigenformen sind:

- 1. u<sub>x</sub>: Translation in x-Richtung
- 2. u<sub>y</sub>: Translation in y-Richtung
- 3. u<sub>z</sub>: Translation in z-Richtung
- 4.  $u_{\phi x}$ : Rotation um die x-Achse
- 5.  $u_{\phi y}$ : Rotation um die y-Achse
- 6.  $u_{\phi z}$ : Rotation um die z-Achse

# 4.2 Spezifikation des GUSTO-Programms

Die nachfolgende Tabelle soll der Übersichtlichkeit dienen und enthält Erläuterungen zu den Symbolen und Bedeutungen der in diesem Kapitel verwendeten Matrizen und Vektoren.

Symbol	Größe	Beschreibung
M <sub>gg</sub>	Massenmatrix	Massen- und Trägheitsterme
B <sub>gg</sub>	Dämpfungsmatrix	Dämpfungsterme
K <sub>gg</sub>	Steifigkeitsmatrix	Steifigkeitsterme
ug	Freiheitsgradvektor	Alle Freiheitsgrade des Modells
pg	Anregungsvektor	Äußere Anregung (Böe)
ф <sub>gh</sub>	Modalmatrix	Eigenformen der Struktur
Q <sub>jj</sub>	AIC-Matrix	Aerodynamik-Matrix
G <sub>kg</sub>	Interpolationsmatrix	Verknüpft die Freiheitsgrade von k-set und g-
		set
S <sub>kj</sub>	Integrationsmatrix	Integration der Druckbeiwerte zu Luftkräften
$\mathbf{D}^{1}_{jk}$	Substantial Differentiation	Umrechnung der Rotation der DLM-Panel auf
	Matrix	den reellen Anstellwinkel
$\mathbf{D}^{2}_{jk}$	Substantial Differentiation	Umrechnung der Auslenkung der DLM-Panel
	Matrix	auf den komplexen Anstellwinkel
$W_j^{GU}$	Abwindvektor der Einheitsböe	Abwindgeschwindigkeiten im 75%-Punkt
		durch die sinusförmige Einheitsböe
γ <sub>j</sub>	Böenwinkelvektor	Winkel zwischen Böengeschwindigkeit und
		Normalenvektor der DLM-Panels
Xj	75%-Vektor	Position der 75%-Punkte der DLM-Panels
Xo	Referenzpunkt	Position der Flugzeugnase
$P_{g1}^{GU}$	Lastenvektor der Einheitsböe	Vektor der Einheitsböe im g1-set

 Tabelle 4.2
 Matrizen und Vektoren in der GUSTO-Umgebung

### 4.2.1 Bewegungsgleichungen in physikalischen Koordinaten

Anhand des Berechnungsprogramms für Böenlasten GUSTO wird die Resonanz des Flugzeugs auf die Anregung durch eine Böe, definiert gemäß Vorschrift, berechnet. Grundlage dieser Berechnung sind dabei die folgenden strukturdynamischen Bewegungsgleichungen, welche in dieser Form bereits in Kapitel 3.1 erörtert wurden:

$$M_{gg}\ddot{u}_{g}(t) + B_{gg}\dot{u}_{g}(t) + K_{gg}u_{g}(t) = p_{g}(t)$$
(4.1)

In der Gleichung enthalten sind Massenmatrix, Dämpfungsmatrix und Steifigkeitsmatrix. Der Vektor u beinhaltet die Freiheitsgrade des betrachteten Systems und der Vektor p enthält äußere Kräfte, die dem System aufgezwungen werden und damit die Anregung des Systems. Der Index g kennzeichnet das g-set, in dem sich die aufgeführten Matrizen und Vektoren befinden.

Befindet sich der Freiheitsgradvektor u im g- oder gl-set, so enthält er für jeden einzelnen Strukturknoten des Flugzeugs die sechs strukturellen Freiheitsgrade. In einer Bewegungsgleichung sind die Freiheitsgrade zudem zeitabhängig. Entsprechend der Grundsätze der technischen Mechanik wird die Masse mit der Beschleunigung und die Dämpfung mit der Geschwindigkeit multipliziert. Geschwindigkeitsund Beschleunigungsterme erhält man anhand der ersten und zweiten Zeitableitung der Freiheitsgrade, hier symbolisiert durch  $\dot{u}$  und  $\ddot{u}$ .

### 4.2.2 Transferfunktionen und die Einheitsböe

Ein wichtiger Schritt im GUSTO-Prozess ist zunächst, Übertragungsfunktionen, auch Transferfunktionen genannt, anhand einer Einheitsböe zu generieren. Das Flugzeug wird dabei als System im regelungstechnischen Sinne betrachtet, dessen Charakteristik durch die Transferfunktion eindeutig beschrieben wird. Kennt man die Transferfunktion eines Systems, so kann für ein beliebiges Eingangssignal das Ausgangssignal des Systems bestimmt werden.

Bezogen auf das System Flugzeug bedeutet das: Mithilfe der Transferfunktion lässt sich für eine beliebige Anregung durch eine Böe die Resonanz des Flugzeugs und damit die aus der Böe resultierenden Lasten bestimmen. Die Einheitsböe zur Generierung der Transferfunktionen unterliegt dabei einer Sinus-Funktion mit einer Amplitude von eins (s. Bild 4.5).





## 4.2.3 Transformation in den Frequenzbereich

Um Transferfunktionen zu berechnen, wird zunächst Gleichung (4.1) im Rahmen einer harmonischen Analyse analog im Frequenzbereich dargestellt. Dies geschieht, indem die zeitabhängigen Vektoren der Freiheitsgrade u und der Anregung p als Serie harmonischer Größen angenommen und ausgedrückt werden.

$$p(t) = \sum P(\omega) \cdot e^{i\omega t}$$
(4.2)

$$u(t) = \sum U(\omega) \cdot e^{i\omega t}$$
(4.3)

Damit gilt für die erste und zweite Zeitableitung der Freiheitsgrade:

$$\dot{u}(t) = i\omega \cdot \sum U(\omega) \cdot e^{i\omega t}$$
(4.4)

$$\ddot{u}(t) = -\omega^2 \cdot \sum U(\omega) \cdot e^{i\omega t}$$
(4.5)

Dies führt zu folgender Darstellung der Gleichung (4.1):

$$\left[-\omega^2 M_{gg} + i\omega B_{gg} + K_{gg}\right] \cdot U_g(\omega) = P_g(\omega)$$
(4.6)

#### 4.2.4 Eigenformen

In einem weiteren Schritt werden die Eigenformen der freien ungedämpften Schwingung aus den Bewegungsgleichungen (4.6), wie in Kapitel 3.1 beschrieben, bestimmt.

$$\left[-\omega^2 M_{gg} + K_{gg}\right] \cdot U_g(\omega) = 0 \tag{4.7}$$

Gleichung (4.7) führt auf die modale Matrix  $\phi_{gh}$ , welche alle Eigenformen des Systems, auch Moden genannt, enthält. Im Sinne der Genauigkeit reicht es üblicherweise aus, eine reduzierte Anzahl der Eigenformen zu betrachten. Eigenformen sind grundsätzlich rein reell und stehen orthogonal zur Massen- und Steifigkeitsmatrix des Flugzeugs. Dies bedeutet wiederum, dass der folgende Term

$$M_{hh} = \phi_{gh}^T M_{gg} \phi_{gh} \tag{4.8}$$

zu einer Diagonalmatrix  $M_{hh}$  führt, bei der alle Elemente abseits der Matrixdiagonalen null sind. Analog lässt sich eine Steifigkeitsmatrix  $K_{hh}$  erzeugen.

Die Starrkörperbewegungen, das heißt die ersten sechs Freiheitsgrade der modalen Koordinaten, werden bezüglich eines definierten Referenzpunkts erzeugt. Dieser liegt in der Regel in der Nähe des aerodynamischen Referenzpunkts (auf der Längsachse bei 25 % der mittleren aerodynamischen Flügeltiefe). Die Massenmatrix  $M_{hh}$  enthält für diese Formen entsprechende Deviationsmomente. Die Steifigkeitsmatrix  $K_{hh}$  hat aufgrund der fehlenden Einspannung des Flugzeugs bezüglich der Starrkörperbewegungen den Wert null.

### 4.2.5 Bewegungsgleichung in modalen Koordinaten

Mithilfe der Eigenformen wird die Gleichung (4.6) nun generalisiert. Generalisieren bedeutet, dass die Gleichung mithilfe der Eigenformen von den physikalischen Koordinaten des g-set in die modalen Koordinaten des h-set transformiert wird. Wie bereits erwähnt führt dieser Schritt dazu, dass Steifigkeits- und Massenmatrix des Flugzeugs zu diagonalen Matrizen werden, was das Gleichungssystem vereinfacht und die Anzahl der Freiheitsgrade stark reduziert (die Anzahl der betrachteten Eigenformen ist üblicherweise viel kleiner als die Anzahl der Freiheitsgrade des FEM-Modells). Man spricht von einem entkoppelten Gleichungssystem.

Um generalisierte Bewegungsgleichungen zu erhalten, werden die physikalischen Auslenkungen des Flugzeugs  $U_g$ , ebenfalls mithilfe der Eigenformen, approximiert.

$$U_g(\omega) \approx \phi_{gh} U_h(\omega) \tag{4.9}$$

Setzt man den Ausdruck aus Gleichung (4.9) in Gleichung (4.6) ein und multipliziert diese dazu auf beiden Seiten mit der transponierten modalen Matrix  $\phi_{gh}^{T}$ , so erhält man:

$$\left[-\omega^2 \phi_{gh}^T M_{gg} \phi_{gh} + i\omega \phi_{gh}^T B_{gg} \phi_{gh} + \phi_{gh}^T K_{gg} \phi_{gh}\right] \cdot U_g = \phi_{gh}^T P_g(\omega)$$
(4.10)

Was sich vereinfacht schreiben lässt als:

$$\left[-\omega^2 M_{hh} + i\omega B_{hh} + K_{hh}\right] \cdot U_h(\omega) = \phi_{gh}^T P_g = P_h(\omega) \tag{4.11}$$

#### 4.2.6 Aerodynamik-Matrix

Bis zum jetzigen Zeitpunkt sind noch keinerlei aerodynamische Kräfte in den Bewegungsgleichungen berücksichtigt worden. Diese können mithilfe der Doublet Lattice Method, wie in Kapitel 3.2 beschrieben, in Form der Aerodynamic Influence Coefficient Matrix erzeugt werden. Die AIC-Matrix befindet sich allerdings in ihrem eigenen Koordinatenset, dem sogenannten k-set. Um sie in die strukturdynamischen Bewegungsgleichungen einbringen zu können, benötigt man die Matrix ebenfalls in generalisierter Form, sprich im h-set. Dafür muss die Matrix zunächst in das g-set transformiert werden. Dies geschieht folgendermaßen:

$$Q_{gg} = G_{kg}^T S_{kj} Q_{jj} \left( D_{jk}^1 + ik D_{jk}^2 \right) G_{kg}$$
(4.12)

 $Q_{jj}$  ist hierbei die besagte AIC-Matrix aus dem Doublet-Lattice-Verfahren. Mithilfe von  $D^{1}_{jk}$ und  $D^{2}_{jk}$  werden die Panel-Freiheitsgrade, Verdrehung und Auslenkung, auf den reellen und komplexen Anstellwinkel umgerechnet. Anhand der Matrix  $S_{kj}$  werden die Druckbeiwerte der Panels zu Luftkräften integriert. Die Matrix  $G_{kg}$  transformiert die aerodynamischen Kräfte vom k-set ins g-set. Schlussendlich wird die Aerodynamik-Matrix  $Q_{gg}$  mithilfe der Eigenformen ins erforderliche h-set transformiert und damit generalisiert.

$$Q_{hh} = \phi_{gh}^T Q_{gg} \phi_{gh} \tag{4.13}$$

Da die Aerodynamik-Matrix im Rahmen dieser Arbeit in halbgeneralisierter Form behandelt wird, soll an dieser Stelle auch die halbgeneralisierte Matrix angegeben werden.

$$Q_{gh} = Q_{gg}\phi_{gh} \tag{4.14}$$

Die erhaltene aerodynamische Matrix  $Q_{hh}$  beinhaltet die aerodynamischen Kräfte infolge der Bewegung des Systems durch die Eigenformen in Abhängigkeit der reduzierten Frequenz k aus Gleichung (3.7).

#### 4.2.6.1 Aerodynamik-Matrix Q<sub>g1h</sub> in halbgeneralisierter Form

Nachfolgend soll auf die Bedeutung der Aerodynamik-Matrix in halbgeneralisierter und generalisierter Form eingegangen werden. Die halbgeneralisierte Luftkraftmatrix  $Q_{g1h}$  hat folgende Darstellung:

$$\frac{dF_{x_{1}}}{du_{x}} \frac{dF_{x_{1}}}{du_{y}} \frac{dF_{x_{1}}}{du_{z}} \frac{dF_{x_{1}}}{du_{z}} \frac{dF_{x_{1}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{1}}}{du_{\varphi_{z}}} \cdots \\ \frac{dF_{y_{1}}}{du_{x}} \frac{dF_{y_{1}}}{du_{y}} \frac{dF_{y_{1}}}{du_{y}} \frac{dF_{y_{1}}}{du_{z}} \frac{dF_{y_{1}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{y_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{y_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \cdots \\ \frac{dF_{z_{1}}}{du_{x}} \frac{dF_{z_{1}}}{du_{x}} \frac{dF_{z_{1}}}{du_{y}} \frac{dF_{z_{1}}}{du_{z}} \frac{dF_{z_{1}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{z_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{z_{1}}}{du_{\varphi_{z}}} \cdots \\ \frac{dM_{x_{1}}}{du_{x}} \frac{dM_{x_{1}}}{du_{y}} \frac{dM_{x_{1}}}{du_{y}} \frac{dM_{x_{1}}}{du_{z}} \frac{dM_{x_{1}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dM_{x_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dM_{x_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \cdots \\ \frac{dM_{y_{1}}}{du_{x}} \frac{dM_{z_{1}}}{du_{y}} \frac{dM_{z_{1}}}{du_{y}} \frac{dM_{z_{1}}}{du_{z}} \frac{dM_{z_{1}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dM_{z_{1}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dM_{z_{1}}}{du_{\varphi_{z}}} \cdots \\ \frac{dF_{x_{2}}}{du_{x}} \frac{dF_{x_{2}}}{du_{y}} \frac{dF_{x_{2}}}{du_{z}} \frac{dF_{x_{2}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{2}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{2}}}{du_{\varphi_{z}}} \cdots \\ \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{y}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{z}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{z}}} \cdots \\ \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{z}}} \cdots \\ \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dF_{x_{2}}}}{du_{\varphi_$$

Neben den Dimensionen des g1-sets und den modalen Koordinaten ist sie zusätzlich abhängig von der reduzierten Frequenz k. Die ersten sechs Reihen der Matrix repräsentieren somit die Freiheitsgrade des ersten Strukturknotens des g1-sets. In den darauffolgenden Reihen findet man die Freiheitsgrade der restlichen Strukturknoten, jeweils sechs Reihen für jeden Knoten. Die Spalten der Matrix stellen die Bewegungen durch die Eigenformen dar. Die Starrkörperbewegungen des Flugzeugs sind in den ersten sechs Spalten der Luftkraftmatrix Q<sub>g1h</sub> enthalten, die darauffolgenden Spalten bilden die flexiblen Eigenformen. Die Elemente der Matrix sind zudem komplexe Größen. Die Bewegungen durch die Eigenformen setzen sich zusammen aus den zeitabhängigen Termen für die Auslenkung, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung. Diese Terme lassen sich im Rahmen der harmonischen Analyse, beispielsweise für die Translation in y-Richtung u<sub>y</sub>, wie folgt beschreiben:

$$y(t) = \hat{y}e^{i\omega t} \tag{4.15}$$

$$\dot{y}(t) = \hat{y}i\omega e^{i\omega t} \tag{4.16}$$

$$\ddot{y}(t) = -\hat{y}\omega^2 e^{i\omega t} \tag{4.17}$$

Analog kann eine rotatorische Bewegung formuliert werden, beispielsweise die Rotation um die x-Achse  $u_{\phi x}$ .

$$\varphi_x(t) = \hat{\varphi}_x e^{i\omega t} \tag{4.18}$$

$$\dot{\varphi}_x(t) = \hat{\varphi}_x i \omega e^{i\omega t} \tag{4.19}$$

$$\ddot{\varphi}_x(t) = -\hat{\varphi}_x \omega^2 e^{i\omega t} \tag{4.20}$$

Aus den aufgeführten Gleichungen (4.16) und (4.19) wird ersichtlich, dass bei Verwendung des harmonischen Schwingungsansatzes mittels des Terms  $e^{i\omega t}$  die Geschwindigkeitsterme aufgrund der ersten Zeitableitung imaginäre Größen sind.

Die Gleichungen (4.15), (4.17), (4.18) und (4.20) belegen, dass die Auslenkungs- und Beschleunigungsterme reelle Größen sind. Insbesondere bei der Betrachtung von kleinen Frequenzen sind die Beschleunigungsterme aufgrund der Multiplikation mit der quadrierten Kreisfrequenz  $\omega^2$  vernachlässigbar klein. Dies ist vor allem deshalb wichtig, da durch das an späterer Stelle zu entwickelnde Skript insbesondere Starrkörperbewegungen und damit vor allem niedrige Frequenzen angepasst werden sollen. Aus diesem Grund kann an dieser Stelle näherungsweise geschlussfolgert werden, dass die nachfolgend beschriebenen Realteile die Auslenkungen durch die Eigenformen darstellen.

Zur Erläuterung der Bedeutung der halbgeneralisierten Luftkraftmatrix  $Q_{g1h}$  soll an dieser Stelle ein ausgewähltes Element der Matrix betrachtet werden. Das Element  $Q_{g1h}(1, 2, 1)$  ist eine komplexe Größe, bestehend aus einem Real- und einem Imaginärteil. Die Indizes 1, 2 und 1 innerhalb der Klammer bedeuten:

- Luftkraftgradient am ersten Freiheitsgrad im g1-set  $dF_{x1}$  (Auslenkung in x-Richtung des ersten Strukturknotens)
- Bewegung des Flugzeugs durch die zweite Eigenform im modalen h-set duy (Translation in y-Richtung)

• Eigenform oszilliert mit der ersten reduzierten Frequenz k

Unterteilt man das Element  $Q_{g1h}(1, 2, 3)$  nun weiter in seinen Real- und Imaginärteil, so lässt sich folgendes sagen:

**real**( $Q_{g1h}(1, 2, 3)$ ) beschreibt den Luftkraftgradienten  $dF_{x1}/du_y$  in x-Richtung am ersten Strukturknoten, wenn das Flugzeug eine harmonisch oszillierende **Auslenkung** in y-Richtung mit der ersten reduzierten Frequenz k erfährt.

**imag**( $Q_{g1h}(1, 2, 3)$ ) beschreibt den Luftkraftgradienten d $F_{x1}/du_y$  in x-Richtung am ersten Strukturknoten, wenn das Flugzeug eine harmonische oszillierende **Geschwindigkeit** in y-Richtung mit der ersten reduzierten Frequenz k erfährt.

Diese Betrachtung gilt allerdings nur für quasi-stationäre Annahmen bei kleinen Frequenzen, wie der ersten reduzierten Frequenz. Im allgemeinen, instationären Fall ergeben sich eine Amplitude und eine Phase bezüglich Geschwindigkeit und Auslenkung aufgrund der instationären Eigenschaften der AIC-Matrix Q<sub>ij</sub>.

### 4.2.6.2 Aerodynamik-Matrix Q<sub>hh</sub> in generalisierter Form

Die generalisierte Matrix Q<sub>hh</sub> aus Gleichung (4.13) stellt sich wie folgt dar:

$$\frac{dX}{du_{x}} \frac{dX}{du_{y}} \frac{dX}{du_{y}} \frac{dX}{du_{z}} \frac{dX}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dX}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dX}{du_{\varphi_{z}}} \cdots$$

$$\frac{dY}{du_{x}} \frac{dY}{du_{y}} \frac{dY}{du_{y}} \frac{dY}{du_{z}} \frac{dY}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dY}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dY}{du_{\varphi_{z}}} \cdots$$

$$\frac{dZ}{du_{x}} \frac{dZ}{du_{y}} \frac{dZ}{du_{y}} \frac{dZ}{du_{z}} \frac{dZ}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dZ}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dZ}{du_{\varphi_{z}}} \cdots$$

$$\frac{dM}{du_{x}} \frac{dM}{du_{y}} \frac{dM}{du_{z}} \frac{dM}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dM}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dM}{du_{\varphi_{z}}} \cdots$$

$$\frac{dM}{du_{x}} \frac{dM}{du_{y}} \frac{dM}{du_{z}} \frac{dM}{du_{\varphi_{x}}} \frac{dM}{du_{\varphi_{y}}} \frac{dM}{du_{\varphi_{z}}} \cdots$$

Auch diese Matrix ist abhängig von der reduzierten Frequenz. In der vollständig generalisierten Darstellung ist sie daneben jedoch nur noch abhängig von den modalen Koordinaten. Die Gleichungen (4.15) bis (4.20) finden auch in dieser Darstellungsweise für die Bewegungen des Flugzeugs durch die Eigenformen Anwendung. Ebenfalls sind die Elemente dieser Matrix komplexe Größen. Zum besseren Verständnis soll auch hier ein Beispiel dienen.

Das Element  $Q_{hh}(2, 6, 1)$  ist eine komplexe Größe, bestehend aus Real- und Imaginärteil. Die Indizes 2, 6 und 1 innerhalb der Klammer bedeuten:

- Luftkraftgradient des zweiten Freiheitsgrads des h-sets dY (Kraft in y-Richtung)
- Bewegung durch die sechste Eigenform des h-sets  $du_{\phi z}$  (Rotation um die z-Achse)
- Eigenform oszilliert mit der ersten reduzierten Frequenz k

Wird dieses Element nun in seinen Real- und Imaginärteil unterteilt, so kann folgende Aussage getroffen werden:

**real**( $Q_{hh}(2, 6, 1)$ ) beschreibt den realen Teil des Luftkraftgradienten dY/du<sub> $\varphi z$ </sub>. Dieser stellt die Luftkraft in y-Richtung dar, die das gesamte Flugzeug infolge einer harmonisch oszillierenden, rotatorischen **Auslenkung** um die z-Achse mit der ersten reduzierten Frequenz k erfährt.

**imag**( $Q_{hh}(2, 6, 1)$ ) beschreibt den imaginären Teil des Luftkraftgradienten dY/du<sub> $\varphi z</sub>$ . Dieser stellt die Luftkraft in y-Richtung dar, die das gesamte Flugzeug infolge einer harmonisch oszillierenden, rotatorischen **Geschwindigkeit** um die z-Achse mit der ersten reduzierten Frequenz k erfährt.</sub>

Auch diese Betrachtung gilt nur für quasi-stationäre Annahmen bei kleinen Frequenzen, wie der ersten reduzierten Frequenz.

### 4.2.7 Böenvektor

Bis hierhin wurde lediglich die linke Seite (links vom Gleichheitszeichen) der strukturdynamischen Bewegungsgleichungen behandelt. In einem weiteren Schritt wird nun auf die rechte Seite, welche die Anregung des Systems darstellt, näher eingegangen. Wie bereits in Kapitel 4.2.2 erwähnt, soll das System durch eine Einheitsböe angeregt werden. Diese Einheitsböe wird wie folgt definiert:

$$P_{g_1}^{GU}(\omega) = q Q_{g_1 j} W_j^{GU}$$
(4.21)

Mit dem Vektor des Einheitsböenfelds:

$$W_j^{GU} = \cos(\gamma_j) e^{-i\omega \frac{x_j - x_0}{V}}$$
(4.22)

 $W_j^{GU}$  enthält die Böengeschwindigkeiten als Abwindgeschwindigkeiten im 75%-Punkt für jedes Panel des DLM-Modells des Flugzeugs. Das Böenfeld besitzt dabei ein Kosinusprofil und ist zudem frequenzabhängig. Zudem wird aus Gleichung (4.22) ersichtlich, dass das Einheitsböenfeld ein Vektor mit komplexen Elementen ist. Der imaginäre Anteil steht hierbei für den Zeitverzug der Böengeschwindigkeit im 75%-Punkt des jeweiligen DLM-Panels x<sub>j</sub> verglichen mit der Böengeschwindigkeit an der Nase des Flugzeugs x<sub>0</sub>.  $\gamma_j$  ist der Winkel zwischen dem Normalenvektor des DLM-Panels und dem Vektor der Böengeschwindigkeit.

Qg1j kann auf folgende Art und Weise aus der AIC-Matrix Qjj berechnet werden:

$$Q_{g1j} = G_{kg}^T S_{kj} Q_{jj} \tag{4.23}$$

Die Transformation vom g1-set ins h-set funktioniert auch beim Böenvektor über die modale Matrix  $\phi_{g1h}$ .

$$P_{h}^{GU} = \phi_{g1h}^{T} P_{g1}^{GU} \tag{4.24}$$

### 4.2.7.1 Böenvektor in strukturellen Koordinaten Pg1<sup>GU</sup>

Der Vektor des Einheitsböenfelds P<sub>g1</sub><sup>GU</sup> hat folgende Darstellung:

$$\frac{dF_{x_{1}}}{dW_{y}} = \frac{dF_{x_{1}}}{dW_{z}}$$

$$\frac{dF_{y_{1}}}{dW_{y}} = \frac{dF_{y_{1}}}{dW_{z}}$$

$$\frac{dF_{z_{1}}}{dW_{y}} = \frac{dF_{z_{1}}}{dW_{z}}$$

$$\frac{dM_{x_{1}}}{dW_{y}} = \frac{dM_{x_{1}}}{dW_{y}} = \frac{dM_{x_{1}}}{dW_{z}}$$

$$\frac{dM_{y_{1}}}{dW_{y}} = \frac{dM_{x_{1}}}{dW_{z}}$$

$$\frac{dM_{z_{1}}}{dW_{y}} = \frac{dM_{z_{1}}}{dW_{z}}$$

$$\frac{dF_{x_{2}}}{dW_{y}} = \frac{dF_{x_{2}}}{dW_{z}}$$

Dieser Vektor ist streng genommen auch eine frequenzabhängige Matrix, wird aber im Folgenden weiterhin als Vektor bezeichnet. Die erste Dimension ist die des g1-sets und die zweite Dimension spezifiziert die Richtung der Böe. Die erste Spalte steht für eine laterale Böe in y-Richtung und die zweite Spalte analog für eine vertikale Böe in z-Richtung. Die Berücksichtigung einer Böe in x-Richtung ist nach **CS 25.341** nicht erforderlich.

Die Elemente des Böenvektors  $P_{gl}^{GU}$  sind, genau wie die Elemente der Aerodynamik-Matrix, komplexe Größen. Der imaginäre Anteil resultiert hier aus der Zeitverzögerung der Böengeschwindigkeit bezogen auf die Flugzeugnase. Die Bedeutung des Vektors soll kurz anhand eines Elements erläutert werden.

Betrachtet wird das Element  $P_{g1}^{GU}(3, 2, 5)$ . Die Indizes 3, 2 und 5 bedeuten:

- Kraftgradient aus der Böe am dritten Freiheitsgrad des g1-sets F<sub>z1</sub> (Kraft in z-Richtung)
- Vertikale Böengeschwindigkeit W<sub>z</sub> bezogen auf die Flugbahn des Flugzeugs (Böe in z-Richtung)
- Böengeschwindigkeit oszilliert harmonisch mit der fünften reduzierten Frequenz k.

### 4.2.7.2 Böenvektor in modalen Koordinaten Ph<sup>GU</sup>

63

In modalen Koordinaten hat der Vektor des Einheitsböenfelds folgende Form:

$$P_{h}^{GU} = \begin{bmatrix} \frac{dX}{dW_{y}} & \frac{dX}{dW_{z}} \\ \frac{dY}{dW_{y}} & \frac{dY}{dW_{z}} \\ \frac{dZ}{dW_{y}} & \frac{dZ}{dW_{z}} \\ \frac{dL}{dW_{y}} & \frac{dL}{dW_{z}} \\ \frac{dM}{dW_{y}} & \frac{dM}{dW_{z}} \\ \frac{dM}{dW_{y}} & \frac{dM}{dW_{z}} \end{bmatrix}$$

Auch dieser Vektor ist strenggenommen eine frequenzabhängige Matrix. Die erste Dimension ist hier die des modalen h-sets. Die übrigen Dimensionen sind analog zum Böenvektor im g1-set. Betrachtet wird das Element  $P_h^{GU}(3, 2, 5)$ . Die Indizes 3, 2 und 5 bedeuten:

- Kraftgradient aus der Böe bezogen auf dritten Freiheitsgrad des h-sets Z (Kraft in z-Richtung)
- Vertikale Böengeschwindigkeit W<sub>z</sub> bezogen auf die Flugbahn des Flugzeugs (Böe in z-Richtung)
- Böengeschwindigkeit oszilliert harmonisch mit der fünften reduzierten Frequenz k

Die Elemente dieses Vektors geben also an, welche Kraftgradienten das gesamte Flugzeug infolge einer lateralen oder vertikalen Böe mit verschiedenen reduzierten Frequenzen k erfährt.

Abschließend ist noch wichtig zu erwähnen, dass sowohl die Luftkräfte in der Aerodynamik-Matrix, als auch die Böenkräfte in den Böenvektoren immer als Gradienten zu verstehen sind, welche den Unterschied zum stationären Flugzustand mit einfacher Erdbeschleunigung, dem sogenannten 1g-Zustand beschreiben.

### 4.2.8 Lösen der Bewegungsgleichungen

Vor dem Lösen der Bewegungsgleichungen müssen im GUSTO-Prozess zusätzlich Matrizen mit Gradienten aus Steuerflächenausschlägen und Gyroskopie der Antriebssysteme gebildet

werden. Da dies im Rahmen dieser Arbeit aber nicht relevant ist, wird an dieser Stelle auf detaillierte Ausführungen verzichtet.

Mit Berücksichtigung der Aerodynamik-Matrix lautet die Bewegungsgleichung:

$$\left[-\omega^2 M_{hh} + i\omega B_{hh} + K_{hh} - qQ_{hh}(\omega)\right] \cdot U_h(\omega) = P_h^{GU}(\omega)$$
(4.25)

In dieser Form kann mit dem Lösen der Bewegungsgleichungen begonnen werden. Die Übertragungsfunktion H lässt sich aus Gleichung (4.25) wie folgt bestimmen:

$$U_{h}(\omega) = \left[-\omega^{2} M_{hh} i \omega B_{hh} + K_{hh} - q Q_{hh}\right]^{-1} \cdot P_{h}^{GU} = H_{U_{h}}^{GU}$$
(4.26)

Die Notation der Übertragungsfunktion kennzeichnet üblicherweise Input und Output des Systems:  $H_{output}^{input}$ . In diesem Fall wäre der Input die Einheitsböe, gekennzeichnet durch den Index GU. Der Output, also die Reaktion des Systems Flugzeug, wäre hier die Bewegung des Flugzeugs angegeben durch die Freiheitsgrade in modalen Koordinaten U<sub>h</sub>. Die Übertragungsfunktion  $H_{U_h}^{GU}$  setzt also die Anregung des Systems Flugzeug durch eine Einheitsböe in Relation zur Bewegung des Flugzeugs.

Im nächsten Schritt können aus den modalen Freiheitsgraden  $U_h$  Beschleunigungen und Lasten durch die Berechnung der physikalischen Auslenkungen berechnet werden.

$$U_g(\omega) = \phi_{gh} U_h(\omega) = \phi_{gh} H_{U_h}^{GU}$$
(4.27)

In GUSTO wird nun die Force Summation Method aus Kapitel 2.5 benutzt, um dynamische Lasten zu berechnen. Aus diesem Grund müssen nun alle externen Lasten wie aerodynamische Lasten, Trägheitslasten und aufgezwungene Lasten aus der Einheitsböe anhand der Übertragungsfunktion  $H_{U_h}^{GU}$  berechnet werden, um diese anschließend zur totalen dynamischen Böenlast aus der Einheitsböe zu superpositionieren.

Trägheitskräfte auf dem g-set lassen sich beispielsweise folgendermaßen bestimmen:

$$P_g^{mass}(\omega) = \omega^2 M_{gg} U_g(\omega) = \omega^2 M_{gg} \phi_{gh} H_{U_h}^{GU} = \omega^2 M_{gh} H_{U_h}^{GU}$$
(4.28)

Aerodynamische Lasten aus der Einheitsböe und den daraus resultierenden Bewegungen des Flugzeugs können im j-set wie folgt berechnet werden:

$$P_j^{aero}(\omega) = qQ_{jj} \left( W_j^{GU} + W_j^{Motion} \right)$$
(4.29)

 $W_i^{GU}$  kommt aus Gleichung (4.22) und  $W_j^{Motion}$  ist auf die folgende Art definiert:

$$W_{j}^{Motion} = \left(D_{jk}^{1} + ikD_{jk}^{2}\right)G_{kg}\phi_{gh}U_{h}(\omega) = \left(D_{jk}^{1} + ikD_{jk}^{2}\right)G_{kg}\phi_{gh}H_{U_{h}}^{GU}$$
(4.30)

Die beschriebenen Schritte führen zu einem globalen Übertragungsverhalten  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$ , welches sämtliche zu berechnenden Größen für eine Anregung durch die Einheitsböe beschreiben kann. Diese Größen werden Interesting Quantities genannt und durch die Notation IQ gekennzeichnet. Das globale Übertragungsverhalten  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  umfasst ebenso dynamische Schnittgrößen wie Querkräfte und Biegemomente an Flugzeugkomponenten, wie auch flugmechanische Reaktionen auf die Anregung durch die Einheitsböe wie Rollen, Schieben und Gieren.

Das grundlegende Konzept von GUSTO besteht im Generieren dieses Übertragungsverhaltens  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$ . Das Übertragungsverhalten kann verwendet werden, um mithilfe der Böenmodelle aus der Vorschrift die sich ergebenden dynamischen Lasten für das Flugzeug aus Discrete Gust und Continuous Turbulence zu bestimmen. Dieser Schritt wird im nächsten Kapitel beschrieben.

Anhand eines Beispiels soll erklärt werden, wie das Übertragungsverhalten zu verstehen ist.



Bild 4.6 Globales Übertragungsverhalten  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  des Torsionsmomentes am Rumpf Bild 4.6 zeigt das Übertragungsverhalten  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  der Interesting Quantity Torsionsmoment  $M_x$  am Rumpf an Position 24. Wie die Positionen zu interpretieren sind, wird an späterer Stelle geklärt. Wählt man nun eine beliebige Kreisfrequenz  $\omega_1$ , so erhält man ein dazugehöriges Torsionsmoment  $M_{x1}$ . Dies ist genau das Rumpftorsionsmoment  $M_{x1}$  an

Position 24, welches sich einstellt, wenn das Flugzeug eine Anregung durch eine Einheitsböe der Frequenz  $\omega_1$  erfährt. Die Verläufe des Übertragungsverhaltens  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  sollten dabei für Kräfte und Momente immer durch null gehen, da sich bei einer Frequenz von null ein stationärer Gleichgewichtszustand einstellt.

#### 4.2.9 Lasten aus den Böenmodellen

An dieser Stelle werden die Böenmodelle der Discrete Gust und der Continuous Turbulence aus der Vorschrift, beschrieben in Kapitel 2.3, benötigt.

#### 4.2.9.1 Discrete Gust

Die Definition der Discrete Gust ist anhand von Gleichung (2.7) gegeben und lautet:

$$U = \frac{U_{ds}}{2} \Big[ 1 - \cos\left(\frac{\pi s}{H}\right) \Big]$$

Mithilfe der Fluggeschwindigkeit lässt sich diese wegabhängige Formulierung als Zeitsignal gu(t) der Discrete Gust ausdrücken.

$$gu(t) = \frac{U}{V_{tas}} = \frac{U_{ds}}{2V_{tas}} \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi s}{H}\right) \right]$$
(4.31)

Dieses Zeitsignal wird anhand einer Fourier-Transformation in den Frequenzbereich transformiert. Das so erhaltene frequenzabhängige Signal  $GU(\omega)$  muss mit dem globalen Übertragungsverhalten  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  multipliziert werden, um die frequenzabhängigen Interesting Quantities  $IQ(\omega)$  aus der Discrete Gust zu erhalten.

$$IQ(\omega) = GU(\omega)H_{IO}^{GU}(\omega) \tag{4.32}$$

Anhand einer inversen Fourier-Transformation kann der Zeitverlauf der Interesting Quantities iq(t) bestimmt werden. Bild 4.7 zeigt beispielsweise den Verlauf der Translation in z-Richtung u<sub>z</sub> als Reaktion auf eine vertikale Discrete Gust.



Bild 4.7 Reaktion des Flugzeugs auf eine Discrete Gust (Airbus 2010a)

Der zeitabhängige Verlauf der Interesting Quantities iq(t) umfasst ebenso die Schnittgrößenverläufe, welche aus der Discrete Gust resultieren. Diese Schnittgrößenverläufe müssen für alle von der Vorschrift verlangten Böengradienten H berechnet und analysiert werden. Die Analyse liefert Extrema an allen relevanten Komponenten und Positionen, welche schlussendlich die inkrementelle Böenlast P<sub>li</sub> der Discrete Gust darstellen.

#### 4.2.9.2 Continuous Turbulence

Auch die Continuous Turbulence wurde bereits in Kapitel 2.3 behandelt. Sie ist durch das sogenannte von-Kármán-Spektrum definiert, welches in Gleichung (2.10) dargestellt ist. Für die Anwendung im Rahmen des GUSTO-Prozesses wird dieses Spektrum auf die Fluggeschwindigkeit  $V_{tas}$  bezogen.

$$PP(\omega) = \frac{L}{\pi V_{tas}} \frac{1 + \frac{8}{3} \left(1.339 \frac{L\omega}{V_{tas}}\right)^2}{\left[1 + \left(1.339 \frac{L\omega}{V_{tas}}\right)^2\right]^{\frac{11}{6}}}$$
(4.33)

Der Wert  $\overline{A}$  ist in Gleichung (2.12) gegeben und bildet den quadratischen Mittelwert der Anregung des Flugzeugs durch eine Einheitsböengeschwindigkeit.

$$\bar{A}_{IQ} = \frac{1}{V_{tas}} \left[ \int_0^\infty \left| H_{IQ}^{GU}(\omega) \right|^2 PP(\omega) d\omega \right]^{\frac{1}{2}}$$
(4.34)

Inkrementelle Lasten als Folge der Continuous Turbulence lassen sich durch Multiplikation des  $\overline{A}$ -Wertes mit der Design-Böengeschwindigkeit U<sub> $\sigma$ </sub> gemäß Gleichung (2.11) ermitteln:

$$\Delta IQ = U_{\sigma} \bar{A}_{IQ} \tag{4.35}$$

Auch hier müssen aus den frequenzabhängigen Interesting Quantities Design Limit Loads aus der Continuous Turbulence bestimmt werden. Auf detaillierte Ausführungen bezüglich dieses Vorgangs soll an dieser Stelle jedoch verzichtet werden, da dies den wissenschaftlichen Umfang dieser Arbeit übersteigt.

## 4.3 Funktioneller Aufbau des Programms

Das GUSTO-Programm lässt sich grob in drei Programmabschnitte aufteilen.



Bild 4.8 Ablauf des GUSTO-Programms

Im Pre-Processing werden vereinfacht gesagt die notwendigen Daten gesammelt und für die Verarbeitung aufbereitet. Hierfür werden diverse Inputs benötigt. Diese umfassen unter anderem die Festlegung des Flugzeugmusters, die zugrunde liegende Geometrie, die Festlegung der EFCS-Methode und viele weitere Einträge. Einer der wichtigsten Einträge ist hierbei die LCC-Liste. Die Abkürzung LCC steht für Load Case Calculation, demnach definiert diese Liste die Lastfälle, die in der Böenrechnung gerechnet werden sollen. Darin spezifiziert werden müssen die Design-Speed, die Mach-Zahl, der Massenfall, die Höhe, das Control Law des EFCS (siehe Definitionen), die Klappenkonfiguration, die Airbrake-Einstellung und der Anstellwinkel. Eine solche LCC-Liste ist in Anhang C – ELS-Datei zu finden.

Das Pre-Processing lässt sich in folgende Struktur unterteilen:

- Aerodynamik-Pre-Processing
- Struktur-Pre-Processing
- IQ-Pre-Processing
- Antriebs-Pre-Processing

Die jeweiligen Pre-Processings verarbeiten die Eingangsdaten und erzeugen den für die Berechnung der Übertragungsfunktionen benötigten Output. Das **Aerodynamik-Pre-Processing** ist beispielsweise für die Berechnung der Aerodynamik-Matrix Q<sub>gg</sub> entsprechend Gleichung (4.12) und die Erzeugung des Böenvektors P<sub>g</sub> oder P<sub>g1</sub> nach Gleichung (4.21) zuständig, während das **Struktur-Pre-Processing** Massen- und Dämpfungsmatrix M<sub>gg</sub> und B<sub>gg</sub>, sowie modale Matrix  $\phi_{gh}$  der entsprechend der LCC-Liste ausgewählten Massenfälle bereitstellt.

Das **Antriebs-Pre-Processing** bereitet die Daten der Antriebsmatrix und der Gyroskopie-Matrix auf. Wichtig ist zudem das **IQ-Pre-Processing**. Anhand des Inputs für dieses Pre-Processing wird festgelegt, für welche Interesting Quantities im späteren Verlauf Übertragungsfunktionen und darauf aufbauende Böenlasten berechnet werden sollen. Dieser Input wird Electronic Load Supply (ELS) genannt. Ein Auszug daraus ist in Anhang C – ELS-Datei zu finden.

Der Gedanke des Pre-Processings ist, dass nach Abschluss von Selbigem alle für die Berechnung der Übertragungsfunktionen benötigten Daten auf einem gemeinsamen Koordinatenset, dem g-set oder g1-set, vorhanden sind.

Die Berechnung der Übertragungsfunktionen  $H_{U_h}^{GU}$  nach Gleichung (4.26) und des globalen Übertragungsverhaltens  $H_{IQ}^{GU}$  ist Aufgabe des Kernell-Programmabschnitts. Die Bezeichnung Open Loop bedeutet hierbei, dass noch kein EFCS berücksichtigt wurde, wohingegen bei Closed Loop Daten eine Berücksichtigung des EFCS-Modells bereits erfolgt ist.

Für die Berechnung der Design Loads aus den Böenmodellen nach Gleichung (4.32) und (4.35) und die Überlagerung dieser Design Loads mit den stationären 1g-Belastungen ist der Programmabschnitt Kernel2 verantwortlich.

## 4.4 Aktueller Korrekturprozess aerodynamischer Daten

Um beurteilen zu können, welche aerodynamischen Größen im Prozess fehlen, muss zunächst der Korrekturprozess der aerodynamischen Daten aus der Doublet Lattice Method untersucht werden.

Der Ansatz des aktuellen Prozesses ist, die aerodynamischen Daten auf Basis der DLM-Methode zu korrigieren. Wird die Aerodynamic Influence Coefficient Matrix  $Q_{jj}$  mit dem Downwash-Vektor  $W_j^{eff}$  multipliziert, der bezüglich des DLM-Modells die Abwinde aus den aerodynamischen Effekten  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $p^*$ ,  $q^*$  und  $r^*$  (s. Kapitel 3.3) in den 75%-Punkten der Panels enthält, so erhält man für das entsprechende Panel j den Druckbeiwert  $c_{pj}$ .

$$c_{p_i} = Q_{jj} W_j^{eff} \tag{4.36}$$



Bild 4.9 Druckverteilung am DLM-Modell (Airbus 2010a)

An dieser Stelle werden für den Korrekturprozess Zielwerte benötigt, welche nach der Korrektur erreicht werden sollen. Mithilfe dieser Werte wird über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate (s. Definitionen) eine Korrekturmatrix  $\Delta Q_{ij}$  bestimmt.

$$c_{p_j}^{target} = (Q_{jj} + \Delta Q_{jj}) w_j^{eff}$$

$$(4.37)$$

Alternativ zur Gleichung (4.37) können zur Korrektur auch über der Spannweite verteilte lokale Auftriebs- und Momentenbeiwerte als Zielwerte dienen.

Zur Berechnung der Zielwerte wird die sogenannte Données-Aérodynamiques-Datenbank verwendet. Diese Datenbank enthält für die entsprechenden Flugzeugmuster relevante aerodynamische Daten aus Methoden wie Windkanaltests, Flugtests oder CFD. So kann man
aus dieser Datenbank beispielsweise dimensionslose Beiwertverteilungen für Kraftgradienten aus bestimmten, aerodynamischen Effekten an allen relevanten Komponenten des Flugzeugs herauslesen. Folgende aerodynamische Effekte sind u.a. in der Datenbank vorhanden:

Alpha-Effekt:	α	Anstellwinkel
Beta-Effekt:	β	Schiebewinkel
Roll-Effekt:	$\mathbf{p}^{*}$	normierte Rollgeschwindigkeit
Nick-Effekt:	$q^*$	normierte Nickgeschwindigkeit
Gier-Effekt:	r	normierte Giergeschwindigkeit

Und folgende aerodynamische Beiwertverteilungen sind in der Datenbank enthalten:

Beiwertverteilung für Kraft in x-Richtung
Beiwertverteilung für Kraft in y-Richtung
Beiwertverteilung für Kraft in z-Richtung
Beiwertverteilung für Moment um die x-Achse
Beiwertverteilung für Moment um die y-Achse
Beiwertverteilung für Moment um die z-Achse

Der Index "DD" kennzeichnet Beiwerte aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank. Die Verteilungen sind zusätzlich abhängig von der Mach-Zahl, dem Anstellwinkel und der Klappenkonfiguration. Da die Korrektur der AIC-Matrix auf DLM basiert und die Elemente der Matrix Gradienten darstellen, müssen die Verteilungen aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank zwischen vorgegebenen Stützwerten linearisiert werden, um daraus ebenfalls Gradienten zu erhalten.

So können beispielsweise Beiwertverteilungen für x-Kräfte bezogen auf verschiedene Schiebewinkel  $\beta$  zwischen den vorgegebenen Stützwerten  $\beta = -5^{\circ}$  und  $\beta = 5^{\circ}$  linearisiert werden. Daraus erhält man eine Verteilung des Beiwerts für den x-Kraftgradienten bezogen auf den Schiebewinkel dC<sub>x</sub><sup>DD</sup>/d $\beta$  für eine bestimmte Komponente des Flugzeugs.



73

Bild 4.10  $dC_x^{DD}/d\beta$  für beide Flügel

Diese Beiwertverteilungen lassen sich ebenfalls in dieser Form aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank auslesen und dienen schlussendlich als Input zur Bildung der Zielwerte, auf welche die AIC-Matrix aus der Doublet Lattice Method korrigiert wird.

## 4.5 Identifizierung der im Prozess fehlenden Größen

Im Kapitel 4.2.6 wurde bereits beschrieben, wie man aus der Aerodynamic Influence Coefficient Matrix  $Q_{jj}$  aerodynamische Kraftgradienten  $Q_{gg}$  im Strukturset g oder g1 des Flugzeugs erhält. Darüber hinaus wurde auch bereits beschrieben, dass die Methode zur Erzeugung der AIC-Matrix mit Druckbeiwerten arbeitet.

Um aerodynamische Kräfte aus der AIC-Matrix zu erhalten, wurden diese Druckbeiwerte im j-set mittels einer Integrationsmatrix integriert. Dies bedeutet wiederum, dass die daraus resultierenden Kräfte zwingend normal zum DLM-Panel stehen.

Es ist ebenfalls ersichtlich, dass Kraftgradienten (oder deren Beiwerte) normal zu einer Fläche bezüglich dieser Fläche keinerlei Komponenten in x- oder y-Richtung enthalten, sondern lediglich in z-Richtung. Global gesehen können Gradienten in y-Richtung durch die V-Stellung der Flügel, welche im Aerodynamik-Modell ebenfalls enthalten ist, dargestellt werden (s. Bild 4.11).



Bild 4.11 Kraftgradienten im DLM-Modell

Eine Darstellung von Kraftgradienten in x-Richtung ist allerdings auch global nicht möglich. Gradienten aus x-Kräften können daher aus keinem aerodynamischen Effekt dargestellt werden und fehlen im GUSTO-Prozess demnach gänzlich. Diese fehlenden x-Kräfte sind auch der Hauptgrund für die beeinträchtigte Modellierung des Roll-Gier-Verhaltens und das damit verbundene Koeffizientenderivativ  $C_{Np}$ \*.

Ein weiteres Problem ist die Darstellung der Flügel-V-Stellung, die bereits angesprochen wurde. Im DLM-Modell wird die V-Stellung üblicherweise nach dem sogenannten "Jig Shape" gestaltet. Der "Jig Shape" ist das Konstruktionsmodell des Flugzeugs, sozusagen "wie es gebaut wird". Das DLM-Modell verwendet diese Form unter anderem aus Konsistenzgründen zum FEM-Modell, da das g1-set ebenfalls auf dem "Jig Shape" aufbaut. Aus diesem Grund wird im DLM-Modell nicht berücksichtigt, dass sich das Flugzeug im Flug verformt und den sogenannten "Flight Shape" annimmt.



Bild 4.12 Jig Shape und Flight Shape

Aus Bild 4.12 wird die Zunahme der V-Stellung im "Flight Shape" gegenüber dem "Jig Shape" (in rot) ersichtlich. Das Fehlen dieses Umstands im DLM-Modell wirkt sich besonders auf die Modellierung von Gradienten in y-Richtung am Flügel und die damit verbundenen Derivative der Seitenkraft  $C_{\rm Y}$  aus.

Aufgrund dieser zwei Sachverhalte, der V-Stellung und den fehlenden x-Kräften, ergeben sich Defizite bei der Modellierung der aerodynamischen Eigenschaften des Flugzeugs, dargestellt durch die in Kapitel 3.3.3 Derivative.

## 4.6 Abweichungen gegenüber dem realen Flugzeug

Die unter Kapitel 4.2.6 beschriebene, generalisierte Aerodynamik-Matrix beschreibt die auf das Flugzeug wirkenden Luftkräfte und -momente. Aus diesen Kräften und Momenten lassen sich die nach Norm unter Kapitel 3.3.3 definierten Koeffizientenderivate mithilfe von Gleichung (3.8) und (3.9) bestimmen. Hierfür ist die erste reduzierte Frequenz zu verwenden. Diese Derivative sollen zur Beurteilung der Abweichung gegenüber dem realen Flugzeug, sowie zur Beurteilung der späteren Modifikation mittels des zu entwickelnden Tools dienen.

Die Parameter zum Vergleich der Derivative sind dabei nach LCC-Liste die folgenden:

Tabelle 4.3 Parameter für den Vergleich der Koemizientenderivative					
Muster	Mach-Zahl	Anstellwinkel	Höhe	Airbrakes	Klappenkonfiguration
A380-800	0,510	0°	0m	in	clean (keine Klappen)

Tabelle 4.3 Parameter für den Vergleich der Koeffizientenderivative

Die aerodynamischen Daten sind in diesem Prozess nach der unter Kapitel 4.4 beschriebenen Methode korrigiert. Folgende Derivative ergeben sich:

Derivativ	DLM	Zielwert	Prozentuale Abweichung
Cza	1,0010	1,0000	0,1%
C <sub>Ma</sub>	0,9768	1,0000	2,3%
Cyb	0,9111	1,0000	8,9%
CLB	1,0069	1,0000	0,7%
C <sub>Nβ</sub>	0,9780	1,0000	2.2%
C <sub>Lp*</sub>	0,9826	1,0000	1,7%
C <sub>Np*</sub>	-0,9678	1,0000	196,8%

 Tabelle 4.4
 Vergleich der Koeffizientenderivative

Die Zielwerte sind dem Input für die Erstellung des Flight Control Systems entnommen und können daher als ausreichend genau gegenüber der Realität betrachtet werden. Alle aufgeführten Werte sind aus Gründen der Geheimhaltung mit diesen Zielwerten normiert. Daher ergeben sich in Tabelle 4.4 für die entsprechende Spalte der Zielwerte ausschließlich Werte der Größe eins.

Die in Kapitel 4.5 bereits angesprochenen Problematiken der aerodynamischen Methode sind in Tabelle 4.4 deutlich zu erkennen. So ist die Abweichung von knapp 9 % des Derivativs für die Seitenkraft aus einem Schiebewinkel  $C_{Y\beta}$  vorwiegend auf die inakkurate aerodynamische Modellierung der V-Stellung bezüglich des Flight Shape zurückzuführen.

Das Derivativ für das Giermoment aus Rollen  $C_{Np^*}$  weicht mit 196,8 % um ein Vielfaches deutlicher vom Zielwert ab. Diese Abweichung beinhaltet darüber hinaus einen Vorzeichenwechsel. Das heißt, dass die aus dem Rollen p<sup>\*</sup> resultierenden Giermomente N des DLM-Modells in eine andere Richtung zeigen, als die aus demselben Effekt resultierenden Giermomente des EFCS-Modells, welches hier als Zielwert angegeben ist. Dies ergibt sich in erster Linie aus dem Fehlen von Kräften in x-Richtung an den Flügeln in der aerodynamischen Methode.

Da die übrigen dargestellten Derivative mittels DLM-Methode und aktuellem Korrektur-Prozess als ausreichend genau angesehen werden, soll sich das in dieser Arbeit zu entwickelnde Programm insbesondere auf die beschriebenen Abweichungen der Derivative  $C_{Np*}$  und  $C_{Y\beta}$  fokussieren.

Zum Vergleich wurden die Derivative von den Achsenkonventionen der GUSTO-Umgebung gemäß Bild 4.1 auf die an die Norm angelehnten Achsenkonventionen nach Bild 4.13 bezogen.



Bild 4.13 Achsenkonventionen zum Vergleich der Derivative (Airbus 2009)

# 5 Umsetzung der Modifikation

# 5.1 Erarbeitung flugphysikalischer Grundlagen der fehlenden Größen

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den flugphysikalischen Verhältnissen der unter Kapitel 4.5 gefundenen, fehlenden Größen. Es soll beispielhaft erklärt werden, wie einzelne Größen aus aerodynamischen und flugmechanischen Effekten wie Gieren und Rollen entstehen. Zudem soll auf besondere aerodynamische Zusammenhänge von flugmechanischen Effekten wie Gieren und Schieben, sowie Nicken und Vertikalbewegung eingegangen werden.

## 5.1.1 Entstehung von Kräften in x-Richtung durch eine Rollbewegung

Kräfte in x-Richtung durch eine Rollbewegung entstehen am Flügel hauptsächlich durch zwei Sachverhalte. Beiden Sachverhalten liegen lokal unterschiedliche Anströmungen  $V_z$  durch die Rollbewegung und damit einhergehende lokale Anstellwinkeländerungen zugrunde.

Angenommen, das Flugzeug führt eine Rollbewegung durch eine Rollgeschwindigkeit  $\dot{\phi}_x$  (nach Norm auch p genannt) aus, so entstehen dadurch an den beiden Flügeln unterschiedliche vertikale Anströmungen V<sub>z</sub>, zu sehen in Bild 5.1.



Bild 5.1 Rollbewegung (nach Airbus 2005)

Der in Flugrichtung rechts liegende Flügel erfährt eine vertikale Anströmung von oben, der linke Flügel eine vertikale Anströmung von unten.



78

Bild 5.2 Flügelanströmung bei Rollbewegung

Diese vertikalen Anströmungen  $V_z$  verursachen, überlagert mit der Fluggeschwindigkeit  $V_{\infty}$ , lokale Anstellwinkeländerungen. Ändern sich die Anstellwinkel, so ändern sich auch Länge und Ausrichtung der resultierenden Auftriebsvektoren  $F_R$  an den Flügeln. Der Auftriebsvektor am rechten Flügel neigt sich gegenüber der globalen z-Achse nach hinten und ist vom Betrag her kleiner, aufgrund des kleineren Anstellwinkels am rechten Flügel, als der Auftriebsvektor am linken Flügel, welcher sich zudem gegenüber der globalen z-Achse nach vorne neigt. Diese Sachverhalte sind in Bild 5.2 veranschaulicht.

Zerlegt man diese resultierenden Auftriebsvektoren  $F_R$  wiederum in Anteile  $F_x$  und  $F_L$  bezüglich des globalen Koordinatensystems, so ergeben sich durch die dargestellte Rollbewegung Kräfte in x-Richtung an beiden Flügeln des Flugzeugs (s. Bild 5.3).



Bild 5.3 Kräfte in x-Richtung durch Rollen (nach Airbus 2005)

Diese Kräfte sind zudem abhängig von der normalisierten Halbspannweite  $\eta$ , da die vertikalen Anströmungen V<sub>z</sub> ebenfalls abhängig von der Halbspannweite sind. Es sei weiterhin darauf hingewiesen, dass das Bild 5.3 eine Prinzipskizze darstellt und die dargestellte Verteilung der Kräfte keiner realen Verteilung entspricht.

Der zweite Sachverhalt besteht in der Änderung des induzierten Widerstandes durch die lokalen Anstellwinkeländerungen. So erzeugt der infolge des Rollens betragsmäßig größere Auftriebsvektor am linken Flügel einen größeren induzierten Widerstand, als der betragsmäßig kleinere Auftriebsvektor am rechten Flügel, wodurch sich folgende Verteilung ergibt:



Bild 5.4 Induzierter Widerstand durch Rollen (nach Airbus 2005)

Die beschriebenen, resultierenden x-Kräfte aus Rollen beeinflussen das Roll-Gier-Verhalten des Flugzeugs nachhaltig und sind aufgrund ihres Fehlens in der von GUSTO verwendeten aerodynamischen Methode einer der Hauptgründe für die unter Kapitel 4.6 beschriebenen Abweichungen des Beiwerts für das Giermoment aus Rollen  $C_{Np^*}$ .

#### 5.1.2 Entstehung von Kräften in x-Richtung durch eine Schiebebewegung

Angenommen, das Flugzeug fliegt mit einem Schiebewinkel  $\varphi_z$ , nach Norm auch  $\beta$  genannt, so lässt sich die Anströmung durch die Fluggeschwindigkeit  $V_{\infty}$  bezüglich der Flugzeugachsen in eine Komponente in Richtung der Längsachse  $V_x$  und eine Komponente in Richtung der Querachse  $V_y$  aufteilen.



Bild 5.5 Schiebewinkel (nach Airbus 2005)

Da Flugzeuge in der Regel eine V-Stellung der Flügel besitzen, lässt sich diese globale laterale Anströmung V<sub>y</sub>, nachfolgend V<sub>y,global</sub> genannt, bezogen auf die Flügel in eine lokale, laterale Anströmung V<sub>y,local</sub> und eine lokale, vertikale Anströmung V<sub>z,local</sub> aufteilen (s. Bild 5.6).



Bild 5.6 Flügelanströmung bei Schiebewinkel (nach Airbus 2005)

Damit erfährt der in Flugrichtung rechts liegende Flügel bei positiver V-Stellung eine Anströmung  $V_{z,local}$  von unten und der linke Flügel eine Anströmung  $V_{z,local}$  von oben, womit der Effekt analog zu Kapitel 5.1.1 erklärbar ist. Der grundlegende Unterschied besteht darin, dass die vertikalen Anströmungen beim Schiebewinkel bezüglich der Spannweite vom Grad der V-Stellung abhängig sind, während sie beim Rollen aufgrund der Winkelgeschwindigkeit um die x-Achse mit der Spannweite näherungsweise linear ansteigen.

Auch hier liegen wieder zwei Sachverhalte zugrunde. Zum einen neigen sich die Auftriebsvektoren gegenüber der globalen z-Achse und zum anderen ändern sich die Auftriebsvektoren betragsmäßig, womit sich der induzierte Widerstand ändert. Daher entstehen auch durch eine Schiebebewegung Kräfte in x-Richtung an den Flügelkomponenten.



Bild 5.7 Kräfte in x-Richtung durch Schieben (nach Airbus 2005)

Auch hier entspricht die in Bild 5.7 gezeigte Verteilung keiner realen Verteilung, sondern stellt eine Prinzipskizze dar.

## 5.1.3 Zusammenhänge von aerodynamischen Effekten bei sehr kleinen Frequenzen

Für harmonische Schwingungen ergeben sich bei sehr kleinen Frequenzen einige besondere Zusammenhänge, auf welche in diesem Kapitel eingegangen wird. Da bezüglich des Berechnungsprogramms GUSTO bei der Berechnung von Übertragungsfunktionen von harmonischen Schwingungen, sowohl hinsichtlich der Freiheitsgrade und der Eigenformen, als auch hinsichtlich der Einheitsböe, ausgegangen wird, müssen diese Zusammenhänge in dieser Arbeit zwingend berücksichtigt werden.

Betrachtet wird zunächst eine einfache Kosinus-Schwingung mit unterschiedlichen Frequenzen.



Bild 5.8 Cosinus-Schwingung mit unterschiedlichen Frequenzen

Die Periodendauer vergrößert sich mit sinkender Frequenz und verkleinert sich mit steigender Frequenz, da sie per Definition gleich dem Kehrwert der Frequenz ist.

$$T = \frac{1}{f} \tag{5.1}$$

Darauf aufbauend kann die Aussage getroffen werden, dass für eine gegen null strebende Frequenz die Periodendauer einer Schwingung unendlich groß wird.

$$\lim_{f \to 0} T = \lim_{f \to 0} \frac{1}{f} = \infty$$

Damit ist die Auslenkung der Cosinus-Schwingung aus Bild 5.8 in guter Näherung konstant. Eine Schwingung mit ausreichend kleiner Frequenz kann demnach als quasi-stationär und damit als näherungsweise konstant hinsichtlich der Zeit bezeichnet werden.

#### 5.1.3.1 Laterale Zusammenhänge

Auf Basis des zuvor beschriebenen Sachverhalts können für die Bewegungen des Flugzeugs durch die starren Eigenformen ebenfalls einige quasi-stationäre Zusammenhänge bei kleinen Frequenzen gefunden werden.

Die harmonische Bewegung des Flugzeugs um die z-Achse  $u_{\varphi z}$  (Gieren, 6. Eigenform in modalen Koordinaten) bei einer sehr kleinen Frequenz ist nahezu eine konstante Auslenkung des Flugzeugs um die z-Achse. Eine konstante Auslenkung des Flugzeugs um die z-Achse ist wiederum dasselbe wie eine Translationsgeschwindigkeit in y-Richtung  $\dot{y}(t)$  (Schieben, 2. Eigenform in modalen Koordinaten). Bei einer Frequenz von nahezu null kann man also sagen: Eine Auslenkung um die z-Achse entspricht einer Geschwindigkeit in y-Richtung, oder **Gierwinkel** entspricht **Schiebegeschwindigkeit**.

Berücksichtigt man in dieser Betrachtung zusätzlich die harmonisch schwingende Einheitsböe, so lässt sich die Aussage wie folgt erweitern: Bei einer lateralen Einheitsböe mit sehr kleinen Frequenzen erfährt das Flugzeug nahezu eine konstante laterale Anströmung  $W_y$  mit der Böengeschwindigkeit der Einheitsböe. Überlagert man diese Anströmung mit der Fluggeschwindigkeit, so ergibt sich daraus ein Schiebewinkel. Für Frequenzen nahe null gilt also näherungsweise: Eine **laterale Böe** entspricht einer **Schiebegeschwindigkeit** und entspricht einem **Gierwinkel** (s. Bild 5.9).



Bild 5.9 Laterale Zusammenhänge (nach Airbus 2005)

Dies bedeutet, dass aerodynamische Kraftgradienten im g1-set aus den drei aufgeführten Effekten laterale Böe, Schiebegeschwindigkeit und Gierwinkel für die erste Frequenz in einer bestimmten Art und Weise ineinander umrechenbar sein müssen. Auf welche Art und Weise dies geschehen kann, soll an dieser Stelle geklärt werden.

Die Gleichungen zur Beschreibung der Translation in y-Richtung wurden bereits im Kapitel 4.2.6 präsentiert. Die Formulierungen für Auslenkungen und Geschwindigkeiten in y-Richtungen lauteten:

$$y(t) = \hat{y}e^{i\omega t}$$
$$\dot{y}(t) = \hat{y}i\omega e^{i\omega t}$$

Aus der Geschwindigkeit des Flugzeugs in y-Richtung lässt sich durch Berücksichtigung der Anströmung durch die Fluggeschwindigkeit  $V_{tas}$  ein Winkel bilden. Dies wird ebenfalls in Bild 5.9 verdeutlicht. Die Formulierung für den Winkel aus der Schiebegeschwindigkeit lautet demnach:

$$sin(\beta) = \frac{\dot{y}}{V_{tas}} = \frac{i\omega\hat{y}e^{i\omega t}}{V_{tas}}$$
(5.2)

Geht man bei dieser Betrachtung zusätzlich von kleinen Winkeln  $\beta$  aus, so gilt die sogenannte Kleinwinkelnäherung:

$$\sin(\beta) \approx \beta$$
 (5.3)

Damit vereinfacht sich Gleichung (5.2) zu:

$$sin(\beta) \approx \beta = \frac{\dot{y}}{V_{tas}} = i \frac{\omega}{V_{tas}} \hat{y} e^{i\omega t}$$
 (5.4)

Aus Gleichung (5.4) wird ersichtlich, dass im Schiebewinkel  $\beta$  sowohl die Anströmgeschwindigkeit V<sub>tas</sub>, als auch die Kreisfrequenz  $\omega$  enthalten ist. Die Schiebegeschwindigkeit  $\dot{y}(t)$  muss demnach mit V<sub>tas</sub>/ $\omega$  multipliziert werden, um sie auf einen Gierwinkel zu beziehen.

In der halbgeneralisierten Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  findet man die Kraftgradienten aus Translation in y-Richtung in der zweiten Spalte und Gradienten aus der Rotation um die z-Achse in der sechsten Spalte. Es wurde bereits darauf eingegangen, dass Geschwindigkeiten durch den imaginären Teil der Matrix und Auslenkungen durch den reellen Teil der Matrix repräsentiert werden. Die gefundene Beziehung zwischen Gierwinkel und Schiebegeschwindigkeit lässt sich anhand der halbgeneralisierten Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  folgendermaßen formulieren:

$$imag\left(Q_{g1h}(:,2,1)\right) \cdot \frac{V_{tas}}{\omega} = real\left(Q_{g1h}(:,6,1)\right)$$

$$imag\left(Q_{g1h}(:,2,1)\right) = real\left(Q_{g1h}(:,6,1)\right) \cdot \frac{\omega}{V_{tas}}$$
(5.5)

Wie diese Elemente zu interpretieren sind, wurde ebenfalls im Kapitel 4.2.6 geklärt. In der MATLAB-Notation besagt der Doppelpunkt, dass alle Elemente der entsprechenden Matrix-Dimension betrachtet werden. Bezieht man den Böenvektor in die Betrachtung ein, so lässt sich Gleichung (5.5) erweitern zu:

$$imag\left(Q_{g1h}(:,2,1)\right) \cdot \frac{V_{tas}}{\omega} = real\left(Q_{g1h}(:,6,1)\right) = -real(P_{g1}(:,1,1))$$

$$imag\left(Q_{g1h}(:,2,1)\right) = real\left(Q_{g1h}(:,6,1)\right) \cdot \frac{\omega}{V_{tas}} = -real(P_{g1}(:,1,1)) \cdot \frac{\omega}{V_{tas}}$$
(5.6)

Wichtig ist zu betonen, dass die Anströmung aus einer lateralen Böe  $W_y$  entgegen der Anströmung durch die Schiebegeschwindigkeit und durch den Gierwinkel  $V_y$  wirkt, was in Bild 5.9 erkennbar ist. Hieraus resultiert das negative Vorzeichen der Gradienten aus der Böe  $P_{gl}$ .

#### 5.1.3.2 Vertikale Zusammenhänge

Die Erarbeitung der vertikalen Zusammenhänge geschieht vollkommen analog zu den lateralen Beziehungen und wird aus diesem Grund kurz gefasst. Bei einer Frequenz nahe null gilt:

Eine vertikale Böe entspricht einer Hiev-Geschwindigkeit und entspricht einem Nick-Winkel (s. Bild 5.10).

Bild 5.10 Vertikale Zusammenhänge (nach Airbus 2005)

Gradienten aus der vertikalen Böe sind in der zweiten Spalte des Böenvektors P zu finden, aerodynamische Kräfte aus der Geschwindigkeit in z-Richtung stehen in der dritten Spalte der halbgeneralisierten, imaginären Aerodynamik-Matrix Q und solche aus einem Nickwinkel stehen in der fünften Spalte der reellen Aerodynamik-Matrix Q. Daher gilt:

$$-imag\left(Q_{g1h}(:,3,1)\right) = real\left(Q_{g1h}(:,5,1)\right) \cdot \frac{\omega}{V_{tas}} = real\left(P_{g1}(:,2,1)\right) \cdot \frac{\omega}{V_{tas}}$$
(5.7)

Die Anströmungen aus vertikaler Böe und Nickwinkel wirken entgegen der Anströmung aus der Hiev-Geschwindigkeit, dementsprechend muss hier die Hiev-Geschwindigkeit mit einem negativen Vorzeichen versehen werden.

# 5.2 Entwicklung einer Methode zur Modifikation des Programms

Die Idee des zu entwickelnden Tools ist, das aerodynamische Modell für die Böenrechnung realitätsnäher zu gestalten und den Berechnungsprozess dadurch zu optimieren. Hierfür soll das aerodynamische Pre-Processing aus der GUSTO-Umgebung durch das zu entwickelnde Skript ersetzt werden. Damit sollen die notwendigen Änderungen des aerodynamischen Modells als Output des Aerodynamik-Pre-Processings in die Böenrechnung integriert werden. Es wurde bereits in Kapitel 4.5 und 4.6 gezeigt, welche Größen fehlen und wo sich Abweichungen gegenüber der Realität ergeben können. Besonderes Augenmerk liegt hierbei auf Kräften und Kraftgradienten in x-Richtung.

Der naheliegende Ansatz ist, die in der Données-Aérodynamiques-Datenbank bereits vorliegenden, linearisierten Beiwertverteilungen, welche auf Windkanaltests, Flugtests und CFD-Methoden basieren, zu verwenden und in das aerodynamische Modell einzubauen. Dies soll allerdings nicht über eine Umrechnung in Zielwerte geschehen, wie im aktuellen

86

Korrekturprozess aus Kapitel 4.4, sondern über eine direkte Einbindung der linearisierten Beiwerte in die halbgeneralisierte Aerodynamik-Matrix Q<sub>g1h</sub>.

Berücksichtigt werden sollen die folgenden aerodynamischen Effekte:

Alpha-Effekt:	α	Anstellwinkel
Beta-Effekt:	β	Schiebewinkel
Roll-Effekt:	$\mathbf{p}^*$	normierte Rollgeschwindigkeit

Nick-Effekt q<sup>\*</sup> und Gier-Effekt r<sup>\*</sup> sollen an dieser Stelle nicht berücksichtigt werden, da hierfür weiterführende Erarbeitungen aerodynamischer Zusammenhänge notwendig wären. Eine Bewertung, inwiefern die Korrektur durch den Beta-Effekt und den Roll-Effekt bezüglich der Abweichungen der Derivative aus Kapitel 4.6 ausreicht, soll an späterer Stelle vorgenommen werden.

Für die Einbringung der Beiwerte aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank wird die Aerodynamik-Matrix in einen instationären Anteil  $Q_{g1h}^{is}$  und einen quasi-stationären Anteil  $Q_{g1h}^{qs}$  aufgeteilt.

$$Q_{g1h} = Q_{g1h}^{is} + Q_{g1h}^{qs} (5.8)$$

Der quasi-stationäre Anteil soll dabei unabhängig von der Frequenz sein, sodass die ebenfalls stationären Beiwertverteilungen aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank in eben diese quasi-stationäre Aerodynamik-Matrix eingebunden werden können.

Aufgrund der in Kapitel 5.1.3 gefundenen Zusammenhänge muss neben der Aerodynamik-Matrix auch der Böenvektor angepasst werden. Dies soll auf j-set-Ebene über die Bildung eines sogenannten Delta-Böenvektors  $dW_j^{GU}$  funktionieren. Dazu soll eine Downwash-Matrix  $W_j^{Mode}$  erzeugt werden, welcher die durch die sechs starren Eigenformen ( $\phi_{g1h}(:,1:6)$ ) induzierten Abwinde an den DLM-Panels enthält.

$$W_j^{Mode} = (D_{jk}^1 + ikD_{jk}^2) \cdot G_{kg1} \cdot \phi_{g1h}(:,1:6)$$
(5.9)

Die so erzeugte Abwind-Matrix W<sub>j</sub><sup>Mode</sup> hat folgende Dimensionen: In der ersten Dimension befinden sich die Koordinaten der DLM-Panels mit den Positionen der 75%-Punkte, an denen die Abwinde induziert werden (vgl. Kapitel 4.1.3). Die zweite Dimension beinhaltet die Bewegungen des Flugzeugs durch die sechs starren Eigenformen (vgl. Kapitel 4.1.4), welche die besagten Abwinde induzieren. Die dritte Dimension repräsentiert die Abhängigkeit von der reduzierten Frequenz k.

Diese Abwind-Matrix soll genutzt werden, um damit eine laterale Böe und eine vertikale Böe auf j-Ebene zu approximieren und Ausblendefaktoren über die Frequenz zu bilden. Das Ausblenden ist notwendig, da die zugrunde liegenden Zusammenhänge aus Kapitel 5.1.3, aufgrund derer der Böenvektor ebenso modifiziert werden muss, quasi-stationär sind und daher nicht für höhere Frequenzen gelten.

Die Approximation soll anhand der Methode der kleinsten Quadrate (s. Definitionen) durchgeführt werden. Mittels der Abwinde aus den Eigenformen y-Translation  $W_j^{Mode}(:,2,:)$  und z-Rotation  $W_j^{Mode}(:,6,:)$  soll dabei die laterale Böe  $W_j^{GU}(:,1,:)$  approximiert werden. Hierdurch ergibt sich die approximierte, laterale Böe  $W_j^{lat}$ . Dieses Prinzip ist in Bild 5.11 veranschaulicht.



Bild 5.11 Approximation der lateralen Böe im j-set

Die Abwinde aus den Eigenformen z-Translation  $W_j^{Mode}(:,3,:)$  und y-Rotation  $W_j^{Mode}(:,5,:)$  sollen genutzt werden, um die vertikale Böe  $W_j^{GU}(:,2,:)$  zu approximieren (s. Bild 5.12). Hierdurch ergibt sich die approximierte vertikale Böe  $W_j^{vert}$ .



Bild 5.12 Approximation der vertikalen Böe im j-set

Wie dies im Detail funktioniert, soll in Kapitel 5.3 beschrieben werden. An dieser Stelle ist zu erwähnen, dass die approximierten Böen  $W_j^{lat}$  und  $W_j^{vert}$  genutzt werden sollen, um den Delta-Böenvektor  $dW_j^{GU}$  zu berechnen.

In Anlehnung an die Zusammenhänge aus Kapitel 5.1.3 sollen die mittels  $W_j^{lat}$  und  $W_j^{vert}$  aus dem Böenvektor  $W_j^{GU}$  rausgerechneten Anteile mithilfe der zuvor modifizierten Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  halbgeneralisiert wieder eingebracht werden. Da diese Zusammenhänge nur für niedrige Frequenzen gelten, müssen hierfür die bereits erwähnten Ausblendefaktoren über die Frequenz verwendet werden.

Auf diese Weise erhält man die notwendigen, modifizierten Größen Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  und Böenvektor  $P_{g1}$ , welche abschließend in die GUSTO-Umgebung integriert werden müssen, um damit Böenrechnungen durchführen zu können.

## 5.3 Erstellung eines MATLAB-Tools zur Modifikation

Das im Folgenden beschriebene Tool soll die in Kapitel 5.2 entwickelte Methode umsetzen. Es basiert auf der Software MATLAB, wie die gesamte GUSTO-Umgebung. Der Code des Skripts ist in Anhang A zu finden, verwendete Befehle und Operatoren von MATLAB in Anhang E – Bedienung von MATLAB.

#### 5.3.1 Auswahl des Users und Einlesen der LCC-Liste

Zu Beginn muss der User einige Eingaben zur Bedienung des Skriptes festlegen. Als erstes wird eine Auswahl der Flugzeugkomponenten vorgenommen, welche in der Rechnung mittels der Verteilungen aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank modifiziert werden sollen. Es wird dabei zwischen eindimensionalen und zweidimensionalen Komponenten unterschieden. Der grundlegende Unterschied besteht darin, dass bei eindimensionalen Komponenten im Gegensatz zu zweidimensionalen Komponenten keine Beiwertverteilungen existieren, sondern Totalgrößen.

Flugzeugkomponenten		
ionale Komponenten	Zweidimens	sionale Kompone
Triebwerk 1	WR	Flügel rechts
Triebwerk 2	WL	Flügel links
Triebwerk 3	FU	Rumpf

HR

HL

VT

nten

Höhenleitwerk rechts

Höhenleitwerk links

Seitenleitwerk

Tabelle 5.1 Flugzeu

Triebwerk 4

Wingtip 1

Wingtip 2

Wingtip 3

Wingtip  $\overline{4}$ 

**Eindimensionale** 1

E1

**E2 E3** 

E4 **L6** 

L7

**L8** 

L9

Die Triebwerke 3 und 4 beziehen sich auf das Flugzeugmuster Airbus A380, entsprechend
sind bei den übrigen Mustern die Komponenten E3 und E4 nicht vorhanden. Auch beim
Wingtip ergeben sich Unterschiede. Beim Airbus A380 wird hier für jeden Flügel zwischen
oberem und unterem Wingtip unterschieden, daher ergeben sich hierfür vier verschiedene
Komponenten.

Darüber hinaus muss vom User ausgewählt werden, welche aerodynamischen Effekte im Prozess berücksichtigt werden sollen. Die Effekte werden dabei als String-Variablen in einer Struktur abgespeichert und indiziert.

Tabelle 5.2 Adswall and indizierang der derodynamischen Energe					
Effekt	Bezeichnung	Index			
Anstellwinkel a	,al'	2			
Schiebewinkel β	,be'	3			
Normalisierte Rollgeschwindigkeit p <sup>*</sup>	,p'	4			

Tabelle 5.2 Auswahl und Indizierung der aerodynamischen Effekte

Eine 1-0-Auswahl entscheidet über die zu berücksichtigenden Beiwerte der Kraft- und Momentengradienten, welche aus den vorher gewählten aerodynamischen Effekten resultieren und im weiteren Verlauf des Skriptes verwendet werden sollen.

$\frac{dC_x^{DD}}{dC_x^{DD}} = \frac{dC_y^{DD}}{dC_z^{DD}} = \frac{dC_{Mx}^{DD}}{dC_{Mx}^{DD}} = \frac{dC_{My}^{DD}}{dC_{Mz}^{DD}} = \frac{dC_{Mz}^{DD}}{dC_{Mz}^{DD}}$					
1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0

A second below D is set of a local fit and below the second best of the second below the second best of the second bescond best of the second bescond best of the second best of the sec -----

Eine 1-Auswahl bedeutet an dieser Stelle, dass die entsprechende Beiwertverteilung während der späteren Modifikation berücksichtigt wird. Bei einer 0-Auswahl wird die entsprechende Verteilung nicht berücksichtigt.

Nach Abschluss der User-Auswahl beginnt der autonome Teil des Programms. Da das Skript das herkömmliche Aerodynamik-Pre-Processing von GUSTO ersetzen soll, wird in enger Anlehnung an dieses als nächstes eine LCC-Liste eingelesen und verarbeitet, welche vorher definiert werden muss. Hieraus geht hervor, welche Input-Files für die Erstellung des Pre-Processing Outputs benötigt werden. Nach Verarbeitung der LCC-Liste steht beispielsweise fest, welche AIC-Matrizen benötigt werden. Die Auswahl wird hier entsprechend der in der LCC-Liste angegebenen Größen Mach-Zahl und Anstellwinkel getroffen.

Für eine halbgeneralisierte Modifikation der Aerodynamik-Matrix ist zudem die Modalmatrix  $\phi_{g1h}$  notwendig. Hierfür wird aus der LCC-Liste ebenfalls der entsprechende Massenfall ausgelesen.

### 5.3.2 Entnahme der Beiwertverteilungen aus der Datenstruktur

Beiwerte für Gradienten aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank befinden sich üblicherweise in einem eigenen, bauteilspezifischen Koordinatensystem, dem η-System. Bei diesem System handelt es sich um normierte Koordinaten. So reicht beispielsweise die Koordinate der Flügelkomponenten vom Wert null an der Flügelwurzel bis zum Wert eins an der Flügelspitze. Dies wird unter anderem in Bild 4.10 verdeutlicht.

Um mithilfe der Beiwertverteilungen die Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  in halbgeneralisierter Form und den Böenvektor  $P_{g1}$  auf Ebene des g1-sets modifizieren zu können, werden diese Beiwerte ebenfalls auf Ebene des g1-set benötigt. Dazu müssen sie vom  $\eta$ -System ins g1-set gebracht werden, weswegen an dieser Stelle des Skripts bauteilspezifische Transformationsmatrizen  $T_{g1\eta}$  erstellt werden. Diese Transformation umfasst eine Integration der Beiwertverteilungen auf diskrete Werte an den g1-Knoten des Struktursets.

Anschließend kann damit begonnen werden, die vom User ausgewählten Beiwertverteilungen der Données-Aérodynamiques-Datenbank zu entnehmen. Zur Verwendung des entsprechenden MATLAB-Befehls sind die Eingangsgrößen Mach-Zahl, Anstellwinkel, und aerodynamische Konfiguration nach LCC-Liste, sowie aerodynamischer Effekt nach Tabelle 5.2 und Flugzeugkomponente nach Tabelle 5.1 vonnöten. Anhand dieser Größen werden die Gradienten der Beiwerte  $dC_x^{DD}$ ,  $dC_y^{DD}$ ,  $dC_z^{DD}$ ,  $dC_{Mx}^{DD}$ ,  $dC_{My}^{DD}$  und  $dC_{Mz}^{DD}$  komponenten-weise und pro Effekt  $\alpha$ ,  $\beta$  und p<sup>\*</sup> ausgelesen und in einem Vektor P<sub> $\eta$ </sub><sup>comp</sup> gespeichert.

Anhand der Auswahl der Beiwerte der Kraft- und Momentengradienten nach Tabelle 5.3 werden im Vektor  $P_{\eta}^{comp}$  alle Elemente der mit einer 0-Auswahl versehenen Beiwerte zu null

gesetzt, damit sie im folgenden Prozess nicht mehr berücksichtigt werden.  $P_{\eta}^{comp}$  kann mithilfe der Transformationsmatrizen  $T_{gl\eta}$  ins g1-set transformiert werden.

$$P_{g_1}^{comp} = T_{g_1\eta} P_{\eta}^{comp} \tag{5.10}$$

Die vorliegende Gleichung (5.10) stellt die Integration der dimensionslosen Beiwertverteilungen  $dC_x^{DD}$ ,  $dC_y^{DD}$ ,  $dC_z^{DD}$ ,  $dC_{Mx}^{DD}$ ,  $dC_{My}^{DD}$  und  $dC_{Mz}^{DD}$  zu dimensionsbehafteten Kraftgradienten  $dF_x^{DD}$ ,  $dF_y^{DD}$ ,  $dF_z^{DD}$ ,  $dM_x^{DD}$ ,  $dM_y^{DD}$  und  $dM_z^{DD}$  im g1-set dar. Die Prinzipskizze in Bild 5.13 zeigt diesen Vorgang für Beiwert und Gradient in x-Richtung.



Bild 5.13 Integration und Umrechnung von  $dC_x^{DD}/d\beta$  zu  $dF_x^{DD}/d\beta$  im g1-set

Die Vektoren  $P_{g1}^{comp}$  müssen nun für jede ausgewählte Komponente und jeden ausgewählten aerodynamischen Effekt gebildet werden. Zeitgleich werden sie in eine Matrix  $Q_{g1x1}$ umgeschrieben, welche für jeden Effekt die entsprechenden, aerodynamischen Kraft- und Momentengradienten an den Strukturknoten im g1-set enthält. Die zweite Dimension der Matrix beinhaltet die gewählten aerodynamischen Effekte. Hierfür steht der Index "x1". Da sie vorher als Null-Matrix erzeugt wurde, sind nur die entsprechenden Spalten der gewählten Effekte mit Daten gefüllt. Bei einer Auswahl von Alpha-, Beta- und Roll-Effekt, sowie aller zur Verfügung stehenden Gradienten hat die Matrix  $Q_{g1x1}$  folgende Darstellung:

$$Q_{g1x1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{dF_{x_1}}{d\alpha} & \frac{dF_{x_1}}{d\beta} & \frac{dF_{x_1}}{dp^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dF_{y_1}}{d\alpha} & \frac{dF_{y_1}}{d\beta} & \frac{dF_{y_1}}{dp^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dF_{z_1}}{d\alpha} & \frac{dF_{z_1}}{d\beta} & \frac{dF_{z_1}}{dp^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dM_{x_1}}{d\alpha} & \frac{dM_{x_1}}{d\beta} & \frac{dM_{x_1}}{dp^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dM_{y_1}}{d\alpha} & \frac{dM_{y_1}}{d\beta} & \frac{dM_{y_1}}{dp^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dM_{z_1}}{d\alpha} & \frac{dM_{z_1}}{d\beta} & \frac{dM_{z_1}}{dp^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dF_{x_2}}{d\alpha} & \frac{dF_{x_2}}{d\beta} & \frac{dF_{x_2}}{dp^*} & 0 & 0 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Das Element  $dM_{x1}/d\beta$  ist demnach zu verstehen als Gradient für das Moment um die x-Achse am ersten Strukturknoten in Abhängigkeit des Schiebewinkels  $\beta$ . Alle enthaltenen Gradienten entstammen der Données-Aérodynamiques-Datenbank. Mit dieser Matrix  $Q_{g1x1}$  sollen im weiteren Verlauf Luftkraftmatrix  $Q_{g1h}$  und Böenvektor  $P_{g1}$  modifiziert werden.

Darüber hinaus muss sichergestellt werden, dass nachfolgend nur die nach Tabelle 5.3 ausgewählten Freiheitsgrade der g1-Knoten der nach Tabelle 5.1 ausgewählten Flugzeugkomponenten modifiziert werden. Diese Freiheitsgrade können anhand eines entsprechenden MATLAB-Befehls ermittelt und in einem Vektor  $DOF_{comps}$  gespeichert werden.

## 5.3.3 Erstellung der Aerodynamik-Matrix Qg1h

Da mithilfe dieses MATLAB-Skriptes die halbgeneralisierte Aerodynamik-Matrix modifiziert werden soll, müssen Gleichung (4.12) und Gleichung (4.14) aus Kapitel 4.2.6 zur Generierung dieser Matrix innerhalb des Skriptes angewandt werden. Dies erfordert beispielsweise die Integration der AIC-Matrix  $Q_{jj}$ , der Substantial Differentiation Matrizen  $D^{1}_{jk}$  und  $D^{2}_{jk}$ , der Interpolationsmatrix  $G_{kg}$ , der Integrationsmatrix  $S_{kj}$  und der Modalmatrix  $\phi_{gh}$ .

93

Darüber hinaus müssen an dieser Stelle auch die sogenannten Stützfrequenzen  $F_{red}$ , eine gewisse Auswahl an reduzierten Frequenzen k (s. Definitionen), in das Skript integriert werden. All diese Elemente sind in der Datenstruktur vorhanden und können über simple Befehle in die MATLAB-Umgebung geladen werden.

Da zur akkuraten Durchführung der Modifikation die Anzahl der Stützfrequenzen  $F_{red}$  nicht ausreichend ist, werden diese vor Beginn der eigentlichen Modifikation durch eine lineare Interpolation um 45 zusätzliche, reduzierte Frequenzen erhöht. Dies ergibt den interpolierten Frequenzvektor  $F_{red}^{int}$ . Die tatsächliche Anzahl der reduzierten Frequenzen, enthalten in  $F_{red}^{int}$ , ist dabei abhängig von der Anzahl der Stützfrequenzen  $F_{red}$ , welche sich üblicherweise für verschiedene Flugzeugmuster unterscheidet. Die gewählte Erhöhung um 45 reduzierte Frequenzen wurde dabei experimentell ermittelt, was in Kapitel 5.3.5 näher erläutert wird.

Die nachfolgend beschriebenen Schritte zur Bildung der frequenzabhängigen Größen Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  und Böenvektor  $P_{g1}$  geschieht im Skript mittels einer Schleife über den Frequenzvektor  $F_{red}^{int}$ . Hierzu muss ein Zählterm  $i_{freq}$  für die Frequenzen eingeführt werden. Ist in den nachfolgenden Gleichungen vom Term k die Rede, so steht dieser für die jeweilige reduzierte Frequenz entsprechend der Frequenzschleife, sozusagen  $F_{red}^{int}(i_{freq})$ .

Die Anwendung von Gleichung (4.12) und Gleichung (4.14) ergibt die originale Aerodynamik-Matrix in halbgeneralisierter Form.

$$Q_{g1h} = G_{kg1}^T S_{kj} Q_{jj} \left( D_{jk}^1 + ik D_{jk}^2 \right) G_{kg1} \phi_{g1h}$$
(5.11)

## 5.3.4 Modifikation der Aerodynamik-Matrix Qg1h

Zur Einführung der Modifikation wird zusätzlich die quasi-stationäre Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}^{qs}$  erzeugt, welche bereits in Kapitel 5.2 erwähnt wurde.

$$Q_{g1h}^{qs} = G_{kg1}^T S_{kj} Q_{jj}(:,:,1) (D_{jk}^1 + ik D_{jk}^2) G_{kg1} \phi_{g1h}$$
(5.12)

Da diese Matrix unabhängig hinsichtlich der Frequenz sein soll, wird für die Matrix-Multiplikation lediglich die erste reduzierte Frequenz der AIC-Matrix Q<sub>jj</sub> verwendet. Die erste reduzierte Frequenz ist nahezu null, daher gelten für diese Matrix die in Kapitel 5.1.3 gefundenen, quasi-stationären Zusammenhänge. Diese lauteten bezüglich der Aerodynamik-Matrix: Geschwindigkeit in z-Richtung entspricht Nickwinkel und Geschwindigkeit in y-Richtung entspricht Gierwinkel.

$$-imag\left(Q_{g1h}(:,3,1)\right) = real\left(Q_{g1h}(:,5,1)\right) \cdot \frac{\omega}{V_{tas}}$$
$$imag\left(Q_{g1h}(:,2,1)\right) = real\left(Q_{g1h}(:,6,1)\right) \cdot \frac{\omega}{V_{tas}}$$

Nachfolgend wird entsprechend Gleichung (5.8) zusätzlich zur quasi-stationären Aerodynamik-Matrix auch die instationäre Aerodynamik-Matrix berechnet.

$$Q_{g1h}^{is} = Q_{g1h} - Q_{g1h}^{qs}$$
(5.13)

Diese instationäre Matrix wird an späterer Stelle benötigt, um aus quasi-stationärer Matrix und instationärer Matrix die vollständige, modifizierte Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}^{mod}$  wieder zusammenzusetzen.

Zur Erläuterung wird in Bild 5.14 beispielhaft ein beliebiger y-Freiheitsgrad (hier der 1682. g1-Freiheitsgrad) für eine Translation in y-Richtung (2. Spalte) aus den Aerodynamik-Matrizen  $Q_{g1h}^{qs}$ ,  $Q_{g1h}^{is}$  und  $Q_{g1h}$  über die reduzierte Frequenz dargestellt.



Bild 5.14 Quasi-stationäre und instationäre Aerodynamik-Matrix

Es ist erkennbar, dass der Verlauf der quasi-stationären Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}^{qs}$  (grüner Graph) unabhängig gegenüber der Frequenz ist. Diese Tatsache ermöglicht das Einbringen der stationären Beiwertverteilungen aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank in die quasi-stationäre Aerodynamik-Matrix. Ebenfalls ist ersichtlich, dass die eigentliche Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  (blauer Graph) durch die Summe aus instationärer Matrix (schwarzer Graph) und quasi-stationärer Matrix gebildet wird.

An dieser Stelle kann mit der Modifikation der halbgeneralisierten Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$ begonnen werden. Die unter Kapitel 5.1.3 gefundenen Zusammenhänge sind hierbei zwingend zu beachten. Kraftgradienten aus einem Anstellwinkel  $\alpha$ , zu finden in der zweiten Spalte der  $Q_{g1x1}$ -Matrix, sind demnach in die dritte Spalte (Translation in z-Richtung) und in die fünfte Spalte (Rotation um die y-Achse) der halbgeneralisierten, quasi-stationären Aerodynamik-Matrix einzubringen. Da der Anstellwinkel  $\alpha$  einer stationären Auslenkung um die x-Achse entspricht, kann der gesamte Realteil der fünften Spalte der Matrix  $Q_{g1h}^{qs}$  durch die Gradientenverteilungen aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank, enthalten in  $Q_{g1x1}$ , ersetzt werden.

Bezüglich der dritten Spalte muss jedoch eine Anpassung vorgenommen werden. Die Gradienten für den Anstellwinkel  $\alpha$  aus  $Q_{g1x1}$  müssen hier entsprechend Gleichung (5.7) mit  $\omega/V_{tas}$  multipliziert werden, um sie in eine Geschwindigkeit in z-Richtung umzurechnen. Entsprechend der Definition der reduzierten Frequenz gilt dabei:

$$\frac{\omega}{V_{tas}} = \frac{2k}{C_{ref}} \tag{5.14}$$

Ebenfalls muss hier ein negatives Vorzeichen verwendet werden, da gemäß Bild 5.10 die resultierenden Anströmungen  $V_z$  aus einer Geschwindigkeit in z-Richtung und einem Anstellwinkel  $\alpha$  entgegengesetzt wirken. Darüber hinaus muss für eine Modifikation der Geschwindigkeit der Imaginärteil der Aerodynamik-Matrix betrachtet werden.

Um sicherzustellen, dass nur die nach User-Input geforderten Freiheitsgrade modifiziert werden, muss dabei stets der bereits ermittelte Vektor  $\text{DOF}_{\text{comps}}$  bezüglich der g1-set-Dimension verwendet werden.

$$imag(Q_{g1h}^{qs}(DOF_{comps}, 3, i_{freq})) = -Q_{g1x1}(DOF_{comps}, 2) \cdot \frac{2k}{C_{ref}}$$
(5.15)

$$real(Q_{g1h}^{qs}(DOF_{comps}, 5, i_{freq})) = Q_{g1x1}(DOF_{comps}, 2)$$
(5.16)

Mittels einer if-Bedingung (s. Anhang E – Bedienung von MATLAB muss zudem gewährleistet werden, dass die Modifikation aus den dargestellten Gleichungen (5.15) und (5.16) ausschließlich durchgeführt wird, wenn der Anstellwinkel-Effekt  $\alpha$  auch als User-Input festgelegt wurde. Dies gilt ebenfalls für die folgenden Schritte bezüglich des Schiebewinkels  $\beta$  und der Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup>.

Analog zum Anstellwinkel  $\alpha$  kann die Modifikation für den Schiebewinkel  $\beta$  vorgenommen werden. Gradienten aus einem Schiebewinkel, zu finden in der dritten Spalte der Q<sub>g1x1</sub>-Matrix, sind in die zweite Spalte (Translation in y-Richtung) und in die sechste Spalte (Rotation um die z-Achse) der halbgeneralisierten, quasi-stationären Aerodynamik-Matrix Q<sub>g1h</sub><sup>qs</sup> einzubringen. Gemäß Bild 5.9 wirken die resultierenden Anströmungen aus einer Geschwindigkeit in y-Richtung und einem Schiebewinkel  $\beta$  in dieselbe Richtung und die Modifikation für die zweite Spalte der Aerodynamik-Matrix muss demnach ohne negatives Vorzeichen vorgenommen werden.

$$imag(Q_{g1h}^{qs}(DOF_{comps}, 2, i_{freq})) = Q_{g1x1}(DOF_{comps}, 3) \cdot \frac{2k}{C_{ref}}$$
(5.17)

$$real(Q_{g1h}^{qs}(DOF_{comps}, 6, i_{freq})) = Q_{g1x1}(DOF_{comps}, 3)$$
(5.18)

Die Gradienten aus einer Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> sind gegenüber den Gradienten aus Schiebeund Anstellwinkel zusätzlich mit der aerodynamischen Flügeltiefe C<sub>ref</sub> normiert, weswegen die Données-Aérodynamiques-Gradienten aus Q<sub>g1x1</sub> neben  $\omega/V_{tas}$  auch mit der Größe C<sub>ref</sub> multipliziert werden müssen. Es gilt:

$$\frac{\omega}{V_{tas}} \cdot C_{ref} = 2k$$

Diese Gradienten sind in der vierten Spalte der  $Q_{g1x1}$ -Matrix zu finden und müssen auch in die vierte Spalte (Rotation um die x-Achse) der halbgeneralisierten, quasi-stationären Aerodynamik-Matrix eingebracht werden. Da p<sup>\*</sup> eine Rollgeschwindigkeit darstellt, muss hier der imaginäre Teil von  $Q_{g1h}^{qs}$  betrachtet werden.

$$imag(Q_{g1h}^{qs}(DOF_{comps}, 4, i_{freq})) = Q_{g1x1}(DOF_{comps}, 4) \cdot 2k$$
(5.19)

Anschließend müssen Real- und Imaginärteil der quasi-stationären Matrix wieder zusammengesetzt werden und anhand der nun modifizierten, quasi-stationären Matrix  $Q_{g1h}^{qs}$  kann mithilfe der instationären Matrix  $Q_{g1h}^{is}$  die modifizierte, halbgeneralisierte Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}^{mod}$  berechnet werden.

$$Q_{g1h}^{qs} = real(Q_{g1h}^{qs}) + imag(Q_{g1h}^{qs}) \cdot i$$
(5.20)

$$Q_{g1h}^{mod} = Q_{g1h}^{is} + Q_{g1h}^{qs}$$
(5.21)

Die auf diese Weise erhaltene Aerodynamik-Matrix Q<sub>g1h</sub><sup>mod</sup> kann im weiteren Verlauf für die Modifikation des Böenvektors verwendet werden und dient darüber hinaus als Input für die eigentliche Böenrechnung durch das GUSTO-Programm.

# 5.3.5 Erstellung des Einheitsböenvektors W<sub>j</sub><sup>GU</sup>

Bevor der Böenvektor anhand des vorliegenden Skripts modifiziert werden kann, muss dieser zunächst erstellt werden. Dies erfordert die Anwendung der Gleichung (4.22) aus Kapitel 4.2.6.

$$W_j^{GU} = \cos(\gamma_j) e^{-i\omega \frac{x_j - x_0}{V_{tas}}}$$

Die notwendigen Größen Böenwinkel zum Normalenvektor der DLM-Panels  $\gamma_j$ , x-Position der 75%-Punkte der DLM-Panels  $x_j$ , Konstruktionsreferenzpunkt  $x_0$  und Fluggeschwindigkeit  $V_{tas}$  müssen demnach ebenfalls in das Skript integriert werden.

An dieser Stelle soll die Problematik bezüglich der Anzahl der Stützfrequenzen erläutert werden, welche in Kapitel 5.3.3 bereits angesprochen wurde. Dazu wird der Abwind am letzten DLM-Panel aus der lateralen Einheitsböe  $W_j^{GU}(end,1,:)$  in Bild 5.15 untersucht. Dieses Panel wird gewählt, da es einen vergleichsweise großen Abstand zum Referenzpunkt  $x_0$  hat. Die sich durch den Abstand zum Referenzpunkt ergebende Zeitverzögerung macht die Problematik deutlich.



Bild 5.15 Abwinde mit originalen und 45 zusätzlichen reduzierten Frequenzen

Aus Bild 5.15 ist ein sinusförmiges Verhalten des Abwindes bezüglich der Frequenz erkennbar. Zudem wird ersichtlich, dass die originale Anzahl an Stützfrequenzen  $F_{red}$  (blauer Verlauf) nicht ausreicht, um diesen Sinusverlauf akkurat abzubilden. Die um 45 weitere

reduzierte Frequenzen interpolierte Stützfrequenz  $F_{red}^{int}$  (roter Verlauf) kann den Sinusverlauf hingegen deutlich besser abbilden.

Diese Frequenzinterpolation geschieht aus demselben Grund im herkömmlichen Aerodynamik-Pre-Processing von GUSTO auf ähnliche Art und Weise. Um den Böenvektor zu erstellen und zu modifizieren, ist der Schritt daher unumgänglich.

Abschließend wird zu Vergleichszwecken der Vektor des Einheitsböenfelds  $W_j^{GU}$  gemäß Gleichung (4.21) und (4.23) vom j-set ins g1-set transformiert.

$$P_{g1}^{GU} = G_{kg}^T S_{kj} Q_{jj} W_j^{GU}$$
(5.22)

Hier gilt zu beachten, dass die Multiplikation mit dem dynamischen Druck q während des Aerodynamik-Pre-Processings nicht vorgenommen werden darf, da dies auf Kernel1-Ebene des GUSTO-Programms geschieht.

## 5.3.6 Modifikation des Böenvektors Pg1

Die Anpassung des Böenvektors ist, verglichen mit der Aerodynamik-Matrix, etwas komplexer. Die Abwind-Matrix  $W_j^{Mode}$  wird zunächst gemäß Gleichung (5.9) erzeugt. Infolgedessen werden die Ausblendefaktoren k<sup>lat</sup> und k<sup>vert</sup> für die laterale und die vertikale Böe erzeugt. Hierfür wird überprüft, inwiefern sich bezüglich der Frequenz die sinusförmige Böe durch die Abwinde aus  $W_j^{Mode}$  modellieren lässt. Im Detail geschieht das wie folgt:

Die laterale Böe  $W_j^{GU}(:,1,:)$  wird durch die Abwinde der lateralen Eigenformen Translation in y-Richtung  $W_j^{Mode}$  (:,2,:) und Rotation um die z-Achse  $W_j^{Mode}$  (:,6,:) approximiert, wodurch der laterale Ausblendefaktor k<sup>lat</sup> gebildet wird.

Die vertikale Böe  $W_j^{GU}(:,2,:)$  wird durch die Abwinde der vertikalen Eigenformen Translation in z-Richtung  $W_j^{Mode}(:,3,:)$  und Rotation um die y-Achse  $W_j^{Mode}(:,5,:)$  approximiert. Hierdurch wird der vertikale Ausblendefaktor k<sup>vert</sup> gebildet.

Die translatorischen Eigenformen  $W_j^{Mode}(:,2,:)$  und  $W_j^{Mode}(:,3,:)$  müssen hierbei gemäß Gleichung (5.6) und (5.7) aus Kapitel 5.1.3 mit  $V_{tas}/\omega$  oder analog mit  $C_{ref}/2k$  multipliziert werden, damit sie mit Böengeschwindigkeiten vergleichbar sind.

$$k^{lat} = \left[ W_j^{Mode}(:,2,i_{freq}) \frac{C_{ref}}{2k} \quad W_j^{Mode}(:,6,i_{freq}) \right] \setminus W_j^{GU}(:,1,i_{freq})$$
(5.23)

$$k^{vert} = \left[ W_j^{Mode} (:,3, i_{freq}) \frac{C_{ref}}{2k} \quad W_j^{Mode} (:,5, i_{freq}) \right] \setminus W_j^{GU} (:,2, i_{freq})$$
(5.24)

Die vorliegende Rechenoperation stellt die Durchführung der Methode der kleinsten Quadrate anhand von MATLAB dar. Die eckigen Klammern sind hierbei als Matrix zu verstehen, deren Elemente durch die Abwinde aus den Eigenformen des Vektors W<sub>i</sub><sup>Mode</sup> gebildet werden.

Die k-Faktoren beschreiben, wie gut die Böe sich anhand der Eigenformen über die Frequenz modellieren lässt. Es ist dabei zu erwarten, dass der Grad der Übereinstimmung mit steigender Frequenz abnimmt. Die Böe wird mit steigender Frequenz bezüglich der DLM-Panels anfangen, zu oszillieren und dieser Umstand ist mithilfe der starren Eigenformen nicht abzubilden, da das gesamte DLM-Modell durch die starren Eigenformen gleichmäßige Abwinde erfährt.

Die zur Berechnung der k-Faktoren verwendeten Elemente Einheitsböenvektor  $W_j^{GU}$  und Abwind-Matrix der Eigenformen  $W_j^{Mode}$  sind komplexe Größen, daher sind diese Faktoren ebenfalls komplex.



Die Imaginär- und Realteile der Abwinde (s. Bild 5.16) aus der y-Translation (grün) und z-Rotation (schwarz) werden dabei mithilfe des Faktors k<sup>lat</sup> so kombiniert, dass die laterale Böe möglichst genau getroffen wird. Die Abwinde in W<sub>j</sub><sup>Mode</sup> befinden sich an den 75%-Punkten der DLM-Panels, die Abszisse enthält daher die x-Position dieser Punkte an den vertikalen DLM-Panels, welche die Rumpfkomponente modellieren.



Analog werden Imaginär- und Realteil der Abwinde D aus z-Translation (grün) und y-Rotation (schwarz) aus Bild 5.17 mithilfe des Faktors  $k^{vert}$  so kombiniert, dass die vertikale Böe möglichst genau getroffen wird. Entsprechend ergeben sich  $k^{lat}$  und  $k^{vert}$  (s. Bild 5.18) nach der Methode der kleinsten Quadrate.



Bild 5.18 zeigt ein Streben gegen null der Ausblendefaktoren k<sup>lat</sup> und k<sup>vert</sup> für größere Frequenzen und bestätigt damit die Aussage, dass für größere Frequenzen die sinusförmige Böe  $W_j^{GU}$  nicht mehr akkurat durch Abwinde aus starren Eigenformen  $W_j^{Mode}$  approximiert werden kann.

Die Faktoren k<sup>lat</sup> und k<sup>vert</sup> sind hierbei Vektoren. Bei k<sup>lat</sup> enthält die erste Zeile die Faktoren, mit denen der Abwind aus der y-Translation  $W_j^{Mode}$  (:,2,:) multipliziert werden muss. Die zweite Zeile enthält die Faktoren, mit denen der Abwind aus der z-Rotation  $W_j^{Mode}$  (:,6,:) multipliziert werden muss.

Analog enthält die erste Zeile von k<sup>vert</sup> die Faktoren, mit denen der Abwind aus der z-Translation  $W_j^{Mode}$  (:,3,:) multipliziert werden muss. Die zweite Zeile von k<sup>vert</sup> enthält die Faktoren, mit denen der Abwind aus der y-Rotation  $W_j^{Mode}$  (:,5,:) multipliziert werden muss.

Mithilfe der so erhaltenen k-Faktoren können nun die approximierten Böen  $W_j^{lat}$  und  $W_j^{vert}$  berechnet werden. Dies geschieht, indem die Abwinde aus den Eigenformen, dargestellt in Bild 5.16 und Bild 5.17, wie vorher beschriebenen mit k<sup>lat</sup> und k<sup>vert</sup> multipliziert werden.

$$W_j^{lat} = W_j^{Mode}(:,2, i_{freq}) \cdot k^{lat}(1, i_{freq}) \cdot \frac{C_{ref}}{2k} + W_j^{Mode}(:,6, i_{freq}) \cdot k^{lat}(2, i_{freq})$$

$$(5.25)$$

$$W_{j}^{vert} = W_{j}^{Mode}(:,3,i_{freq}) \cdot k^{vert}(1,i_{freq}) \cdot \frac{C_{ref}}{2k} + W_{j}^{Mode}(:,5,i_{freq}) \cdot k^{vert}(2,i_{freq})$$

$$(5.26)$$

Nachfolgend wird die approximierte laterale Böe  $W_j^{lat}$  in Bild 5.19 und Bild 5.20 exemplarisch für verschiedene reduzierte Frequenzen k über die 75%-Punkte der Rumpf-DLM-Panels (x75) mit der originalen lateralen Böe, also der ersten Spalte von  $W_j^{GU}$ , verglichen.



#### Laterale Böe für die 5. reduzierte Frequenz

102

Bild 5.19 zeigt, dass für niedrige Frequenzen die Einheitsböe  $W_j^{GU}$  (in rot) grob durch die approximierte Böe  $W_j^{lat}$  (in blau) getroffen werden kann. Die Imaginärteile weisen sogar eine ziemliche gute Übereinstimmung auf.



Steigt die Frequenz hingegen, kann die Einheitsböe  $W_j^{GU}$  nicht mehr akkurat durch die approximierte Böe  $W_j^{lat}$  abgebildet werden, zu sehen in Bild 5.20. Dies ist auch der Grund, warum die Ausblendefaktoren k<sup>lat</sup> und k<sup>vert</sup> für höhere Frequenzen gegen null streben. Mit dieser Methode können also zwei Faktoren bestimmt werden, die bei der eigentlichen Modifikation der Böe später verwendet werden können, um die Terme zur Modifikation über die Frequenz auszublenden. Das Ausblenden ist notwendig, da die dem Skript zugrunde liegenden Zusammenhänge aus Kapitel 5.1.3 nur für kleine Frequenzen gelten.

An dieser Stelle kann der bereits erwähnte Delta-Böenvektor auf j-Ebene  $dW_j^{GU}$  gebildet werden. Dies geschieht, indem die vorher mittels der Abwinde aus den Eigenformen approximierten Böen  $W_j^{lat}$  und  $W_j^{vert}$  aus der Einheitsböe  $W_j^{GU}$  herausgerechnet werden. Dabei müssen die entsprechenden Böenrichtungen berücksichtigt werden. So muss  $W_j^{lat}$  von der ersten Spalte des Einheitsböenvektors  $W_j^{GU}$  (laterale Böe) und  $W_j^{vert}$  von der zweiten Spalte des Einheitsböenvektors  $W_j^{GU}$  (vertikale Böe) abgezogen werden.

$$dW_{j}^{GU}(:,1,i_{freq}) = W_{j}^{GU}(:,1,i_{freq}) - W_{j}^{lat}(:,i_{freq})$$
(5.27)

$$dW_{j}^{GU}(:,2,i_{freq}) = W_{j}^{GU}(:,2,i_{freq}) - W_{j}^{vert}(:,i_{freq})$$
(5.28)

Darüber hinaus müssen aus dem Delta-Einheitsböenvektor  $dW_j^{GU}$  die Kraft- und Momentengradienten im g1-set berechnet werden. Dies geschieht analog zu Gleichung (5.22).

$$dP_{g1}^{GU} = G_{kg}^T S_{kj} Q_{jj} dW_j^{GU}$$
(5.29)

Die eigentliche Modifikation der Böe wird nun anhand der Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  eingeführt. Es wurden zuvor bereits auf j-set-Ebene Anteile aus den Abwinden der Eigenformen Translation in y-Richtung und Rotation um die z-Achse aus der lateralen Böe und Anteile aus den Eigenformen Translation in z-Richtung und Rotation um die y-Achse aus der vertikalen Böe herausgerechnet.

Diese Anteile sollen nun mittels derselben Eigenformen aus der Aerodynamik-Matrix wieder eingebracht werden. Es gelten dabei die aus Kapitel 5.1.3 bekannten Zusammenhänge (s. Gleichung (5.6) und (5.7)).

$$-imag\left(Q_{g1h}(:,2,1)\right) \cdot \frac{V_{tas}}{\omega} = -real\left(Q_{g1h}(:,6,1)\right) = real\left(P_{g1}(:,1,1)\right)$$
$$-imag\left(Q_{g1h}(:,3,1)\right) \cdot \frac{V_{tas}}{\omega} = real\left(Q_{g1h}(:,5,1)\right) = real\left(P_{g1}(:,2,1)\right)$$

Die vorher mittels  $W_j^{lat}$  aus der lateralen Böe herausgerechneten Anteile können demnach als Kraft- und Momentengradienten auf dem g1-set wieder eingebracht werden. Dies geschieht anhand der Eigenformen Translation in y-Richtung (2. Spalte) und Rotation um die z-Achse (6. Spalte) aus der Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$ .

Die mittels  $W_j^{vert}$  aus der vertikalen Böe herausgerechneten Anteile können anhand der Eigenformen Translation in z-Richtung (3. Spalte) und Rotation um die y-Achse (5. Spalte) aus der Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  wieder eingebracht werden.

Zudem müssen bei diesem Schritt auch die vorher ermittelten Ausblendefaktoren k<sup>lat</sup> und k<sup>vert</sup> verwendet werden. Anstelle der Multiplikation mit  $V_{tas}/\omega$  wird im Skript eine Multiplikation mit  $C_{ref}/2k$  vorgenommen, was nach Gleichung (5.14) identisch ist.

$$P_{g1}^{mod}(:,1,i_{freq}) = dP_{g1}^{GU}(:,1,i_{freq}) + Q_{g1h}^{mod}(:,2,i_{freq}) \cdot k^{lat}(1,i_{freq}) \cdot \frac{C_{ref}}{2k}$$
(5.30)  
+  $Q_{g1h}^{mod}(:,6,i_{freq}) \cdot k^{lat}(2,i_{freq})$ 

$$P_{g1}^{mod}(:,2,i_{freq}) = dP_{g1}^{GU}(:,2,i_{freq}) + Q_{g1h}^{mod}(:,3,i_{freq}) \cdot k^{vert}(1,i_{freq}) \cdot \frac{C_{ref}}{2k}$$
(5.31)  
+  $Q_{g1h}^{mod}(:,5,i_{freq}) \cdot k^{vert}(2,i_{freq})$ 

Die entsprechende Unterteilung in Imaginär- und Realteil der Aerodynamik-Matrix, sowie die Beachtung der unterschiedlichen Vorzeichen wird hierbei durch die Verwendung der Ausblendefaktoren k<sup>lat</sup> und k<sup>vert</sup> berücksichtigt. Wird bei der Modifikation zudem die zuvor bereits berechnete, modifizierte Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}^{mod}$  verwendet, welche bereits die Gradienten aus den Données-Aérodynamiques-Verteilungen enthält, so bleibt die Identität zwischen der "rechten Seite" der Bewegungsgleichungen, welche u.a. die Aerodynamik-Matrix beinhaltet, und der "linken Seite" der Bewegungsgleichungen, welche den Böenvektor beinhaltet, erhalten. Dies ist zur korrekten Durchführung der Modifikation zwingend notwendig.

$$\left[-\omega^2 M_{g1h} + i\omega B_{g1h} + K_{g1h} - q \boldsymbol{Q}_{g1h}^{mod}(\boldsymbol{\omega})\right] \cdot U_{g1}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{P}_{g1}^{mod}(\boldsymbol{\omega})$$
(5.32)

Damit ist die Modifikation abgeschlossen und die veränderten Größen Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}^{mod}$  und Böenvektor  $P_{g1}^{mod}$  müssen lediglich noch im geforderten Format abgespeichert und in das GUSTO-Programm integriert werden.

5.3.7 Flussdiagramm



Bild 5.21 Flussdiagramm Seite 1



Bild 5.22 Flussdiagramm Seite 2

107


Bild 5.23 Flussdiagramm Seite 3

# 6 Validationsrechnungen

Dieses Kapitel soll das zuvor erstellte Skript auf Plausibilität prüfen und die eingeführte Modifikation legitimieren. Hierzu sollen verschiedene Rechnungen auf Projektebene des Airbus A380-800 analysiert werden. Dies umfasst zunächst einen Vergleich der sich ergebenden Koeffizientenderivative mit den unter Kapitel 4.6 beschriebenen Derivativen aus der bisherigen Methode und den Zielwerten. Dabei soll besonderer Fokus auf die Derivative für die Seitenkraft aus Schiebewinkel  $C_{Y\beta}$  und das Giermoment aus Rollen  $C_{Np^*}$  gelegt werden, da diese in Kapitel 4.6 als hauptsächliche Schwächen der bisherigen Methode identifiziert wurden.

Weiterhin sollen sich ergebende Kraft- und Momentenverläufe aus Aerodynamik-Matrix  $Q_{hh}$ und Böenvektor  $P_h$  auf modaler Ebene (h-set) bezüglich ihres Frequenzverhaltens analysiert und mit originalen Verläufen verglichen werden. Die zuvor betrachteten Derivative müssen dabei mit den entsprechenden Kraft- und Momentenverläufen korrelieren.

Als nächstes wird das globale Übertragungsverhalten (s. Kapitel 4.2.8) verglichen. Dies soll sich in erster Linie auf den niederfrequenten Bereich konzentrieren, da zu erwarten ist, dass hier die entwickelte Modifikation den größten Einfluss hat. Interessant ist dabei vor allem, wie sich Amplitude und Frequenz der in Kapitel 3.4 beschriebenen Dutch Roll, auch Taumelschwingung genannt, durch die Einführung der Modifikation verändern.

Ebenso soll das Zeitverhalten des Flugzeugs analysiert werden, welches anhand des Übertragungsverhaltens ermittelt wird. Hierbei sollen vor allem flugmechanische Größen wie Schiebewinkel, Rollgeschwindigkeit und Giergeschwindigkeit als Reaktion auf eine laterale Discrete Gust betrachtet werden. Zudem wird mittels des Zeitverhaltens der Einfluss der elektronischen Flugregelung EFCS beurteilt.

Zuletzt soll der Einfluss auf die resultierenden Lasten beurteilt werden. Hierfür müssen Lasten aus Continuous Turbulence und Discrete Gust berechnet werden. Da die Modifikation insbesondere auf die lateralen Derivative und das damit verbundene Roll-Gier-Verhalten abzielt, werden für die Lastenanalyse ausschließlich laterale Böenrichtungen betrachtet.

Alle nachfolgend beschriebenen Rechnungen haben folgende, gemeinsame Parameter nach LCC-Liste:

Parameter	Wert		
Flugzeugmuster	A380-800		
Mach-Zahlen	0,510		
Anstellwinkel	0°		
Höhen	0 m		
Aerodynamische Konfiguration	clean (keine Klappen)		
Airbrake-Setting	Airbrakes in		

 Tabelle 6.1
 Parameter nach LCC-Liste

## 6.1 Erste Rechnung

Die erste Rechnung umfasst folgenden User-Input nach Kapitel 5.3.1:

Tabelle 6.2 User-Input der ersten Rechnung

Modifizierte Effekte	Modifizierte Kräfte	Modifizierte Komponenten
$\alpha, \beta, p^*$	$x, y, z, m_x, m_y, m_z$	WR, WL, FU, HR, HL, VT,
		E1, E2, E3, E4, L6, L7, L8, L9

## 6.1.1 Derivative

Alle nachfolgend als original bezeichneten Größen resultieren aus der bisherigen Korrekturmethode und Größen, welche als modifiziert gekennzeichnet werden, sind mithilfe des in dieser Arbeit entwickelten Skripts berechnet worden. Nach Anwendung des Skripts ergeben sich die folgenden Derivative, welche mithilfe der Zielwerte normiert wurden.

Derivativ	Original	Modifiziert	Zielwert	Abweichung	
				Vorher	Nachher
Cza	1,0010	0,9976	1,0000	0,10 %	0,24 %
C <sub>Ma</sub>	0,9768	0,9817	1,0000	2,31 %	1,82 %
Сув	0,9111	1,0405	1,0000	8,89 %	4,05 %
Clb	1,0069	0,9931	1,0000	0,69 %	0,69 %
C <sub>Nβ</sub>	0,9780	1,0001	1,0000	2,20 %	0,01 %
C <sub>Lp*</sub>	0,9826	0,9998	1,0000	1,74 %	0,02 %
C <sub>Np*</sub>	-0,9678	1,0039	1,0000	196,78 %	0,39 %

 Tabelle 6.3
 Derivative der ersten Rechnung

Aus Tabelle 6.3 können folgende Erkenntnisse gewonnen werden: Die Derivative bezüglich des Anstellwinkels  $C_{Z\alpha}$  und  $C_{M\alpha}$  verändern sich durch die Modifikation nur marginal. Da die originale Methode diese Derivative ohnehin ausreichend genau darstellen kann, sind sie im Rahmen dieser Arbeit auch nicht von großer Bedeutung.

Die Derivative bezüglich des Schiebewinkels  $C_{Y\beta}$ ,  $C_{L\beta}$  und  $C_{N\beta}$  verbessern sich deutlich durch die Einführung der Modifikation. Hervorzuheben ist hier die Abweichung von  $C_{Y\beta}$  gegenüber dem Zielwert, welche auf 4,05% reduziert werden konnte und sich damit verglichen mit der vorherigen Methode mehr als halbiert hat.

Die Derivative bezüglich der Rollgeschwindigkeit  $C_{Lp^*}$  und  $C_{Np^*}$  konnten ebenfalls deutlich verbessert werden. Die immense vorherige Abweichung des  $C_{Np^*}$ -Wertes von 196,78% inklusive Vorzeichendreher konnte nahezu vollständig beseitigt werden, auf nunmehr 0,39%. Auch der  $C_{Lp^*}$ -Wert entspricht nach der Modifikation nahezu dem Zielwert.

An dieser Stelle muss auf eine besondere Problematik bei der Benutzung des Skriptes hingewiesen werden. Nach der Entnahme der Beiwerte aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank nach Kapitel 5.3.2 erhält man für die Triebwerkskomponenten E1, E2, E3 und E4 Totalgrößen, welche ins g1-set transformiert werden. Diese Totalgrößen für die Triebwerke enthalten dabei auch Anteile aus den Triebwerk-Pylons, welche bei der Transformation ins g1-set ebenfalls auf die den Triebwerken zugehörigen g1-set-Knoten bezogen werden.

Die Pylons besitzen jedoch eigene Knoten im g1-set, welche bereits Kräfte auf Grundlage der DLM-Methode erzeugen. Wenn diese Pylon-Kräfte nun mithilfe des entwickelten Skripts auf die Triebwerksknoten der Aerodynamik-Matrix aufgebracht werden und gleichzeitig per DLM-Methode auf den Pylon-Knoten existieren, sind sie doppelt berücksichtigt. Dieser Umstand wirkt sich insbesondere verfälschend auf die Berechnung der lateralen Derivative aus Schiebewinkel  $\beta$  und Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> aus.

Zur Erläuterung können mithilfe der Aerodynamik-Matrix Derivative berechnet werden, welche ausschließlich auf den Gradienten der g1-Knoten der Pylons basieren. Diese Pylon-Derivative können von den in Tabelle 6.3 bereits dargestellten Derivativen aus der Rechnung abgezogen werden.

Derivativ	Modifiziert	<b>Pylons rechts</b>	Pylons links	korrigiert	Zielwert
C <sub>Yβ</sub>	1,0405	0,0202	0,0202	1,0001	1,0000
Clb	0,9932	0,0005	0,0005	0,9921	1,0000
C <sub>Nβ</sub>	1,0001	0,0002	0,0002	0,9996	1,0000
C <sub>Lp*</sub>	0,9998	-0,0001	-0,0001	1,0000	1,0000
C <sub>Np*</sub>	1,0039	0,0020	0,0020	1,0000	1,0000

Tabelle 6.4 Derivative nach Pylon-Korrektur

Die dargestellte Tabelle zeigt, dass nach vorgenommener Korrektur mithilfe der Pylon-Derivative insbesondere die Beiwerte  $C_{Np^*}$ ,  $C_{Lp^*}$  und  $C_{Y\beta}$  nahezu perfekt zu den Zielwerten passen. Aufgrund der Tatsache, dass die Aerodynamik-Matrix halbgeneralisiert in die GUSTO-Rechnung eingeht, kann der beschriebene Umstand jedoch in der eigentlichen Rechnung nicht korrigiert werden, sondern lediglich zur Berechnung der Derivative angewendet werden.

#### 6.1.2 Verläufe aus Aerodynamik-Matrix und Böenvektor

In diesem Kapitel werden vornehmlich die Verläufe von Seitenkraft aus y-Translation, Seitenkraft aus lateraler Böe, Seitenkraft aus z-Rotation und des Giermoments aus x-Rotation analysiert, da in diesen Verläufen im niederfrequenten Bereich die zuvor bereits behandelten Derivative  $C_{Y\beta}$  und  $C_{Np^*}$  wiederzufinden sein müssen. Die Verläufe dieser Kraft- und Momentengradienten sind Elemente der generalisierten Größen Aerodynamik-Matrix Q<sub>hh</sub> und Böenvektor P<sub>h</sub>, welche mittels Gleichung (4.13) und (4.24) berechnet werden können.

Zu Beginn soll das Fehlen der Kraftgradienten in Längsrichtung des Flugzeugs und das Einbringen dieser Gradienten durch die Modifikation verifiziert werden. Hierzu werden die Gradienten in Längsrichtung d $F_x$  aus der halbgeneralisierten Aerodynamik-Matrix  $Q_{glh}$  an den Freiheitsgraden in x-Richtung des gl-sets am rechten Flügel in Bild 6.1 dargestellt. Zur Betrachtung gewählt wird die zweite reduzierte Frequenz, da die Modifikation sich vor allem auf den niederfrequenten Bereich auswirkt.



Bild 6.1 Gradienten dF<sub>x</sub> im g1-set am rechten Flügel aus Geschwindigkeit in y- und z-Richtung

Aus Bild 6.1 wird zum einen das Fehlen dieser Kräfte im bisherigen Prozess (in blau) ersichtlich. Zum anderen ist die Einbringung der Gradienten in Längsrichtung aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank durch Einführung der Modifikation (in rot) deutlich zu erkennen.

Für die weitere Untersuchung wird die prozentuale Veränderung der Derivative durch die Einführung der Modifikation benötigt. Dazu werden die originalen und modifizierten Werte aus Tabelle 6.3 verwendet. Für das Derivativ  $C_{Y\beta}$  ergibt sich folgende Veränderung:

$$\left|\frac{C_{Y\beta}^{mod}}{C_{Y\beta}^{orig}} - 1\right| \cdot 100\% = \left|\frac{1,0405}{0,9111} - 1\right| \cdot 100\% = \mathbf{14, 2}\%$$

Analog erhält man die prozentuale Veränderung des Derivativs C<sub>Np\*</sub>:

$$\left| \frac{C_{Np*}^{mod}}{C_{Np*}^{orig}} - 1 \right| \cdot 100\% = \left| \frac{1,0039}{-0,9678} - 1 \right| \cdot 100\% = 203,7\%$$

Nun kann damit begonnen werden, die Verläufe der Kraft- und Momentengradienten zu analysieren. Dazu wird zunächst die quasi-stationäre Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}^{qs}$  generalisiert und der quasi-stationäre Seitenkraftgradient aus y-Translation (dY/du<sub>y</sub>)<sup>qs</sup>, zu finden in  $Q_{hh}^{qs}(2,2,:)$ , einmal vor und nach der Modifikation betrachtet (s. Bild 6.2). Dies zeigt den Unterschied zwischen DLM-Methode und Données-Aérodynamiques-Datenbank.



Bild 6.2 dY/du<sub>v</sub> quasi-stationär und instationär über reduzierter Frequenz

In Bild 6.2 ist gut zu erkennen, dass durch die Modifikation ein Offset des quasi-stationären Anteils entsteht. Dieser Offset resultiert aus dem Unterschied zwischen den Gradienten aus DLM-Methode und den Gradienten aus Données-Aérodynamiques-Datenbank. Da die Données-Aérodynamiques-Gradienten des Schiebewinkels  $\beta$  nach Gleichung (5.17) in den Imaginärteil der quasi-stationären Aerodynamik-Matrix eingebracht wurden, wirkt sich die Modifikation auch nur auf diesen Imaginärteil aus. Der Realteil bleibt, sowie die gesamte instationäre Matrix Q<sub>hh</sub><sup>is</sup>, unverändert.

Darauf aufbauend wird der vollständige Seitenkraftgradient aus y-Translation dY/du<sub>y</sub> der generalisierten Aerodynamik-Matrix  $Q_{hh}(2,2,:)$ , entstanden aus der Summe von quasi- und instationärer Matrix  $Q_{hh}^{qs}$  und  $Q_{hh}^{is}$ , betrachtet (s. Bild 6.3). Die Gradienten der modifizierten Matrix  $Q_{hh}^{mod}(2,2,:)$  und der originalen Matrix  $Q_{hh}^{orig}(2,2,:)$  werden dabei entsprechend Gleichung (5.6) aus Kapitel 5.1.3 mit  $V_{tas}/\omega$  multipliziert, da an dieser Stelle vorwiegend der Imaginärteil dieser Größe von Interesse ist. Die Gradienten haben folgenden Verlauf über die reduzierte Frequenz:



Bild 6.3 dY/du<sub>y</sub> über reduzierter Frequenz

Entsprechend Gleichung (5.17) soll sich die eingeführte Modifikation lediglich auf den Imaginärteil auswirken. Dies wird durch Bild 6.3 bestätigt. Darüber hinaus ist hier der angesprochene Offset aus Bild 6.2 wiederzufinden.

Analog kann der Seitenkraftgradient aus einer lateralen Böe  $dY/dW_y$ , welcher in der zweiten Reihe der ersten Spalte des generalisierten Böenvektor  $P_h(2,1,:)$  zu finden ist, über die Frequenz betrachtet werden. Dies geschieht in Bild 6.4.



In Bild 6.4 beinhaltet der Realteil der Böe die hier interessante Größe, während der imaginäre Teil aus dem Phasenverzug der Böengeschwindigkeit zur Flugzeugnase resultiert. Auch hier sind die Verläufe der modifizierten Größe sinnvoll, da sie dem originalen Verlauf ähneln. Der Phasenverzug kann durch die Modifikation ebenfalls akkurat abgebildet werden. Entsprechend Gleichung (5.30) soll die Modifikation der Böe durch die Verwendung des Faktors k<sup>lat</sup> mit zunehmender Frequenz abklingen, was in Bild 6.4 gut erkennbar ist. Der Seitenkraftgradient aus z-Rotation  $dY/du_{\varphi z}$  ist in der zweiten Reihe der sechsten Spalte der generalisierten Aerodynamik-Matrix Q<sub>hh</sub>(2,6,:) zu finden und in Bild 6.5 dargestellt.



Bild 6.5 dY/du<sub>oz</sub> über reduzierter Frequenz

Nach Gleichung (5.18) soll sich die Modifikation bezüglich der z-Rotation auf den Realteil beschränken, was durch Bild 6.5 belegt wird. Auch hier verlaufen die Kurven grundsätzlich ähnlich.

Um die aerodynamischen Zusammenhänge bei kleinen Frequenzen aus Kapitel 5.1.3 zu belegen und damit die Modifikation bezüglich des Schiebewinkels  $\beta$  zu legitimieren, müssen nun die Achsenschnittpunkte mit der Ordinate der jeweiligen Größen aus Bild 6.3, Bild 6.4 und Bild 6.5 betrachtet werden.



Bild 6.6 Vergleich der lateralen Zusammenhänge

Die Ergebnisse aus Bild 6.6 belegen die lateralen Zusammenhänge für kleine Frequenzen aus Gleichung (5.6):

$$imag\left(Q_{g1h}(:,2,1)\right)\cdot\frac{V_{tas}}{\omega} = real\left(Q_{g1h}(:,6,1)\right) = -real\left(P_{g1}(:,1,1)\right)$$

Sowohl die originalen als auch die modifizierten Größen erfüllen diesen Zusammenhang. Die Größen aus Bild 6.6 repräsentieren bei der ersten Frequenz die originalen und modifizierten Kraftgradienten in y-Richtung aus einem Schiebewinkel  $\beta$ . Aus diesem Grund muss sich das am Anfang dieses Kapitels gebildete Verhältnis der Derivative  $C_{Y\beta}^{mod}/C_{Y\beta}^{orig}$  von 14,2 % für diese erste Frequenz wiederfinden lassen.



Bild 6.7 Verhältnis zwischen modifizierten und originalen Größen

Auch dieser Umstand ist erfüllt. Damit kann die in Kapitel 5.1.3 aufgestellte Theorie bezüglich der lateralen Zusammenhänge als bewiesen angesehen werden und die darauf aufbauende Modifikation bezüglich des Schiebewinkels  $\beta$  anhand des entwickelten Skripts als korrekt bezeichnet werden.

Der nächste Schritt ist die Analyse des Giermomentgradienten aus x-Rotation  $dN/du_{\phi x}$  durch die eingeführte Modifikation. Hierfür wird das Element aus der sechsten Zeile der vierten Spalte der generalisierten Aerodynamik-Matrix  $Q_{hh}(6,4,:)$  betrachtet, zu sehen in Bild 6.8. Die Modifikation wurde bezüglich der normierten Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> vorgenommen, daher ist an dieser Stelle der Imaginärteil interessant. Das Element  $Q_{hh}(6,4,:)$  muss zudem, neben  $V_{tas}/\omega$ , auch mit C<sub>ref</sub> multipliziert werden, da die Normierung der normierten Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> die mittlere aerodynamische Flügeltiefe enthält.



Bild 6.8 dN/du<sub>ox</sub> über reduzierter Frequenz

Nach Gleichung (5.19) bleibt der Realteil der quasi-stationären Matrix  $Q_{hh}^{qs}$  in Bild 6.8 durch die Modifikation unverändert, wodurch sich auch der Realteil der totalen Aerodynamik-Matrix  $Q_{hh}$  nicht ändert. Auffallend ist der deutliche Offset, der aus der Einbringung der Gradientenverteilungen für den Imaginärteil resultiert. Hierfür ist der quasi-stationäre Anteil der Aerodynamik-Matrizen (gestrichelt) verantwortlich, welcher große Unterschiede bei Erzeugung mittels DLM-Methode und Données-Aérodynamiques-Datenbank aufweist. Dies umfasst auch den in Kapitel 6.1.1 bereits angesprochenen Vorzeichenwechsel bezüglich des Giermoments aus Rollen zwischen Gradienten aus DLM-Methode und Données-Aérodynamiques-Datenbank.

Auch hier kann wieder das Verhältnis der Ordinaten-Schnittpunkte gebildet werden (s. Bild 6.9), welches mit dem anfangs gebildeten Verhältnis der Derivative  $C_{Np*}^{mod}/C_{Np*}^{orig}$  von 203,7 % übereinstimmen muss.



Bild 6.9 Verhältnis zwischen modifizierten und originalen Größen

Die besagten 203,7 % sind in Bild 6.9 zu finden. Da die vertikalen Derivative  $C_{Z\alpha}$  und  $C_{M\alpha}$  anhand der DLM-Methode ausreichend genau sind und sich durch Anwendung des Skriptes auch nicht nennenswert verändern, soll hier auf eine Analyse von entsprechenden Gradientenverläufen verzichtet werden.

## 6.1.3 Übertragungsverhalten

Der nächste Schritt ist der Vergleich des aus der Modifikation resultierenden, globalen Übertragungsverhaltens mit dem Übertragungsverhalten aus der originalen Rechnung. Das globale Übertragungsverhalten wurde unter Kapitel 4.2.8 beschrieben und ergibt sich aus der Lösung der Bewegungsgleichungen. Die im vorherigen Kapitel 6.1.2 beschriebenen, veränderten Größen Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  und Böenvektor  $P_{g1}$  werden demnach verwendet, um dieses globale Übertragungsverhalten zu generieren.

Anhand des ELS (s. Kapitel 4.3 und Anhang C – ELS-Datei) wurde definiert, für welche Größen überhaupt das Übertragungsverhalten bestimmt wurde. Das Übertragungsverhalten  $H_{IO}^{GU}(\omega)$  folgender Größen wird in diesem Kapitel betrachtet:

ELS-Code	Größe	Komponente	Pos.	Einheit	verwendetes Symbol
FU.0240.15	TYC	Rumpf	24	daN	F <sub>y</sub> – Kraft in y
FU.0240.24	MXC	Rumpf	24	daN m	M <sub>x</sub> – Moment um x
WR.0030.14	TXC	Flügel rechts	3	daN	F <sub>x</sub> – Kraft in x
WL.0030.24	TXC	Flügel links	3	daN	F <sub>x</sub> – Kraft in x
VT.0010.24	MXC	VTP	1	daN m	M <sub>x</sub> – Moment um x
VT.0010.26	MZC	VTP	1	daN m	M <sub>z</sub> – Moment um z
AC.0002.01	BETA	A/C	/	0	$\beta$ – Schiebewinkel
AC.0003.01	OMGX	A/C	/	°/s	p <sup>*</sup> – Rollgeschwindigkeit
AC.0005.01	OMGZ	A/C	/	°/s	r <sup>*</sup> – Giergeschwindigkeit
AC.2014.01	ENYG	A/C	/	1	n <sub>y</sub> – Lastfaktor in y

Tabelle 6.5 Betrachtete Übertragungsfunktionen nach IQ

Wo sich die entsprechenden Positionen 1, 3 und 24 an den jeweiligen Komponenten befinden, verdeutlichen Bild 6.10 und Bild 6.11.



Bild 6.10 Position der betrachteten IQs (nach Airbus 2005)



Bild 6.11 Position der betrachteten IQs (nach Airbus 2005)

Bezüglich der aerodynamischen Flächen rechter Flügel (WR), linker Flügel (WL) und Seitenleitwerk (VT) wurde jeweils die Wurzel der Fläche gewählt, da diese Bereiche von bevorzugtem Interesse sind. Die Position der IQ bezüglich des Rumpfs (RU) wurde mittig im Bereich der Flügelanbindung gewählt. Hinsichtlich der Schnittgrößen soll sich in diesem Kapitel auf  $F_x$ ,  $F_y$  und  $M_x$  beschränkt werden. Eine Analyse der resultierenden Schnittgrößenverläufe wird im nächsten Kapitel durchgeführt. Die Vorzeichenkonventionen, die diese Größen betreffen, sind in Bild 6.12 dargestellt. Die in Rot dargestellten Größen kennzeichnen Koordinatenkonventionen für den vorderen Rumpf und die Winglets während die in schwarz dargestellten Größen den hinteren Rumpf, sowie Leitwerks- und Flügelkoordinatenkonventionen kennzeichnen. Für das Höhenleitwerk gelten dieselben Konventionen wie für die Flügel. Alle nachfolgend betrachten Übertragungsfunktionen sind jedoch betragsmäßig dargestellt. Der Einfluss der Orientierung der entsprechenden Größe wird in Kapitel 6.1.5 dargestellt.



Bild 6.12 Definition positiver Schnittgrößen (Airbus 2009)

Darüber hinaus soll das Frequenzverhalten der aerodynamischen Größen Schiebewinkel  $\beta$ , Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> und Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup> untersucht werden.

Es sei weiterhin darauf hingewiesen, dass alle nachfolgend betrachteten Verläufe auf der Anregung durch die Einheitsböe basieren und damit keine Lasten aus Discrete Gust oder Continuous Turbulence beschreiben. Diese Lasten werden in Kapitel 6.1.5 thematisiert. Da die Modifikation vor allem die lateralen Größen  $C_{Y\beta}$  und  $C_{Np*}$  betrifft, sollen in diesem Kapitel ausschließlich Übertragungsfunktionen aus lateralen Einheitsböen analysiert werden.

#### 6.1.3.1 Seitenkraft F<sub>y</sub> und Torsionsmoment M<sub>x</sub> am Rumpf

An dieser Stelle kann mit der Analyse begonnen werden. Das Übertragungsverhalten für das Torsionsmoment  $M_x$  und die Querkraft  $F_y$  am Rumpf (FU) stellt sich folgendermaßen dar:



Bild 6.13  $H_{IO}^{GU}(\omega)$  für F<sub>y</sub> und M<sub>x</sub> am Rumpf

Wenn sich also die aerodynamischen Kraftgradienten betragsmäßig erhöhen, dies aber, wie in Bild 6.3 und Bild 6.5 zu sehen ist, im negativen Sinne geschieht, so kann daraus durchaus eine Reduzierung der Schnittgröße  $F_y$  resultieren.

Mit steigender Frequenz erhöht sich in Bild 6.13 auch die Querkraft  $F_y$  gegenüber der originalen Rechnung. Nimmt die Frequenz weiter zu, so gleichen sich beide Verläufe an, was in diesem Fall mit dem lateralen Ausblendefaktor k<sup>lat</sup> zu tun hat, welcher bezüglich der lateralen Böe die Modifikation mit zunehmender Frequenz ausblendet (vgl. Bild 5.18).

Auch bezüglich des Rumpftorsionsmomentes wirkt sich die Modifikation in Bild 6.13 vor allem auf den niederfrequenten Bereich aus. So ist eine deutliche Erhöhung des ersten Extremums bei kleinen Frequenzen zu erkennen, welche mit der Dutch-Roll-Schwingung zu begründen ist. Zudem verschiebt sich die Frequenz des Extremums hin zu höheren Frequenzen. Durch die große Änderung des  $C_{Np}$ -Beiwerts und des damit verbundenen Roll-Gier-Verhaltens ändert sich dementsprechend auch das resultierende Torsionsmoment am Rumpf. Zudem verschwindet der Einfluss der Modifikation mit zunehmender Frequenz der Einheitsböe.

Bild 6.13 zeigt eine Verminderung im niederfrequenten Bereich der Querkraft  $F_y$  am Rumpf durch die Modifikation. Hier muss betont werden, dass die Querkraft keine reine aerodynamische Größe ist. Die in Kapitel 6.1.2 erkennbaren, betragsmäßigen Erhöhungen der aerodynamischen Kräfte in y-Richtung aus lateraler Böe, Translation in y-Richtung und Rotation um z wirken sich daher nicht eins zu eins auf das gezeigte Übertragungsverhalten aus. Weitere Größen, wie äußere Kräfte und Massen- und Trägheitskräfte, fließen mit ein.

#### 6.1.3.2 Längskraft F<sub>x</sub> am Flügel

Das nächste zu analysierende Übertragungsverhalten beinhaltet die IQ Kraft  $F_x$  am rechten und linken Flügel (WR und WL) in Bild 6.14. Gemäß Bild 6.12 ist  $F_x$  in diesem Fall eine Querkraft.



Bild 6.14  $H_{IO}^{GU}(\omega)$  für F<sub>x</sub> am rechten und linken Flügel

In Bild 6.14 fällt zunächst auf, dass sich die Kraft  $F_x$  im Vergleich zur Referenzrechnung (blau) zumindest nicht erhöht. Dies hätte man durchaus annehmen können, da die diese Rechnung überhaupt keine Kräfte in x-Richtung aus der aerodynamischen Methode besitzt und durch die eingeführte Modifikation (rot) solche Kräfte eingebracht wurden.

Auch hier kann wieder die Argumentation angeführt werden, dass die Schnittgröße keine reine aerodynamische Kraft ist und äußere Kräfte, Trägheits- und Massenkräfte auch mit einfließen. Darüber hinaus ist auch möglich, dass die x-Kräfte aus einem Schiebewinkel  $\beta$ (zur Erinnerung: laterale Böe entspricht Schiebewinkel  $\beta$  bei kleinen Frequenzen) aus der aerodynamischen Datenbank einfach sehr klein im Vergleich zu x-Kräften aus anderen Effekten wie Trägheit und äußerer Kräfte sind.

Um  $F_x$  aus Bild 6.14 genauer beurteilen zu können, soll an dieser Stelle der Beitrag der aerodynamischen Kraft  $F_{x,a}$  zur Gesamtkraft  $F_x$  an den Flügeln untersucht werden (s. Bild 6.15).



Bild 6.15  $H_{I0}^{GU}(\omega)$  für aerodynamische Kräfte  $F_{x,a}$  an beiden Flügeln

In Bild 6.15 ist deutlich erkennbar, dass im Vergleich zur originalen Rechnung durch die Modifikation aerodynamische Kräfte in x-Richtung eingebracht wurden, was sich besonders auf den Bereich des Dutch-Roll-Extremums auswirkt. Dieser Umstand ist auf die Integration der Kraftgradienten in x-Richtung aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank zurückzuführen. Der deutliche Unterschied der aerodynamischen x-Kräfte  $F_{x,a}$  reicht aber offensichtlich nicht aus, um die gesamte Schnittgröße  $F_x$  in Bild 6.14 maßgeblich zu beeinflussen. Das ist ein weiteres Indiz dafür, dass der Anteil der aerodynamischen Kräfte in x-Richtung an der gesamten Schnittgröße verhältnismäßig klein ist.

Ebenfalls erkennbar ist ein kleiner Anteil aerodynamischer Kräfte in x-Richtung, welchen die originale Rechnung bereits aufweist. Im bisherigen Verlauf der Arbeit wurde immer davon ausgegangen, dass der bisherige Prozess keinerlei aerodynamische Kräfte in x-Richtung beinhaltet. Die Erklärung hierfür liegt in der Verwendung unterschiedlich ausgerichteter Koordinatensysteme bei der aerodynamischen DLM-Methode und der Lastenanalyse.

So liegen dem in diesem Kapitel dargestellten Übertragungsverhalten die in Bild 6.12 dargestellten Konventionen zugrunde. Daher ist bezüglich des rechten Flügels beispielsweise die y-Achse gegenüber dem globalen System um den Pfeilwinkel  $\varphi$  gedreht. Die aerodynamische DLM-Methode verwendet hingegen das globale Koordinatensystem. Hierdurch entstehen, aufgrund der V-Stellung, globale aerodynamische Kräfte in y-Richtung, was bereits in Bild 4.11 dargestellt wurde. Diese globalen y-Kräfte weisen bezüglich der Achsenkonventionen des Übertragungsverhaltens in Bild 6.12 eine Komponente in x-Richtung auf. Der beschriebene Umstand ist in Bild 6.16 zu sehen.



Bild 6.16 Koordinatentransformation zwischen DLM und Lastenausgabe

Die Kräfte in Bild 6.16 sind zur Demonstration stark überhöht gezeichnet. Zudem ist hier nur die Rotation der Koordinatensysteme um die z-Achse zur Berücksichtigung der Pfeilung gezeigt, da dies als Erklärung ausreicht. Auf die Darstellung der zweiten Rotation um die x-Achse zur Berücksichtigung der V-Stellung wird hier verzichtet.

#### 6.1.3.3 Biegemoment M<sub>x</sub> und Torsionsmoment M<sub>z</sub> am Seitenleitwerk

Die im weiteren Verlauf zu analysierenden Interesting Quantities sind die Momente  $M_x$  und  $M_z$  am Seitenleitwerk auf Höhe der Wurzel.  $M_x$  ist dabei ein Biegemoment und  $M_z$  ein Torsionsmoment.



Bild 6.17  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  für M<sub>x</sub> und M<sub>z</sub> am VTP

Beide Verläufe des Übertragungsverhaltens der Momente  $M_x$  und  $M_z$  am Seitenleitwerk in Bild 6.17 weisen ähnliche Charakteristiken auf. Das Extremum der Dutch-Roll-Schwingung verschiebt sich zu einer höheren Frequenz, was mit Lasterhöhungen einhergeht. Mit zunehmender Frequenz nehmen die Unterschiede ab.

#### 6.1.3.4 Schiebewinkel β und Lastfaktor n<sub>y</sub>

Die nachfolgend in Bild 6.18 betrachtete Größe ist das aus der lateralen Einheitsböe resultierende Übertragungsverhalten des Schiebewinkels  $\beta$  und des Lastfaktors n<sub>v</sub>.



Bild 6.18  $H_{IO}^{GU}(\omega)$  für Schiebewinkel  $\beta$  und Lastfaktor n<sub>y</sub>

In Bild 6.18 ist nur für laterale Böen mit niedrigen Frequenzen eine nennenswerte Änderung des Schiebewinkels  $\beta$  zu sehen. Klar erkennbar ist hier die Erhöhung des sich ergebenden Schiebewinkels bei einer lateralen Böe im Bereich der Dutch-Roll-Frequenz. Auch hier verschiebt sich das Extremum wieder zu höheren Frequenzen.

Der Lastfaktor n<sub>y</sub> in Bild 6.18 zeigt ein ähnliches Übertragungsverhalten. Das Extremum im Bereich der Dutch-Roll erhöht sich deutlich, sowohl bezüglich Frequenz, als auch bezüglich der Amplitude. Hier ist allerdings auch für alle weiteren dargestellten Frequenzen eine Erhöhung sichtbar. Dies kann beispielsweise durch die Erhöhung des Derivativs der Seitenkraft aus Schiebewinkel  $C_{Y\beta}$  um mehr als 14 % erklärt werden, was bereits in Kapitel 6.1.1 thematisiert wurde.

### 6.1.3.5 Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> und Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup>

Die letzten beiden Größen, deren Übertragungsverhalten bezüglich der lateralen Einheitsböe analysiert werden soll, sind die Rollgeschwindigkeit  $p^*$  und die Giergeschwindigkeit  $r^*$  in Bild 6.19.



Bild 6.19  $H_{IO}^{GU}(\omega)$  für Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> und Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup>

In Bild 6.19 ist zu sehen, dass sich das Rollverhalten p<sup>\*</sup> des Flugzeugs aus einer lateralen Böe nicht nennenswert ändert. Eine kleine Änderung des ersten Extremums ist zu erkennen, was in erster Linie eine Verschiebung zu einer höheren Frequenz beinhaltet. Für mittlere Frequenzen ist eine leichte Senkung zu sehen, welche mit größer werdenden Frequenzen schließlich verschwindet. Die Änderung der Rollgeschwindigkeit wird vor allem durch die Änderung des Derivativs zum Rollmoment aus Schiebewinkel  $C_{L\beta}$  aus Tabelle 6.3 bestimmt.

Eine relativ deutliche Änderung ist in Bild 6.19 bei der Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup> zu erkennen. Diese erhöht sich im Bereich des Extremums der Dutch Roll. Zudem vergrößert sich auch wieder die Frequenz dieses Extremums. Hierfür verantwortlich sollte zum einen die Erhöhung des Derivativs des Giermoments aus Schiebewinkel  $C_{N\beta}$  aus Tabelle 6.3 sein. Zum anderen wird dieses Übertragungsverhalten ebenfalls vom Roll-Gier-Verhalten beeinflusst, welches durch die Modifikation nachhaltig verändert wurde.

#### 6.1.3.6 Untersuchungen zur Dutch Roll

Grundsätzlich kann das durch die Modifikation beeinflusste Roll-Gier-Verhalten für fast alle in Kapitel 6.1.3 beschriebenen Änderungen des Übertragungsverhaltens verantwortlich gemacht werden. Alle betrachteten Verläufe resultieren aus einer lateralen Böe, welche nach Bild 3.3 aus Kapitel 3.4 ein hauptsächlicher Auslöser der Roll-Gier-Schwingung oder Dutch Roll ist.

Die Zuordnung des in diesem Kapitel schon mehrfach beschriebenen Extremums zur Dutch-Roll-Schwingung kann an dieser Stelle leider nicht belegt werden, da aus Gründen der Geheimhaltung keine absoluten Werte für das Übertragungsverhalten präsentiert werden dürfen und entsprechend alle in Kapitel 6.1.1 behandelten Derivative normiert wurden.

Nichtsdestotrotz kann auf Grundlage der in Kapitel 3.4 präsentierten Gleichung (3.11) zur näherungsweisen Bestimmung der Frequenz der Roll-Gier-Schwingung eine Analyse der Änderung des Frequenzverhaltens dieser Schwingung durchgeführt werden.

Demnach gilt:

$$\frac{\omega_{nRG}^{mod}}{\omega_{nRG}^{orig}} \approx \frac{\frac{V_{tas}}{i_z} \sqrt{\frac{C_{N\beta}^{mod}}{\mu_s}}}{\frac{V_{tas}}{i_z} \sqrt{\frac{C_{N\beta}^{orig}}{\mu_s}}} = \sqrt{\frac{C_{N\beta}^{mod}}{C_{N\beta}^{orig}}}$$
$$\omega_{nRG}^{mod} \approx \sqrt{\frac{C_{N\beta}^{mod}}{C_{N\beta}^{orig}}} \cdot \omega_{nRG}^{orig}$$

Da es sich hier bei der Verwendung der Derivative um einen Quotienten handelt, können die normierten Werte aus Tabelle 6.3 verwendet werden.

$$\omega_{nRG}^{mod} \approx \sqrt{\frac{1,0001}{0,9780}} \cdot \omega_{nRG}^{orig} = 1,0112 \cdot \omega_{nRG}^{orig}$$

Theoretisch ergibt sich durch die Änderung des  $C_{N\beta}$ -Wertes also eine Erhöhung der Frequenz der Dutch Roll um etwas mehr als 1 %. Die grundsätzliche Tendenz zur Frequenzerhöhung der Dutch Roll, welche in nahezu jedem dargestellten Übertragungsverhalten erkennbar ist, passt also zur Theorie.

Hier ist jedoch fraglich, wie akkurat sich die Schwingung der Dutch Roll mithilfe der in Kapitel 3.4 präsentierten Gleichung (3.11) beschreiben lässt. Rossow 2014 liefert mit

Gleichung (3.10) noch einen weiteren Ansatz zur Bestimmung der Frequenz  $\omega_{nRG}$ , welcher zusätzlich das Derivativ des Rollmomentes aus Schiebewinkel C<sub>L</sub> mit einbezieht.

$$\omega_{nRG} \approx \frac{V_{tas}}{i_{zz}} \sqrt{\frac{C_{N\beta} + k_L C_{L\beta}}{\mu_s}}$$

Da sich das Derivativ  $C_{L\beta}$  allerdings im Zuge der Modifikation nicht nennenswert verändert, wird an dieser Stelle von einer Umsetzung dieses Ansatzes abgesehen. Zudem handelt es sich bei dieser Gleichung nicht mehr um reine Quotienten der Derivative, daher ist eine Rechnung mit den normierten Derivativen aus Tabelle 6.3 nicht wirklich aussagekräftig.

Besonders fragwürdig ist bei beiden Ansätzen das komplette Fehlen des Giermoments aus Rollen, beziehungsweise dessen Derivativs  $C_{Np^*}$ . Zu diesem Sachverhalt wären weiterführende Untersuchungen mithilfe von zusätzlicher Lektüre notwendig, was den Umfang dieser Arbeit jedoch übersteigen würde. Daher soll sich nun auf die Analyse der resultierenden Lastenänderungen konzentriert werden.

#### 6.1.4 Zeitverläufe

Mithilfe der Gleichung (4.32) aus Kapitel 4.2.9 kann das in den Frequenzbereich transformierte Signal der Discrete Gust  $GU(\omega)$  mit dem im vorherigen Kapitel 6.1.3 bereits beschriebenen, globalen Übertragungsverhalten  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  multipliziert werden. Dies führt zu Interesting Quantities IQ( $\omega$ ), welche nun nicht mehr auf der Einheitsböe beruhen, sondern aus der betrachteten Discrete Gust resultieren. Aus diesen frequenzabhängigen Interesting Quantities kann man Zeitverläufe iq(t) als Reaktion auf diese Discrete Gust bestimmen.

In diesem Kapitel sollen die durch die eingeführte Modifikation erzielten Veränderungen der zeitabhängigen Interesting Quantities iq(t) als Reaktion auf eine laterale Discrete Gust mit verhältnismäßig großem Böengradienten H von 350 ft untersucht werden. Die große Böenlänge führt nachvollziehbar zu einer Anregung von kleineren Frequenzen, welche im Bereich der Starrkörperbewegungen und der Dutch Roll liegen und damit genau den Bereich repräsentieren, welcher durch die eingeführte Modifikation primär verändert werden soll.

Die Interesting Quantities umfassen den sich ergebenden Schiebewinkel  $\beta$ , die Roll- und Giergeschwindigkeiten p<sup>\*</sup> und r<sup>\*</sup>, den lateralen Lastfaktor n<sub>y</sub>, sowie die vom EFCS ausgelösten Steuerflächenausschläge. Beispielhaft werden dabei alle Größen jeweils mit und

ohne Einfluss des EFCS betrachtet. Da das EFCS-Modell jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit ist, soll dessen Einfluss an dieser Stelle nicht datailliert analysiert werden.



Bild 6.20 iq(t) für Seiten- und Querruderausschlag

In Bild 6.20 zeigen die vom EFCS gesteuerten Größen Seitenruderausschlag und Querruderausschlag bei der Rechnung ohne EFCS (gestrichelte Linien) nachvollziehbar keine Reaktion. Wird in der Rechnung ein EFCS-Modell berücksichtigt (durchgezogene Linien), so verändert sich der Querruderausschlag durch die eingeführte Modifikation lediglich marginal, während der Seitenruderausschlag deutlich reduziert wird.



Bild 6.21 iq(t) für Schiebewinkel  $\beta$  und Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup>

Der Schiebewinkel  $\beta$  zeigt in Bild 6.21 in den ersten Sekunden kaum eine Veränderung durch die Modifikation. Gut zu erkennen ist innerhalb der ersten Sekunden das typische 1-Kosinus-

Profil der Discrete Gust aus Bild 2.3, da die Böe strömungsmechanisch auch als Schiebewinkel interpretierbar ist. Nachdem das Flugzeug ab ungefähr eineinhalb Sekunden durch die Böe hindurchgeflogen ist, zeigen sich Änderungen im Schwingungsverhalten. So ist ohne EFCS-Regelung (gestrichelte Linien) eine kürzere Periodendauer erkennbar, demnach erhöht sich also die Schwingungsfrequenz. Diese Erhöhung der Frequenz korrespondiert zu den Erkenntnissen aus Kapitel 6.1.3 und ist in Bild 6.18 im Übertragungsverhalten ebenfalls zu sehen.

Darüber hinaus erhöht sich die Amplitude dieser Schiebewinkelschwingung in Bild 6.21. Auch diese Erhöhung ist im Übertragungsverhalten in Bild 6.18 im Bereich der Dutch Roll zu sehen. Wird zusätzlich das EFCS mit betrachtet (durchgezogene Linien), so ergeben sich ebenfalls höhere Schiebewinkel, da das EFCS diese durch den reduzierten Seitenruderausschlag (s. Bild 6.20) weniger stark ausregelt.

Die in Bild 6.21 aus der Discrete Gust ohne EFCS-Regelung resultierende Schwingung der Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> erfährt durch die Einführung der Modifikation eine kaum veränderte Amplitude. Dies passt zum entsprechenden Übertragungsverhalten in Bild 6.19, bei dem sich in Bezug auf das Dutch-Roll-Extremum keine Erhöhung ergab. Die im Übertragungsverhalten ebenfalls Frequenzerhöhung bezüglich der ersichtliche ist Schwingung der Rollgeschwindigkeit in Bild 6.21 auch zu sehen, da die Periodendauer erkennbar abnimmt. Wird das EFCS in Bild 6.21 mit einbezogen, so wird die zuvor beschriebene Schwingung der Rollgeschwindigkeit p\* durch den Ausschlag der Querruder (s. Bild 6.20) ausgeregelt. Die besagte Frequenzerhöhung durch die Modifikation findet sich auch hier wieder. Grundsätzlich ist das Regelverhalten jedoch ziemlich ähnlich zur originalen Rechnung. Dies passt zum durch die Modifikation nahezu unverändert gebliebenen Querruderausschlag in Bild 6.20.

In Bild 6.21 verringert sich durch die Modifikation zudem die Amplitude der Rollgeschwindigkeit  $p^*$  innerhalb der ersten zwei Sekunden als direkte Reaktion auf die Discrete Gust. Dieser Umstand kann anhand der Änderung des Derivativs zum Rollmoment aus Schieben  $C_{L\beta}$  aus Tabelle 6.3 erklärt werden. Das besagte Derivativ verringert sich betragsmäßig, damit verringert sich das resultierende Rollmoment aus der lateralen Discrete Gust, welche bei kleinen Frequenzen näherungsweise mit einem Schiebewinkel vergleichbar ist.



Bild 6.22 iq(t) für Giergeschwindigkeit r\* und Lastfaktor n<sub>v</sub>

Aus Bild 6.22 können folgende Schlüsse gezogen werden: Die Schwingung der Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup>, welche sich ohne EFCS-Regelung ergibt, erfährt durch Einführung der Modifikation eine Frequenzerhöhung. Diese Frequenzerhöhung korrespondiert zum Übertragungsverhalten der Giergeschwindigkeit in Bild 6.19 und wurde bereits umfangreich diskutiert. Auch die deutliche Erhöhung der Amplitude ist im besagten Übertragungsverhalten erkennbar.

Die Regelung durch das EFCS zeigt in Bild 6.22 eine verringerte Ausregelung der Giergeschwindigkeit  $r^*$  durch die Modifikation, welche aus dem reduzierten Ausschlag des Seitenruders (s. Bild 6.20) resultiert.

Der Lastfaktor  $n_y$  in Bild 6.22 weist einen ähnlichen Zeitverlauf auf, wie die bereits betrachtete Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup> in derselben Abbildung. Ohne Regelung durch das EFCS ergibt sich eine Schwingung, dessen Frequenz und Amplitude durch die Modifikation steigt. Dieser Umstand ist ebenso im entsprechenden Übertragungsverhalten des Lastfaktors in Bild 6.18 erkennbar.

Grundsätzlich ist der Einfluss des EFCS bei allen in diesem Kapitel analysierten Größen gut zu erkennen. Ab ungefähr eineinhalb Sekunden wirken sich die Steuerflächenausschläge des Seitenruders und der Querruder in Bild 6.20 auf die übrigen Zeitverläufe aus, welche daraufhin stark von den Verläufen ohne EFCS-Regelung abweichen. Beispielsweise ist zu sehen, dass die lateralen Größen Schiebewinkel  $\beta$  und Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup> in Bild 6.21 und Bild 6.22 weniger stark ausgeregelt werden. So ergeben sich im Bereich von drei bis fünf Sekunden für beide Größen deutlich höhere Beträge.

Ob dieser Umstand nun für eine bessere Wirkung des EFCS spricht, ist schwierig zu beurteilen. Hiervon muss eigentlich ausgegangen werden, da die verwendeten Zielderivative gleichzeitig auch als Grundlage für die Entwicklung des EFCS dienen und diese Zielderivative durch die eingeführte Modifikation viel besser abgebildet werden können.

Wenn beispielsweise Geschwindigkeiten wie Gieren und Rollen schnell ausgeregelt werden, geht dies zwangsläufig mit hohen Bremsbeschleunigungen einher, welche selbstverständlich auch auf die Flugreisenden wirken. Eine langsamere Ausregelung kann daher aus Komfortgründen durchaus als sinnvoll angesehen werden.

Für eine umfassende Beurteilung der Auswirkungen des EFCS wären an dieser Stelle weitere Untersuchungen notwendig, welche den Umfang dieser Arbeit übersteigen. Daher wird nun mit der Analyse der Lasten fortgefahren, welche sich aus der Modifikation ergeben.

## 6.1.5 Lastenanalyse

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Analyse der durch die Böenrechnung mittels GUSTO ermittelten Schnittlasten. Es gelten dabei die dabei die in Bild 6.12 dargestellten Konventionen positiver Schnittgrößen. Alle nachfolgend betrachteten Lasten wurden zudem unter Berücksichtigung eines EFCS-Modells berechnet.

Inkrementelle Lasten aus der Böe werden von GUSTO nach Kapitel 4.2.9 ermittelt. Im Falle der Discrete Gust werden dabei die im vorherigen Kapitel 6.1.4 analysierten Zeitverläufe iq(t) für alle von der Vorschrift geforderten Böengradienten auf extremale Lasten untersucht. Hieraus ergibt sich an jeder anhand des ELS definierten Schnittstelle (s. Kapitel 4.3 und Anhang C – ELS-Datei die maximale Last  $P_{li}$  aus der entsprechenden Böe.

Im Falle der Continuous Turbulence wird für die Berechnung der Last nach Gleichung (4.34) und (4.35) das von-Kármán-Spektrum (s. Bild 2.4) mit dem globalen Übertragungsverhalten  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  multipliziert. Das Übertragungsverhalten wurde bereits in 6.1.3 untersucht. Das Ergebnis der Multiplikation wird anschließend integriert und mit der Design-Böengeschwindigkeit U<sub>ds</sub> (s. Bild 2.5) multipliziert.

Auf eine Überlagerung der inkrementellen Böenlasten  $P_{li}$  aus Discrete Gust und Continuous Turbulence mit den Belastungen aus dem stationären 1g-Zustand (s. Bild 2.1und Gleichung (2.9)) wird an dieser Stelle verzichtet, um die Auswirkungen der eingeführten Modifikation bezüglich der Lasten besser beurteilen zu können. Gleichwohl werden maximale positive und maximale negative inkrementelle Böenlasten betrachtet.

Die Analyse der Lasten ist grundsätzlich eine recht komplexe Angelegenheit, da es zahlreiche Parameter gibt, welche mit einfließen. Durch die eingeführte Modifikation werden zunächst ausschließlich die aerodynamischen Kräfte verändert. Diese haben wiederum Einfluss auf die aerodynamischen Derivative und das damit verbundene Flugverhalten des Flugzeugs. Durch das veränderte Flugverhalten ändern sich jedoch das EFCS und sich aus den Flugbewegungen ergebende Reaktionskräfte. Zudem wird eine Vielzahl von Böengradienten und Frequenzen gerechnet und darin enthaltene Lastenextrema identifiziert, woraus dann die nachfolgend betrachteten Schnittgrößenverläufe gebildet werden.

Demnach ist es schwierig, für eine bestimmte Lastenänderung einen eindeutigen Parameter als Ursache zu identifizieren, da hierfür die beschriebene dynamische Interaktion zwischen den Parametern genau untersucht werden muss. Aus diesem Grund sollen in diesem Kapitel zu den sich ergebenden Lastenänderungen lediglich einige Überlegungen erfolgen, worauf die Änderungen zurückführbar sein können.

#### 6.1.5.1 Schnittgrößen am Rumpf aus Discrete Gust

Zunächst werden Lasten aus der Discrete Gust, in den Grafiken mit DTG bezeichnet, betrachtet. Begonnen wird dabei mit den Schnittlasten  $F_y$ ,  $M_x$ ,  $M_z$  und dem Lastfaktor  $n_y$  am Rumpf (FU), zu sehen in Bild 6.23.



Bild 6.23 Schnittgrößen am Rumpf aus Discrete Gust

Bezüglich der Querkraft  $F_y$  wirkt sich die Modifikation in Bild 6.23 (roter Verlauf) im hinteren Rumpfbereich ab circa 60 m bis zur Anbindung des Seitenleitwerks bei circa 65 m deutlich lastmindernd aus. Der restliche Verlauf der Schnittgröße ändert sich nicht nennenswert.

Eine relativ deutliche Lastminderung ist in Bild 6.23 beim Rumpftorsionsmoment  $M_x$  zu erkennen, vor allem im mittleren Rumpfbereich. Dies ist angesichts des Verlaufs des korrespondierenden Übertragungsverhaltens aus Bild 6.13 nicht unbedingt zu erwarten gewesen. Möglicherweise ist die dimensionierende Größe an dieser Stelle eine Discrete Gust mit mittlerer Frequenz, für welche sich auch nach Bild 6.13 Lastminderungen ergeben.

Das Biegemoment  $M_z$  zeigt dagegen im mittleren Rumpfbereich zwischen 35 m und 65 m leichte Erhöhungen. Im restlichen Verlauf sind keinen nennenswerten Änderungen zu sehen.

135

Der Lastfaktor n<sub>y</sub> zeigt ebenfalls im mittleren Rumpfbereich leichte Erhöhungen. Im hinteren Rumpfbereich sind marginale Verminderungen erkennbar.

#### 6.1.5.2 Schnittgrößen am Flügel aus Discrete Gust

An den Flügeln ist besonders der Verlauf der Schnittkraft  $F_x$  von Interesse, da hier durch die Modifikation vorher nicht vorhandene, aerodynamische Kräfte integriert wurden.



Bild 6.24 Schnittgrößen F<sub>x</sub> an den Flügeln aus Discrete Gust

In Bild 6.24 sind durch die Einbringung der zusätzlichen, aerodynamischen Kräfte in x-Richtung keine überdeutlichen Änderungen der Schnittkraft  $F_x$  erkennbar. Leichte Lasterhöhungen sind dennoch zu sehen. Diese sind im Übertragungsverhalten aus Bild 6.14 vor allem im höheren Frequenzbereich zu erkennen, weswegen an dieser Stelle vermutlich eine Discrete Gust mit entsprechender Frequenz dimensionierend ist.

Zur Beurteilung der Änderung der totalen Schnittkraft  $F_x$  muss an dieser Stelle analog zur Analyse des Übertragungsverhaltens die aerodynamische Schnittkraft  $F_{x,a}$  betrachtet werden.



Bild 6.25 aerodynamische Schnittgröße F<sub>x,a</sub> an den Flügeln aus Discrete Gust

In Bild 6.25 ist deutlich zu sehen, dass durch die Modifikation aerodynamische Kräfte  $F_{x,a}$  eingebracht wurden. Dies korrespondiert zum Übertragungsverhalten aus Bild 6.15. Ebenfalls erkennbar ist, dass analog zum Übertragungsverhalten bereits vor der Modifikation (blauer Verlauf) aerodynamische x-Kräfte vorhanden sind, welche wiederum aus der bereits erklärten Koordinatentransformation (s. Bild 6.16) resultieren und demnach nicht durch die aerodynamische Methode entstehen. Der Beitrag dieser x-Kräfte zur totalen Schnittkraft  $F_x$  scheint aber tatsächlich klein zu sein, da sich  $F_x$  selbst, trotz der deutlichen Änderung der aerodynamischen Kraft  $F_{x,a}$ , kaum ändert.

#### 6.1.5.3 Schnittgrößen am Seitenleitwerk aus Discrete Gust

Nachfolgend zeigt Bild 6.26 die Darstellung der Schnittlasten am Seitenleitwerk (VT) aus Discrete Gust.



Bild 6.26 Schnittgrößen am VTP aus Discrete Gust

Die Querkraft  $F_y$  am Seitenleitwerk wird in Bild 6.26 durch die Modifikation marginal verringert. Die resultierenden Lasterhöhungen des Biegemomentes  $M_x$  passen zum Übertragungsverhalten aus Bild 6.17. Deutliche Lastminderungen ergeben sich für das Torsionsmoment  $M_z$ . Diese resultieren in erster Linie aus dem stark reduzierten Seitenruderausschlag, zu sehen am entsprechenden Zeitverlauf in Bild 6.20, welcher großen Einfluss auf das Torsionsmoment am Seitenleitwerk hat. Zum anderen hängt diese Änderung auch mit dem veränderten Roll-Gier-Verhalten, zu sehen an der Änderung des Beiwerts  $C_{Np*}$  in Tabelle 6.3, zusammen.

Damit sind die Einflüsse der Modifikation auf die wichtigsten Schnittgrößen, welche aus der Discrete Gust resultieren, behandelt worden. An dieser Stelle kann mit der Analyse der Schnittgrößen aus der Continuous Turbulence begonnen werden.

138

#### 6.1.5.4 Schnittgrößen am Rumpf aus Continuous Turbulence



Als Nächstes werden in Bild 6.27 die Lasten am Rumpf aus der Continuous Turbulence (CT) analysiert.

Bild 6.27 Schnittgrößen am Rumpf aus Continuous Turbulence

Die in Bild 6.27 dargestellten Rumpflasten aus der Continuous Turbulence zeigen grundsätzlich ein sehr ähnliches Verhalten wie die Lasten aus der Discrete Gust in Bild 6.23. Abweichungen gibt es beim Rumpftorsionsmoment  $M_x$ , welches sich hier durch die eingeführte Modifikation im mittleren Bereich noch stärker reduziert.

Das liegt unter anderem an der Multiplikation des Übertragungsverhaltens  $H_{IQ}^{GU}$  mit dem von-Kármán-Spektrum aus Bild 2.1 nach Gleichung (4.36) und der anschließenden Integration. Dies führt dazu, dass insbesondere die niedrigen Frequenzen des Übertragungsverhaltens großen Einfluss auf die Lasten der Continuous Turbulence haben. Nach Bild 6.13 ergibt sich daher besonders im niederfrequenten Bereich vor dem ersten Extremum eine Lastenminderung. Auch die Verschiebung des Extremums der Dutch Roll zu höheren Frequenzen hat demnach lastmindernden Einfluss. Dies erklärt die deutliche Lastminderung des Torsionsmomentes  $M_x$  am Rumpf durch die eingeführte Modifikation im Falle der Continuous Turbulence.

Darüber hinaus zeigt sich beim Biegemoment  $M_z$  in Bild 6.27 ein gegenteiliges Verhalten, verglichen mit der Discrete Gust in Bild 6.23. Hier resultiert aus der Modifikation eine Lastminderung. Beim Lastfaktor  $n_y$  sind für beide Böen näherungsweise die gleichen Erhöhungen zu erkennen.

#### 6.1.5.5 Schnittgrößen am Flügel aus Continuous Turbulence

Auch bezüglich der Continuous Turbulence ist die aus der Modifikation resultierende Änderung bezüglich der Schnittkraft  $F_x$  an den Flügeln von Interesse (s. Bild 6.28).



Bild 6.28 Schnittgröße F<sub>x</sub> an den Flügeln aus Continuous Turbulence

Bei der Continuous Turbulence sind in Bild 6.28, ähnlich wie bei der Discrete Gust in Bild 6.24, durch die Einbringung der zusätzlichen aerodynamischen Kräfte in x-Richtung keine deutlichen Änderungen der Schnittkraft  $F_x$  an den Flügeln zu erkennen.

Ebenfalls soll an dieser Stelle die aerodynamische Schnittkraft F<sub>x,a</sub> betrachtet werden.



Bild 6.29 Aerodynamische Schnittgröße F<sub>x,a</sub> an den Flügeln aus Continuous Turbulence

Bild 6.29 zeigt, dass auch bei der Continuous Turbulence erkennbar aerodynamische Kräfte  $F_{x,a}$  in x-Richtung eingebracht wurden. Der Einfluss ist hier noch stärker als bei der Discrete Gust in Bild 6.25, da durch die Verwendung des von-Kármán-Spektrums besonders die niederfrequenten Bereiche des Übertragungsverhaltens die sich ergebenden Schnittlasten bestimmen und eben dieser niederfrequente Bereich von der Einbringung der aerodynamischen Kräfte  $F_{x,a}$  besonders betroffen ist, was in Bild 6.15 an deren Übertragungsverhalten erkennbar ist.

Auch hier gilt analog zur Discrete Gust, dass die originale Berechnung bereits aerodynamische Kräfte in x-Richtung besitzt, welche aus der angesprochenen Koordinatentransformation (s. Bild 6.16) resultieren und dementsprechend nicht Teil der aerodynamischen DLM-Methode sind.

#### 6.1.5.6 Schnittgrößen am Seitenleitwerk aus Continuous Turbulence

Am Seitenleitwerk ergeben sich in Bild 6.30 folgende Schnittgrößen aus der Continuous Turbulence:



Bild 6.30 Schnittgrößen am VTP aus Continuous Turbulence

Alle in Bild 6.30 dargestellten Schnittgrößen am Seitenleitwerk zeigen bei Continuous Turbulence und Discrete Gust (s. Bild 6.26) ein grundsätzlich ähnliches Verhalten. Eine leichte Lastenminderung der Querkraft  $F_y$  ist durch die eingeführte Modifikation erkennbar.

Für das Biegemoment  $M_x$  ergibt sich, anders als bei der Discrete Gust (s. Bild 6.26), im Falle der Continuous Turbulence in Bild 6.30 durch die Modifikation keine Lasterhöhung. Die aus dem Übertragungsverhalten in Bild 6.17 resultierenden Lasterhöhungen der Discrete Gust in Bild 6.26 sind allesamt auf den mittel- bis höherfrequenten Bereich zurückzuführen, welcher im Falle der Continuous Turbulence durch das von-Kármán-Spektrum ausgeblendet wird.

Die deutliche Änderung des Torsionsmomentes  $M_z$  in Bild 6.30 tritt bei der Discrete Gust in Bild 6.26 ebenfalls auf und kann ebenso anhand des verringerten Seitenruderausschlags, zu sehen in Bild 6.20, erklärt werden. Der Lastfaktor n<sub>y</sub> zeigt keine nennenswerte Änderung.

142

## 6.1.6 Zusammenfassung

Zunächst kann geschlussfolgert werden, dass die in Kapitel 5.2 entwickelte Methode und deren Umsetzung anhand des Skripts in Kapitel 5.3 funktioniert. Die der Methode zugrunde liegenden, aerodynamischen Zusammenhänge bei niedrigen Frequenzen sind in Kapitel 6.1.2 bewiesen worden und die Abweichung der Derivative gegenüber den Zielwerten konnte durch die Einbringung der Beiwertverteilungen aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank maßgeblich reduziert werden (s. Tabelle 6.3).

Aufgrund dieser Tatsache erübrigt sich innerhalb dieser Arbeit die in Kapitel 5.3.1 angedeutete Überlegung der Einbringung weiterer Données-Aérodynamiques-Beiwerte aus Nickgeschwindigkeit  $q^*$  und Giergeschwindigkeit  $r^*$ . Wegen der geringen Abweichung der Derivative in Tabelle 6.3 ist die Auswahl der aerodynamischen Effekte gemäß Tabelle 6.2 bezüglich der Korrektur des Roll-Gier-Verhaltens an dieser Stelle ausreichend.

Auch der akkurate Verlauf des Übertragungsverhaltens in Kapitel 6.1.3 spricht für eine gelungene Modifikation. Wären bei der Einbringung der Gradienten in die Aerodynamik-Matrix  $Q_{g1h}$  oder den Böenvektor  $P_{g1}$  beispielsweise Fehler gemacht worden, so würde sich kein stationärer Gleichgewichtszustand für die Frequenz null ergeben. Ein Indiz dafür wäre ein Übertragungsverhalten, welches nicht durch den Nullpunkt verläuft.

Darüber hinaus kann anhand des Übertragungsverhaltens eine Änderung der Eigenschaften des aerodynamischen Modells bezüglich der Dutch-Roll-Schwingung konstatiert werden. Hier tritt vor allem eine Erhöhung der Frequenz auf, welche auch auf Grundlage der entsprechenden Theorie in Kapitel 3.4 nachweisbar ist.

Die sich ergebenden Lastenänderungen in Kapitel 6.1.5 sind grundsätzlich nicht so deutlich, als dass sie für einen Fehler in der Modifikation sprechen. Teilweise ergeben sich höhere Lasten, teilweise auch niedrigere. Zudem wurde die Einbringung der aerodynamischen x-Kräfte nachvollziehbar belegt und der Einfluss auf die Lasten untersucht.

Besonders hervorzuheben ist an dieser Stelle die Reduktion des Torsionsmoments am Seitenleitwerk in Bild 6.26 und Bild 6.30. Die Minderung von Lasten ist heutzutage eine wichtige Funktionalität des EFCS (s. Definitionen). Aus diesem Grund kann die Reduktion des Torsionsmoments am Seitenleitwerk als ein Indiz dafür angesehen werden, dass das EFCS-Modell nach Einführung der Modifikation besser zum aerodynamischen Modell passt.
Grundsätzlich konnte anhand dieses Kapitels also das entworfene MATLAB-Skript validiert werden, welches aufgrund dessen nun verwendet werden kann, um nachfolgend einige Studien durchzuführen.

#### 6.2 **Zweite Rechnung**

In Kapitel 4.6 wurden insbesondere die fehlenden Kraftgradienten in x-Richtung als Schwäche der DLM-Methode und hauptsächliche Ursache für die inakkurate aerodynamische Modellierung des Roll-Gier-Verhaltens identifiziert. Daher sollen in diesem Kapitel einige Untersuchungen zu den Auswirkungen der Einbringung von Kraftgradienten in x-Richtung mittels der entsprechenden Beiwertverteilungen aus Données-Aérodynamiques-Datenbank durchgeführt werden.

Bezüglich der Derivative soll sich hier auf die Größen C<sub>Np\*</sub> und C<sub>Yβ</sub> beschränkt werden, welche nach Kapitel 4.6 hauptsächlich abweichen.

Darauf aufbauend sollen einige, ausgewählte Interesting Quantities bezüglich ihres Übertragungsverhaltens analysiert werden und schlussendlich relevante, inkrementelle Böenlasten analysiert werden. Auf eine Betrachtung von Kraftverläufen aus modifizierter Aerodynamik-Matrix oder Böenvektor soll in diesem Kapitel genauso verzichtet werden, wie auf die Beurteilung von Zeitverläufen.

Die hier beschriebene zweite Rechnung hat dieselben Parameter nach LCC-Liste wie die erste. Diese Parameter sind zu finden in

Tabelle 6.1. Folgender User-Input nach Kapitel 5.3.1 wird an dieser Stelle gewählt:

Tabelle 0.0	Oser-input der zweiten	Rechnung	
Index	Modifizierte Effekte	Modifizierte Größen	Modifizierte Komponenten
orig	keine	keine	keine
Issue-4	$\alpha, \beta, p^*$	y, z, $m_x$ , $m_y$ , $m_z$	WR, WL, FU, HR, HL, VT,
			E1, E2, E3, E4, L6, L7, L8, L9
Issue-5	$\alpha, \beta, p^*$	X	WR, WL, FU, HR, HL, VT,
			E1, E2, E3, E4, L6, L7, L8, L9

Tabelle 6.6 User-Innut der zweiten Rechnung

Die Größen, welche im Folgenden mit Issue-4 gekennzeichnet werden, besitzen also keine Korrektur in x-Richtung bezüglich der Beiwerte aus Données-Aérodynamiques-Datenbank. Die mit Issue-5 gekennzeichneten Größen besitzen ausschließlich eine Korrektur in x-Richtung.

#### 6.2.1 Derivative

Folgende Derivative C<sub>Y</sub> und C<sub>Np\*</sub> ergeben sich für den nach Tabelle 6.6 gewählten Input:

	Derivative C				l	Abweichung	2
Derivativ	Original	Issue-4	Issue-5	Zielwert	Orig	Issue-4	Issue-5
C <sub>Yβ</sub>	0,9111	1,0405	0,9111	1,0000	8,9 %	4,1 %	8,9 %
C <sub>Np*</sub>	-0,9678	-0,9971	1,0330	1,0000	196,8 %	199,7 %	3,3 %

Tabelle 6.7 Derivative der zweiten Rechnung

An dieser Stelle belegen bereits die in Tabelle 6.7 dargestellten Derivative eindeutig, dass die deutliche Abweichung des Roll-Gier-Verhaltens und des damit verbundenen Derivativs  $C_{Np*}$  aus Kapitel 4.6 fast ausschließlich auf die fehlenden x-Kräfte zurückzuführen ist. Korrigiert man anhand der Beiwerte aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank nur die Gradienten in x-Richtung (Issue-5), so kann damit die vorherige Abweichung von 196,8 % auf 3,3 % gesenkt werden. Damit ist die am Anfang dieser Arbeit aufgestellte Theorie des inakkurat modellierten Roll-Gier-Verhaltens aufgrund fehlender x-Kräfte im Aerodynamik-Modell bewiesen.

Weiterhin kann geschlussfolgert werden, dass die Modellierung des Derivativs  $C_{Y\beta}$  nichts mit den x-Kräften zu tun hat, da auch ohne Korrektur der Gradienten in x-Richtung (Issue-4) die Abweichung von 8,9 % auf 4,1 % gesenkt werden kann und bei alleiniger Korrektur der Gradienten in x-Richtung keinerlei Änderung bezüglich dieses Derivativs auftritt. Dies spricht für die Theorie, dass die Abweichung des Derivativs  $C_{Y\beta}$  aus dem Jig Shape/Flight Shape-Problem aus Bild 4.12 und den damit verbundenen y-Kräften kommt.

### 6.2.2 Übertragungsverhalten

In diesem Kapitel sollen grundsätzlich dieselben Interesting Quantities wie in Tabelle 6.5 aus Kapitel 6.1.3 untersucht werden. Verzichtet werden soll hier allerdings auf die Analyse des Schiebewinkels  $\beta$ , des Lastfaktors n<sub>y</sub> und der IQs bezüglich Seitenleitwerk und Höhenleitwerk.



Bild 6.31  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  für F<sub>y</sub> und M<sub>x</sub> am Rumpf

Aus Bild 6.31 wird ersichtlich, dass die teils großen Lasterhöhungen im Bereich des Extremums der Dutch Roll, sowohl bezüglich  $F_y$  als auch bezüglich  $M_x$ , welche in der ersten Rechnung in Bild 6.13 zu erkennen waren, in erster Linie durch die korrigierten Gradienten in x-Richtung (Issue-5, schwarzer Verlauf) zustande kommen. Die Rechnung ohne korrigierte Gradienten in x-Richtung (Issue-4, roter Verlauf) sorgt in diesem Frequenzbereich vor allem für Lastminderungen.



Bild 6.32  $H_{IO}^{GU}(\omega)$  für F<sub>x</sub> und M<sub>x</sub> am rechten Flügel

Auch bei den Interesting Quantities am Flügel aus Bild 6.32 ergibt sich wiederum ein ähnliches Bild. Es sind Lasterhöhungen durch die Korrektur mit x-Gradienten zu sehen, während die Rechnung, in der alle Gradienten außer der x-Gradienten korrigiert werden, im Bereich des Dutch-Roll-Extremums für leichte Lastenminderungen sorgt.



Bild 6.33  $H_{I0}^{GU}(\omega)$  für Rollgeschwindigkeit p<sup>\*</sup> und Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup>

Das bereits beschriebene Verhalten tritt auch in Bild 6.33 auf. Es ergeben sich erhöhte Rollund Giergeschwindigkeiten durch die korrigierten x-Kräfte und nur leicht veränderte Größen durch die Korrektur der übrigen Gradienten.

Da sich dieses Muster für alle weiteren Übertragungsverhalten in ähnlicher Form fortsetzt, soll nun mit der Analyse der Lasten fortgefahren werden. Die übrigen Interesting Quantities sind in Anhang D zu finden. Festzuhalten bleibt an dieser Stelle, dass die in Kapitel 6.1.3 beobachteten Lastenerhöhungen im Bereich des Dutch-Roll-Extremums in erster Linie auf die Einführung der Korrektur der x-Kraftgradienten zurückzuführen ist.

### 6.2.3 Lastenanalyse

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Analyse der Schnittlasten aus der zweiten Rechnung und soll daher vergleichbare Schnittlasten thematisieren, um den Einfluss der Korrektur der Gradienten in x-Richtung beurteilen zu können.



Bild 6.34 Schnittgrößen am Rumpf aus Discrete Gust für die zweite Rechnung

Die Schnittgrößen am Rumpf in Bild 6.34 zeigen prinzipiell ein passendes Bild zu den korrespondierenden Verläufen des Übertragungsverhaltens in Bild 6.31 aus Kapitel 6.2.2. Die schwarze und die blaue Kurve liegen nahezu übereinander. Der Verlauf der Rechnung mit den korrigierten Gradienten in x-Richtung (rote Kurve) weist hier die eigentliche Abweichung auf.

Damit sind die in Kapitel 6.1.5 in Bild 6.23 beobachteten Abweichungen der Rumpfschnittgrößen  $F_y$  und  $M_x$  aus Discrete Gust vorwiegend auf die Korrektur der Gradienten in x-Richtung zurückzuführen, während die Korrektur der übrigen Gradienten einen zu vernachlässigen Einfluss hat.



Bild 6.35 Schnittgrößen am VTP aus Discrete Gust für die zweite Rechnung

Für die Schnittgröße  $M_z$  und den Lastfaktor  $F_y$  am Seitenleitwerk aus Bild 6.35 ergibt sich dasselbe Schema. Die originale Rechnung und die Rechnung aus Issue-5 weisen praktisch

148

keine Unterschiede auf, da ihre Verläufe übereinander liegen. Einzig für die Korrektur der Gradienten in x-Richtung anhand von Issue-4 ergeben sich nennenswerte Abweichungen. Diese Abweichungen sind darüber hinaus nahezu identisch mit den Abweichungen der korrespondierenden Lasten aus der ersten Rechnung, zu sehen in Bild 6.26.



Bild 6.36 Schnittgrößen am rechten Flügel aus Discrete Gust für die zweite Rechnung

Die Schnittgrößen  $F_y$  und  $M_x$  am rechten Flügel aus Bild 6.36 weisen ein vergleichbares Muster auf, wie die Schnittgrößen am Rumpf. Die eigentliche Änderung entsteht durch die Korrektur der Gradienten in x-Richtung während die Korrektur der übrigen Gradienten einen zu vernachlässigen Einfluss auf die Schnittlasten hat.

Grundsätzlich ergibt sich hier ein wiederkehrendes Muster. Bei allen in diesem Kapitel betrachteten Schnittgrößen entsteht die eigentliche Abweichung zur Referenz durch die Korrektur der Gradienten in x-Richtung. Diese Abweichungen sind zudem praktisch dieselben, wie die in Kapitel 6.1.5 im Rahmen der ersten Rechnung bereits analysierten Abweichungen der Schnittlasten. Dies bedeutet, dass die Korrektur der Gradienten in x-Richtung den größten Einfluss auf die Schnittlasten hat, während der Einfluss der Korrektur der übrigen Gradienten zu vernachlässigen ist.

Aus diesem Grund soll hier auf weitere Analysen verzichtet werden. Die übrigen Größen, welche im Kapitel 6.1.5 aufgeführt wurden und an dieser Stelle nicht betrachtet werden, sind im Anhang D auffindbar. Dort sind auch die Schnittgrößen aus einer Continuous Turbulence aufgeführt, welche aus demselben Grund an dieser Stelle ebenfalls nicht analysiert werden.

## 7 Zusammenfassung

Die ausgehende Herausforderung dieser Arbeit bestand in der Verbesserung des aerodynamischen Modells, welches beim europäischen Flugzeughersteller Airbus zur Berechnung der Böenlasten von Flugzeugen verwendet wird.

Das grundlegende Problem des Modells lag in der Vernachlässigung jeglicher Form von Widerstandskräften und anderen Kräften in Längsrichtung des Flugzeugs, was sich insbesondere auf die Modellierung des Roll-Gier-Verhaltens und der damit verbundenen Dutch-Roll-Schwingung auswirkt.

Ziel der Arbeit war demnach, eine Methode mit darauf aufbauendem MATLAB-Programm zu entwickeln, auf dessen Grundlage vor allem solche Kräfte in Längsrichtung in den Berechnungsprozess der Böenlasten integriert werden können. Damit sollte das Roll-Gier-Verhalten der aerodynamischen Modellierung nachhaltig verbessert werden.

Zu diesem Zweck wurde einleitend ein Überblick über die Anforderungen und Umsetzungsvorschläge aus der Zulassungsvorschrift für große Verkehrsflugzeuge bezüglich der Berechnung der Böenlasten gegeben. Anschließend wurden für diese Arbeit notwendige theoretische Grundlagen aufgearbeitet und präsentiert, darunter die von Airbus verwendete aerodynamische Doublet-Lattice-Modellierungsmethode.

Im Anschluss daran ist auf die Umsetzung der Anforderungen aus der Zulassung anhand von GUSTO, dem firmenintern entwickelten Programm zur Berechnung der Böenlasten, eingegangen worden. Auf dieser Grundlage konnte der Berechnungsprozess und der bisher angewandte Korrekturprozess aerodynamischer Daten auf die einleitend angeführte Problematik und darüber hinausgehende Schwächen untersucht werden.

Zum Vergleich wurden hier die aerodynamischen und flugmechanischen Eigenschaften des Airbus A380-800 herangezogen, welche für die Entwicklung der elektronischen Flugregelung EFCS verwendet werden. Dieser Vergleich geschah auf Grundlage der nach Norm vorgeschlagenen Beiwerte zur Beschreibung der Flugdynamik eines Flugzeugs.

Dabei ergaben sich in der Tat vor allem bei der Abbildung des Giermoments aus einer Rollbewegung, charakterisiert durch den entsprechenden Beiwert  $C_{Np^*}$ , Abweichungen. Eine weitere nennenswerte Abweichung ergab sich beim Beiwert der Seitenkraft aus Schiebewinkel  $C_{Y\beta}$ , welche auf die inakkurate aerodynamische Modellierung des Flugzeugs bezüglich der V-Stellung zurückgeführt werden konnte.

Mithilfe des erworbenen Wissens konnte anschließend mit der Entwicklung der Methode zur Einbringung von Kraftgradienten in das existierende Aerodynamik-Modell begonnen werden. Hierfür wurden quasi-stationäre aerodynamische Zusammenhänge bei kleinen Frequenzen erarbeitet.

So existiert beispielsweise eine strömungsmechanische Identität zwischen einer lateralen Böe, der lateralen Bewegung des Flugzeugs in Richtung der Querachse und der Rotation des Flugzeugs um die Hochachse. Ein analoger Zusammenhang gilt für vertikale Freiheitsgrade. Voraussetzung hierfür sind kleine Frequenzen nahe null, welche als quasi-stationär betrachtet werden können.

Basierend auf diesen quasi-stationären Zusammenhängen konnten stationäre Kraft- und Momentengradienten, welche mittels Windkanaltests und CFD erzeugt worden sind, in die aus dem Aerodynamik-Modell resultierende Matrix eingebracht werden. Hierfür musste diese Matrix in einen instationären und einen quasi-stationären Anteil aufgeteilt werden.

Diese Methode wurde schließlich in einem MATLAB-Skript umgesetzt, wodurch das hauptsächliche Ziel dieser Arbeit erreicht wurde.

Anhand der folgenden Validationsrechnungen am Flugzeugmodell des Airbus A380-800 konnte gezeigt werden, dass mithilfe des Skripts die Abweichungen der flugdynamischen Beiwerte  $C_{Np^*}$  und  $C_{Y\beta}$  deutlich reduziert werden konnten. Als Zielwert dienten hier wieder die Eingangsgrößen für die Erstellung der elektronischen Flugregelung. Darüber hinaus konnte belegt werden, dass die problematische Modellierung des Roll-Gier-Verhaltens zum größten Teil aus den fehlenden Kräften in Längsrichtung resultiert.

Zudem wurde im Rahmen der harmonischen Schwingungsanalyse mittels GUSTO das Übertragungsverhalten des Flugzeugs hinsichtlich der veränderten Flugdynamik untersucht. So konnte insbesondere gezeigt werden, dass sich die Neigung des Flugzeugs zur Dutch Roll zur höheren Frequenzen verschiebt. Dieses Verhalten korrelierte zu den präsentierten theoretischen Grundlagen, muss aber durch umfassendere Untersuchungen belegt werden.

Abschließend wurde die Auswirkung auf die Berechnung der Böenlasten untersucht. Hier ergaben sich vor allem bei den Torsionsmomenten an Rumpf und Seitenleitwerk Lastminderungen durch die veränderte Flugdynamik. Die Verminderung am Seitenleitwerk kann dabei als Indiz für eine bessere Interaktion zwischen aerodynamischem Modell und EFCS-Modell gesehen werden, da per Definition die elektronische Flugregelung unter anderem mittels sogenannter Load Alleviation Functions zur Lastminderung (auch bezüglich der Torsion des Seitenleitwerks) eingesetzt wird. Kritische Lastüberschreitungen ergaben sich durch die Anwendung des MATLAB-Skripts nicht.

Die Entwicklung des Programms kann daher als Erfolg gewertet werden. Die bestehenden Abweichungen der Flugdynamik konnten nachhaltig verbessert werden, ohne für die betrachteten Lastfälle kritische Überschreitungen zu erzeugen. Für eine abschließende Beurteilung müssen jedoch umfangreichere Rechnungen durchgeführt werden, wofür im Rahmen dieser Arbeit leider nicht genügend Zeit blieb.

## 8 Ausblick

Zum Abschluss des vorherigen Kapitels wurde bereits angedeutet, dass weitere Rechnungen zur Bewertung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten MATLAB-Programms und der damit veränderten Flugdynamik des aerodynamischen Modells notwendig sind.

Dies umfasst in erster Linie eine Variation der Berechnungsparameter nach LCC-Liste. Hier müssen weitere Mach-Zahlen gerechnet werden, um deren Einfluss auf die Modifikation zu bestimmen. Zudem müssen verschiedene Anstellwinkel gerechnet werden, da diese einen großen Einfluss auf die Aerodynamik haben. Daneben muss auch der Höheneinfluss genauer untersucht werden und verschiedene Beladungszustände betrachtet werden.

Des Weiteren war eine umfangreiche Beurteilung der elektronischen Flugregelung und der Interaktion zwischen dessen Modell und dem veränderten aerodynamischen Modell aufgrund der Komplexität nicht Gegenstand dieser Arbeit. Auch hier sind weiterführende Untersuchungen notwendig.

Das Skript ist darüber hinaus so entworfen, dass es universell für alle von Airbus entwickelten Flugzeugmuster verwendbar ist. Hier gilt es ebenfalls, die genannten Parameter bei verschiedenen Flugzeugmustern zu untersuchen. Zu Beginn der Entwicklung des Skripts wurden beispielsweise Rechnungen auf Projektebene des A350-900 durchgeführt, bevor später das A380-800-Projekt gewählt wurde. Grundsätzlich hilft eine Variation des Flugzeugmusters insbesondere, Schwachstellen des Skripts zu identifizieren und damit zu dessen Verbesserung beizutragen.

Eine dieser Schwachstellen wurde in Kapitel 6.1.1 bereits aufgedeckt und mithilfe von Tabelle 6.4 veranschaulicht. Die Beiwerte aus der Données-Aérodynamiques-Datenbank bezüglich der Triebwerke beinhalten Anteile aus den Triebwerkspylons. Die Pylons haben jedoch eigene Strukturknoten im g1-set und sind damit nach Auswahl der Triebwerke zur Korrektur sozusagen doppelt im Modell vertreten. Lösungsvorschläge wären hier, die entsprechenden Gradienten an den g1-Knoten der Pylons zu null zu setzen oder die Korrektur der aerodynamischen Gradienten der Triebwerksknoten anhand des Skripts auszulassen.

Weiterhin kann darüber nachgedacht werden, die übrigen aerodynamischen Effekte der Données-Aérodynamiques-Datenbank Nickgeschwindigkeit q<sup>\*</sup> und Giergeschwindigkeit r<sup>\*</sup> in das Skript zu integrieren. Grundsätzlich ist die aktuelle Auswahlmöglichkeit jedoch ausreichend, um das Roll-Gier-Verhalten hinsichtlich der verwendeten Zielwerte zu korrigieren.

## Literaturverzeichnis

Airbus 2005	AIRBUS SAS: A380 Data Basis for Design. Toulouse : Airbus SAS, 2005
Airbus 2009	AIRBUS SAS: <i>DATABANK Guide (LOADS AND AEROELASTICITY)</i> . Toulouse : Airbus SAS, 2009
Airbus 2010a	AIRBUS SAS: Gust and Turbulence Simulation for Design and Certification of Large Aeroplanes. Toulouse : Airbus SAS, 2010
Airbus 2010b	AIRBUS SAS: GUST Awareness. Toulouse : Airbus SAS, 2010
Airbus 2011	AIRBUS SAS: GUST Functional Specification Document. Toulouse : Airbus SAS, 2011
Anderson 2011	ANDERSON, John D., Jr.: <i>Fundamentals of Aerodynamics - Fifth Edition in SI units</i> . New York : McGraw-Hill, 2011
Cook 2011	COOK, Michael V.: Flight Dynamics Principle: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control. s.l. : Butterworth- Heinemann, 2011
DIN 9300-1:1990-10	Norm DIN 9300 Teil 1 10.1990. Begriffe, Größen und Formelzeichen der Flugmechanik – Bewegung des Luftfahrzeuges gegenüber der Luft
EASA 2015	EUROPEAN AVIATION SAFETY AGENCY: Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes CS-25. Köln : EASA, 2015 (Amendment 17)
Grote 2007	GROTE, Karl-Heinrich; FELDHUSEN, Jörg: Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau. Berlin : Springer-Verlag, 2007
How 2004	How, Jonathan: 16.333 Aircraft Stability and Control, Fall 2004. Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare, http://ocw.mit.edu

ISO 1151-3:1989-04	Norm ISO 1151 Teil 3 04.1989. Flight dynamics – Concepts, quantities and symbols – Part 3: Derivatives of forces, moments and their coefficients
Rossow 2014	ROSSOW, Cord-Christian; WOLF, Klaus; HORST, Peter (Hrsg.): Handbuch der Luftfahrzeugtechnik. München : Carl Hanser Verlag, 2014
Wright 2007	WRIGHT, Jan R.; COOPER, Jonathan E.: Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons Ltd., 2007

## Anhang A – Code des entwickelten Skripts

addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/io func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/gui func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/tool func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/plugin/aero func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/plugin/aero func/corr func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/plugin/aero func/model func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/plugin/aero func/tool func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/plugin/aero func/sol func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/plugin/aero func/varlo func addpath /opt/apps/BM/dymogra/currVers/plugin/aerop func/tool func addpath /opt/appsdevel/BM/dymogra/th81we/tool func addpath /opt/appsdevel/BM/dymogra/th81we/main func addpath /opt/appsdevel/BM/dymogra/th81we/io func addpath /p/P941L1FT/LAP2 7/GUST/Calc-16/GUSTO/Rel-2-0-6/kernel1 addpath /p/P941L1FT/LAP2 7/GUST/Calc-16/GUSTO/Rel-2-0-6.2/kernel1 addpath /p/P941L1FT/LAP2 7/BM/AER/AEROMOD/AEROMOD-CorrQg1h/scripts addpath /p/L842L018/CONFIG/GUST/Calc-00.6/scripts/functions addpath /p/L842L018/CONFIG/GUST/Calc-00.6/scripts/Aero Pre

dbclear error clear all

dbstop if error

global GlobalData

%.user input

%%.dymogra file\_dym = '/p/L842L018/CONFIG/BM/AER/AEROMOD-07/aero/gusto/gusto-00.46/A380\_02\_vert\_lat\_al\_be\_p\_optim3\_legacyHM.dym'; file\_tmat = '/p/L842L018/CONFIG/BM/TMAT/FLIGHT/ISSUE\_08/GUSTO/ISSUE\_08\_GUSTO.dym';

%%.Donnée\_Data File %file\_DD = '/p/L842L018/CONFIG/GUST/Calc-00.1/Results\_MADRAS/AERODATA-01/Donnee\_Data\_L842L025\_2\_Config\_0000\_ATLAS\_3.mat'; file\_DD = '/p/L842L018/CONFIG/BM/AER/AERODATA/Issue-16.1/DonneeData\_optim3.mat';

%%.LCC

```
lcc file
             = '/p/L842L018/D3/GUST/Calc-00.6/LCC Lists/LCC List EFCS alpha0.csv';
%%.DLM
                = '/p/L842L018/CONFIG/BM/AER/AEROMOD-07/aero/gusto/';
aero input
aero_issue
                = 'gusto-00.46/';
aero path
               = [aero input aero issue];
%%.SWGs
                = '/p/L842L018/CONFIG/BM/FEM/SWG/STA/output/';
swg path
                = '14';
swg_issue
%%.calculation directory
calc dir input = '/p/L842L018/D3/GUST/Calc-00.6/Study-05/';
calc dir issue = 'Issue-03/';
calc dir
              = [calc dir input calc dir issue 'PRE-' aero issue 'data/pre/aero'];
%%.Components to be modified
                = {'E1','E2','E3','E4','L6','L7','L8','L9'};
%comps1D
%comps2D
                = {'WR','WL','FU','HR','HL', 'VT'};
                = {'L6','L7','L8','L9'};
comps1D
comps2D
                = {'WR','WL','FU','HR','HL', 'VT'};
%%.aerodynamic effects to be considered in modification {al, be, p, q, r}
             = {'al','be','p'};
effects
              = [2 3 4];
index_eff
%%.forces to be considered
%%%
                {'x','y','z','mx','my','mz'};
index forces
                = [1 1 1 1 1 1];
%%.choose modification with blending or no blending
blending flag
                = 0;
index zero forces = find(index forces == 0);
%.find aero files under consideration of lccs
D = dir(aero path);
i file = 0;
for i file = 1:length(D)
 [pathstr,name,ext,versn] = fileparts(D(i file).name);
 if (length(name)>2)
  if isequal(name(1:3),'Qjj') & isequal(ext,'.op4')
```

```
j_file = j_file+1;
aero_files{j_file} = D(i_file).name;
end
end
end
```

[lccname,dspeed,mach,mcase,h,ctrllaw,aeconf,airbr,THETA\_1g] textread(lcc\_file,'%s%s%f%s%f%s%s%s%f','delimiter',';','headerlines',1); =

```
= mcase{1};
mass case
mach h alpha
                  = unique([mach h THETA 1g],'rows');
% -----
% set aero data
% -----
 machs_lcc = mach_h_alpha(:,1);
 altis lcc
            = mach_h_alpha(:,2);
 alpha lcc
               = mach_h_alpha(:,3);
 machs aero
                 = [];
 alpha aero
                = [];
 aero_files_clean = {};
j = 0;
 for i=1:length(aero files);
  [FlowData] = loado4([aero_path aero_files{i}],'FlowData');
           = loado4([aero_path aero_files{i}],'Config');
  [Conf]
  if (char(Conf) == '0000');
   j = j+1;
   machs aero(j)
                    = roundn(FlowData(1),4);
   alpha aero(j)
                    = roundn(FlowData(2),4);
   aero_files_clean{j} = aero_files{i};
  end
 end
 if length(machs aero)==1
  for i lcc = 1:length(machs lcc)
   index_qjj_file(i_lcc) = 1;
  end
 else
  if length(unique(alpha_aero))==1
   index qjj file = interp1(machs aero,[1:length(machs aero)],machs lcc,'nearest','extrap');
```

```
else
   for i_lcc = 1:length(machs_lcc)
    index qjj file(i lcc)
                                                                                     =
griddata(machs aero*100,alpha aero,[1:length(machs aero)],machs lcc(i lcc)*100,alpha lc
c(i_lcc),'nearest');
   end
  end
 end
%.modes
load(file_dym,'-mat');
        = load(file_tmat,'-mat');
temp
Data_Tmat = temp.Data;
Tc1g1 = Data Tmat.TMAT.TMIL.ILTO.matrix;
clear temp
%%%.read Donnee Data, create Tg1e Matrix
 GlobalData.Nastran = Data.Nastran;
 if ~isempty(file DD)
  load(file_DD)
 else
  Donnee Data
                   = Data.Donnee Data;
 end
 Tg10g1 = GlobalData.Nastran.Tg10g1;
 n_g1 = length(GlobalData.Nastran.DOFg1.G);
 Pg1 = zeros(n g1,1);
%.Set components to be modified
 Comp_List_1 = comps2D;
 Comp List 2 = comps1D;
 Comp List = union(Comp List 1,Comp List 2);
              = length(Comp List);
 nComp
 arc length comp = zeros(nComp,1) ;
```

%.Loop Components

```
for (i = 1:nComp)
  iComp = indexComp(Data,Comp_List{i});
  Comp = Data.Comp{iComp};
  Axis
         = getAxis(Data,iComp,'Loads Reference Axis');
  intAxis = Comp.intAxis(1);
  stations = listTg1hStations(Data,iComp,1,'numeric');
  srf
        = getSurfaceEdges(Data,iComp);
  point comp = 0;
%....if 3D component like fuselage or pods le and te are located on FD
  if (isempty(srf) & ~isempty(Axis))
    srf.le = [Axis.points{1}'; Axis.points{end}'];
    srf.te = [Axis.points{1}'; Axis.points{end}'];
  end
  nodes = listSplineNodes(Data,iComp,'id');
  if isempty(strmatch(Comp.key,Comp_List_1))
    point comp = 1;
  end
  node_id = listSplineNodes(Data,iComp,'id');
  node id = unique(node id);
  nodes = [];
  bounds = [];
% -----
% 1D-Comps
% -----
  if (point comp)
    xyz stat = Data.RefValues.point;
    S ref = Data.RefValues.area ;
    C ref = Data.RefValues.chord;
    for (j=1:length(node id))
     Node = getNode(Data,node id(j));
     if (~isempty(Node))
      nodes = [nodes ; Node.id Node.sort Node.offset(:)' ];
     end
    end
    nodes
           = nodes(1,:);
```

```
xyz node = nodes(8:10);
    dof node = nodes(2:7);
    scale mat = diag([S ref S ref S ref S ref*C ref S ref*C ref S ref*C ref]);
    rot
           = diag([1 1 1 1 1 1]);
    trn
           = matTranslate(xyz_node(:),xyz_stat(:));
    mat
           = trn*rot*scale mat;
    Tg1e
            = zeros(n_g1,6);
    Tg1e(dof node,:) = mat;
    Tg1e
                 = Tg10g1'*Tg1e;
    Data.Comp{iComp}.Aeromat.Tg1e = Tg1e;
  else
% -----
% 2D-Comps
% -----
    for (j=1:length(node id))
     Node = getNode(Data,node id(j));
     if (~isempty(Node))
      nodes = [nodes ; Node.id Node.sort Node.offset(:)' ];
      bounds = [bounds; Node.boundMin(:)'; Node.boundMax(:)'];
     end
    end
    ref_length = abs(Axis.points{end}(intAxis)-Axis.points{1}(intAxis));
    root
            = Axis.points{1}(intAxis);
%.....Eta positions of donnee
   [Index] = get DD comp Index(Donnee Data,Comp.key);
    eta arc = Donnee Data.Comp{Index,1}.load xN(:,1);
    nEta = length(eta arc);
%.....Eta Positions of boundaries
   [tmp,index] = unique(abs(bounds(:,intAxis)));
    bounds
               = bounds(index,:);
             = [Axis.points{1}'; bounds; Axis.points{end}'];
    bnd
                     = abs((bnd(:,intAxis)-root)./ref length);
      eta bounds
      eta bounds(1) = [];
      eta bounds(end) = [];
      length bounds = bnd(end-1,intAxis);
```

```
%.....xyz coordinates of leading edge
   [dmy,index le] = sort(abs(srf.le(:,intAxis)));
%.....Loads Reference Axis coordinates
    xyz Ira
                = [Axis.points{:}]';
   [dmy,index lra] = sort(abs(xyz lra(:,intAxis)));
    if (arc length comp(i))
%.....in arc length
%......Eta Positions of leading edge in arc length
     le
             = [Axis.points{1}'; srf.le(index le,:)];
     tmp
              = diff(le);
     tmp normal = matTg1eta ArcLengthCoords(intAxis,tmp);
     eta le arc = [];
     eta le arc = tmp normal./length bounds;
     eta le arc(1) = [];
     xyz le = interp1(eta le arc,srf.le(index le,:),eta arc,'linear','extrap');
     xyz te = interp1(eta le arc,srf.te(index le,:),eta arc,'linear','extrap');
%......Eta Positions of Load Ref Axis in arc length
     tmp
               = diff(xyz lra(index lra,:));
     tmp normal = matTg1eta ArcLengthCoords(intAxis,tmp);
     eta lra arc = tmp normal./length bounds;
     xyz_lra = interp1(eta_lra_arc,xyz_lra(index_lra,:),eta_arc,'linear','extrap');
    else
%.....projected
     eta le = abs((srf.le(index le,intAxis)-root)./ref length);
     xyz le = interp1(eta le,srf.le(index le,:),eta arc,'linear','extrap');
     xyz te = interp1(eta le,srf.te(index le,:),eta arc,'linear','extrap');
     eta lra = abs((xyz lra(index lra,intAxis)-root)./ref length);
     xyz lra = interp1(eta lra,xyz lra(index lra,:),eta arc,'linear','extrap');
    end
%.....xyz coordinates of nodes
   [dmy,index node] = sort(abs(nodes(:,7+intAxis)));
                = nodes(index node,:);
    nodes
    xyz_node
                   = nodes(:,8:10);
```

```
%.....Sorting vector for eta stations
    dof_eta = [1:nEta*6];
%.....sorting vector for g1-set
    dof_nodes = nodes(:,2:7);
%.....Scaling factors
    if (strcmp(Comp.Geometry.form,'2D'))
      I eta = abs(xyz le(:,1)-xyz te(:,1));
      Ira_eta=(xyz_lra(:,1)-xyz_le(:,1))./l_eta;
    else
%.....else 3D or 1D component and then LE and TE coincides => LRA=0
      Ira eta=zeros(length(eta arc),1);
      if (size(xyz \ le,1) == 1)
        l_eta = ones(size(xyz_le,1),1);
      else
        I eta = ones(size(xyz le,1),1);
      end
    end
    S_ref = Data.RefValues.area;
%......Mapping and Integration matrix
    Tg1e = zeros(n g1,6);
   [Tg1e] = matTg1eta(Tg1e,...
               eta arc,...
                              %Arc length
```

eta\_bounds,... %Arc length xyz\_le,... %xyz\_le xyz\_node,... %xyz\_nodes dof\_eta,... %dof\_eta dof\_nodes,... %dof\_node S\_ref,... I eta);

%......Multiplication with Tg10g1, because Tg1eta is in BASIC Tg1e = Tg10g1'\*Tg1e;

Data.Comp{iComp}.Aeromat.Tg1e = Tg1e;

clear Tg1e end end

%%%%%

```
%.read modes
mode file = [swg path 'F modes-' swg issue '/' mass case '.op4'];
Phi g1h = loado4(mode file,'UG1H');
%.correct rigid body modes (RBMs from swg calc not accurate enough)
      = getRBP(Data);
rbp
xyz rbm = rbp.offset;
Data_in.xyz_ref = xyz_rbm;
Data_in.Node = Data.Nastran.DOFg1;
Data in.bgpdts = Data.Nastran.bgpdts;
Phi g10r
            = fcnRBM(Data in);
Phi g1r = Data.Nastran.Tg10g1'*Phi g10r;
Phi_g1h(:,1:6) = Phi_g1r;
if ~isdir(calc dir)
 mkdir(calc dir)
end
for i file = 1:length(index qjj file)
 aero file = [aero path aero files clean{index qjj file(i file)}];
 % read qjj file
 loado4(aero file)
 n F = length(F_Red);
 n_j = size(QJJ_1_R,1);
 Qjj
        = zeros(n_j,n_j,n_F)+1i*zeros(n_j,n_j,n_F);
 for i freq = 1:n F
  i freq
  eval_str = (['Qjj(:,:,i_freq) = QJJ_' num2str(i_freq) '_R+1i*QJJ_' num2str(i_freq) '_I;']);
  eval(eval str);
  eval str = (['clear QJJ 'num2str(i freq) ' R; clear QJJ 'num2str(i freq) ' I;']);
  eval(eval_str);
 end
 Mach = FlowData(1);
 alpha0 = FlowData(2);
```

```
S ref
         = RefValue(1);
 C ref
         = RefValue(2);
 Config
          = char(Config);
 PHlkx
          = Phikx:
 CSKEYx
            = cellstr(char(PhikxKey));
 D1ik
          = sparse(D1jk ijv(:,1), D1jk ijv(:,2), D1jk ijv(:,3), D1jk mn(1), D1jk mn(2));
 D2jk
          = sparse(D2jk_ijv(:,1), D2jk_ijv(:,2), D2jk_ijv(:,3), D2jk_mn(1), D2jk_mn(2));
 Gkg1
          = sparse(Gkg1_ijv(:,1), Gkg1_ijv(:,2), Gkg1_ijv(:,3), Gkg1_mn(1), Gkg1_mn(2));
 Skj
         = sparse(Skj ijv(:,1), Skj ijv(:,2), Skj ijv(:,3), Skj mn(1), Skj mn(2));
 clear Gkg1 ijv Gkg1 mn Skj ijv Skj mn D1jk ijv D1jk mn D2jk ijv D2jk mn
 %.build Qg1x1
 %%.set aerodynamic effects to be considered for correction
 effs
        = effects:
 Qq1x1
           = zeros(n g1, 6);
 i \text{ eff} = 0;
 for eff = effs
  i eff = i eff+1;
  for comp = comps2D
   %%.Get Donnee Data and create forces vector Pg1
   [load xN comp,comp tot,HM NF,HM NF Key] = fcnInterpDD(Donnee Data, Mach,
alpha0, char(eff), char(comp), char(Config));
%.....Donnee-Data: need to change mz to be compatible with Tg1e
   load xN comp(:,7)
                                   = -load xN comp(:,7);
   Pe comp
                                = load_xN_comp(:,2:7);
   Pe comp(:,index zero forces)
                                       = 0:
   Pe comp
                                = Pe comp(:);
   Pg1 comp
                                                          Data.Comp{indexComp(Data,
                                                       =
char(comp))}.Aeromat.Tg1e*Pe comp;
   Qg1x1(:,index eff(i eff)) = Qg1x1(:,index eff(i eff)) + Pg1 comp;
  end
  for comp = comps1D
   %%.Get Donnee Data and create forces vector Pg1
   [load xN comp,comp tot,HM NF,HM NF Key] = fcnInterpDD(Donnee Data, Mach,
alpha0, char(eff), char(comp), char(Config));
```

%.....Donnee-Data: need to change mz to be compatible with Tg1e Pe comp = comp tot; = 0: Pe comp(index zero forces) Pe comp = Pe comp(:);Pg1 comp Data.Comp{indexComp(Data, = char(comp))}.Aeromat.Tg1e\*Pe comp; Qg1x1(:,index eff(i eff)) = Qg1x1(:,index eff(i eff)) + Pg1 comp; end end %.get degrees of freedom in g1-set of components to be modified dof comps = []; for comp = Comp List list comp = [listNodes(Data, char(comp), 'numeric g1set')]; index dof comp = find(ismember(list comp(:,6), find(index forces))); dof comp = list\_comp(index\_dof\_comp,7); dof comps = unique([dof comps; dof comp]); end %.interpolate reduced frequencies on F Red int max F Red int max = 45; F Red int = linspace(F\_Red(1) ,F\_Red(end), F\_Red\_int\_max); F Red int = unique([0 F Red int F Red]); = interp aic(F Red,Qjj,F Red int); %Qjj kΚ = F Red; %F Red = F Red int; %.creating frequencies 200 for GUSTO kF1 = linspace(0, F Red(end), 200); index kK = find(ismember(F Red int, kK)); Gg1j = Gkg1'\*Skj ; = Phi g1h'\*Gg1j; %Ghj Phi kh = Gkg1\*Phi g1h; = getCord(Data, 'noseCord'); Cord x 75 = xyz 75(:,1);x 0 = Cord.offset(1); w gust norm = vec norm(:,2:3);

```
GAMMAj
           = acos(vec norm(:,2:3));
n F = length(F Red);
n_F_int = length(F_Red_int);
n_F1
         = length(kF1);
       = size(Gg1j,1);
n g1
n k = size(Gkg1,1);
n_h
        = size(Phi_kh,2);
n_x
        = size(PHlkx,2);
Gg1j
        = full(Gg1j) ;
Qg1h DLM = zeros(n g1,n h,n F)+1i*zeros(n g1,n h,n F);
Qg1x_DLM = zeros(n_g1,n_x,n_F)+1i*zeros(n_g1,n_x,n_F);
h
          = 0;
[p,rho,T,a,mu] = fcn_isa(h);
Vtas
           = Mach*a;
for i freq = 1:n F
 i_freq
 Qg1j(:,:,i_freq) = Gg1j*Qjj(:,:,i_freq);
end
Qjj_qs
            = interp_aic(kK, Qjj, F_Red_int(1));
clear Skj
for i freq = 1:n F int
 i_freq
 D12jk
                     = (D1jk+1i*F Red int(i freq)*D2jk);
 Qg1j_int
                     = interp_aic(kK, Qg1j, F_Red_int(i_freq));
                      = Qg1j_int*D12jk;
 Qg1k_int
 Qg1h_DLM(:,:,i_freq)
                          = Qg1k_int*Phi_kh;
 Qg1g1K(:,:,i freq)
                         = Qg1k int*Gkg1;
```

= Qg1k\_int\*PHlkx; Qg1xK(:,:,i freq) %Qg1h DLM qs(:,:,i freq) = Gg1j\*(Qjj(:,:,1)\*(D12jk\*Phi kh)); Qg1h\_DLM\_qs(:,:,i\_freq) = Gg1j\*(Qjj\_qs\*(D12jk\*Phi\_kh)); omega(i freq) = F Red int(i freq)\*Vtas/(C ref/2); gust exp(:,:,i freq) = repmat(exp(-1i\*omega(i freq) \*(x 75-x 0)/Vtas),1,2); Wj gust(:,:,i freq) = w gust norm.\*gust exp(:,:,i freq); if blending flag == 1 if F Red int(i freq) == 0 Wj lat(:,i freq) = -D12jk\*Phi kh(:,6);Wj vert(:,i freq) = D12jk\*Phi kh(:,5); else Wj\_lat(:,i\_freq) = 1i\*D12jk\*Phi\_kh(:,2)\*C\_ref/(2\*F\_Red\_int(i\_freq)); = 1i\*D12jk\*Phi kh(:,3)\*C ref/(2\*F Red int(i freq)); Wj vert(:,i freq) end dWj gust(:,1,i freq) = Wj gust(:,1,i freq)-Wj lat(:,i freq); dWj\_gust(:,2,i\_freq) = Wj\_gust(:,2,i\_freq)-Wj\_vert(:,i\_freq); dPg1 DLM(:,:,i freq) = Qg1j int\*dWj gust(:,:,i freq); Pg1\_DLM(:,:,i freq) = Qg1j int\*Wj gust(:,:,i freq); else Wj mode(:,:,i freq) = D12jk\*Phi kh(:,1:6);k lat(:,i freq) = [Wj\_mode(:,2,i\_freq)/(F\_Red\_int(i\_freq)/(C\_ref/2)) Wj\_mode(:,6,i\_freq)]\Wj\_gust(:,1,i\_freq); k vert(:,i freq) = [Wj mode(:,3,i freq)/(F Red int(i freq)/(C ref/2)) Wj mode(:,5,i\_freq)]\Wj\_gust(:,2,i\_freq); if F Red int(i freq) == 0 Wj lat(:,i freq) = -D12jk\*Phi\_kh(:,6); Wj vert(:,i freq) = D12jk\*Phi kh(:,5); else Wj lat(:,i\_freq) Wj mode(:,2,i freq)\* k\_lat(1,i\_freq)/(F\_Red\_int(i\_freq)/(C\_ref/2))+Wj\_mode(:,6,i\_freq)\* k\_lat(2,i\_freq); Wj vert(:,i freq) Wj mode(:,3,i freq)\*k vert(1,i freq)/(F Red int(i freq)/(C ref/2))+Wj mode(:,5,i freq)\*k ver t(2,i freq); end

dWj_gust(:,1,i_freq)	<pre>= Wj_gust(:,1,i_freq)-Wj_lat(:,i_freq);</pre>
dWj_gust(:,2,i_freq)	= Wj_gust(:,2,i_freq)-Wj_vert(:,i_freq);
dPg1_DLM(:,:,i_freq)	<pre>= Qg1j_int*dWj_gust(:,:,i_freq);</pre>
Pg1_DLM(:,:,i_freq)	= Qg1j_int* Wj_gust(:,:,i_freq);

end

end

%.Modification: AoA = Pitch Angle at Freq 0
% AoA = Heave Velocity at Freq 0
% AoA = Vertical Gust Vector at Freq 0

%.create quasi-stationary Qg1h with Donnee-Matrix Qg1x1

Qg1h\_DLM\_is= Qg1h\_DLM - Qg1h\_DLM\_qs;Qg1h\_DLM\_qs\_real= real(Qg1h\_DLM\_qs);Qg1h\_DLM\_qs\_real\_mod= Qg1h\_DLM\_qs\_real;Qg1h\_DLM\_qs\_imag= imag(Qg1h\_DLM\_qs);Qg1h\_DLM\_qs\_imag\_mod= Qg1h\_DLM\_qs\_imag;

```
for i_freq = 1:n_F_int
```

```
if sum(Qg1x1(:,2)) ~= 0
    Qg1h_DLM_qs_imag_mod(dof_comps,3,i_freq)
Qg1x1(dof_comps,2)*F_Red_int(i_freq)/(C_ref/2);
    Qg1h_DLM_qs_real_mod(dof_comps,5,i_freq) = Qg1x1(dof_comps,2);
    end
```

```
if sum(Qg1x1(:,3)) ~= 0
    Qg1h_DLM_qs_imag_mod(dof_comps,2,i_freq)
Qg1x1(dof_comps,3)*F_Red_int(i_freq)/(C_ref/2);
    Qg1h_DLM_qs_real_mod(dof_comps,6,i_freq) = Qg1x1(dof_comps,3);
    end
    if sum(Qg1x1(:,4)) ~= 0
```

```
Qg1h_DLM_qs_imag_mod(dof_comps,4,i_freq)
Qg1x1(dof_comps,4)*F_Red_int(i_freq)*2;
end
```

=

=

end

```
%.create modified Qg1h DLM mod 1
 Qg1h DLM qs mod
                              = Qg1h DLM qs real mod + Qg1h DLM qs imag mod*1i;
 Qg1h_DLM_mod_1
                              = Qg1h_DLM_qs_mod + Qg1h_DLM_is;
 %.modification with blending or downwash approximation
 if blending flag == 1
  %.red.
                     frequency
                                                            washout
                                                                                 function
                                            for
(/opt/apps/BM/dymogra/V4.2.5c/plugin/aero_func/corr_func/AIC_Export.m)
                        = \log(0.01)/(0.5*4.6);
  faktor k
  %.create GUSTO input Qg1rK with original and modified Qg1h
  for i freq = 1:n F int
   Qg1h DLM mod 2(:,:,i freq)
                                          Qg1h_DLM_mod_1(:,:,i_freq)*( exp(faktor_k *
                                    =
F Red int(i freq))) ...
                           +Qg1h DLM(:,:,i freq)*(1-exp(faktor k * F Red int(i freq)));
  end
  Qg1rK
                        = Qg1h DLM mod 2(:,1:6,index kK);
  for i freq = 2:n F int
   %.modification lateral
   Pg1 mod(:,1,i freq)
                                                                                       =
dPg1 DLM(:,1,i freq)+(1i*Qg1h DLM mod 1(:,2,i freq)*C ref/(2*F Red int(i freq)))*(
exp(faktor k * F Red int(i freq))) ...
                                   +(1i*
Qg1h_DLM(:,2,i_freq)*C_ref/(2*F_Red_int(i_freq)))*(1-exp(faktor_k * F_Red_int(i_freq)));
   %.modification vertical
   Pg1 mod(:,2,i freq)
                                                                                       =
dPg1 DLM(:,2,i freq)+(1i*Qg1h DLM mod 1(:,3,i freq)*C ref/(2*F Red int(i freq)))*(
exp(faktor_k * F_Red_int(i_freq))) ...
                                   +(1i*
Qg1h_DLM(:,3,i_freq)*C_ref/(2*F_Red_int(i_freq)))*(1-exp(faktor_k * F_Red_int(i_freq)));
  end
 else
  Qg1rK
                        = Qg1h DLM mod 1(:,1:6,index kK);
  for i_freq = 2:n_F_int
```

```
%.modification lateral
   Pg1 mod(:,1,i freq)
                                                                                          =
dPg1 DLM(:,1,i freq)+Qg1h DLM mod 1(:,2,i freq)*k lat(1,i freq)/(F Red int(i freq)/(C re
f/2))...
                                   +Qg1h_DLM_mod_1(:,6,i_freq)*k_lat(2,i_freq);
   %.modification vertical
   Pg1 mod(:,2,i freq)
                                                                                         =
dPg1 DLM(:,2,i freq)+Qg1h_DLM_mod_1(:,3,i_freq)*k_vert(1,i_freq)/(F_Red_int(i_freq)/(C_r
ef/2))...
                                   +Qg1h_DLM_mod_1(:,5,i_freq)*k_vert(2,i_freq);
  end
 end
 %.interpolate gust vector on first frequency (0)
 Pg1_mod(:,:,1)
                           = interp_aic(F_Red_int(2:end), Pg1_mod(:,:,2:end), 0);
 %.interpolate gust vector on kF1 frequencies
 P0g1F1
                          = fcnAeroInt(F Red int, Pg1 mod, kF1);
 %.creating necessary aero pre processing input for GUSTO
 for i cells = 1:n j
  QjjK.NameDim1{i cells} = ";
  QjjK.NameDim2{i cells} = ";
 end
 for i cells = 1:n F
  QjjK.NameDim3{i_cells} = ";
 end
                       = S ref;
 AERO.REFS
                        = C_ref;
 AERO.REFC
 Qg1xK
                    = Qg1xK(:,:,index kK);
                    = Qg1g1K(:,:,index kK);
 Qg1g1K
                      = Qjj(:,:,index kK);
 %QjjK.Data
 QjjK.Data
                    = Qij;
```

QjjK.NameDim1 QjjK.NameDim2	= QjjK.NameDim1'; = QjjK.NameDim2'; = QijK.NameDim2';
QjjK.NameDim3	= QjjK.NameDim3';
clear Qjj	
PHIg1x	= Phig1x;
ParamAero.metl	hod = 'AEROMAT_V1';
ParamAero.date	= cellstr(datestr(now));
ParamAero.M	= Mach;
ParamAero.ALP	HA = alpha0;
ParamAero.Con	fig = Config;
Xj(:,1)	= xyz_75(:,1);
Xj(:,2)	= xyz_75(:,1);
field1	= 'zeta';
value1	= {0; 90};
field2	= 'ID';
value2	= {'ACS_1'; 'ACS_2'};
field3	= 'offset';
value3	= {zeros(3,1); zeros(3,1)};
field4	= 'dircos';
value4	= {[1 0 0; 0 0 1; 0 -1 0]; [1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]};
acstma	= struct(field1, value1, field2, value2, field3, value3, field4, value4);
date	= datestr(now);
%.create saving	path
Mach_str	= num2str(Mach, '%03.3f');
Mach_save	= Mach_str(end-2:end);
alti_str	= ['0000' num2str(altis_lcc(i_file))];
alti_save	= alti_str(end-4:end);
FileSave	= [calc_dir '/M' Mach_save '_H' alti_save '_Cclean.mat'];
FileLog	= [calc_dir '/log_M' Mach_save '_H' alti_save '_Cclean.txt'];

%.save aero pre processing file

save(FileSave, 'P0g1F1', 'Qg1rK', 'GAMMAj', 'AERO', 'D2jk', 'ParamAero', 'Qg1xK', 'acstma', 'kF1', 'CSKEYx', 'PHIg1x', 'Qg1g1K', 'QjjK', 'kK', 'D1jk', 'Gkg1', 'PHIkx', 'Qg1x1', 'Xj', 'x\_0', 'date');

%.post scripting plots if~isempty(find(Qg1x1)) Aero\_Pre\_12\_PS end

%.log file Aero\_Pre\_log

end

# Anhang B – LCC-Liste

Tabelle B.1 LC	C-Liste							
LCC_Name_TFOLP	DSpeed	Mach	MassCase	Altitude	ControlLaw	AeroConf	<b>Airbrake Setting</b>	THETA_1g
ARXKC3FBHE	VC	0.89	FBHE	9226	P106	clean	ABin	0.
ARXKC3FAHE	VC	0.89	FAHE	9226	P106	clean	ABin	0.
ARXKCAFABE	VC	0.51	FABE	1	P106	clean	ABin	0.

ID Descripto	r Component Key	u Component Name	Station Station Tu	ine CID Rotati	on flag DOF 10	Tupe 10 Qual	SI OSIS	D ID Description	n Unit Convers	ion factor Mirro	r flag Selection	flag DB	Flag Comment
AC 000101	AC	Aircraft Additional Parameter Label	1	-	1 5 E		39	1 ALPHA	dea	57.296	0		1 A/C Incidence
AC 0002.01	AC	Aircraft Additional Parameter Label	21	_	1 6 IE	2	393	1 BETA	eg ,	57.296	0	-	1 AC side Slip Angle
AC.0003.01	AC	Aircraft Additional Parameter Label	3	1	1 4 MD	۵ ۳	<b>38</b>	1 DMGX_DEG	degis	57.296	0	_	1 Rolling Rate (RBM motion)
AC.0004.01	AC	Aircraft Additional Parameter Label	4	1	1 5 MD	v ₩	393	1 DMGY_DEG	degis	57.296	0	_	1 Pitching Rate (RBM motion)
AC.0005.01	ÀC	Aircraft Additional Parameter Label	5	_	1 6 MD	M	999 999	1 OMGZ_DEG	degis	57.296	0	-	1 Yawing Rate (RBM motion)
FU.0240.14	2	Fuselage	240 g	0101	1	1	8	14 TXC	daN 0.1		0	0	-
FU.0240.15	2	Fuselage	240 g	1010	1 2 IL	1	8	15 TYC	daN 0.1		0	0	_
FU.0240.16	2	Fuselage	240 g	1010	1 3 IL	5	8	16 T.2C	daN 0.1		0	0	-
FU.0240.24	2	Fuselage	240 g	1010	1 4 L	7	8	24 M00C	daNm 0.1		0	0	-
FU.0240.25	2	Fuselage	240 g	1010	1 5 IL	7	8	25 MYC	daNm 0.1		0	0	1
FU.0240.26	2	Fuselage	240 g	1010	1 6 IL	1	8	26 MZC	daVm 0.1		0	0	-1
HR 0010.14	35	Horizontal Tail Right	£ 01	2532	1 1L	10	3	14 TXIC	daN 0.1		0	0	
HR 0010.15	₽	Horizontal Tail Right	£ 01	2532	1 2 IL	1	പ്പ	15 TYC	daN 0.1		0	0	1
HR.0010.16	₩.	Horizontal Tail Right	£ 01	2532	1 3 IL	5	ച	16 T2C	daN 0.1		0	_	-1
HR.0010.24	₩.	Horizontal Tail Right	0 Of	2532	1 4 IL	1	ಷ	24 M00C	daNm 0.1		0	_	-1
HR.0010.25	₩.	Horizontal Tail Right	£ 01	2532	1 5 IL	1	<u>ц</u>	25 MYC	daNm 0.1		0	-	1
HR 0010.26	₩.	Horizontal Tail Right	Q 01	2532	1 6 IL	1	ы	26 MZC	daNm 0.1		0	0	
VT.0010.14	ЧT	Vertical Tail	£ 01	≣	1 1L	1	8	14 TXIC	daN 0.1		0	_	
VT.0010.15	Ч	Vertical Tail	£ 01	1	1 2 IL	5	48	15 TYC	daN 0.1		0	_	_
VT.0010.16	Ч	Vertical Tail	£ 01	₿	1 3 IL	1	8	16 T2C	daN 0.1		0	_	1
VT.0010.24	ΥT	Vertical Tail	£ 01	#	1 4 IL	1	8	24 M00C	daNm 0.1		0	_	
VT.0010.25	Ч	Vertical Tail	£ 01	I	1 5 IL	1	40	25 MYC	daNm 0.1		0	_	_
VT.0010.26	Ţ	Vertical Tail	£ 01	₿	1 6 IL	1	40	26 MZC	daNm 0.1		0	_	
W3.0030.64	₩3	Wing Right (Aerodynamic Load)	90 9	H	1	Àm	23	64 FX_A	daN 0.1		0	0	_
W3.0030.65	₩3	Wing Right (Aerodynamic Load)	90 g	#	1 2 IL	Am	3	65 FY_A	daN 0.1		0	0	
W3.0030.66	₩3	Wing Right (Aerodynamic Load)	90 g	#	1 3 IL	'n	3	66 FZ_A	daN 0.1		0	0	_
W3.0030.74	₩3	Wing Right (Aerodynamic Load)	20 0	H	1 4 1	λĒ	23	74 MCCA	daNm 0.1		0	0	
W3.0030.75	¥3	Wing Right (Aerodynamic Load)	90 9	#	1 5 IL	λĒ.	23	75 MY_A	daNm 0.1		0	0	
W3.0030.76	₩3	Wing Right (Aerodynamic Load)	90 g	1	1 6 IL	Am	23	76 MZ_A	daNm 0.1		0	0	_
W4.0030.64	W4	Wing Left (Aerodynamic Load)	90 g	#	1 11	Am	24	64 FX_A	daN 0.1		0	0	_
W4.0030.65	₩4	Wing Left (Aerodynamic Load)	0 OC	#	1 2 IL	'n	24	65 FY_A	daN 0.1		0	0	-1
W4.0030.66	W4	Wing Left (Aerodynamic Load)	90 g	#	1 3 IL	Æ	24	66 FZ_A	daN 0.1		0	0	
W4.0030.74	W4	Wing Left (Aerodynamic Load)	90 g	#	1 4 1	'n	24	74 MX_A	daNm 0.1		0	0	-1
W4.0030.75	₩4	Wing Left (Aerodynamic Load)	90 g	#	1 5 IL	AE	24	75 MY_A	daNm 0.1		0	0	
W4.0030.76	W4	Wing Left (Aerodynamic Load)	9 0 0	#	1 6 IL	λĒ	24	76 MZ_A	daNm 0.1		0	0	
WL 0030.14	Ш	Wing Left	20 G	H	1 1L	1	12	14 TXIC	daN 0.1		0	_	
WL 0030.15	Ň	Wing Left	90 9	H	1 2 IL	10	12	15 TYC	daN 0.1		0	_	
WL 0030.16	Ш	Wing Left	90 9	#	1 3 IL	10	22	16 T2C	daN 0.1		0	_	
WL 0030.24	МL	WingLeft	90 g	#	1 4 1	10	22	24 MMC	daNm 0.1		0	_	
WL 0030.25	ЖĽ	Wing Left	0 OC	#	1 5 IL	10	12	25 MNC	daNm 0.1		0	_	_
WL 0030 26	Ŵ	WindLeft	30		1 6	5	3	26 MPC	daNm 0.1		-	_	-

# Anhang C – ELS-Datei

Bild C.1 ELS



### **Erste Rechnung**

Bild D.1 Schnittgrößen am Flügel rechts aus DTG für die erste Rechnung



Bild D.2 Schnittgrößen am HTP rechts aus DTG für die erste Rechnung

## Zweite Rechnung







Bild D.4  $H_{IQ}^{GU}(\omega)$  für Schiebewinkel  $\beta$  und Lastfaktor n<sub>y</sub>



Bild D.5 Schnittgrößen am Rumpf aus DTG für die zweite Rechnung


Bild D.6 Schnittgrößen am HTP rechts aus DTG für die zweite Rechnung



Bild D.7 Schnittgrößen am VTP aus DTG für die zweite Rechnung



Bild D.8 Schnittgrößen am rechten Flügel aus DTG für die zweite Rechnung



Bild D.9 Schnittgröße  $F_x$  an beiden Flügeln aus DTG für die zweite Rechnung



Bild D.10 Schnittgrößen am Rumpf aus CT für die zweite Rechnung



Bild D.11 Schnittgrößen am HTP rechts aus CT für die zweite Rechnung



Bild D.12 Schnittgrößen am VTP aus CT für die zweite Rechnung



Bild D.13 Schnittgrößen am rechten Flügel aus CT für die zweite Rechnung



Bild D.14 Schnittgrößen  $F_x$  an beiden Flügeln aus CT für die zweite Rechnung

## Anhang E – Bedienung von MATLAB

Befehl/Operator/Begriff	Bedeutung
imag(A)	Ausgabe des Imaginärteils der Variable A
real(A)	Ausgabe es Realteils der Variable A
A(:)	Ausgabe aller Elemente der ersten Dimension der Variable A
A(n:m)	Ausgabe der Elemente von n bis m der ersten Dimension der
	Variable A
A(end)	Ausgabe des letzten Elementes der Variable A
if Bedingung end	if-Schleife, die nur ausgeführt wird, wenn eine spezifizierte
	Bedingung erfüllt ist
A\b	Ist A eine m·n-Matrix und b ein Vektor mit m Reihen (wobei
	m≠n), so liefert A\b die Lösung x des Gleichungssystems
	$A \cdot x = b$ anhand der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (s.
	Definitionen).

Tabelle F 1	MATI AB-Befehle
	INA I LAD-Delettie